УДК 62.506.2

Е. П. ПУТЯТИН, д-р техн. наук, *Т. Г. ДОЛЖЕНКОВА*

НОРМАЛИЗАЦИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

СООБЩЕНИЕ 1

В статье описаны результаты исследований, начатых ранее [1, 2]. Предлагается новый более общий подход к отысканию параметров нелинейных преобразований, заключающийся в определении этих параметров непосредственно, а не путем использования обратных зависимостей.

Пусть изображение $B(x, y)$ получено из эталонного изображения $B_0(x, y)$ с помощью преобразования

$$B(x, y) = B_0(u(x, y), v(x, y)), \tag{1}$$

где $u(x, y)$, $v(x, y)$ представляются некоторыми сепарабельными соотношениями

$$u(x, y) = \sum_i a_i f_i(x, y); \quad v(x, y) = \sum_j b_j g_j(x, y), \tag{2}$$

a_i, b_j — неизвестные коэффициенты $(i, j = 1, 2, \ldots)$.

Для определения параметров a_i и b_j строим интегральные функционалы вида (заданы в пространстве L^2)

$$\iint_D B_0(u, v) K(u, v)\,du dv = \iint_D B(x, y) K(u(x, y), v(x, y)) \,|I(x, y)|\,dx dy. \tag{3}$$

Здесь якобиан $I(x, y)$ определяется следующим образом:

$$I(x, y) = \begin{vmatrix} \dfrac{\partial u}{\partial x} & \dfrac{\partial u}{\partial y} \\ \dfrac{\partial v}{\partial x} & \dfrac{\partial v}{\partial y} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \sum\limits_i a_i \dfrac{\partial f_i}{\partial x} & \sum\limits_i a_i \dfrac{\partial f_i}{\partial y} \\ \sum\limits_j b_j \dfrac{\partial g_j}{\partial x} & \sum\limits_j b_j \dfrac{\partial g_j}{\partial y} \end{vmatrix} = \sum_{i, j} a_i b_j \left(\frac{\partial f_i}{\partial x} \frac{\partial g_j}{\partial y} - \frac{\partial g_j}{\partial x} \frac{\partial f_i}{\partial y} \right).$$

Обозначим $R_{ij}(x, y) = \frac{\partial f_i}{\partial x}\frac{\partial g_j}{\partial y} - \frac{\partial g_j}{\partial x}\frac{\partial f_i}{\partial y}$, тогда

$$I(x, y) = \sum_{i,j} a_i b_j R_{ij}(x, y). \tag{4}$$

Как и ранее в работах [1, 2], полагаем, что преобразования вида (1), (2) не выводят изображение $B(x, y)$ за пределы поля зрения D и $I(x, y) > 0$ на всей области интегрирования. Поэтому с учетом (2) и (4) выражение (3) примет вид

$$\iint_D B_0(u, v) K(u, v)\, du dv = \iint_D B(x, y) K\Big(\sum_i a_i f_i(x, y),$$

$$\sum_j b_j g_j(x, y)\Big)\Big(\sum_{i,j} a_i b_j R_{ij}(x, y)\Big) dx dy = \sum_{i,j} a_i b_j P_{ij}, \tag{5}$$

где $P_{ij} = \iint_D B(x, y) R_{ij}(x, y) K\Big(\sum_i a_i f_i(x, y), \sum_j b_j g_j(x, y)\Big) dx dy.$

Исследуем конкретное приложение изложенного метода на примерах различных преобразований.

Вначале рассмотрим нелинейные преобразования вида

$$u(x, y) = a_1 x^2 + a_2 y^2; \quad v(x, y) = b_1 x^2 + b_2 y^2. \tag{6}$$

Составляющие функции этого преобразования согласно (2) следующие: $f_1(x, y) = x^2$, $f_2(x, y) = y^2$, $g_1(x, y) = x^2$, $g_2(x, y) = y^2$, $I(x, y) = \Delta xy$, где $\Delta = 4(a_1 b_2 - a_2 b_1)$. Следовательно,

$$\iint_D B_0(u, v) K(u, v)\, du dv = \Delta \iint_D B(x, y) K(a_1 x^2 + a_2 y^2,$$

$$b_1 x^2 + b_2 y^2)\, xy\, dx dy. \tag{7}$$

В качестве интегральных функционалов введем двумерные моменты различных степеней i, j:

$$\Phi_{ij}(B_0) = \iint_D B_0(u, v) u^i v^j du dv, \quad \Phi_{ij}(B) = \iint_D B(x, y) x^i y^j\, dx dy. \tag{8}$$

