

УДК 621.372

**А.В. Грицунов**, д.ф.-м.н., профессор кафедры ЗИ  
Академия военно-морских сил Украины имени П.С.Нахимова  
ул. Дыбенко, 1А, г. Севастополь, 99028  
gritsunov@list.ru

**Н.В. Масолова**, к.ф.-м.н., доцент кафедры МЭПУ  
Харьковский национальный университет радиоэлектроники  
пр. Ленина, 14, г. Харьков, 61166

## **К ВЫБОРУ КАЛИБРОВКИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОТЕНЦИАЛА В САМОДОСТАТОЧНОМ ПОТЕНЦИАЛЬНОМ ФОРМАЛИЗМЕ**

*Показано, что в самодостаточном потенциальном формализме потенциал является не «абсолютной» характеристикой состояния распределенной электромагнитной колебательной системы (четырёхмерного пространства-времени Минковского), а относительной мерой отклонения этой системы от «невозмущенного» состояния, имеющего место при отсутствии как свободных, так и вынужденных колебаний.*

*Библ. 5*

**Вместо "квадратичная форма" везде следует читать "тензор" ;)**

Теория электромагнетизма в настоящее время является одним из наиболее завершённых разделов физики и радиоэлектроники. Особенно велика ее роль в развитии современных технологий вооружений и коммуникаций, в том числе морского базирования. Однако совершенствование технической базы армии и флота выдвигает принципиально новые требования к обоснованию некоторых фундаментальных теоретических положений, что стало особенно очевидным и актуальным в связи с развитием нанотехнологий, базирующихся, главным образом, на принципах квантовой механики и квантовой электродинамики.

Одним из ключевых вопросов электродинамики является применимость принципа наименьшего действия к системам, составные части которых связаны электромагнитными взаимодействиями. Если ответ положительный – для любой такой системы должна существовать некая функция Лагранжа, из которой, после применения к ней общих для всех распределённых динамических систем соотношений [1], вытекают бы уравнения Лагранжа для обобщённых координат, а также выражения для энергии и импульса системы. Если нет – необходим радикальный пересмотр фундаментальных физических концепций.

Постулат о том, что принцип наименьшего действия в полной мере применим к системам с электромагнитными взаимодействиями, положен в основу так называемого самодостаточного потенциального формализма [2]. Его концепция заключается в описании всех электромагнитных явлений и величин в терминах четырёхвектора электромагнитного потенциала, без использования фундаментального для полевого формализма тензора электромагнитного поля [3]. Методологической основой самодостаточного потенциального формализма является трактовка электромагнитных явлений как динамики некой распределённой колебательной системы, в качестве которой в настоящее время условно рассматривается четырёхмерное пространство-время Минковского. Логика состоит в следующем. Если электромагнитный потенциал реально существует и описывается волновым уравнением – следовательно, все четыре его составляющие являются обобщёнными координатами некой распределённой колебательной системы. Физическая природа данной системы пока неясна, однако это не мешает применить к ней общие для всех распределённых колебательных систем соотношения.

К сожалению, самодостаточный потенциальный формализм пока остается лишь неким математическим аппаратом, не являясь физической теорией. Чтобы признать электромагнитный потенциал объективной реальностью, необходимо, в частности, окончательно прояснить вопрос о пределах неоднозначности в выборе его калибровки.

Целью статьи является выяснение пределов неоднозначности выбора калибровки электромагнитного потенциала с точки зрения самодостаточного потенциального формализма.

В работе использованы следующие обозначения и сокращения. Для отличия четырехмерных векторов и операторов от аналогичных трехмерных к первым добавлен верхний индекс «f». Фигурные скобки означают объединение заключенных в них компонент в четырехвектор. Четырехвекторы не разделяются на ковариантные и контравариантные, но в соответствующих местах операторов и скалярных произведений проставлены знаки минус. Например, квадрат четырехвектора  $\vec{a}^f = \{a_t, a_x, a_y, a_z\}$  определяется как  $(\vec{a}^f)^2 = a_t a_t - a_x a_x - a_y a_y - a_z a_z$ , а скалярное произведение четырехвекторов  $\vec{a}^f$  и  $\vec{b}^f = \{b_t, b_x, b_y, b_z\}$  – как  $\vec{a}^f \cdot \vec{b}^f = a_t b_t - a_x b_x - a_y b_y - a_z b_z$ .

