

УДК 621.396.961.06

Г. А. АЛЕКСЕЕВ, канд. физ.-мат. наук, *С. И. ХОМЕНКО*

**ОСОБЕННОСТИ СПЕКТРА ОТРАЖЕННОГО СИГНАЛА
ПРИ ПРОПЕЛЛЕРНОЙ МОДУЛЯЦИИ
ЧАСТЬ 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

Вращение рассеивающего объекта вызывает амплитудно-фазовую модуляцию отраженного монохроматического радиосигнала. Особенности спектра определяются конфигурацией объекта, его расположением и законом движения относительно приемопередающей системы. В технических приложениях применительно к различным рассеивающим структурам установились понятия: пропеллерная модуляция, компрессорная, турбинная и др. [1]. Скольконибудь строгий теоретический анализ наблюдаемых эффектов практически отсутствует, что объясняется сложностью возникающих дифракционных задач. Для выявления основных закономерностей спектра обычно моделируют электродинамически сложные структуры элементами более простой формы — пластинами, дисками, цилиндрами, уголковыми отражателями [2—4]. Однако гармонический анализ рассеянного поля проведен только для модели вращающихся блестящих точек. В данной статье предпринята попытка описания спектра, обусловленного пропеллерной модуляцией, на основе модели, состоящей из набора вращающихся металлических пластин прямоугольной формы.

В рамках модели каждая лопасть пропеллера заменяется набором бесконечно тонких плоских металлических пластин, ориентированных определенным образом относительно друг друга. Геометрия модели двух осесимметричных лопастей, аппроксимируемых

четырьмя пластинами, продольные оси которых в момент времени $t = 0$ совмещены с координатной осью Oz , представлена на рис. 1. Угол разворота Φ_s каждой пластины относительно плоскости вращения xOz определяется характерным углом закрутки поверхности, образующей лопасть. На практике этот угол уменьшается с удалением участка образующей поверхности от оси вращения пропеллера и различается по знаку для осесимметричных лопастей. Соответственно на рис. 1 пластины группы а с размерами L^a , H^a имеют углы разворота Φ_s^a , $-\Phi_s^a$, пластины группы б с размерами L^b , H^b — углы разворота Φ_s^b , $-\Phi_s^b$. Угол $\Theta_s = \Omega t$ определяет положение продольной оси лопасти, вращающейся с угловой частотой Ω вокруг координатной оси Oy , в произвольный момент времени.

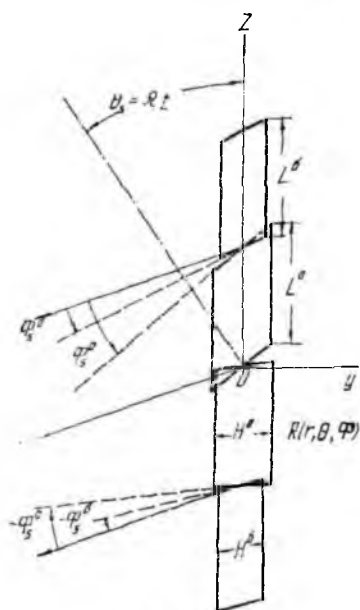


Рис. 1

Для упрощения рассмотрим однопозиционный (радиолокационный) случай, при котором передатчик и приемник совмещены в точке наблюдения $R(r, \Theta, \Phi)$ сферической системы координат. Учитывая аксиальную симметрию усредненных по времени характеристик рассеянного поля, достаточно исследовать их зависимость от азимута Φ при фиксированном угле $\Theta = \pi/2$ (угол места равен нулю). Как и в работе [3], предполагается, что на вращающуюся структуру падает плоская монохроматическая волна с горизонтальной поляризацией с вертикальной составляющей магнитного поля

$$H_z^0 = H_0 \exp [i\omega_0 t + ik(x \cos \Phi + y \sin \Phi)]. \quad (1)$$

Компоненты рассеянного электрического поля в дальней зоне определим квазистационарным приближением Кирхгофа. Для отдельной прямоугольной идеально отражающей пластины с размерами L , H , центр которой вынесен на расстояние L_0 от оси вращения, они имеют вид

$$E_\Phi = iE_0 \frac{LH}{\lambda r} \exp [i(\omega_0 t - kr + P_0 \sin \tau)] F(t); \quad E_r = E_\Theta = 0, \quad (2)$$

