

## АППРОКСИМАЦИЯ ГЛАДКИМИ ФУНКЦИЯМИ РАСЧЕТНЫХ ИОНОСФЕРНЫХ КОРРЕКЦИЙ В ЗАДАЧАХ ТОЧНОГО ГНСС-ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ

### Введение

Ионосферная составляющая погрешностей кодовых и фазовых ГНСС-наблюдений в настоящее время является наиболее значимой по отношению к другим составляющим, так как ионосфера является очень изменчивой средой распространения навигационных сигналов и ее точный учет затруднен при использовании одночастотного ГНСС оборудования для решения задач точного позиционирования.

При использовании двухчастотных (трехчастотных) ГНСС приемников проблема учета ионосферной задержки решается достаточно просто путем формирования «безионосферных» линейных комбинаций (ЛК) [1, 2]. Что касается одночастотных приемников, то для расчета поправок коррекций используют ионосферные модели, которые позволяют в определенной степени компенсировать регулярную составляющую ионосферной задержки. Наиболее распространенными моделями расчета ионосферных коррекций являются: модель системы GPS Klobuchar [3] и модель глобальных ионосферных карт GIM (Global Ionosphere Maps) в формате представления IONEX [4, 5]. Алгоритм расчета ионосферной задержки по модели Klobuchar представлен в [3]. Что касается модели GIM IONEX, то в работах [4, 5] приводятся лишь рекомендации по построению алгоритмов использования данных IONEX для расчета ионосферных коррекций. В работе [6] приводится один из вариантов реализации алгоритма расчета ионосферных коррекций путем интерполирования данных содержащихся в ионосферных картах по времени и пространству. Однако анализ результатов экспериментальных исследований показал, что описанным алгоритмам [3, 6] присущи недостатки, такие, как скачки и изломы, достигающие 10 см и более, в рассчитанных абсолютных ионосферных коррекциях (на трассах «спутники – приемник») и, соответственно, – в дифференциальных коррекциях одинарных и двойных разностей ГНСС-наблюдений [1, 7]. Поэтому получение гладких ионосферных коррекций, в которых были бы устранены скачки и изломы, для задач точного ГНСС-позиционирования является актуальной задачей. В частности, это принципиально важно при поиске и устранении фазовых скачков, а также при координатных определениях по данным фазовых наблюдений.

Цель работы – разработка предложений и выработка практических рекомендаций по аппроксимации ионосферных коррекций гладкими функциями.

### Исходные посылки и методика решения поставленной задачи

Формирование высокоточных коррекций ионосферной задержки является одной из проблемных и приоритетных задач позиционирования с использованием одночастотных ГНСС-приемников. Использование же ионосферных коррекций, содержащих дополнительные источники погрешностей в виде скачков и изломов, снижает надежность обнаружения, оценки и устранения циклических фазовых скачков, а также точность координатных определений [8]. Примеры выявленных скачков и изломов в расчетных ионосферных коррекциях по моделям Klobuchar (рис. 1, а) и GIM IONEX (рис. 1, б).

Аппроксимировать ионосферные коррекции гладкими функциями возможно путем применения кубических сплайнов, полиномов или других базисных функций. Как показали исследования, использование кубических сплайнов для аппроксимации ионосферных коррекций для различной длительности наблюдений приводит к дополнительным методическим медленноменяющимся погрешностям, поэтому выбор системы аппроксимирующих функций был сделан в пользу полиномов. Дальнейшие исследования показали, что в данной задаче использование линейно независимых и ортогональных полиномов приводит к одинаковым результатам. Поэтому аппроксимация ионосферной задержки выполнена с использованием линейно независимого полинома [9].