Для достижения четырехмерной симметрии уравнений вводится временная координата  $t$  с размерностью длины, определяемая как произведение скорости света в вакууме на время. Действие (первая главная функция Гамильтона) определяется как интеграл от функции Лагранжа по этой координате и измеряется в Дж·м. Скорость безразмерна, а ускорение измеряется в м<sup>-1</sup>. Размерности остальных физических величин общеприняты.

Используются оператор четырехмерного градиента  $\vec{\nabla}^f = \{\partial/\partial t, -\partial/\partial x, -\partial/\partial y, -\partial/\partial z\}$  и оператор Д'Аламбера  $\nabla^{2f} = \partial^2/\partial t^2 - \partial^2/\partial x^2 - \partial^2/\partial y^2 - \partial^2/\partial z^2$ . Комбинация символов  $\vec{\nabla}^f \cdot \vec{a}^f$  обозначает четырехмерную дивергенцию  $\partial a_t/\partial t + \partial a_x/\partial x + \partial a_y/\partial y + \partial a_z/\partial z$  четырехвектора  $\vec{a}^f$ . Комбинация символов  $\vec{\nabla}^f \times \vec{a}^f$  обозначает антисимметрическую квадратичную форму вида:

$$[c] \equiv \begin{bmatrix} 0 & c_{tx} & c_{ty} & c_{tz} \\ c_{xt} & 0 & c_{xy} & c_{xz} \\ c_{yt} & c_{yx} & 0 & c_{yz} \\ c_{zt} & c_{zx} & c_{zy} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial a_t}{\partial x} + \frac{\partial a_x}{\partial t} & \frac{\partial a_t}{\partial y} + \frac{\partial a_y}{\partial t} & \frac{\partial a_t}{\partial z} + \frac{\partial a_z}{\partial t} \\ -\frac{\partial a_x}{\partial t} - \frac{\partial a_t}{\partial x} & 0 & \frac{\partial a_x}{\partial y} - \frac{\partial a_y}{\partial x} & \frac{\partial a_x}{\partial z} - \frac{\partial a_z}{\partial x} \\ -\frac{\partial a_y}{\partial t} - \frac{\partial a_t}{\partial y} & \frac{\partial a_y}{\partial x} - \frac{\partial a_x}{\partial y} & 0 & \frac{\partial a_y}{\partial z} - \frac{\partial a_z}{\partial y} \\ -\frac{\partial a_z}{\partial t} - \frac{\partial a_t}{\partial z} & \frac{\partial a_z}{\partial x} - \frac{\partial a_x}{\partial z} & \frac{\partial a_z}{\partial y} - \frac{\partial a_y}{\partial z} & 0 \end{bmatrix},$$

которую назовем четырехмерным ротором четырехвектора  $\vec{a}^f$ . Определим также произведение этой формы на четырехвектор  $\vec{b}^f$  как четырехвектор  $\vec{d}^f = [c]\vec{b}^f$ , составляющие которого являются скалярными произведениями (в вышеуказанном смысле) соответствующих строк  $[c]$  на  $\vec{b}^f$ :  $d_t = 0 \cdot b_t - c_{tx} b_x - c_{ty} b_y - c_{tz} b_z$ ;  $d_x = c_{xt} b_t - 0 \cdot b_x - c_{xy} b_y - c_{xz} b_z$  и т.д. В отличие от перемножения матриц, данное умножение коммутативно.

Применяются родовые (generic) обозначения для переменных, означающих пространственно-временные координаты. Символом  $\tau$  обозначается любая из координат  $t, x, y, z$ , символом  $\xi$  – любая из координат  $x, y, z$ . Появление одного из родовых обозначений в знаке суммы означает суммирование по всем координатам, заменяемым данным обозначением (с учетом вышеуказанных знаков произведений составляющих четырехвекторов, если они присутствуют в сумме).

