

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Вступление

Исследование и управление режимами излучения лазера остается актуальной задачей с момента его создания [1]. Теоретически и на практике была показана возможность хаотизации режимов излучения как многомодовых [2], так и одномодовых [3] лазеров, что оказывает влияние на значения и стабильность параметров лазерного излучения.

Выделяют два направления исследований хаоса в лазерах. Первое направлено на борьбу с хаотичными режимами. Хаотизация ведет к ухудшению стабильности излучения, что неприемлемо для лазеров, применяемых в измерительных, медицинских и информационных технологиях [4]. Второе охватывает задачи генерации и управления хаотическими режимами излучения для использования в информационных системах [5]. Информация в таких системах передается в виде двойного сообщения, спрятанного в хаотическом оптическом носителе [6]. В этой связи представляет интерес возможность генерации лазерных импульсов с управляемым уровнем стабильности частоты излучения, частоты следования, амплитуды, частоты несущей и т.д. Для этого исследуются механизмы разрушения режима синхронизации мод, и другие процессы, приводящие к хаотизации [2].

Успех описанных исследований зависит от корректности моделей измерений. Методики измерений параметров лазерного излучения и анализа их результатов регламентируется стандартами ([7, 8] и др.) и базируются на классической теории измерений с постулатами о единственности истинного значения, эргодичности и выполнении центральной предельной теоремы.

С точки зрения теорий исследования сложных систем, лазер представляет собой нелинейную динамическую систему с функцией самоорганизации (НДС), а параметры излучения являются динамическими переменными (ДП). В работах [9, 10] и др. было показано, что в случае НДС, гипотезы классической теории измерения не подтверждаются. С целью обеспечения исследований и управления НДС разрабатывается специальная теория измерений (нелинейная метрология) [11]. Ее применение для измерения параметров лазерного излучения в стационарном и хаотическом режимах способствует решению как задачи борьбы с хаосом, так получения и использования хаотического излучения.

Цель работы – создание теоретической модели измерения параметров излучения лазера, как нелинейной динамической системы.

Хаос в лазерах

Хаотическая динамика является неотъемлемым свойством широкого класса систем, демонстрирующим их переход в состояния, в которых обнаруживаются как детерминированное поведение, так и непредсказуемость. В природе существует огромное количество примеров хаотической динамики: турбулентность в жидкости, газе и плазме, хаос в биологических и химических системах, электронных приборах и лазерах.

Если модель лазера не учитывает квантовые эффекты, считается, что значения его параметров через некоторое время принимают стационарные значения, которые остаются неизменными в течение длительного промежутка времени. То есть лазер демонстрирует детерминированную динамику [12]. Однако даже описание при помощи детерминированных уравнений допускает квазипериодическую и хаотическую динамику [13].

В лазерной модели Хакенена – Лоренца присутствует математическая аналогия между одномодовым лазером и моделью Лоренца, описывающей турбулентность конвекционных потоков в атмосфере. Г. Хакенен описал лазер системой уравнений вида [1]:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \chi\right) \hat{E} &= \chi \hat{P}, \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + \gamma\right) \hat{P} &= \gamma \hat{E} \hat{D}, \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + \gamma_{\Pi}\right) \hat{D} &= \gamma_{\Pi}(\Lambda + 1) - \gamma_{\Pi} \Lambda \hat{E} \hat{P}. \end{aligned} \quad (1)$$

где \hat{E} , \hat{P} , \hat{D} – нормированные на соответствующие стационарные решения, напряженность электрического поля, поляризация и плотность инверсии соответственно; χ – константа затухания резонатора; γ_{Π} – константа продольной релаксации; Λ – нормированный параметр накачки; γ – атомная ширина линии.

