

ЗАКОНЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЯ В СИСТЕМАХ СИНХРОНИЗАЦИИ ВРЕМЕНИ И ЧАСТОТЫ

Для реализации современных систем координатно-временного обеспечения необходима высокоточная частотно–временная синхронизация шкал территориально разнесенных эталонов и хранителей времени и частоты. Актуальность высокоточной частотно–временной синхронизации для Украины определяется развитием национальной цифровой системы связи [1, 2]. Кроме того, повышение точности синхронизации шкал диктуется высокими темпами совершенствования эталонов времени и частоты.

Целью работы является исследование законов распределения погрешностей в системах синхронизации времени и частоты.

Общими для всех систем синхронизации, за исключением перевозимых квантовых часов, источниками погрешностей являются нестабильность и невзаимность задержки сигналов в канале, нестабильности аппаратных задержек, внутренние шумы аппаратуры и помехи канала связи, динамика измеряемой величины. Эти причины приводят к появлению неоднородных совокупностей результатов измерений, модели которых могут быть представлены смесями распределений.

Необходимость дальнейшего снижения погрешности синхронизации и внедрение автоматизации процесса сбора и обработки измерительной информации привели к применению помехоустойчивых процедур для обработки результатов единичных наблюдений сдвига шкал [3]. В работе [4] проводилось численное исследование робастных процедур оценивания погрешностей метеорной синхронизации шкал времени в предположении, что распределение погрешностей $p(x)$ принадлежит классу ε -загрязненных распределений:

$$p(x) = (1 - \varepsilon)\varphi(x, m, \sigma) + \varepsilon h(x, m_h, \sigma_h), \quad (1)$$

где m , m_h , σ и σ_h – параметры основного и засоряющего распределений; ε – коэффициент, характеризующий уровень засорения выборки ($0 \leq \varepsilon < 0,5$). Указанная модель распределения известна в литературе как модель засорения Шурыгина [5]. Она применялась в работе [4] непосредственно к результатам измерения сдвига шкал, а не к результатам измерения времени задержки принимаемых сигналов в разнесенных пунктах А и В. Поэтому некоторые особенности алгоритмов измерений в системах синхронизации не учитывались.

Задача настоящей работы – выяснить, как влияют алгоритмы синхронизации на распределение сдвига шкал в пунктах А и В, если смесью распределений (1) моделируются измеренные времена задержки в канале транслируемых и ретранслируемых сигналов.

Алгоритмы измерений в системах синхронизации основываются либо на учете, либо на исключении времени задержки сигналов синхронизации в среде распространения. Алгоритмы синхронизации можно разделить на три группы [6,7].

К первой группе относятся алгоритмы односторонней передачи информации из одного пункта (А) в другой (В). Сдвиг шкал времени пунктов $\Delta T^A = -\Delta T^B$ при односторонней передаче можно определить, если известно время задержки сигналов между пунктами τ_p^{AB} . Примеры реализации методов первой группы – СДВ, ДВ и спутниковые навигационные системы; система, использующая отражение сигналов от Луны; телевизионные каналы; односторонний радиометеорный канал; кабельные, лазерные и волоконно-оптические линии.

Во второй группе используется излучение сигналов из общего пункта, в котором располагается дополнительный высокостабильный источник (О). Сигналы из общего пункта принимаются в сличаемых пунктах А и В. Сдвиг шкал времени пунктов А и В ($\Delta T^A = -\Delta T^B$) при этом определяется с учетом известной разности задержек сигналов между общим пунктом и сличаемыми пунктами ($\tau_p^{OA} - \tau_p^{OB}$). Вторая группа алгоритмов получила название метода общего охвата, или метода третьего генератора. Алгоритмы второй группы реализуются в спутниковых радионавигационных системах (СРНС) Глонасс и GPS (Навстар) в дифференциальном режиме, а также в радиоинтерферометрах со сверхдлинными базами (РСДБ). В СРНС дополнительным источником является стандарт

времени на борту спутника. В РСДБ роль дополнительных источников играют высокостабильные сигналы космического происхождения (пульсары, квазары).