Исходной для самодостаточного потенциального формализма является функция Лагранжа замкнутой системы, состоящей из заряженных частиц, взаимодействующих с пространством-временем. Функция постулируется в виде [2]:

$$\begin{aligned}
\Lambda(t) = & -\frac{1}{\varepsilon_0\mu_0} \sum_{n=1}^N m_{0n} \sqrt{1 - (dx_n/dt)^2 - (dy_n/dt)^2 - (dz_n/dt)^2} - \\
& -\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} \sum_{n=1}^N q_n \left[ A_{nt} - (dx_n/dt)A_{nx} - (dy_n/dt)A_{ny} - (dz_n/dt)A_{nz} \right] - \\
& -\frac{1}{2\mu_0} \int dx dy dz \left[ (\partial \vec{A}^f / \partial t)^2 - (\partial \vec{A}^f / \partial x)^2 - (\partial \vec{A}^f / \partial y)^2 - (\partial \vec{A}^f / \partial z)^2 \right],
\end{aligned} \tag{1}$$

где  $V$  – трехмерный объем системы;  $N$  – число частиц с массами покоя  $m_{0n}$  и зарядами  $q_n$  ( $n = 1, 2, \dots, N$ ) в ней;  $\xi_n(t)$  – координаты этих частиц.  $\vec{A}_n^f(t) \equiv \vec{A}^f[t, x_n(t), y_n(t), z_n(t)]$  – сокращенное обозначение четырехвектора потенциала в месте расположения  $n$ -й частицы;  $\varepsilon_0$  и  $\mu_0$  – электрическая и магнитная постоянные соответственно. Из (1) видно, что функция Лагранжа состоит из трех слагаемых. Первое – «механическая» составляющая для частиц  $\Lambda^P(t)$ ; второе – составляющая, обусловленная взаимодействием частиц с колебательной системой  $\Lambda^I(t)$ ; третье – составляющая для самой колебательной системы  $\Lambda^S(t)$ .

Без привлечения каких-либо дополнительных физических соображений, лишь путем формального применения общих соотношений для сосредоточенных и распределенных динамических систем [1], из функции (1) получаются [2]:

1). Уравнение Лагранжа для заряженных частиц:

$$\frac{m_{0n}}{\varepsilon_0\mu_0} \frac{d^2 \vec{r}_n^f}{ds_n^2} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} q_n [B]_n \vec{v}_n^f, \tag{2}$$

где  $\vec{r}_n^f(t) = \{t_n, x_n(t), y_n(t), z_n(t)\}$  – четырехвектор координаты  $n$ -й частицы в пространстве-времени;  $\vec{v}_n^f(t) = \frac{\{1, dx_n/dt, dy_n/dt, dz_n/dt\}}{\sqrt{1 - (dx_n/dt)^2 - (dy_n/dt)^2 - (dz_n/dt)^2}}$  – четырехвектор скорости этой же частицы;  $ds_n = \sqrt{1 - (dx_n/dt)^2 - (dy_n/dt)^2 - (dz_n/dt)^2} dt$  – «собственный» временной интервал  $n$ -й частицы;  $[B]_n(t) \equiv [B][t, x_n(t), y_n(t), z_n(t)]$  – сокращенное обозначение четырехмерного ротора потенциала  $[B] = \vec{\nabla}^f \times \vec{A}^f$  в месте расположения  $n$ -й частицы<sup>1</sup>.

2). Уравнение Лагранжа для потенциала:

$$\nabla^{2f} \vec{A}^f = \mu_0 \vec{j}^f, \tag{3}$$

где  $\vec{j}^f(t, x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} \sum_{n=1}^N \rho_n(t, x, y, z) \{1, dx_n/dt, dy_n/dt, dz_n/dt\}$  – четырехвектор плотности тока ( $\rho_n$  – объемная плотность заряда  $n$ -й частицы в системе координат, в которой вычисляется  $\vec{j}^f$ ).

3). Выражения для энергии  $W$  и составляющих импульса  $P_\xi$  системы:

<sup>1</sup> Символ « $B$ » для обозначения четырехмерного ротора потенциала заимствован из полевого формализма, где он обозначает индукцию магнитного поля (определяемую как трехмерный ротор векторного потенциала).

$$W(t) = \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0} \sum_{n=1}^N \frac{m_{0n}}{\sqrt{1 - (dx_n/dt)^2 - (dy_n/dt)^2 - (dz_n/dt)^2}} + \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \sum_{n=1}^N q_n A_n - \frac{1}{2\mu_0} \int dx dy dz \left[ (\partial \vec{A}^f / \partial t)^2 + (\partial \vec{A}^f / \partial x)^2 + (\partial \vec{A}^f / \partial y)^2 + (\partial \vec{A}^f / \partial z)^2 \right]; \quad (4)$$

$$P_\xi(t) = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \sum_{n=1}^N \frac{m_{0n} (d\xi_n/dt)}{\sqrt{1 - (dx_n/dt)^2 - (dy_n/dt)^2 - (dz_n/dt)^2}} + \sum_{n=1}^N q_n A_{n\xi} + \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \int dx dy dz (\partial \vec{A}^f / \partial t) \cdot (\partial \vec{A}^f / \partial \xi). \quad (5)$$

Из (4) и (5) следует, что энергия и импульс замкнутой системы также состоят из трех слагаемых: «механической» составляющей для частиц; составляющей, обусловленной взаимодействием частиц с колебательной системой; составляющей для самой колебательной системы (в указанном порядке)<sup>2</sup>.