где $F(t) = f(t) [\cos \Phi_s \sin \Phi - \cos \tau \sin \Phi, \cos \Phi]$;

$$f = \frac{\sin(P_x \cos \tau + P_y)}{P_x \cos \tau + P_y} \frac{\sin(P_z \sin \tau)}{P_z \sin \tau}; \quad (3)$$

$$P_x = h \cos \Phi, \cos \Phi; \quad P_y = h \sin \Phi, \sin \Phi; \quad h = kH = \frac{2\pi H}{\lambda}; \quad (4)$$

$$P_z = d \cos \Phi; \quad P_0 = 2d_0 \cos \Phi; \quad d = \frac{2\pi L}{\lambda}; \quad d_0 = \frac{2\pi L_0}{\lambda}; \quad \tau = \Omega t.$$

Модуль функции $F(t)$, как следует из (2), определяет амплитудную модуляцию поля пластины, вращающейся вокруг своего центра. Функция $P_0 \sin \tau$ описывает вращательное движение центра пластины и вызванную им фазовую модуляцию сигнала. Пропеллерная (амплитудно-фазовая) модуляция в рамках используемого приближения является результатом совместного воздействия двух независимых факторов движения.

Сигнал, вызванный полем (2) на выходе одноканального балансного фазового детектора, после когерентного гетеродинирования запишем так:

$$u(t) = \frac{LH}{\lambda} F(t) \cos(P_0 \sin \tau), \quad (5)$$

где $u(t)$ — безразмерное напряжение, нормированное на амплитуду падающего поля и коэффициент передачи детектора. При такой обработке теряется часть информации о рассеянном поле, однако в значительной мере спектр последнего характеризуется спектром радиосигнала $u(t)$. Этот спектр может быть рассчитан аналитически.

Представляя $f(t)$ в интегральном виде

$$f = \int_0^1 \int_0^1 \cos [x(P_x \cos \tau + P_y)] \cos(zP_z \sin \tau) dx dz \quad (6)$$

и проводя разложение подинтегральных функций по периоду 2π , получаем

$$f \cos(P_0 \sin \tau) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} c_{zm} c_{xl} \cos m\tau \cos l\tau = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \cos n\tau, \quad (7)$$

где

$$c_{zm} = \frac{1}{2} [1 + (-1)^m] \frac{1}{P_z} \sum_{k=1}^{\infty} \{ J_{m+2k+1}(P_z + P_0) + J_{m+2k+1}(P_z - P_0) - 1 + (-1)^{m+2k+1} J_{m+2k+1}(P_0) \}; \quad (8)$$

$$c_{xl} = \int_0^1 J_l(xP_x) \cos \left(xP_y + \frac{\pi l}{2} \right) dx; \quad (9)$$

$$C_n = \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_{zm} c_{x(n-m)}. \quad (10)$$

В частном случае вращения пластины вокруг своего центра ($L_0 = 0$) соотношения (8) упрощаются и принимают вид

$$c_{2m} = \frac{1 + (-1)^m}{2} \int_0^1 J_m(zP_z) dz = \frac{1 + (-1)^m}{P_z} \sum_{k=0}^{\infty} J_{m+2k+1}(P_z). \quad (11)$$

Вычисление коэффициентов c_{xl} в явном виде требует дополнительных предположений. Ограничиваясь членами первого и второго порядков малости по параметру $P_y \ll 1$ (малые углы разворота пластины Φ_s), получаем приближенные соотношения

$$c_{xl} = \frac{2}{P_x} \cos \frac{\pi l}{2} \sum_{k=0}^{\infty} J_{l+2k+1}(P_x) - \frac{P_y}{P_x^2} \sin \frac{\pi l}{2} \left[P_x J_{l+1}(P_x) + 2l \sum_{k=0}^{\infty} \times \right. \\ \left. \times J_{l+2k+2}(P_x) \right] - \frac{P_y^2}{2P_x^2} \cos \frac{\pi l}{2} \left[P_x^2 J_{l+1}(P_x) - (l-1) P_x J_l(P_x) + \right. \\ \left. + 2(l^2 - 1) \sum_{k=0}^{\infty} J_{l+2k+1}(P_x) \right]. \quad (12)$$

Спектр сигнала (5) выражается через коэффициенты C_n следующим образом:

$$u = \frac{LH}{\lambda r} \sum_{n=-\infty}^{\infty} G_n \cos n\tau; \quad (13)$$

$$G_n = C_n \cos \Phi_s \sin \Phi - \frac{1}{2} (C_{n-1} + C_{n+1}) \sin \Phi_s \cos \Phi. \quad (14)$$