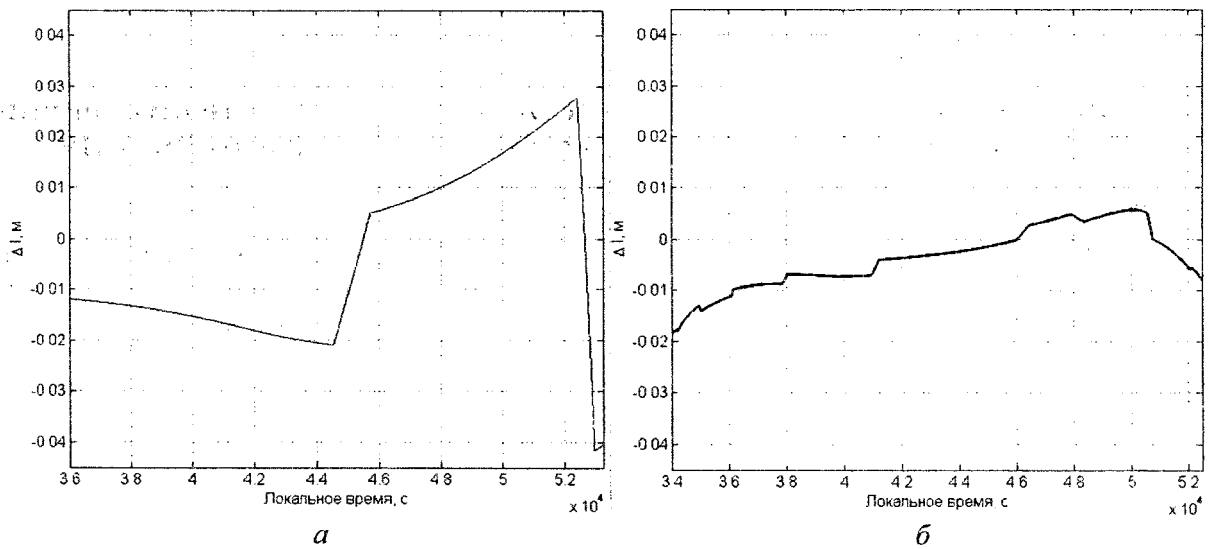


Рис. 1

Для решения задачи аппроксимации традиционно используется метод наименьших квадратов (МНК) [9]. Аппроксимация заключается в представлении ионосферных коррекций  $\hat{y}(t)$  функциональной зависимостью  $\Phi(\vec{a})$  с погрешностью аппроксимации  $\delta y(t)$ :

$$\hat{y}(t_i) = \Phi(\vec{a}) + \delta y(t_i), \quad (1)$$

$$\Phi(\vec{a}) = a_0 + a_1 t + \dots + a_k t^k = \sum_{j=0}^k a_j t^j, \quad (2)$$

где  $i = \overline{1, N}$ ,  $N$ - число эпох,  $k$  – порядок полинома,  $\Phi(\vec{a})$  – аппроксимирующая (сглаживающая) функция.

В матричной форме элементы выражения (1) представляются так:

$$\hat{\vec{y}} = \begin{Bmatrix} \hat{y}(t_1) \\ \hat{y}(t_2) \\ \vdots \\ \hat{y}(t_N) \end{Bmatrix}, \quad \vec{a} = \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_k \end{Bmatrix}, \quad \delta \vec{y} = \begin{Bmatrix} \delta y(t_1) \\ \delta y(t_2) \\ \vdots \\ \delta y(t_N) \end{Bmatrix},$$

где  $\hat{\vec{y}}$  – вектор ионосферных коррекций,  $\vec{a}$  – вектор МНК-оценок искоемых коэффициентов,  $\delta \vec{y}$  – вектор остаточных погрешностей аппроксимации.

МНК-оценки элементов вектора  $\vec{a}$  находят в виде

$$\hat{\vec{a}} = [A^T W A]^{-1} A^T W \hat{\vec{y}}, \quad A = \left\| \frac{\partial \Phi(\vec{a})}{\partial \vec{a}} \right\|, \quad W = K_y^{-1}, \quad (3)$$

где  $A$  – матрица частных производных измеряемых параметров по определяемым параметрам (в данном случае это матрица Вандермонда),  $K_y$  – корреляционная матрица погрешностей элементов вектора  $\hat{\vec{y}}$  (в данном случае используем равноточные оценки элементов вектора  $\hat{\vec{y}}$ , т. е.  $K_y = \text{diag}\{1, 1, \dots, 1\}$ ,  $\dim K_y \rightarrow [N, N]$ ). Тогда  $W = E$  – единичная матрица.

Подставив оценки элементов вектора  $\hat{a}$  (3) в выражение (1), получим оценку аппроксимирующей (сглаживающей) функции  $\Phi(\hat{a})$ .