На протяжении длительного времени одним из главных аргументов против физической реальности электромагнитного потенциала являлась неоднозначность выбора его калибровки. Согласно, например, [3], калибровочная (градиентная) инвариантность заключается в следующем. Тензор электромагнитного поля с компонентами, совпадающими с соответствующими элементами квадратичной формы  $[B]$ , не изменяется при прибавлении к четырехвектору  $\vec{A}^f$  четырехмерного градиента произвольной скалярной функции пространственно-временных координат  $f(t, x, y, z)$ :

$$\vec{\nabla}^f \times (\vec{A}^f + \vec{\nabla}^f f) \equiv \vec{\nabla}^f \times \vec{A}^f \quad (6)$$

(это непосредственно следует из выражения  $\vec{\nabla}^f \times (\vec{\nabla}^f f) \equiv 0$ ).

Требование релятивистской инвариантности накладывает на выбор калибровки электромагнитного потенциала дополнительное ограничение:

$$\vec{\nabla}^f \cdot \vec{A}^f = 0, \quad (7)$$

называемое калибровкой Лоренца. Поскольку  $\vec{\nabla}^f \cdot \vec{\nabla}^f = \nabla^{2f}$ , оно эквивалентно уравнению

$$\nabla^{2f} f = 0. \quad (8)$$

Такая неоднозначность выбора калибровки потенциала является окончательной в полевом формализме<sup>3</sup>.

Попытаемся выяснить, имеет ли место подобная неоднозначность в потенциальном формализме. Очевидно, что калибровку потенциала можно выбирать произвольно до тех пор, пока этот выбор не влияет на значения объективно существующих физических величин ни в одной из инерциальных систем координат. Такими величинами являются:

1). Траектория классической заряженной частицы, описываемая уравнением Лагранжа (2). Данная траектория определяется компонентами квадратичной формы  $[B]$ .

2). Изменение фазы волновой функции квантовой заряженной частицы вдоль замкнутой кривой  $L^f$  в четырехмерном пространстве-времени, описываемое формулой [4]:

<sup>2</sup> То, что, по крайней мере, часть массы покоя заряженной частицы имеет электромагнитное происхождение, должно приниматься во внимание при выборе значений  $m_{0n}$ , во избежание «двукратного» учета соответствующей энергии и импульса в (1), (4) и (5). В связи с нерешенностью проблемы массы электрона это, вообще говоря, достаточно проблематично.

<sup>3</sup> Если признавать в качестве физической реальности только электромагнитное поле – требование релятивистской инвариантности потенциала становится излишним. Поэтому в ряде работ используется кулоновская и другие неинвариантные калибровки.

$$\Delta\varphi_n = \frac{q_n}{\hbar} \oint_{L^f} \vec{A}_n^f(t, x, y, z) \cdot d\vec{l}^f, \quad (9)$$

где  $d\vec{l}^f = \{dt, dx, dy, dz\}$  – элемент контура  $L^f$ ;  $\hbar$  – постоянная Планка. Применяя к (9) формулу Стокса для четырехмерного псевдоевклидового пространства:

$$\begin{aligned} \oint_{L^f} \vec{A}_n^f \cdot d\vec{l}^f = \iint_{S^f} & \left( \frac{\partial A_t}{\partial x} + \frac{\partial A_x}{\partial t} \right) dt dx + \left( \frac{\partial A_t}{\partial y} + \frac{\partial A_y}{\partial t} \right) dt dy + \left( \frac{\partial A_t}{\partial z} + \frac{\partial A_z}{\partial t} \right) dt dz + \\ & + \left( \frac{\partial A_x}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial x} \right) dx dy + \left( \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) dx dz + \left( \frac{\partial A_y}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) dy dz, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $S^f$  – гиперповерхность в этом пространстве, ограниченная контуром  $L^f$ , замечаем, что под интегралом в правой части (10) находятся элементы четырехмерного ротора потенциала  $[B]$ . Следовательно, физически обнаружимый «набег» фазы заряженной частицы вдоль замкнутой кривой имеет место лишь в том случае, если поток четырехвектора  $\vec{\nabla}^f \times \vec{A}^f$  через ограниченную этой кривой гиперповерхность отличен от нуля.