Линейный анализ системы уравнений (1) показывает, что при $\Lambda < 0$ лазерная генерация отсутствует; при $\Lambda \geq 0$ устанавливается лазерная генерация с устойчивыми, не зависящими от времени значениями \hat{E} , \hat{P} , \hat{D} ; при

$$\chi > (\gamma + \gamma_{\Pi}) \quad (2)$$

и при

$$\Lambda > (\gamma + \gamma_{\Pi} + \chi)(\gamma + \chi) / \gamma(\chi - \gamma - \gamma_{\Pi}) \quad (3)$$

возникает неустойчивость, которая приводит к нерегулярной динамике ДП.

Неравенство (2) говорит о том, что скорость затухания поля в резонаторе должна превышать атомные затухания (высокие потери). Неравенство (3) устанавливает нижнюю границу уровня накачки (высокая мощность накачки). То есть неустойчивая динамика в одномодовом лазере возможна в случае низкой добротности резонатора.

Практические исследования показали возможность возникновения хаотических режимов и при низкой мощности накачки, но при модуляционном эффекте, например: при временной модуляции потерь резонатора, при временной модуляции инверсии или при инжекции модулированного когерентного электромагнитного поля. К развитию хаоса может привести и удвоение периода генерируемого излучения [1]. В работе [14] описан эксперимент по получению хаоса вследствие удвоения периода в одномодовом кольцевом NH_3 -лазере с высоким коэффициентом усиления.

Приведенные примеры касаются запланированного получения хаотических режимов. На практике хаос возникает и вследствие несовершенства конструкций лазеров, внешних воздействий и конкуренции мод. Наиболее часто сталкиваются с такими явлениями в многомодовых лазерах. В работе [2] описан аномальный сценарий возникновения хаоса в многомодовых лазерных диодах. Было показано, что с ростом тока инжекции, вследствие конкуренции мод (первоначально больше 10) происходит частичное подавление слабых мод. При достижении определенного уровня превышения усиления над потерями реализуется режим возбуждения четырех мод, характеризующийся появлением динамического хаоса, который выражается в нерегулярных амплитудных пульсациях мод, уширении спектра и снижении когерентности.

В работе [15] проведено исследование лазера на свободных электронах с фотонным кристаллом. Было показано, что такой лазер является хаотической НДС, хаотичность которого проявляется в сильной чувствительности параметров от начальных условий и флуктуации.

Таким образом, поиск управляющих параметров (факторов, влияющих на получение хаотического режима), измерение параметров лазерного излучения в стационарном и хаотическом режимах необходимо как для обеспечения высокой стабильности излучения, так и для получения и управления хаотической динамикой. Для обеспечения корректных измере-

ний в подобных исследованиях необходимо создать специальную модель, включающую схему измерительного эксперимента и процедуры обработки данных. Физико-математический базис модели должен соответствовать физике процессов в лазере и соответствовать стационарному и хаотическому режимам

Схема эксперимента

В качестве объекта исследований рассмотрим импульсный лазер и такие параметры излучения (ДП) $X(t)$: энергию в импульсе, длительность и частоту следования импульсов, стабильность значений, и спектральные характеристики излучения [7, 8].

Схема эксперимента приведена на рисунке, где 1 – система инъекции, 2 – лазер, 3, 4, 7 – делительные пластинки, 5 – измеритель энергии импульсов, 6 – спектр-анализатор, 8 – блок измерения длительности импульсов, 9 – блок измерения частоты следования импульсов, 10 – система управления, синхронизации и записи результатов измерений.