Известно (см., например, [9]), что остаточный уровень погрешностей аппроксимации  $\delta_u$  определяется порядком аппроксимирующей функции. Поэтому возникает задача оптимального выбора порядка сглаживающего полинома, который, с одной стороны, должен обеспечить гладкость аппроксимации (устранения скачков и изломов), с другой стороны, обеспечить приемлемый уровень остаточных погрешностей аппроксимации.

### **Методика выбора оптимального порядка полинома**

Погрешность аппроксимации ионосферных коррекций зависит от динамики их изменения и, соответственно, порядка (степени) аппроксимирующего полинома, а также от величины изломов и скачков. Методика выбора оптимального порядка полинома сводится к определению зависимости минимально необходимого порядка аппроксимирующего полинома от длительности интервала наблюдений и определению уровня остаточных погрешностей аппроксимации, который не изменяется при повышении порядка сглаживающей функции [9]. Кратко предложенная методика решения поставленной задачи сводится к следующему.

1. Определим (путем последовательных вычислений согласно формулам (1) – (3)) оптимальную степень аппроксимирующего полинома для наихудшего случая – для максимальных интервалов наблюдений, продолжительность которых для спутников GPS достигает шести часов. Затем для выбранной модели аппроксимации определим уровень остаточных погрешностей ионосферных коррекций (отклонений от сглаженных значений). В качестве критерия можно принять максимальное среднеквадратическое отклонение либо модуль максимального отклонения. Полученный уровень остаточных погрешностей примем в качестве порогового уровня при выборе порядка модели аппроксимирующего полинома для меньших интервалов наблюдений.

2. Для учета изменяющейся динамики ионосферных коррекций, которая зависит от условий радиовидимости спутников (угла места, азимута) и состояния ионосферы, разобьем шестичасовые интервалы наблюдений на равные по длительности участки. Для участков наблюдений с различной длительностью по аналогии с действиями п. 1 определим оптимальные степени полиномов с учетом сохранения максимального уровня остаточных погрешностей аппроксимации, который определен выше в п.1.

3. Проанализируем и выберем способ формирования гладких одинарных (для двух несенных приемников) разностей [1, 7] ионосферных коррекций. Это возможно либо с использованием уже сглаженных абсолютных ионосферных коррекций, либо путем обработки разностей исходных (не сглаженных) абсолютных ионосферных коррекций с одновременным определением оптимальной степени полинома для различных интервалов наблюдений по аналогии с п. 1, 2 методики.

4. Для формирования гладких двойных разностей (между приемниками и между спутниками [1, 7]) ионосферных коррекций, выполним анализ и выбор способа реализации по аналогии с п. 3 методики. При этом рассмотрим вариант использования гладких одинарных разностей и вариант сглаживания исходных (не сглаженных) двойных разностей ионосферных коррекций с определением оптимальной степени полинома для различных интервалов наблюдений по аналогии с п. 1, 2 методики.

Для реализации описанной методики был разработан соответствующий набор программных модулей на основе программного пакета MATLAB.

### **Результаты исследований**

Данные, необходимые для расчета ионосферных коррекций по моделям Klobuchar и IONEX, получены в процессе обработки «сырых» наблюдений с использованием программно-алгоритмического комплекса «ОСТАВА\_PPA» (отечественная совместная разра-

ботка специалистов ГАО НИУ и ХНУРЭ). В частности, в ходе обработки получены: координаты приемников, углы места и азимуты спутников, параметры модели Klobuchar [3]. Для расчета ионосферных коррекций по данным модели GIM IONEX, использован алгоритм [6]. «Сырые» наблюдения получены от нескольких станций английской («AMER», «BREC», «BARK») и украинской («GLSV», «PRYL», «SMLA») сети перманентных референционных ГНСС-станций. Данные наблюдений получены на двух смежных сутках: 182-е и 183-е GPS – сутки 2007 г. (английская сеть) и 345-е и 346-е GPS – сутки 2008 г. (украинская сеть).

В соответствии с методикой, описанной выше (п. 1), определим оптимальный порядок аппроксимации абсолютных ионосферных коррекций, рассчитанных для максимальных интервалов наблюдений. Пример остаточных погрешностей аппроксимации абсолютных ионосферной коррекции с использованием полиномов различной степени представлен на рис. 2.