3). Энергия (4) и импульс (5) замкнутой физической системы, содержащей электрические заряды.

В качестве дополнительного ограничения на выбор калибровки потенциала используем условие конечности значений всех его составляющих в любой точке пространства-времени (очевидное, если считать четырехвектор электромагнитного потенциала объективной физической реальностью).

Заметим вначале, что понятия «замкнутая» или «изолированная» система, как такая, взаимодействиями которой с другими системами можно пренебречь по сравнению с взаимными связями ее частей, в полевом и потенциальном формализмах, вообще говоря, различаются. В первом случае замкнутой считается система, у которой взаимодействия всех заряженных частиц с электромагнитными полями других систем достаточно малы (при условии, что не происходит непосредственных механических соударений частиц различных систем и можно пренебречь другими фундаментальными видами взаимодействий, а также нелинейностью вакуума). Например, единственную заряженную частицу внутри замкнутой идеально проводящей поверхности с постоянным во времени зарядом на ней либо вне бесконечно длинного соленоида с постоянным во времени током при полевом подходе можно считать изолированной системой. Масса покоя такой частицы  $m_0$  определяется соотношением:

$$m_0^2 = \varepsilon_0 \mu_0 (\vec{P}^f)^2, \quad (11)$$

где  $\vec{P}^f = \left\{ \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} W, P_x, P_y, P_z \right\}$  – четырехвектор энергии-импульса системы, включающей саму частицу и ее «собственное» электромагнитное поле.

В потенциальном формализме замкнутой считается система, ни одну из заряженных частиц которой не достигают «возмущения» электромагнитного потенциала (отклонения значений его составляющих от «невозмущенных»), создаваемые другими системами. Частица внутри заряженной замкнутой проводящей поверхности или частица вблизи соленоида с током не являются с этой точки зрения изолированными системами, поскольку в местах их расположения компоненты  $A_t$  и  $A_z$  соответственно отличаются от тех, которые имели бы место при отсутствии заряда на поверхности или тока в соленоиде. Вычисление массы покоя такой частицы по формуле (11) недопустимо. Можно определить лишь суммарную массу покоя системы «заряженная поверхность с частицей внутри» или «соленоид с током и частицей поблизости». Добавим, что замкнутость системы не предполагает ее электрической нейтральности – достаточно, чтобы поля (возмущения потенциала) от этой

системы были пренебрежимо малыми вблизи других систем, содержащих электрические заряды.

В полевом формализме калибровка вида (8) не влияет на уравнение Лагранжа классической заряженной частицы, набег фазы квантовой частицы вдоль замкнутой кривой, а также электромагнитную энергию и импульс замкнутой системы постольку, поскольку все эти выражения определяются лишь значениями составляющих тензора электромагнитного поля. Напротив, как следует из (4) и (5), в самодостаточном потенциальном формализме подобная инвариантность для  $W$  и  $P_\xi$ , вообще говоря, не имеет места. В частности, возможно наличие электромагнитной энергии и импульса в областях, где все составляющие квадратичной формы  $[B]$  тождественно равны нулю (как в известном эффекте Ааронова-Бома [5]).

Другими словами, в потенциальном формализме неизменность всех элементов данной формы является необходимым (поскольку она входит в уравнение Лагранжа классической заряженной частицы и выражение для «набега» фазы квантовой заряженной частицы вдоль замкнутой кривой), но не достаточным условием при выборе калибровки потенциала. Ограничения здесь более жесткие, чем в полевом формализме: следует дополнительно учитывать возможность изменения значений  $W$  и  $P_\xi$ , а посредством их – и массы покоя замкнутой системы, недопустимого с физической точки зрения.