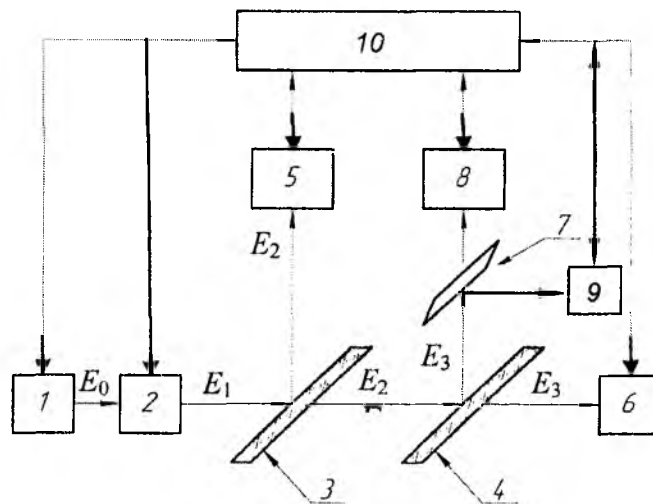


Схема эксперимента

Эксперимент выполняется следующим образом. Излучение лазера 2, пройдя светоделительные пластинки 3, 4, 7, направляется на вход приборов 5, 6, 8, 9. Считаем, что пластинки делят энергию импульса в соотношении 50/50. Система 10 управляет накачкой лазера 1, а также синхронно, в заданные моменты времени, фиксирует результаты измерений: энергии инъекции E_0 (X_0); энергии импульса $E_1 = 2E_2$ (X_1); длительности τ (X_2) и частоты следования импульсов f (X_3); частоты излучения ν (X_4); ширины спектральной линии излучения $\Delta\nu$ (X_5); время t_i проведения i -го измерения. ДП $X_1 - X_5$ формируют вектор состояния НДС $\vec{X}(X_i)$, $i = 1, \dots, 5$. Из числа ДП исключена энергия накачки X_0 , как управляющий параметр. Анализ полученных данных позволяет определить степень монохроматичности излучения $\Delta\nu/\nu$ и стабильность ДП.

Цель эксперимента – измерение параметров излучения лазера, исследование режимов работы, возможности и условий перехода в хаотический режим. При этом измеряются интервалы значений ДП в стационарном и хаотическом режимах, классифицируется динамика и определяется время прогноза значений ДП.

В качестве управляющего параметра лазера 2 рассматривается энергия инъекции X_0 (3), подаваемая системой 1. Когда ее значение равно заданной величине $X_0 = X_0^{norm}$ лазер обеспечивает устойчивую динамику характеристик излучения, которую можно представить как $X_i \in [X_{i,min}^{norm}; X_{i,max}^{norm}]$. Если $X_0 \neq X_0^{norm}$ $X_i \notin [X_{i,min}^{norm}; X_{i,max}^{norm}]$, возможна смена характера динамики и переход в хаотический режим [2]. После возврата управляющего параметра к значению

$X_0 = X_0^{norm}$ лазер возвращается в стационарное состояние. Такой возврат свойственен НДС с функцией самоорганизации [16]. Для классификации динамики используется метод фрактальных шкал [9].

Классический подход к измерениям

Методики измерений параметров лазера и оценки результатов измерений отображены в стандартах ([7, 8] и др.). Измеряемые величины X оцениваются при помощи: среднего значения результатов измерений \bar{x} , стандартного отклонения s , стабильности Δx и расширенной относительной неопределенности u :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (4)$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad (5)$$

$$\Delta x = \pm \frac{2s}{\bar{x}}, \quad (6)$$

$$u = \sqrt{\Delta x^2 + u_k^2}, \quad (7)$$

где u_k – расширенная относительная неопределенность коэффициента охвата [7].

Результат измерения Y величины X представляется в виде:

$$Y = y \pm u, \text{ при } p = a, \quad (8)$$

где y – оценка измерения X , p – уровень доверия, a – заданное значение уровня доверия. В ряде случаев оценка измерения выражается как $y = \bar{x}$

Выражения (4) – (8) справедливы в рамках классического подхода к измерениям и оправданы в случае подтверждения гипотез о единственности значения измеряемой величины, эргодичности и выполнении центральной предельной теоремы. Эти условия соответствуют стационарному устойчивому состоянию лазера. При этом параметры излучения не рассматриваются как ДП, но допускаются их флуктуации, что отображает стабильность параметров Δx (6). В случае неустойчивого состояния, при хаотической динамике, приведенные выражения представляют результат измерения как таковой, что имеет высокую неопределенность, вследствие роста значений стандартного отклонения s (5) и стабильности Δx (6). Также в (4) – (8) не рассматриваются возможные кооперативные эффекты и корреляция ДП. Для оценки результатов измерений параметров лазера в неустойчивом состоянии и классификации его сложной динамики должны быть использованы специальные, систематические подходы и математические инструменты [11].

