функция соответствует натуральному логарифму. Как видно из табл. 2, параметр k несколько меняется случайным образом. Эти изменения можно объяснить погрешностями измерений, вытекающими из сложности проведения психофизического эксперимента. Таким образом, для входного сигнала типа «излом» параметр подчеркивания контура не зависит от градиента изменения функции яркости, а характер подчеркивания контура определяется только входным сигналом.

Таблица 2

φ, *град*	$\rho_1 = 63\%$		$\rho_1 = 30\%$	
	φ_0, *град*	k	φ_0, *град*	k
22	99	0,382	240	0,312
27	103	0,396	247	0,390
34	109	0,40	250	0,483
44	115	0,378	256	0,5
56	125	0,386	262	0,48
	$k = 0,389$		$k = 0,433$	

ЛИТЕРАТУРА

1. Е. П. Путятин, В. Я. Сердюченко. Вопросы теории краевого контраста зрения. Сб. «Проблемы бионики», вып. 6. Изд-во Харьковск. ун-та, 1971.
2. Е. П. Путятин, В. Я. Сердюченко. Экспериментальное исследование модели краевого контраста зрения. Сб. «Проблемы бионики», вып. 7. Изд-во Харьковск. ун-та, 1971.
3. Д. Грэхэм. Передача изображений посредством кодирования двумерных контуров. ТИИЭР, 55, 3 (1967).
4. Ю. П. Бугай. Исследование нейроподобных элементов и систем как устройств первичной переработки информации. Автореф. канд. дисс., Харьков, 1969.
5. Ю. П. Шабанов-Кушнаренко, В. Я. Сердюченко. К вопросу моделирования явлений краевого контраста. Сб. «Проблемы бионики», вып. 2. Изд-во Харьковск. ун-та, 1970.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПРЕДПОСЫЛКИ НОРМАЛИЗАЦИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ. *СООБЩЕНИЕ I*

Е. П. Путятин

Пусть имеется некоторое множество M изображений, заданных функциями распределения яркости $B(x, y)$ в поле зрения. Предположим, что задано разбиение множества M, т. е. совокупность подмножеств $\{m_\alpha\}$ множества M такая, что 1) $m_\alpha \neq \varnothing$;

2) $\bigcup\limits_{\alpha} m_\alpha = M$; 3) два произвольных подмножества m_α и m_β либо не пересекаются, либо совпадают.

Разбиение $\{m_\alpha\}$ определяет на множестве M отношение эквивалентности. Изображения B_1 и B_2 будут эквивалентны ($B_1 \sim B_2$), если найдется такое множество m_α, что $B_1, B_2 \in m_\alpha$.

Во многих задачах возникает необходимость задавать в каждом классе эквивалентности некоторый характерный для него элемент, который будем называть нормальным или эталонным.

Интерес представляет следующая задача: по любому изображению из некоторого класса эквивалентности m_α найти нормальное изображение. Назовем ее задачей приведения к эталону, или нормализацией. Очевидно, нормализация эквивалентна построению некоторого оператора (оператора нормализации) $F: M \to M$ такого, что если B_0 — эталонное изображение некоторого класса m, то $F(B) = B_0$ для всех $B \in m$.

В дальнейшем будем рассматривать отношения эквивалентности на множестве M, порождаемые группами преобразований поля зрения. При этом необходимо обосновать существование нормальных элементов, а также выяснить требования, которые предъявляются к конструированию операторов нормализации. Примерами групп преобразований поля зрения служат смещения по осям, вращения, косые сдвиги вдоль одной из осей координат, преобразования подобия, произвольные изменения масштабов. Более общей является группа центроаффинных преобразований.

Пусть G — одна из таких групп. Изображения B_1 и B_2 станем называть эквивалентными, если найдутся такие преобразования $g_1, g_2 \in G$, что

$$B_1(g_1(x, y)) = B_2(g_2(x, y)). \tag{1}$$

Изображение, полученное из B с помощью преобразования g, условимся обозначать через $B \circ g$.

Легко убедиться, что введенное нами отношение действительно есть отношение эквивалентности. Проверим, например, транзитивность. Если $B_1 \sim B_2$, $B_2 \sim B_3$, то в соответствии с нашими определениями найдутся такие преобразования g_1, g_2, g_3, g_4, что $B_1 \circ g_1 = B_2 \circ g_2$, $B_2 \circ g_3 = B_3 \circ g_4$. Отсюда $B_1 \circ g_1 \circ g_2^{-1} \circ g_3 = B_3 \circ g_4$, т. е. $B_1 \sim B_3$. Рефлексивность и транзитивность очевидны.