Подставляя в (7) степенные значения подынтегральной функции $K(u, v)$, именно

$$1,\ x,\ y,\ x^2,\ y^2, \tag{9}$$

получаем

$$\Phi_{00}(B_0) = \Delta \Phi_{11}(B); \quad \Phi_{10}(B_0) = \Delta(a_1 \Phi_{31}(B) + a_2 \Phi_{13}(B));$$

$$\Phi_{01}(B_0) = \Delta(b_1 \Phi_{31}(B) + b_2 \Phi_{13}(B));$$

$$\Phi_{20}(B_0) = \Delta\big(a_1^2 \Phi_{51}(B) + 2a_1 a_2 \Phi_{33}(B) + a_2^2 \Phi_{15}(B)\big);$$

$$\Phi_{02}(B_0) = \Delta\big(b_1^2 \Phi_{51}(B) + 2b_1 b_2 \Phi_{33}(B) + b_2^2 \Phi_{15}(B)\big).$$

Таким образом, получена система нелинейных уравнений того же типа, что и соответствующая система в работе [2], непосредственно относительно искомых параметров a_i, b_j (а не величин γ_i, связанных с ними обратными зависимостями). В данной нелинейной системе, как видно из (10), использованы моменты входных изображений с ядрами xy, x^3y, xy^3, x^3y^3, x^5y, xy^5, а также моменты эталонных изображений с ядрами (9). Решая систему нелинейных уравнений (10), получаем параметры преобразования a_i, b_j $(i, j = 1, 2)$

$$a_1 = (-A \pm \sqrt{A^2 - 4FS})/(2F), \quad a_2 = T - Ea_1,$$

$$b_1 = (-Q \pm \sqrt{Q^2 - 4FC})/(2F), \quad b_2 = G - Eb_1; \qquad (11)$$

где

$$A = 2\Phi_{10}(B_0)\,\Phi_{11}(B)\,[\Phi_{33}(B)\,\Phi_{13}(B) - \Phi_{15}(B)\,\Phi_{31}(B)]/[\Phi_{00}(B_0)\,\Phi_{13}^2(B)];$$

$$F = \Phi_{51}(B) - 2\Phi_{33}(B)\,\Phi_{31}(B)/\Phi_{13}(B) + \Phi_{31}^2(B)\,\Phi_{15}(B)/\Phi_{13}^2(B);$$

$$S = [\Phi_{10}^2(B_0)\,\Phi_{11}^2(B)\,\Phi_{15}(B) - \Phi_{20}(B_0)\,\Phi_{11}(B)\,\Phi_{00}(B_0)\,\times$$

$$\times\,\Phi_{13}^2(B)]/[\Phi_{00}^2(B_0)\,\Phi_{13}^2(B)]; \quad T = \Phi_{10}(B_0)\,\Phi_{11}(B)/[\Phi_{00}(B_0)\,\Phi_{13}(B)];$$

$$E = \Phi_{31}(B)/\Phi_{13}(B); \quad Q = 2\Phi_{01}(B_0)\,\Phi_{11}(B)\,[\Phi_{33}(B)\,\Phi_{13}(B) -$$

$$-\,\Phi_{15}(B)\,\Phi_{31}(B)]/[\Phi_{00}(B_0)\,\Phi_{13}^2(B)]; \quad C = [\Phi_{01}^2(B_0)\,\Phi_{11}^2(B)\,\Phi_{15}(B) -$$

$$-\,\Phi_{20}(B_0)\,\Phi_{11}(B)\,\Phi_{00}(B_0)\,\Phi_{13}^2(B)]/[\Phi_{00}^2(B_0)\,\Phi_{13}^2(B)];$$

$$G = \Phi_{01}(B_0)\,\Phi_{11}(B)/[\Phi_{00}(B_0)\,\Phi_{13}(B)].$$

В случае, когда $u(x, y)$ и $v(x, y)$ представляют собой более сложные зависимости, описанный подход в определении параметров преобразований, в отличие от подхода, изложенного в [1, 2], также позволяет свести задачу отыскания коэффициентов к системе нелинейных уравнений.

Пусть изображение $B(x, y)$ связано с эталонным изображением $B_0(x, y)$ зависимостью $B(x, y) = B_0(u(x, y), v(x, y))$, где

$$u = a_1x^2 + a_2xy + a_3y^2 + a_4, \quad v = b_1x^2 + b_2xy + b_3y^2 + b_4. \qquad (12)$$

Здесь $f_1(x, y) = x^2$; $f_2(x, y) = xy$; $f_3(x, y) = y^2$; $f_4(x, y) = 1$; $g_1(x, y) = x^2$; $g_2(x, y) = xy$; $g_3(x, y) = y^2$; $g_4(x, y) = 1$.