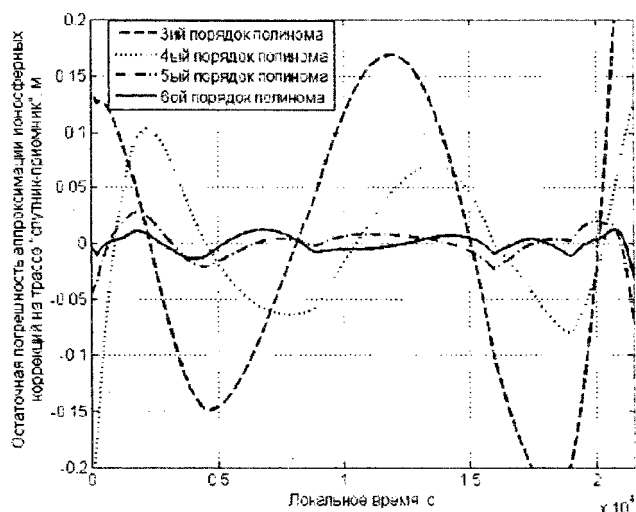


Рис. 2

Из анализа результатов расчетов для различных станций и суток следует, что абсолютные ионосферные коррекции, рассчитанные для шестичасовых интервалов наблюдений, могут быть аппроксимированы полиномом пятого порядка с остаточной погрешностью аппроксимации 10 – 20 см, что гораздо ниже среднеквадратического отклонения (СКО) данных ионосферных карт GIM IONEX [4, 5].

В результате выполнения п. 2 описанной выше методики определены оптимальные степени полиномов, аппроксимирующих абсолютные ионосферные коррекции, для различных интервалов наблюдений (см. табл. 1).

Таблица 1

Степень полинома	Интервал аппроксимации, с
Первая	до 3000
Вторая	от 3000 до 9000
Третья	от 9000 до 14000
Четвертая	от 14000 до 17000
Пятая	от 17000

В соответствии с п. 3 методики для разных спутников и станций были сформированы гладкие одинарные разности ионосферных коррекций. Исследования показали, что использование гладких абсолютных ионосферных задержек приводит к дополнительным медленноменяющимся погрешностям в одинарных разностях, примеры которых представлены на рис. 3. Ввиду этого, было принято решение о реализации альтернативного подхода, при котором необходимо осуществлять аппроксимацию разностей исходных (не сглаженных) абсолютных ионосферных коррекций. Как показали расчеты, в этом случае остаточные погреш-

ности аппроксимации находились в пределах 1 – 3 см. При этом четвертая степень сглаживающего полинома была достаточной.

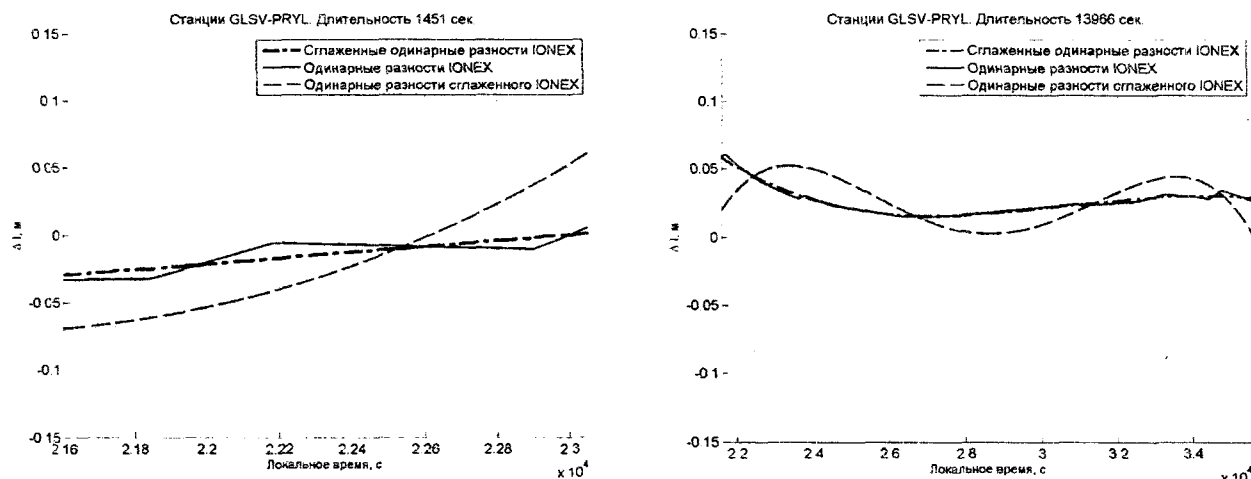


Рис. 3

Результаты применения п. 2 описанной методики для обработки множества одинарных разностей ионосферных коррекций дали возможность и в этом случае определить оптимальные степени аппроксимирующих полиномов для различных интервалов наблюдений (табл. 2).