Спектральная плотность энергии, переносимой гармониками сигнала на частотах, соответствующих $n = 0; \pm 1; \pm 2; \dots$,

$$S_0 = \left(\frac{LH}{\lambda r} \right)^2 G_0^2; \quad S_n = 4 \left(\frac{LH}{\lambda r} \right)^2 G_n^2. \quad (15)$$

Полученные аналитические соотношения легко обобщить на случай рассеяния многолопастным пропеллером. Ограничимся рассмотрением пластинчатой модели, учитывая в дальнейшем при численных расчетах, что для пластин группы а: $L_0 = \frac{1}{2} L^a$, для пластин группы б: $L_0 = L^a + \frac{1}{2} L^b$. В случае N -лопастного осесимметричного пропеллера, каждая лопасть которого составлена из двух пластин, суммарный сигнал на выходе фазового детектора

$$u = \frac{1}{\lambda r} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=0}^{N-1} (L^a H^a G_n^a + L^b H^b G_n^b) \cos n \left(\tau + \frac{2\pi k}{N} \right), \quad (16)$$

где G_n^a, G_n^b — спектральные плотности парциальных полей, рассеянных отдельными пластинами групп а, б.

В силу соотношений

$$\sum_{k=0}^{N-1} \sin \frac{2\pi nk}{N} = 0; \quad \sum_{k=0}^{N-1} \cos \frac{2\pi nk}{N} = \begin{cases} N & \text{при } n = mN; \\ 0 & \text{при } n \neq mN \end{cases}$$

из (16) следует, что смещение спектральных линий определяется частотой вращения пропеллера, увеличенной в N раз. Для двухлопастного пропеллера с $L^a = L^b = L$, $H^a = H^b = H$ соотношение (16) упрощается

$$u = \frac{2LH}{\lambda r} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (G_{2n}^a + G_{2n}^b) \cos 2n\tau. \quad (17)$$

Спектральная плотность энергии соответственно

$$S_{2n} = 16 \left(\frac{LH}{\lambda r} \right)^2 (G_{2n}^a + G_{2n}^b)^2, \quad n \neq 0. \quad (18)$$

С помощью полученных соотношений можно провести гармонический анализ радиосигналов на выходе одноканального фазового детектора когерентной радиолокационной станции для различных случаев рассеяния вращающимися пластинами, позволяющий выявить особенности пропеллерной модуляции. Основная трудность численного расчета при этом заключается в суммировании членов рядов (8), (11), (12). Например, для пластин с геометрическими размерами L , $H \leq 5\lambda$, $L_0 \leq 7,5\lambda$ вблизи направления $\Phi = \pi/2 \pm 0,2$ аргументы функций Бесселя достигают значений P_x , $P_z \approx 6$, $P_0 \approx 18$, что вызывает необходимость учитывать до 20 членов. Следовательно, практическая применимость соотношений ограничивается пластинами с небольшими размерами и углами разворота и азимутами вблизи нормального. Эти условия определяют слабую амплитудно-фазовую модуляцию, осуществляемую в пределах основного лепестка вращающейся амплитудно-фазовой диаграммы рассеяния.

Характерные ракурсные зависимости спектральной плотности S_n энергии, переносимой гармониками, и энергетические спектры сигнала от вращающейся пластины с размерами $H = 2\lambda$; $L = 5\lambda$, полученные в результате расчета, представлены на рис. 2, 3 в децибелах относительно спектральной плотности энергии нулевой гармоники, рассеянной неразвернутой пластиной в нормальном азимутальном направлении, $S_0^{\text{нр}} = (LH/\lambda r)^2$. Рис. 2, а, 3, а, г соответствуют неразвернутой пластине ($\Phi_s = 0$), рис. 2, б, 3, б, в, д, е — пластине с разворотом $\Phi_s = 0,2$ ($\approx 12^\circ$), рис. 3, а, б, в — пластине, вращающейся вокруг своего центра ($L_0 = 0$), рис. 3, г, д, е — пластине, вращающейся вокруг центра, расположенного на ребре ($L_0 = 2,5\lambda$). Поскольку ракурсные зависимости симметричны относительно нормального азимутального направления, последние два случая на рис. 2 совмещены ($L_0 = 0$ — левые квадранты рисунка,

$L_0 = 2,5\lambda$ — правые). Сплошные линии на рис. 2 определяют четные временные гармоники ($n = 0; 2; 6$), штриховые — нечетные ($n = 1; 5$). При нулевом развороте пластины нечетные гармоники в спектре сигнала отсутствуют при любых углах наблюдения, что объясняется осевой симметрией пластины (рис. 3, а) и неразличимостью направлений ее движения при используемой обработке отраженного радиосигнала. Трансформацию энергетических спектров при изменении ракурса отражают рис. 3, а, б, г, д ($\Phi = 84^\circ$), 3, в, е ($\Phi = 78^\circ$).