Анализ и представление результатов исследования

При планировании эксперимента по измерению параметров лазера необходимо определить количество измерений, которое позволило бы охватить все возможные значения ДП и сформировать фазовый портрет НДС. Для диссипативных НДС фазовый портрет представляет собой аттрактор. В случае хаотической динамики это странный аттрактор [17]. Минимальное количество измерительных экспериментов m_{min} оценивается как:

$$m_{min} \geq 10^{2+0,4D}, \quad (9)$$

где D – фрактальная размерность [11].

Количество экспериментов можно оценить сверху, приняв D равной размерности вектора состояния НДС, т.е. равной числу n измеряемых ДП. Согласно условиям эксперимента (рисунок) $n=5$, следовательно $m_{\min} \geq 10^4$.

Результат измерения X_i , в отличие от классического представления (8), для диссипативных НДС представляется интервалом вида

$$Y_i = [y_i^{\min} \pm u_i^{\min}; y_i^{\max} \pm u_i^{\max}], \text{ при } p = a, \quad (10)$$

где $y_i^{\min}, y_i^{\max}, u_i^{\min}, u_i^{\max}$ – минимальное и максимальное значения оценки результатов измерения и их неопределенности соответственно.

Измерения интервалов (10) выполняются как в стационарном, так и в хаотическом режиме. Совокупность результатов измерений значений ДП (10) формируют вектор состояния системы размерности $n=5$ $\vec{Y}(Y_1, \dots, Y_5)$. Совокупность всех состояний \vec{Y} формирует портрет измерения [11]. Для визуализации результатов измерения могут быть составлены трехмерные портреты, представляющие собой вариации компонент вектора состояния \vec{Y} .

Для классификации динамики ДП применяется фрактальный анализ временных рядов результатов измерения ДП $\{x_j\}, j=1, \dots, m$. Фрактальная размерность D определяется как

$$D = 2 - H. \quad (11)$$

где H – показатель Херста.

Показатель Херста H связан со средним квадратичным отклонением s (5) и размахом r функции приращения $x(j, m)$:

$$r = \max_{1 \leq j \leq m} x(j, m) - \min_{1 \leq j \leq m} x(j, m); \quad x(j, m) = \sum_{j=1}^m (x_j - \bar{x}_j) \quad (12)$$

выражением вида

$$H = \ln(r/s) / \ln(m/2) \quad (13)$$

С помощью (11) – (13) выполняется классификация динамики ДП. Заметим, что в отличие от выражения (9), где фрактальная размерность может принимать значения $D \leq 5$, фрактальная размерность временного ряда результата измерения одной ДП $1 \leq D \leq 2$ [11]. При $D=1$ процесс строго детерминирован и значения ДП может быть предсказано на протяжении длительного промежутка времени. При $D=2$ разброс значений очень велик и сделать вывод о динамике ДП невозможно. При $D=1,5$ процесс носит случайный характер. При $1 < D < 1,5$ и $1,5 < D < 2$ процесс немарковский, хаотичный, персистентный и антиперсистентный соответственно. В первом случае динамика ДП сохраняет свой тренд (детерминированный хаос) а во втором, меняется на противоположный (недетерминированный хаос).