Таблица 2

Степень полинома	Интервал аппроксимации, с
Первая	до 2000
Вторая	от 2000 до 3000
Третья	от 3000 до 16000
Четвертая	от 16000

Что касается формирования гладких двойных разностей (п. 4 методики), то исследования показали, что для их формирования вполне возможно использование гладких одинарных разностей. При этом остаточная погрешность аппроксимации двойных разностей ионосферной задержки также не превышает 1 – 3 см.

### Выводы

1. Рассмотрена задача аппроксимации ионосферных коррекций, рассчитанных по моделям Клюбичар и GIM IONEX, с использованием степенных полиномиальных зависимостей. Такое представление позволяет исключить изломы и скачки, возникающие при использовании известных алгоритмов и рекомендаций по моделированию регулярной составляющей ионосферной задержки.

2. В ходе исследований предложена методика и выработаны рекомендации по выбору порядка модели аппроксимирующего ионосферные коррекции полинома в зависимости от длительности участков наблюдений и режима координатных определений – абсолютного и дифференциального ГНСС-позиционирования.

3. Предложенные рекомендации позволяют обеспечить приемлемый уровень остаточных погрешностей аппроксимации абсолютных и дифференциальных ионосферных коррекций. Погрешности аппроксимации абсолютных ионосферных коррекций не превышают 10 – 20 см, а дифференциальных коррекций – 1 – 3 см.

**Список литературы:** 1. *Глобальна система визначення місцеположення (GPS). Теорія та практика* / Б. Гофманн-Веллінгоф, Г. Ліхтенеггер, Д. Коллінз; пер. з англ. 3-го вид. за ред. Я. С. Яцківа. – Київ : Наук. думка, 1996. – 380 с. 2 *An overview of GPS inter-frequency carrier phase combinations.* J. Paul Collins, October 1999, <http://gauss.gge.unb.ca/papers.pdf/L1L2combinations.collins.pdf>. 3. ICD-GPS-200, Revision C [www.navcen.uscg.gov/pubs/gps/icd200/ICD200Cw1234.pdf](http://www.navcen.uscg.gov/pubs/gps/icd200/ICD200Cw1234.pdf), 4. «IONEX: The IONosphere maps EXchange format Version 1» Stefan Schaer, Werner Gurtner <http://igsceb.jpl.nasa.gov/igsceb/data/format/ionex1.pdf>. 5. «Use of Global Ionospheric Maps for Precise Point Positioning» R.J. Wienia <http://repository.tudelft.nl/view/ir/uuid:dec284ff-7f52-4ad3-bfc0-28b4b1851bcd/>. 6. Желанов О.О. Развитие метода та алгоритмів обробки фазових спостережень глобальних навігаційних супутникових систем в задачах високоточного кінематичного позиціонування : дис...канд..техн. наук. 28.02.2011 / Желанов Олександрович. – К., 2011. – 157 с., 7. An overview of GPS inter-frequency carrier phase combinations. J. Paul Collins, October 1999, <http://gauss.gge.unb.ca/papers.pdf/L1L2combinations.collins.pdf>. 8. Жалило А.А. Обнаружение и устранение фазовых циклических скачков одночастотных и двухчастотных GPS/GNSS наблюдений – новые универсальный метод и алгоритмы // Труды XIV-й Санкт-Петербург. междунар. конф. по интегрированным навигационным системам. – Санкт-Петербург, Россия, 28-30 мая 2007 г. – С. 293-302. 9. Жданюк Б.Ф. Основы статистической обработки траекторных измерений. – М.: Сов. радио, 1978. – 384 с.

*Харьковский национальный  
университет радиозлектроники*

*Поступила в редколлегию 25.02.2011*