Как видно из рис. 2, в рамках принятой модели и используемых предположений пропеллерная модуляция сигнала в нормальном азимутальном направлении отсутствует. Максимумы усреднен-

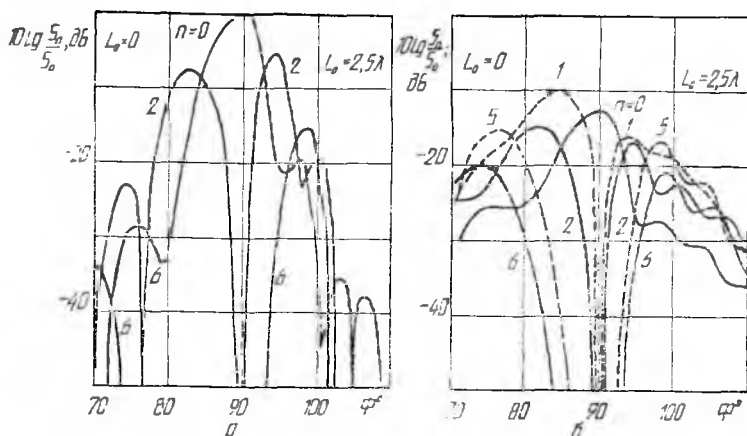


Рис. 2

ных диаграмм рассеяния смещаются относительно нормального азимута тем больше, чем выше номер гармоники. Разворот пластины и отход от нормального угла наблюдения приводят к перераспределению вклада низших и высших временных гармоник и обогащению спектра последними, причем ракурсная зависимость ширины спектра проявляется гораздо сильнее, чем зависимость от угла разворота. Вынос центра вращения пластины за ее пределы усиливает фазовую модуляцию сигнала, вызывая сужение лепестков, изрезанность амплитудно-фазовых диаграмм рассеяния и расширение спектров. Более четко при этом проявляется смещение максимума спектральной плотности в сторону высших временных гармоник (рис. 3, г), математически объясняемое свойствами функций Бесселя, расположение первого максимума которых при заданном аргументе существенно зависит от их порядка.

Например, для пластины бесконечно малых размеров (модель вращающейся блестящей точки) из (8), (14) следует

$$C_n = c_{zn} = \frac{1 + (-1)^n}{2} J_n(P_0); \quad G_n = C_n \sin \Phi, \quad (19)$$

т. е. при $L_0 = 2,5\lambda$, $\Phi = 84^\circ$ аргумент $P_0 \approx \pi$ и максимум спектральной плотности приходится на вторую гармонику [5]. Несоответствие положения максимума спектральной плотности на рис. 3, а указанной оценке объясняется протяженностью пластины.

Используя разработанную методику расчета коэффициентов G_n^a , G_n^b и соотношение (18), можно легко найти спектр поля, рассеянного пластинчатой моделью. На рис. 4, а, б такой спектр представлен для модели двухлопастного пропеллера, в которой $H^a = H^b = 2\lambda$; $L^a = L^b = 5\lambda$; $L_0^a = 2,5\lambda$; $L_0^b = 7,5\lambda$; $\Phi_s^a = \pm 0,2$; $\Phi_s^b = \pm 0,1$, в азимутальных направлениях $\Phi = 89^\circ$ (рис. 4, а), $\Phi =$