Фрактальную размерность (11) можно связать с выражением для стабильности ДП (6) через среднее квадратичное отклонение s формулой вида

$$\Delta x = \pm \frac{2r}{\bar{x} (m/2)^{2-D}}. \quad (14)$$

Из выражения (14) следует вывод, что абсолютное значение стабильности ДП $|\Delta x|$ уменьшается с ростом фрактальной размерности D . При $D=1$ $|\Delta x|$ принимает минимальное значение и увеличивается с ростом значения D . Детерминированная динамика ДП ($D=1$) обеспечивает наилучшую стабильность параметра. Увеличение хаотизации приводит к ухудшению стабильности. Для случая, когда фрактальная размерность превышает значение,

характерное для случайного процесса $D=1,5$, стабильность стремится к своему минимальному значению, что объясняется антиперсистентностью процесса, локальной неустойчивостью и большим разбросом значений при $D \rightarrow 2$. Таким образом, фрактальная размерность может быть использована для оценки стабильности ДП в случае, когда лазер работает в стационарном и хаотическом режимах. Также выражение (14) может быть использовано для получения хаотических сигналов с заданной стабильностью.

Следующий вопрос, на который предстоит ответить, это вопрос временного горизонта прогноза значений ДП [17]. Особенность хаотических НДС состоит в том, что малое возмущение начальных условий, или малое изменение параметров самой системы, приводят к непредсказуемости результирующего движения за конечное время прогнозирования T_{for} :

$$T_{for}(\lambda) \approx \frac{1}{\lambda_{\max}} \log \frac{1}{\varepsilon}, \quad (15)$$

где λ_{\max} – максимальный показатель Ляпунова, ε – значение расхождения двух близких траекторий.

Заметим, что при исследовании и измерениях в НДС время прогнозирования T_{for} (15) может служить критерием дискретизации измерений. Результаты измерений могут считаться корректными при условии $\Delta t \leq T_{for}$, где Δt – интервал между измерениями.

Показатели Ляпунова характеризуют степень растяжения и сжатия фазового портрета вдоль выбранных фазовых траекторий. Если две близкие траектории $z_i(t)$ и $z_{i+1}(t)$ выбрать так, что $z_{i+1}(t) = z_i(t) + \xi(t)$, а $\xi(0) = \varepsilon$, $\varepsilon \rightarrow 0$, то функция

$$\Xi[\xi(0)] = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \ln [\xi(t) / \xi(0)]$$

принимает конечный ряд значений показателей Ляпунова $\{\lambda_k\}$ $k=1, 2, \dots, l$, из которого выбирается λ_{\max} [10]. При детерминированной динамике ($D=1$) $\varepsilon=0$ следовательно $\Xi[\xi(0)]=0$, время предсказания T_{for} (11) не ограничено. Детерминированный хаотический процесс ($1 < D < 1,5$) имеет хотя бы один положительный показатель Ляпунова, а значит время предсказания конечно. С увеличением степени хаотичности ($1,5 \leq D \leq 2$) этот показатель стремится к нулю. На практике значение времени прогнозирования часто считают по упрощенной формуле [18]

$$T_{for}(\lambda) \approx 1 / \lambda_{\max}. \quad (16)$$

Понятие «время прогнозирования» важно для прогнозирования значений ДП НДС. Выражение (16) вместе с выражением стабильности ДП (14) может быть использовано для оценки и управления хаотическими режимами излучения лазера.

Таким образом, представленная теоретическая модель измерения параметров излучения лазера основана на системном подходе к лазеру, как к НДС с функцией самоорганизации. Модель предназначена для измерения и исследования параметров лазерного излучения в стационарном и хаотическом режимах. Предложенные схемы эксперимента (рисунок) и процедура оценки результатов измерений (9) – (16) могут применяться для обеспечения высокой стабильности параметров излучения и для получения и управления хаотическим излучением лазера. Результаты работы развивают теорию измерений в НДС и, благодаря использованию таких топологических характеристик, как фрактальная размерность и показатели Ляпунова, способствуют развитию топологической фотоники [19], расширяя сферу ее интересов от фотонных кристаллов до лазерного излучения.