Теорема. *Пусть отношение эквивалентности на множестве изображений порождается группой G. Тогда оператор нормализации может быть записан в виде*

$$F(B) = B \circ \Phi(B), \tag{2}$$

где Φ — отображение $M \to G$ такое, что:

1) *если изображения B_1 и B_2 принадлежат одному классу эквивалентности m, то*

$$B_1 \circ \Phi(B_1) = B_2 \circ \Phi(B_2). \tag{3}$$

2) *в каждом классе эквивалентности m существует такой элемент B, что*

$$\Phi(B) = e,$$

где e — нейтральный элемент группы G, т. е. $eg = ge = g$ ($g \in G$).

Доказательство. Пусть $B \in m$. Рассмотрим множество H преобразований, которые не изменяют B. Убедимся, что H — подгруппа. В самом деле, если для двух преобразований h_1, $h_2 \in H$ значения $B \circ h_1 = B$ и $B \circ h_2 = B$, то $B \circ (h_1 \circ h_2) = (B \circ h_1) \circ h_2 = B \circ h_2 = B$, т. е. $h_1 \circ h_2 \in H$. Если $h \in H$, т. е. $B \circ h = B$, то $B = B \circ h^{-1}$. Следовательно, $h^{-1} \in H$.

Построим правые классы смежности группы G по подгруппе H. Для этого выберем некоторый фиксированный элемент $g \in G$ и рассмотрим множество Hg. Классы смежности, как известно, образуют разбиение группы G.

Покажем, что преобразования g_1 и g_2 принадлежат одному классу смежности в том и только в том случае, когда для них выполняется равенство $B \circ g_1 = B \circ g_2$.

Пусть $g_1, g_2 \in Hg$, т. е. $g_1 = h_1 g$, $g_2 = h_2 g$. Тогда $B \circ g_1 = B \circ h_1 g = B \circ g$ и $B \circ g_2 = B \circ h_2 g = B \circ g$, т. е. $B \circ g_1 = B \circ g_2$. Обратно: пусть $B \circ g_1 = B \circ g_2$. Тогда $B = B \circ (g_2 \circ g_1^{-1})$, т. е. $g_2 \circ g_1^{-1} = h \in H$. Отсюда $g_2 = hg_1$, т. е. $g_2 \in Hg_1$. С другой стороны, $g_1 \in Hg_1$, так как $g_1 = eg_1$.

Определим на классе эквивалентности m отображение

$$\tilde{\Phi} : m \to \{Hg_\alpha\}$$

по правилу: если $B_\alpha = B \circ g_\alpha$, то

$$\tilde{\Phi}(B_\alpha) = Hg_\alpha.$$

Здесь $\{Hg_\alpha\}$ — набор правых классов смежности.

В силу доказанного выше это определение корректно. Действительно, допустим, что $B_\alpha = B \circ g_\beta$. Но тогда $Hg_\beta = Hg_\alpha$.

Чтобы построить отображение Φ, в каждом смежном классе достаточно выделить некоторый элемент.

Подгруппа H — тоже смежный класс, поскольку $He = H$. Выделяя в этом классе нейтральный элемент, получаем $\Phi(B) = e$. Теорема доказана. Изображение B, для которого $\Phi(B) = e$, будем называть эталонным и обозначать B_0.

Для многих групп преобразований подгруппа H состоит всего из одного нейтрального элемента e. Примерами таких групп являются смещения изображений по осям, косые сдвиги, произвольные изменения масштабов. Так, для группы смещений произвольное изображение B сохранит свое положение в поле зрения лишь при условии влияния на него нейтрального преобразования e, для которого параметры смещений равны нулю. Точно так же лишь тождественные (нейтральные) преобразования масштабов или косого сдвига не видоизменяют форму произвольного изображения*.

Для группы вращений подгруппа H может содержать самое различное количество элементов. Например, для изображения, представляющего собой квадрат постоянной яркости, $H = \{u_i\}$ ($i = 1, 2, 3, 4$), где u_i — преобразования, соответствующие углу поворота, равному $0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3}{2}\pi$. Считаем, что поворот на угол 2π соответствует нейтральному преобразованию. Для круга постоянной яркости $H = G$. В таких случаях нормализация осуществляется в два этапа: на первом производится отображение $\Phi : m \to \{Hg_\alpha\}$, на втором $\{Hg_\alpha\} \to g_{\alpha 0}$. Чаще всего выбирается $g_{\alpha 0} = e$.

