УДК 519.7

Г. Г. ЧЕТВЕРИКОВ, А. И. ЧУГУН, канд. техн. наук, *Т. В. КИРИЛЕНКО*

ОСОБЕННОСТИ ПРОГРАММНОЙ РЕАЛИЗАЦИИ МЕТОДОВ И АЛГОРИТМОВ МИНИМИЗАЦИИ ПЕРЕКЛЮЧАТЕЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ АЛГЕБРЫ КОНЕЧНЫХ ПРЕДИКАТОВ

В работах [1—3] изложены некоторые алгоритмы нахождения минимальных форм представления переключательных функций алгебры конечных предикатов (АКП). Отмечена их главная особенность и отличие от алгоритмов минимизации функций булевой алгебры и многозначной логики. Заметим, что функции АКП характеризуются большей и неоднородной значностью переменных, составляющих логическое произведение ДНФ функции или логическую сумму ее КНФ. Средствами АКП данный факт учитывается законами истинности для каждой переменной исходной функции, которые совместно с системой логических уравнений образуют математическую модель исследуемого объекта (языка и его фрагментов).

В качестве первого программного средства рассмотрим программную реализацию распространения алгоритма Мак-Класки на случай алгебры конечных предикатов. Как отмечено в [1], простое увеличение значения параметра $p>2$ (основание системы счисления) учитывает лишь количественную сторону процесса распространения классического алгоритма Мак-Класки на случай АКП. Качественной характеристикой такого процесса может служить возможность обеспечения и учета для каждой переменной конституенты своей, в общем случае отличной от других, значности. Машинный эксперимент для данной программы состоял в варьировании параметров минимизируемой функции: m — ранга конституенты, p — значности переменных и N — числа конституент в исходной формуле. Для оценки эффективности работы программы использовалось среднестатистическое время минимизации случайных функций АКП (ФАКП). Задание значений параметров m, p и N производилось с помощью соответствующих операторов головной программы. Формирование очередной ФАКП осуществлялось датчиком псевдослучайных чисел (подпрограмма RANDOM). Подпрограммой RANDOM случайным образом генерировалась исходная функция. Вероятность появления констант в любом месте единичного набора функции принималась одинаковой.

В ходе машинного эксперимента было исследовано свыше ста функций АКП. При этом значение параметра m не превышало значения 10 для однородного случая и значения 12 — для неоднородного. Параметр p изменялся от двух до шести (однородный случай) и от двух до восьми (неоднородный случай). Число конституент в исходной формуле изменялось в обоих случаях от 16 до 900. Верхнее значение для всех параметров обусловлено следующими соображениями: при любом сочетании трех рассматриваемых параметров значение параметра T не должно превышать 90′. Здесь символом T обозначено время работы программы.

Результаты вычислений для однородного и неоднородного значения параметра $p\geqslant 2$ на ЭВМ ЕС-1022 приведены, соответственно, в табл. 1 и 2. Поясним некоторые записи табл. 2. Так, в строке, характеризующей значность переменных СДНФ функции, запись вида $p_1(j)p_2p_3(d)$ следует понимать следующим образом. Первые j переменных очередного набора конституент функции имеют значность p_1, $(j+1)$-я переменная — значность p_2, остальные d переменные — значность p_3. Другими словами, цифра в круглых скобках такой записи означает кратность повторения значности, указанной перед круглыми скобками.

Таблица 1

p	m	N	T	T	N	m	p
	4	16	$<1'$	$<1'$	75	3	
	7	128	$<1'$	$2'$	400	3	
	8	256	$<2'$	$1,5'$	75	4	
	9	512	$8'$	$2,5'$	200	4	
2	10	100	$1'$	$6'$	400	4	
	10	400	$2'$	$11'$	600	4	
	10	600	$5'$	$2,5'$	75	5	3
	10	900	$10'$	$8,5'$	200	5	
	3	200	$4,5'$	$19,5'$	400	5	
	3	400	$9,5'$	$16,5'$	200	6	
	4	75	$3,5'$	$24'$	600	6	
	4	200	$10'$	$28'$	200	8	
	4	400	$14,5'$	$2,5'$	75	3	
4	4	600	$32'$	$6'$	200	3	
	5	75	$4,5'$	$12'$	400	3	
	5	200	$14'$	$6,5'$	75	4	
	5	400	$18,5'$	$16,5'$	200	4	
	6	200	$28'$	$20'$	400	4	5
	6	400	$38'$	$34'$	600	4	
	8	200	$56'$	$8,5'$	75	5	
	3	100	$16'$	$24,5'$	200	5	
6	3	200	$22'$	$32'$	200	6	
	4	200	$44'$	$46,5'$	400	6	