Выводы

Представлена теоретическая модель измерения параметров излучения лазера как нелинейной динамической системы с функцией самоорганизации. Модель построена на предположении об интервальных значениях измеряемых величин и возможности изменения стационарной динамики на хаотическую. Модель содержит схему эксперимента и процедуру оценки результатов измерений. Особенность модели заключается в ее системном подходе и пригодности для измерений и исследований стационарных и хаотических режимов. Модель предусматривает измерение интервалов значений параметров излучения в различных режимах, значений их стабильности и времени прогнозирования. Классификация динамики системы выполняется при помощи фрактальной размерности. Модель может быть использована для обеспечения стабильности параметров излучения лазера и для получения и управления хаотическим излучением.

Список литературы:

1. Хакен Г. Лазерная светодинамика. Москва : Мир, 1988. 350 с.
2. Акчурин Г.Г., Акчурин А.Г. Аномальный сценарий возникновения динамического хаоса в многомодовых лазерных диодах // Письма ЖТФ. 2005. Т. 31, №10. С.76–82.
3. Akchurin A.G., Akchurin G.G Optical chaos in single-mode frequency stabilized laser // Proc. SPIE. 2000. Vol. 4002. P. 114-120.
4. Gnatenko A.S., Machekhin Yu.P., Kurskoy Yu.S., Obozna V.P. Providing mode locking in fiber ring lasers // Nano-Electron. Phys. 2018. Vol. 10, №2 P. 02033-02041.
5. Жалнин А. Ю. Новая схема передачи информации на основе фазовой модуляции несущего хаотического сигнала // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2014. Т. 22, № 5. С. 3-12.
6. Junxiang Ke, Lilin Yi, Guangqiong Xia, and Weisheng Hu Chaotic optical communications over 100-km fiber transmission at 30-Gb/s bit rate Optics Letters. 2018. Vol. 43, № 6. P. 1323-1326.
7. ISO 11554:2017(E) Optics and photonics – Lasers and laser-related equipment – Test methods for laser beam power, energy and temporal characteristics. ISO. 2017. 18 p.
8. ISO 13695:2004 Optics and photonics – Lasers and laser-related equipment – Test methods for the spectral characteristics of lasers. ISO. 2017. 24 p.
9. Machekhin Yu., Kurskoy Yu. Fractal-entropy analysis of measurement results in nonlinear dynamical systems // Measuring technique. 2014. Vol. 57. № 6. P. 609-704.
10. Мачехин Ю.П., Курской Ю.С. Составление уравнения измерения энтропии Шеннона нелинейных динамических систем с использованием методов интервального анализа // Приборы и методы измерений. 2015. Т. 6, № 2. С. 257–263.
11. Мачехин Ю.П., Курской Ю.С. Основы нелинейной метрологии. LAP Lambert Academic Publishing, 2014. 162 p.
12. Мандель Л., Вольф Э. Оптическая когерентность и квантовая оптика ; пер. с англ. Москва : Физматлит, 2000. 896 с.
13. Uspenskii A.V. // Radio Eng. Electron. Phys. 1963. №8. P. 1145.
14. Weiss T.O., Klische W., Ering P.S. and Cooper M. Opt. Commun. 1985. № 52. P. 405.
15. Сытова С.Н. Хаос в объемных лазерах на свободных электронах // Изв. вузов «ПНД». 2011. Т. 19, № 2. С. 93-111.
16. Климонтович Ю.Л. Проблемы статистической теории открытых систем: критерии относительной степени упорядоченности состояний в процессах самоорганизации // УФН. 1989. № 158. С. 59–91.
17. Лоскутов В.Ю. Очарование хаоса // УФН. 2010. Т. 180, № 12. С. 1305–1329.
18. Мохаммад Я.Х., Павлова О.Н., Павлов А.Н.. Оценка времени предсказуемости зашумленной хаотической динамики по точечным последовательностям // Письма в ЖТФ. 2017. Т. 43, № 2. С. 45-51.
19. Розанов Н. Н. Некоторые проблемы теоретической лазерной физики: от пиковой генерации к экстремальной и топологической лазерной оптике // Оптический журнал. 2018. Т. 85, № 11. С. 8-18.