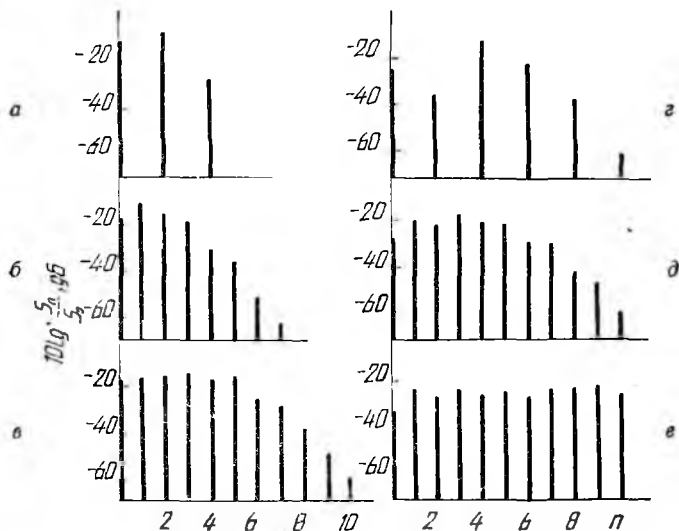


Рис. 3

$= 78^\circ$ (рис. 4, б). Для сравнения (рис. 4, в) представлен спектр неразвернутой пластины ($\Phi_s = 0$, $\Phi = 78^\circ$) с эквивалентными размерами ($H = 2\lambda$, $L = 20\lambda$), вращающейся вокруг своего центра ($L_0 = 0$). Из рис. 4 видно, что смещение приемопередающей системы от нормального азимутального направления, как и следовало ожидать, существенно влияет на вид спектра сигнала от пластинчатой модели, приводя к его расширению и обогащению высшими временными гармониками. Однако при рассмотренных небольших углах разворота отдельных пластин этот спектр в широкой области изменения углов наблюдения ($\Phi \approx 78^\circ \div 89^\circ$) практически неотличим от спектра эквивалентной неразвернутой пластины. Последнее объясняется тем, что при этих условиях на амплитудно-фазовую модуляцию более сильное влияние оказывает вынос центра вращения пластины (увеличение длины лопасти пропеллера), чем ее разворот. Отметим, что в соответствии с реальной конфигурацией

лопасти пластины, наиболее удаленные от центра вращения, в рамках пластинчатой модели должны быть слабозазвернутыми. Проведенное сравнение определяет возможность оценки пропеллерной модуляции при небольших разворотах лопастей винта и ракурсах вблизи нормального на основе гораздо более простой модели эквивалентной неразвернутой пластины.

При больших углах разворота наиболее удаленного светящегося участка лопасти вблизи нормального азимутального направления спектр сигнала при пропеллерной модуляции может существенно отличаться по закону убывания

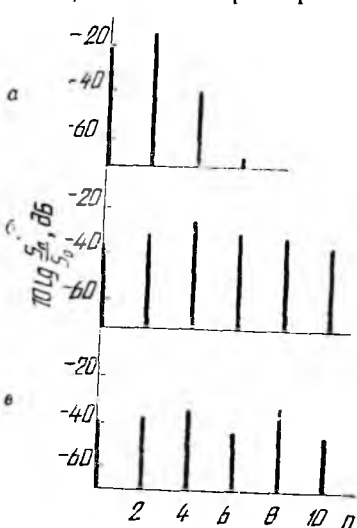


Рис. 4

гармоник от спектра сигнала эквивалентной пластины. Однако анализ модуляции в случае длинных сильно развернутых лопастей требует значительного усложнения пластинчатой модели и вызывает трудности численного расчета.

Поскольку в реальных условиях угол наблюдения меняется в пределах нескольких градусов за счет случайных вибраций оси вращения, основным устойчивым информативным признаком, характеризующим пропеллерную модуляцию, остается относительное смещение спектральных составляющих сигнала, пропорциональное в рассмотренном примере удвоенной частоте вращения пропеллера.

Список литературы: 1. *Справочник по радиолокации*: В 4 т. / Под ред. М. Скольника; Пер. с англ.— М.: Сов. радио, 1976.— Т. 1.— 456 с. 2. *Штагер Е. А., Чаевский Е. В.* Рассеяние волн на телах сложной формы.— М.: Сов. радио, 1974.— 240 с. 3. *Lahaie I. J., Sengupta D. L.* Scattering of electromagnetic waves by a slowly rotating rectangular metal plate // *IEEE Trans.*— 1979.— AP-27.— N 1.— P. 40—46. 4. *Chuang C. W.* Backscatter of a large rotating conducting cylinder of arbitrary cross section // *IEEE Trans.*— 1979.— AP-27.— N 1.— P. 92—95. 5. *Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами* / Под ред. М. Абрамовица, И. Стиган; Пер. с англ.— М.: Наука, 1979.— 832 с.

Поступила в редколлегию 03.03.86