Выясним пределы неоднозначности выбора калибровки электромагнитного потенциала при условии, что объективные величины (траектория заряженной частицы, изменение фазы ее волновой функции, энергия и импульс замкнутой системы, содержащей электрические заряды) остаются неизменными. Поскольку решение (8) может быть получено методом разделения переменных, запишем функцию  $f$  в виде:

$$f(t, x, y, z) = f_t(t) f_x(x) f_y(y) f_z(z). \quad (12)$$

Каждая из функций  $f_\tau(\tau)$  удовлетворяет уравнению:

$$\frac{d^2 f_\tau}{d\tau^2} + k_{\text{et}}^2 f_\tau = 0, \quad (13)$$

причем

$$k_{\text{et}}^2 - k_{\text{ex}}^2 - k_{\text{ey}}^2 - k_{\text{ez}}^2 = 0. \quad (14).$$

С учетом (12) – (14) проанализируем возможные решения (8). Те из них, для которых хотя бы одна из составляющих четырехвектора  $\vec{A}^f$  неограниченно возрастает по абсолютной величине при  $\tau \rightarrow \pm\infty$ , недопустимы ввиду их физической некорректности (если Вселенная замкнута в пространстве-времени, такие решения некорректны и с математической точки зрения). Подчеркнем, что это относится и к  $t \rightarrow -\infty$ , поскольку (8) является однородным уравнением, общее решение которого должно обеспечивать адекватность потенциала в области как будущих, так и прошедших времен.

1). Случай  $k_{\text{et}}^2 = 0$ . Вариант, когда какие-либо из  $k_{\text{ex}}^2$  при этом отличны от нуля, неприемлем, поскольку, по крайней мере, одно из них отрицательно. Это обуславливает экспоненциальное нарастание (убывание) вдоль соответствующей координаты решения (8), с аналогичным поведением составляющей  $\vec{\nabla}^f f$ . Для оставшегося варианта  $k_{\text{ex}}^2 = k_{\text{ey}}^2 = k_{\text{ez}}^2 = 0$  решения уравнений (13) имеют вид  $f_\tau(\tau) = C_{0\tau} + C_{1\tau}\tau$  ( $C_{0\tau}$  и  $C_{1\tau}$  – константы). Когда все  $C_{1\tau}$  равны нулю – имеем тривиальный случай  $f = \text{const}$ ,  $\vec{\nabla}^f f \equiv 0$ . Если лишь одно из  $C_{1\tau}$  отлично от нуля – получаем функцию вида  $f = C_0 + C_1\tau$  ( $C_0$  и  $C_1$  – константы). При этом

единственная ( $\tau$ -я) компонента  $\vec{\nabla}^f f$  равна  $C_1$ . Это равносильно сдвигу начала отсчета для соответствующей составляющей потенциала.

Если две или более из постоянных  $C_{1\tau}$  отличны от нуля – функция  $\vec{\nabla}^f f$  имеет составляющие, линейно зависящие от координат, что неприемлемо.

2). Случай  $k_{et}^2 < 0$ . Недопустим, поскольку приводит к экспоненциальному нарастанию (убыванию)  $f$  во времени.

3). Случай  $k_{et}^2 > 0$ . Дает гармоническое решение для  $f$  вдоль координаты  $t$ . Очевидно, что хотя бы одно из  $k_{e\xi}^2$  при этом должно быть положительным, а все остальные – не могут быть отрицательными по вышеуказанной причине. Если среди  $k_{e\xi}^2$  имеются нулевые – в решениях  $f_\xi(\xi) = C_{0\xi} + C_{1\xi}\xi$  для соответствующих функций константы  $C_{1\xi}$  должны равняться нулю, что не влияет на общий вид гармонической во времени зависимости. Оставшийся вариант, когда все  $k_{e\tau}^2 > 0$ , приводит к решению (8) вида:

$$f = -i \frac{C_0}{k_{et}} \exp(ik_{et}t) \exp(-ik_{ex}x) \exp(-ik_{ey}y) \exp(-ik_{ez}z).$$

Составляющие функции  $\vec{\nabla}^f f$  при этом равны:

$$(\vec{\nabla}^f f)_t = C_0 \exp(ik_{et}t) \exp(-ik_{ex}x) \exp(-ik_{ey}y) \exp(-ik_{ez}z);$$

$$(\vec{\nabla}^f f)_x = C_0 \frac{k_{ex}}{k_{et}} \exp(ik_{et}t) \exp(-ik_{ex}x) \exp(-ik_{ey}y) \exp(-ik_{ez}z);$$

$$(\vec{\nabla}^f f)_y = C_0 \frac{k_{ey}}{k_{et}} \exp(ik_{et}t) \exp(-ik_{ex}x) \exp(-ik_{ey}y) \exp(-ik_{ez}z);$$

$$(\vec{\nabla}^f f)_z = C_0 \frac{k_{ez}}{k_{et}} \exp(ik_{et}t) \exp(-ik_{ex}x) \exp(-ik_{ey}y) \exp(-ik_{ez}z).$$

Нетрудно видеть, что эти составляющие являются подмножеством свободных электромагнитных колебаний пространства-времени типа  $ZM(P)$  [2] (выражения [2] дополнительно включают случай  $k_{et} = k_{ex} = k_{ey} = k_{ez} = 0$ ).