Якобиан преобразования (12) $I(x, y) = 2(a_1b_2 - b_1a_2)x^2 + 4(a_1b_3 - b_1a_3)xy + 2(a_2b_3 - b_2a_3)y^2$. Выражение (3) для рассмотренного случая примет вид

$$\iint\limits_D B_0(u, v)\,K(u, v)\,du\,dv = \iint\limits_D B(x, y)\,K(a_1x^2 + a_2xy + a_3y^2 +$$

$$+\,a_4,\ b_1x^2 + b_2xy + b_3y^2 + b_4)\,|I(x, y)|\,dx\,dy. \qquad (13)$$

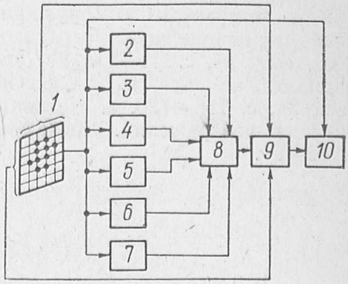
Положим $K(x, y) = 1$. Подставляя это значение в (13) и учитывая (8), имеем $\Phi_{00}(B_0) = 2[(a_1b_2 - b_1a_2)\Phi_{20}(B) + 2(a_1b_3 - b_1a_3) \times \Phi_{11}(B) + (a_2b_3 - b_2a_3)\Phi_{02}(B)]$. Аналогично для $K(x, y) = x$ получаем

$$\Phi_{10}(B_0) = 2\{a_1(a_1b_2 - b_1a_2)\,\Phi_{40}(B_0) + [a_2(a_1b_2 - b_1a_2) + 2a_1(a_1b_3 -$$

$$-\,b_1a_3)]\,\Phi_{31}(B) + [a_3(a_1b_2 - b_1a_2) + 2a_2(a_1b_3 - b_1a_3) + a_1(a_2b_3 -$$

$$-b_2a_3)]\,\Phi_{22}(B)+[2a_3(a_1b_3-b_1a_3)+a_2(a_2b_3-b_2a_3)]\,\Phi_{13}(B)+$$
$$+a_3(a_2b_3-b_2a_3)\,\Phi_{04}(B)+a_4(a_1b_2-b_1a_2)\,\Phi_{20}(B)+$$
$$+2a_4(a_1b_3-b_1a_3)\,\Phi_{11}(B)+a_4(a_2b_3-b_2a_3)\,\Phi_{02}(B)\}.$$

Полагая далее, что $K(x, y)$ принимает значения y, x^2, xy, y^2 и т. д., получаем систему нелинейных алгебраических уравнений относительно неизвестных a_i и b_j $(i,\ j=1,\ 2,\ 3,\ 4)$. Как видим, система нелинейных уравнений представляется довольно сложной и для ее решения требуется хорошее математическое обеспечение.



Достоинством рассмотренного метода вычисления коэффициентов является его универсальность по отношению ко входным изображениям. Алгоритмы допускают техническую реализацию в специализированном вычислительном устройстве, структурная схема которого приведена на рисунке применительно к преобразованиям (6). Устройство включает блок преобразования изображений в электрические сигналы *1*, блоки определения признаков изображения *2—7*, вычислительный блок *8*, блок определения эталонных значений координат *9* и блок распознавания *10*.

Блок преобразования изображений в электрические сигналы *1* представляет собой телевизионную камеру. Каждый из блоков определения признаков изображения *2—7* предназначен для определения смешанного момента изображения из нечетных степеней координат x, y, начиная с младших, так, что ядрами моментов входного изображения являются функции xy, x^3y, xy^3, x^3y^3, x^5y, xy^5.

Устройство работает следующим образом. Изображение, характеризующееся некоторой функцией распределения яркости на плоскости и подвергающееся нелинейным преобразованиям координат типа квадратичных форм, проецируется в блок преобразования изображений в электрические сигналы *1*, на выходе которого вырабатываются сигналы освещенности, пропорциональные яркости изображения в соответствующих точках поля зрения.

Сигналы освещенности поступают в блоки определения признаков изображения *2—7*, где вычисляются смешанные моменты из нечетных степеней координат поля зрения, начиная с младших. По полученным значениям смешанных моментов второго, четвертого и шестого порядков вычислительный блок *8* определяет значения четырех неизвестных параметров a_i, $b_j\,(i,\ j=1, 2)$ преобразований, которым подвергается входное изображение по отношению к эталонному, т. е. решает систему уравнений (10). Полученные параметры с выхода блока *8* поступают в блок определения эталонных координат *9*, где для каждого значения освещенности блока *1* вычисляются новые значения эталонных координат, при этом учитываются ядра эталонов (9). Значения освещенности с выхода блока *1* и соответствующие им эталонные координаты, снимаемые с блока *9*, подаются в блок распознавания *10*, где происходит процедура сравнения с эталонами с целью классификации входных изображений.

Список литературы: 1. *Путятин Е. П., Долженкова Т. Г.* Вопросы нормализации нелинейных преобразований. Сообщение 1.— Проблемы бионики, 1980, вып. 24, с. 111—115. 2. *Путятин Е. П., Долженкова Т. Г.* Вопросы нормализации нелинейных преобразований. Сообщение 2.—Проблемы бионики, 1980, вып. 24, с. 116—120. 3. *Путятин Е. П.* Теоретические предпосылки нормализации изображений. Сообщение 1. — Проблемы бионики, 1973, вып. 10, с. 82—89.

Поступила 16 октября 1979 г.