Так как $d=m-j-1$, то допустимо упрощение рассмотренной записи в виде $p_1(j)p_2p_3$ ($m=\text{const}$).

Полученные таблицы указывают на разумные рамки применения данной программы при решении практических задач. Из таблиц видно, что успешное завершение работы программы зависит от числа переменных, на которых задана исходная функция, ее значности, а также от общего числа элементов массива конституент. При этом размер выделенной памяти в словах не должен превышать произведения $mN<Q$, где $Q=512$ Кбайт для ЕС-1022. Анализ табл. 1 показывает малоэффективность программы для переключательных функций АКП с однородной значностью $p\geqslant6$. Более эффективным оказывается применение программы для ФАКП с неоднородной «пониженной» значностью (табл. 2). Понятие «пониженности» предполагает выполнение следующего ограничения для произвольной конституенты ФАКП: не менее половины переменных имеют значность, равную двум или трем. Последнее ограничение является существенным и отвечает подавляющему числу задач минимизации ФАКП, описывающих наиболее простые лингвистические отношения [1].

При большем числе переменных и их значности более конкурентноспособной является программа минимизации переключательных ФАКП методом существенных переменных. В ее основу положен

Таблица 2

N	75	100	200	300	400	500	600	700	800	900	900
m	4	3	4	4	4	5	5	6	8	8	10
p	2(3)3	234	2346	2446	2337	22346	2(3)46	2(4)34	2(6)34	2(6)34	2(8)33
T	1′	1′	9′	12′	17′	24,5′	26′	16′	18′	25′	26,5′
m	4	3	4	5	5	5	5	6	8	8	10
p	2233	345	2348	2(3)46	2(3)46	23(4)6	22346	2(4)46	2(6)46	2(6)46	2(8)34
T	1′	3,5′	11′	11,5′	15,5′	22,5′	28′	18′	23′	27′	28,5′
m	4	3	4	5	5	7	6	7	9	9	12
p	23(3)	456	3344	22346	22346	2(4)3(2)4	2(5)	2(6)8	2(8)6	2(8)4	2(10)34
T	1′	6,5′	6′	12,5′	17,5′	15,5′	14,5′	21′	22,5′	24′	32′
m	5	3	4	6	7	7	7	8	10	10	12
p	2(4)3	567	3355	2(4)46	2(4)3(3)4	2(4)3(3)4	2(5)38	2(6)38	2(9)6	2(9)4	2(8)3(3)4
T	2′	14,5′	9′	14′	16′	18,5′	19,5′	27′	24′	26′	48,5′

алгоритм, изложенный в [2]. Программа реализует алгоритм стохастического характера и находит ДНФ функции, близкие к минимальным по количеству букв в формуле. Данный вариант программы требует небольших ресурсов памяти. К числу ограничений следует отнести следующие: число переменных не более 30, число наборов значений аргументов, обращающих функцию в единицу (нуль), не более 30. Количество элементов предметной области, на которой определены аргументы предиката, не более 10. Однако отметим, что данные ограничения могут быть заметно ослаблены, ценой незначительных переделок программы.

Приведем оценку временной сложности данного алгоритма. Напомним, что реализация алгоритма предполагает выполнение следующих основных этапов:

1) составление таблиц различий для каждого значения узнавания минимизируемой ФАКП;

2) построение импликант по данным таблицам, т. е. получение сокращенной ДНФ;

3) нахождение минимальной ДНФ исходной функции по импликантной матрице.