Таким образом, после наложения условия ограниченности всех составляющих четырехвектора потенциала, произвол в выборе его калибровки сводится к двум вариантам:

1). Прибавлению к любой из составляющих данного четырехвектора произвольной конечной постоянной.

2). Прибавлению к четырехвектору  $\vec{A}^f$  четырехвекторного потенциала произвольного свободного колебания типа  $ZM$  (кроме такого, у которого  $k_{et} = k_{ex} = k_{ey} = k_{ez} = 0$  – этот случай является подмножеством первого).

Разумеется, формально допустима любая суперпозиция указанных калибровок. Рассмотрим, приемлемы они с физической точки зрения. Выясним вначале последствия сдвига начала отсчета любой из составляющих четырехвектора потенциала в самодостаточном потенциальном формализме. Данный сдвиг не влияет на первое и третье слагаемые в правых частях выражений (4) и (5). Если суммарный заряд системы  $\sum_{n=1}^N q_n$  отличен от нуля,

вторые слагаемые при этом, вообще говоря, изменяются. Следовательно, произвольная калибровка потенциала путем сдвига начала отсчета его компонент в самодостаточном потенциальном формализме недопустима. Из простейших соображений (например, требо-

вания равенства значений энергии и импульса обособленной заряженной частицы в полевом и потенциальном формализмах) следует, что выбор начала отсчета составляющих  $\vec{A}^f$  должен быть таким, чтобы в «невозмущенном» состоянии пространства-времени все они тождественно равнялись нулю. Под «невозмущенным» состоянием понимается отсутствие как свободных, так и вынужденных колебаний системы<sup>4</sup>.

Невозможность произвольно выбирать начало отсчета временной составляющей четырехвектора потенциала связана с тем, что в релятивистской механике энергия замкнутой системы является однозначно определенной положительной величиной (в отличие от классической механики, где эта энергия определена лишь с точностью до произвольной аддитивной постоянной) [3]. Этим электромагнитная колебательная система отличается от механической модели – мембраны, рассмотренной в [2], для которой выбор начала отсчета обобщенной координаты может осуществляться произвольно.

Из вышеизложенного становится понятным, что калибровка путем прибавления к четырехвектору  $\vec{A}^f$  четырехвекторного потенциала произвольного свободного колебания типа  $ZM$  также в общем случае приводит к изменению суммарной энергии и импульса системы, содержащей электрические заряды. К тому же, если  $C_0 \neq 0$ , эту систему ни при каких прочих условиях нельзя более считать замкнутой. Разумеется, данный вариант калибровки, как и первый, несовместим с понятием неизменности объективных физических характеристик изолированной системы с точки зрения самодостаточного потенциального формализма.

Из вышеизложенного следует вывод: четырехвектор электромагнитного потенциала (комбинацию четырех обобщенных координат) необходимо рассматривать не как некую абсолютную характеристику состояния распределенной электромагнитной колебательной системы, а как относительную меру отклонения этой системы от ее «невозмущенного» состояния. Исключение какого-либо произвола в выборе калибровки электромагнитного потенциала открывает путь к трактовке его как объективной физической реальности.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Голдстейн Г. Классическая механика. – М.: Наука, 1975.
2. Грицунов А.В. Самодостаточный потенциальный формализм в описании электромагнитных взаимодействий // Изв. ВУЗов. Радиоэлектроника. – 2009. – Т. 52, № 12. – С. 28-44.
3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. – М.: Наука, 1988.
4. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Т. 6. Электродинамика. – М.: «Мир», 1977.
5. Фейнберг Е.Л. Об «особой роли» электромагнитных потенциалов в квантовой механике // Успехи физ. наук, 1962, № 9. – С. 53–64.

Статья рекомендована в печать кафедрой защиты информации Академии ВМС Украины им. П.С.Нахимова.

<sup>4</sup> К аналогичному выводу можно прийти и из других физических соображений, например, из факта равенства масс покоя заряженных частиц и их соответствующих античастиц.