

ДОСЛІДЖЕННЯ КВАНТОВОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ ФУР'Є

Степура О. В.

e-mail: oleksandra.stepuro@nure.ua

Науковий керівник – ст. викладач Чумак В. С.

Харківський національний університет радіоелектроніки, каф. МТС,
м. Харків, Україна

This paper examines the mathematical definition of the Quantum Fourier Transform (QFT), its unitary properties, and the main algorithms utilizing this transformation, including Shor's algorithm and quantum phase estimation. Practical aspects of QFT implementation on quantum computers are also analyzed, addressing challenges related to decoherence and gate errors.

КПФ відіграє центральну роль у багатьох квантових алгоритмах, зокрема в алгоритмі Шора для факторизації великих чисел та квантовій оцінці фази. Ці алгоритми демонструють експоненційне прискорення порівняно з класичними методами, що робить КПФ фундаментальним компонентом квантових обчислень. У контексті стрімкого розвитку квантових технологій дослідження та оптимізація КПФ стають дедалі важливішими, адже саме вони розширюють можливості квантових комп'ютерів для вирішення складних задач у фізиці, хімії, криптографії та інших науках [1]. Якщо у класичному ДПФ сигнал розкладається на суму синусоїдальних компонентів, то в КПФ квантовий стан перетворюється в суперпозицію станів, що відповідають різним частотам. Це дозволяє ефективно аналізувати частотні характеристики квантових систем. Важливою особливістю КПФ є його унітарність, яка гарантує збереження норми квантового стану. КПФ визначається як унітарне перетворення:

$$\text{QFT } |x\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} = \sum_{k=0}^{N-1} e^{2\pi i x k / N} |k\rangle$$

У матричній формі оператор КПФ для 2-кубітної системи виглядає:

$$U_{\text{QFT}} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & i & -1 & -i \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -i & -1 & i \end{bmatrix}$$

Ключове значення КПФ для квантових обчислень проявляється в його застосуваннях. Один із найвідоміших алгоритмів, що використовує КПФ, – це алгоритм Шора для факторизації великих чисел. Його ефективність ґрунтується на здатності КПФ аналізувати періодичність функцій, що є центральною проблемою у факторизації. Завдяки цьому алгоритм Шора переверщує всі відомі класичні підходи до розкладу чисел на множники. Інший важливий алгоритм – квантова оцінка фази, яка дозволяє знаходити власні значення унітарних операторів. Цей метод використовується,

наприклад, у квантовому моделюванні, де необхідно аналізувати властивості квантових систем.

Проте реалізація КПФ у реальних квантових системах стикається з низкою технічних викликів. Однією з основних проблем є декогеренція – втрата когерентності квантових станів через взаємодію з навколишнім середовищем. Це призводить до помилок у виконанні КПФ, що знижує точність алгоритмів. Додаткові труднощі виникають через неточність квантових гейтів та обмежену кількість кубітів у сучасних квантових пристроях. Для подолання цих перешкод розробляються методи квантової корекції помилок та оптимізації квантових схем. Розв'язання цих проблем включає корекцію помилок (код стабілізатора, алгоритми виправлення шумів) та оптимізацію квантових схем.

Одна з найперспективніших сфер застосування КПФ – квантове моделювання, яке дозволяє ефективно аналізувати складні фізичні процеси, такі як хімічні реакції чи квантові ефекти в матеріалах. Це відкриває нові можливості для фармацевтики, нанотехнологій та фундаментальних наукових досліджень. Іншим важливим напрямком є квантові сенсори, що здатні детектувати мінімальні зміни в магнітних полях, температурі або інших фізичних параметрах, що робить їх корисними у медицині та інженерії [2]. Ще одна галузь, де КПФ може зіграти вирішальну роль, – квантовий зв'язок. Використання КПФ для обробки квантових сигналів дозволяє покращити ефективність квантових мереж, що є основою для майбутніх систем захищеного зв'язку та квантової криптографії. У сучасних дослідженнях активно розглядається оптимізація КПФ для реальних квантових пристроїв, зокрема розробка нових методів мінімізації впливу декогеренції та помилок гейтів [3].

Таким чином, квантове перетворення Фур'є є не лише потужним математичним інструментом, а й одним із ключових елементів квантових обчислень. Його використання в алгоритмах Шора, квантовій оцінці фази та квантовому моделюванні підтверджує його значення для майбутніх технологій. Попри наявні технічні труднощі, КПФ відкриває нові можливості в науці та інженерії, і його потенціал ще далеко не вичерпаний.

Список використаних джерел:

1. Учасники проєктів Вікімедіа. Алгоритм Шора. Вікіпедія. URL: https://uk.wikipedia.org/wiki/Алгоритм_Шора (дата звернення: 15.02.2025).
2. Корж Р. Квантові підходи до моделювання та аналізу інноваційних процесів: перспективи та виклики. Scientific journal "Modeling the development of the economic systems". (дата звернення: 16.02.2025).
3. Учасники проєктів Вікімедіа. Квантова технологія. Вікіпедія. URL: https://uk.wikipedia.org/wiki/Квантова_технологія (дата звернення: 17.02.2025).