Особенностью алгоритма является использование процедуры поиска минимального покрытия на втором и третьем этапах алгоритма. Обозначим время поиска покрытия через $Q(u, v)$, где u — мощность покрываемого множества; v — число покрывающих подмножеств. Пусть N_1 — число единичных, а N_0 — число нулевых наборов исходной функции; m — число ее переменных. Время выполнения этапов минимизации можно оценить следующим образом:

$$T_1 = k_1 m N_1 N_0;$$
$$T_2 = k_2 N_1 Q(N_1 m); \qquad (1)$$
$$T_3 = k_3 Q(N_1,\ k_4 N_1),$$

где $k_4 N_1$ — количество импликант, полученных на втором этапе; T_i — время выполнения i-го этапа; k_j — постоянные коэффициенты, зависящие от конструкции программы.

Применим простой алгоритм поиска квазиоптимального покрытия с оценкой временной сложности в виде

$$Q(u,\ v) = cuv.$$

При этом учтем, что общее время T работы алгоритма минимизации является суммарной величиной продолжительности последовательно выполняемых этапов. Окончательно получим

$$T = k_1 m N_1 N_0 + k_2 N_1 c N_1 m + k_3 c N_1 k_4 N_1 = k_1 m N_0 N_1 + k_5 N_1^2. \qquad (2)$$

Здесь $k_5 = ck_2 + ck_3 k_4$.

Выражение (2) задает оценку временной сложности алгоритма минимизации ФАКП методом существенных переменных для двоичного случая. При $p > 2$ полученная оценка также буде носить полиномиальный характер. Степень полинома будет кратна значности минимизируемой ФАКП.

Сравним первое программное средство с известными программными реализациями распространения алгоритма Мак-Класки на многозначный случай. Так, сравнение с программной реализацией, предложенной в [4], показало, что наш вариант в количественном отношении при тех же ограничениях на память имеет меньшую оценку временной сложности программы. Это выражается в том, что для одинаковых значений параметров m, p и N значение параметра T для нашего случая в среднем меньше на 1. Последний факт позволяет утверждать о том, что эффективность нашей программной реализации алгоритма Мак-Класки на многозначный случай выше на 5—10 %. Качественное сравнение говорит само за себя: ни в какой из известных публикаций, например [5—7], вопрос о неоднородной значности параметра p не рассматривался.

Для второй программы аналоги не обнаружены. Однако время счета ее на ЭВМ ЕС-1022, согласно приведенным оценкам, вполне приемлемо для решения широкого класса практических задач, например [8].

Список литературы: 1. *Распространение* алгоритма Мак-Класки на случай алгебры конечных предикатов/Ю. П. Шабанов-Кушнаренко, М. Ф. Бондаренко, Н. К. Свинарь, Г. Г. Четвериков.— М.: ГосФАП СССР, 1983, № П006556. 2. *Бондаренко М. Ф., Бондарев В. М., Четвериков Г. Г.* Программа минимизации функций алгебры конечных предикатов методом существенных переменных.— М.: ГосФАП СССР. 1983, № П006559. 3. *Бондарев В. М., Кириленко Т. В., Четвериков Г. Г.* Минимизация совокупности конечных предикатов. — В кн.: Многозначные элементы, машины и системы. Львов, 1984, с. 34—35. 4. *Татуревич И. И., Бобало С. И.* Некоторые вопросы минимизации многозначных логических функций на ЭВМ.— В кн.: Многозначные аппаратуры. К., 1976, с. 31—42. 5. *Кметь А. Б., Раков М. А.* К минимизации представлений переключательных функций в одном классе многозначных алгебр. — В кн.: Многозначные элементы и структуры. К., 1975, с. 10—19. 6. *Eugenio Morreale.* Pertitioned List Algorithms for Prime Implicent Determination from Canonical Forms.— IEEE Trens. Electron. Comp., 1967, **EC-16**, N 5, p. 11—24. 7. *Денуэт М.* Распространение алгоритма Квайна — Мак-Класки на элементы с рядом различных состояний.— В кн.: Дискретные самонастраивающиеся системы. М., 1971, с. 11—17. 8. *Четвериков Г. Г.* Пакет прикладных программ минимизации.— Х.: Б. и., 1983.— 4 с.— (Информ. листок / Харьк. центр науч.-техн. информации: № 83—003).

Поступила в редколлегию 24.04.84.