Пусть B_0 и B — эталонное и произвольное изображения, принадлежащие одному классу эквивалентности. Конкретизировать требования, предъявляемые к отображению $\Phi : M \to G$, позволяет

Следствие. Чтобы оператор (2) был нормализующим, необходимо и достаточно выполнить соотношение

$$g \circ \Phi(B) = \Phi(B_0). \tag{4}$$

Действительно, в результате использования оператора нормализации произвольное изображение B приводится к эталонному B_0. С учетом этого нормализатор (2) можно записать в виде

$$F(B) = B \circ \Phi(B) = B_0 \circ \Phi(B_0). \tag{5}$$

Однако изображения B и B_0 связаны некоторым преобразованием $g \in G$. Поэтому

$$B = B \circ g. \tag{6}$$

Подставляя преобразование (6) в оператор (5), получаем условие (4). Достаточность очевидна.

Рассмотрим построение нормализаторов для конкретных групп преобразований. Каждое преобразование $g \in G$ однозначно характеризуется совокупностью параметров $\{g_1, g_2, \ldots, g_n\}$. Аддитивные и мультипликативные преобразования станем различать в зависимости от того, складываются или перемножаются соответствующие параметры для суперпозиции преобразований.

1. Аддитивная группа смещений по осям, однозначно характеризуемая двумя параметрами $g(l_1, l_2)$, которые представляют собой смещения изображения по осям координат, изоморфна аддитивной группе вещественных чисел по каждому параметру. Поэтому отображение $\Phi : M \to G$ есть вектор-функция $\Phi[\Phi_1(B), \Phi_2(B)]$, компоненты которой — вещественные функционалы. Оператор нормализации запишется в виде

$$F(B) = B[x + \Phi_1(B),\ y + \Phi_2(B)], \tag{7}$$

* Исключением для этих преобразований является изображение бесконечных размеров с постоянной яркостью в поле зрения. Для него $H = G$.

где функционалы $\Phi_1(B)$ и $\Phi_2(B)$ определяются из условия (4):

$$\begin{aligned} \Phi_1(B) - \Phi_1(B_0) &= l_1; \\ \Phi_2(B) - \Phi_2(B_0) &= l_2, \end{aligned} \tag{8}$$

а изображение

$$B = B_0(x - l_1, \ y - l_2).$$

2. Для аддитивной группы вращений произвольное и эталонное изображения связаны условием

$$B = B_0(x\cos\theta + y\sin\theta, \ -x\sin\theta + y\cos\theta),$$

или в полярной системе координат

$$B = B_0(\rho, \ \varphi - \theta).$$

Оператор нормализации будет иметь вид

$$F(B) = B\,[x\cos\Phi(B) - y\sin\Phi(B), \ x\sin\Phi(B) + y\cos\Phi(B)] \tag{9}$$

либо

$$F(B) = B\,[\rho, \ \varphi + \Phi(B)], \tag{10}$$

где вещественный функционал $\Phi(B)$ должен удовлетворять условию

$$\Phi(B) - \Phi(B_0) = \theta + 2\pi n \ \ (n = 0, \ \pm 1, \ \pm 2, \ \ldots). \tag{11}$$

Функционалы, удовлетворяющие условиям (8), (11), приведены в работах [1—3].

3. Преобразования косого сдвига, например, вдоль оси абсцисс, характеризуются параметром k и изоморфны группе вещественных чисел по сложению:

$$B = B_0(x - ky, \ y). \tag{12}$$

Оператор нормализации имеет вид

$$F(B) = B\,[x + \Phi(B)\,y, \ y], \tag{13}$$

где вещественный функционал $\Phi(B)$ удовлетворяет условию

$$\Phi(B) - \Phi(B_0) = k. \tag{14}$$

Условию (13) удовлетворяет, например, функционал

$$\Phi(B) = \frac{\iint\limits_D f[B(x, y)]\, x\varphi(y)\, dxdy}{\iint\limits_D f[B(x, y)]\, y\varphi(y)\, dxdy}, \tag{15}$$

где $f(B)$ — некоторая функция такая, что $f(B) = 0$, если $B = 0$, и произвольная в остальных случаях; $\varphi(y)$ — произвольная функция; D — область поля зрения.

Действительно, подставляя соотношение (12) под знаки интегралов функционала (15) и заменяя переменные (в предположении, что всевозможные преобразования косого сдвига не выводят изображения за пределы поля зрения), получаем условие (14).

Рассмотрим мультипликативные преобразования носителя изображений в поле зрения.

4. Группа изменений масштабов, для которой эталонное и произвольное изображения связаны соотношением $B = B_0(\lambda x\ \mu y)$, однозначно характеризуется двумя параметрами $g(\lambda, \mu)$ и изоморфна мультипликативной группе положительных вещественных чисел по каждому параметру. В этом случае отображение Φ: $M \to G$ характеризуется диагональной матрицей, элементы которой — вещественные функционалы, а оператор нормализации представляет собой преобразование

$$F(B) = B[\Phi_1(B)x,\ \Phi_2(B)y]. \tag{16}$$

Требования к функционалам $\Phi_1(B)$ и $\Phi_2(B)$ определяются из условия (4):

$$\lambda\Phi_1(B) = \Phi_1(B_0);$$
$$\mu\Phi_2(B) = \Phi_2(B_0). \tag{17}$$

5. В частном случае преобразований подобия, когда изменяется общий масштаб изображения и $\lambda = \mu$, нормализатор

$$F(B) = B[\Phi(B)x,\ \Phi(B)y], \tag{18}$$

где $\Phi(B)$ — положительный вещественный функционал, удовлетворяющий условию

$$\lambda\Phi(B) = \Phi(B_0). \tag{19}$$

6. Для случая гиперболического поворота $B = B_0\left(\lambda x,\ \frac{1}{\lambda}y\right)$. Если оператор нормализации имеет вид (16), то для входящих в него функционалов должны выполняться соотношения

$$\lambda\Phi_1(B) = \Phi_1(B_0);$$
$$\Phi_2(B) = \lambda\Phi_2(B_0) = \frac{1}{\Phi_1(B)}. \tag{20}$$

В работе [4] приведены функционалы, удовлетворяющие условиям (17), (19) и (20).

7. Важное значение имеют преобразования зеркального отражения относительно осей координат*. Отражения сами по себе не образуют группы, но их можно рассматривать как двухпараметрические преобразования, поскольку они могут осуществляться относительно осей абсцисс и ординат.

В задачах нормализации интересно установить, является ли данное изображение зеркально отраженным относительно эталона или нет. В этом смысле преобразования отражений можно рассматривать как группу, изоморфную мультипликативной

---

* Зеркальные отражения относительно произвольной прямой, как известно, — результат суперпозиции преобразований смещения, вращения и отражения относительно осей координат.

группе чисел $I = \{1, -1\}$ по каждому параметру, а отображение $\Phi: M \to I$ — как диагональную матрицу с элементами $\operatorname{sign}\Phi_1(B)$, $\operatorname{sign}\Phi_2(B)$, где $\Phi_1(B)$ и $\Phi_2(B)$ — вещественные функционалы, знак которых — критерий зеркального отражения относительно оси абсцисс и ординат. Оператор нормализации запишется в виде

$$F(B) = B[\operatorname{sign}\Phi_1(B)x,\ \operatorname{sign}\Phi_2(B)y]. \tag{21}$$

Функционалом $\Phi_1(B)$ может являться разность абсцисс двух характерных точек на изображении, функционалом $\Phi_2(B)$ — разность ординат тех же точек. Если изображение предварительно центрировано (например, так, что центр тяжести совпадает с началом координат), то функционалами $\Phi_1(B)$ и $\Phi_2(B)$ могут служить абсцисса и ордината лишь одной характерной точки. Ею могут быть геометрический центр изображения или же точки, определяемые моментами второго или более высокого порядков. Важно, чтобы в этом случае вторая характерная точка не совпадала с началом координат.

Знак абсциссы и ординаты характерной точки, соответствующей произвольным моментам, удобно определять, вычисляя разности

$$\Phi_1(B) = \iint\limits_{D_1} B(x,\ y)\,x^p y^q dxdy - \iint\limits_{D_2} B(x,\ y)\,x^p y^q dxdy; \tag{22}$$

$$\Phi_2(B) = \iint\limits_{D_3} B(x,\ y)\,x^p y^q dxdy - \iint\limits_{D_4} B(x,\ y)\,x^p y^q dxdy,$$

где $p,\ q = 0,\ 1,\ 2\ \ldots;\ D_1,\ D_2,\ D_3,\ D_4$ — соответственно правая, левая, верхняя и нижняя половины поля зрения.

Порядок моментов p и q выбирается из соображений простоты вычислений и чувствительности критерия (22). Функционалы $\Phi_1(B)$ и $\Phi_2(B)$ заведомо равны нулю для симметричных относительно осей координат изображений, но такие изображения принадлежат и подгруппе $H = I$ неразличимых элементов.

8. Центроаффинные преобразования изображений изоморфны мультипликативной группе невырожденных матриц порядка 2×2. Эталонное и произвольное изображения из некоторого класса эквивалентности связаны соотношением

$$B = B_0(a_{11}x + a_{12}y,\ a_{21}x + a_{22}y), \tag{23}$$

где $\det(a_{ij}) \neq 0;\ i = 1,\ 2;\ j = 1,\ 2.$

Отображение $\Phi: M \to G$ представляет собой матрицу функционалов $(\Phi_{ij}(B))$ $(i = 1,\ 2;\ j = 1,\ 2)$ таких, что $\det\Phi_{ij} \neq 0$.

Оператор нормализации имеет вид

$$F(B) = B(\Phi_{11}x + \Phi_{12}y,\ \Phi_{21}x + \Phi_{22}y), \tag{24}$$

где в соответствии с условиями (4) функционалы $\Phi_{ij}(B)$ удовлетворяют соотношению

$$\begin{pmatrix} a_{11} a_{12} \\ a_{21} a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Phi_{11}(B)\,\Phi_{12}(B) \\ \Phi_{21}(B)\,\Phi_{22}(B) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Phi_{11}(B_0)\,\Phi_{12}(B_0) \\ \Phi_{21}(B_0)\,\Phi_{22}(B_0) \end{pmatrix}. \tag{25}$$

В качестве функционалов Φ_{ij} могут быть выбраны обобщенные центры тяжести [5].

ЛИТЕРАТУРА

1. Е. П. Путятин и др. К вопросу о моделировании механизмов нормализации зрительных образов. Сб. «Проблемы бионики», вып. 5. Изд-во Харьковск. ун-та, 1971.

2. Е. П. Путятин и др. Построение инвариантов смещения и поворота зрительных картин. Сб. «Биологическая, медицинская кибернетика и бионика», вып. 3. Ин-т кибернетики АН УССР, Киев, 1970.

3. Е. П. Путятин и др. Нормализация вращений плоских изображений. Сб. «Проблемы бионики», вып. 9. Изд-во Харьковск. ун-та, 1972.

4. Е. П. Путятин и др. Нормализация зрительных картин при изменении масштаба. Сб. «Проблемы бионики», вып. 8. Изд-во Харьковск. ун-та, 1972.

5. Е. П. Путятин и др. Нормализация изображений при аффинных преобразованиях. Сб. «Проблемы бионики», вып. 8. Изд-во Харьковск. ун-та, 1972.

ПОТРЕБНОСТИ И ПСИХИЧЕСКАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ

В. С. Манешин

Важнейший признак жизни — наличие требований, от удовлетворения которых зависит связанная с ее продолжением деятельность. Это прежде всего потребности в пище, определенном поведении, обеспечении связи между различными частями организма и в продолжении рода. Они в одинаковой мере присущи всем живым системам и вынуждают их обращаться к окружающей действительности, определенным образом взаимодействовать с ней, проявлять не всегда подкрепляемую заметными усилиями со стороны нервных клеток, тканей и центров активность. В результате часто создается ошибочное представление об отсутствии какой-либо связи между потребностями и нервной деятельностью, между имеющими цель сохранения жизни отправлениями организма и психикой. Однако такая связь существует, и любая деятельность в условиях потребления зависит от особым образом организованной материи, ее принципиально новых функций.

Потребности первоначально возникают как вполне определенные физиологические состояния организма, как его стремления к поддержанию своего существования на запрограммированном природой и закрепленном естественным отбором уровне. Последующее развитие процесса связано с активацией нервных клеток, тканей или центров и превращением потребностей в психический феномен, во влечение животного. Это начальное проявление активности дополняется затем предваряющими потребление целесообразными действиями и самим актом потребления: при наличии потребностей их носитель начинает испытывать беспокойство, приходит в состояние некоторой напряженности и готовности к действию, выделяет из окружающей среды необходимые предметы и превращает их в объекты своего соответствующего поведения. Источник активности живых существ, таким образом, следует