Третья группа алгоритмов основана на двусторонней передаче информации. При этом время задержки сигналов между пунктами может быть неизвестным, требуется только его высокая стабильность и обратимость (в идеальном случае $\tau_P^{AB} = \tau_P^{BA}$). Особенностью одного из возможных алгоритмов двусторонней передачи информации, принятого называть встречным методом (ВМ), является необходимость в обмене информацией о результатах измерений между пунктами. Другие разновидности алгоритмов этой группы, такие, как ретрансляционный и опорно-ретрансляционный методы (РМ и ОРМ), позволяют исключить этот обмен информацией.

Поскольку в первой и второй группах излучаются сигналы только из одного пункта, алгоритмы этих групп относятся к категории пассивных. Алгоритмы третьей группы относятся к активным (сигналы излучаются каждым пунктом) и реализуются в радиометеорном, спутниковых, оптических и телефонных каналах связи.

Законы распределения погрешностей при измерении сдвига шкал для алгоритмов первой группы удовлетворительно описываются принятой моделью (1), поскольку сдвиг шкал определяется случайным временем задержки сигнала только в одном пункте.

Характерной общей чертой алгоритмов второй и третьей групп является то, что измеренный сдвиг шкал выражается через разность результатов измерения времени задержки принимаемых сигналов в пунктах А и В [6, 7], что позволяет исключить неизвестное время распространения. Установим, как это обстоятельство сказывается на вероятностных характеристиках погрешностей при измерении сдвига шкал.

Распределение погрешностей измерения сдвига шкал найдем в предположении, что система синхронизации работает в соответствии с одним из алгоритмов двусторонней передачи информации, называемым встречным методом. В этом случае измеренный сдвиг шкал в пункте А выражается соотношением

$$\Delta \hat{T}^A = 0,5(t_1^A - t_1^B). \quad (2)$$

Абсолютная суммарная погрешность единичного измерения определяется как

$$\Delta_S = \Delta \hat{T}^A - \Delta T, \quad (3)$$

где $\Delta \hat{T}^A$ – результат измерения; ΔT – истинный сдвиг шкал. Применяя вероятностный подход, будем считать величины $0,5t_1^A, -0,5t_1^B$ независимыми случайными величинами ξ и η соответственно с плотностями вероятности, представляющими собой смесь из суммы K нормальных плотностей вероятности каждая:

$$p_\xi(x) = \sum_{\mu=1}^K \frac{\varepsilon_{x\mu}}{\sqrt{2\pi D_{x\mu}}} \exp\left[-\frac{(x - a_{x\mu})^2}{2D_{x\mu}}\right], \quad (4)$$

$$p_\eta(y) = \sum_{v=1}^K \frac{\varepsilon_{yv}}{\sqrt{2\pi D_{yv}}} \exp\left[-\frac{(y - a_{yv})^2}{2D_{yv}}\right], \quad (5)$$

где K – общее число слагаемых в смеси; $\varepsilon_{x\mu}$ и ε_{yv} – весовые коэффициенты составляющих смеси распределений; $a_{x\mu}$ и a_{yv} – их центры распределений; $D_{x\mu}$ и D_{yv} – их дисперсии. Весовые коэффициенты составляющих смеси распределений удовлетворяют условиям:

$$\sum_{\mu=1}^K \varepsilon_{x\mu} = 1, \quad \sum_{v=1}^K \varepsilon_{yv} = 1. \quad (6)$$

При $K = 2$ законы распределения (4) и (5) сводятся к модели Шурыгина (1), где $\varepsilon_{x1} = \varepsilon_{y1} = 1 - \varepsilon$, $\varepsilon_{x2} = \varepsilon_{y2} = \varepsilon$. Представляет интерес также случай $K = 3$.

Измеренный сдвиг шкал времени (формула (2)) также является случайной величиной ζ , пр

ставляющей сумму случайных величин:

$$\zeta = \xi + \eta . \quad (7)$$

При определении плотности вероятности суммы независимых случайных величин по известным плотностям вероятности слагаемых удобно оперировать характеристическими функциями [8].

Характеристические функции случайных величин ξ и η имеют вид

$$\begin{aligned} \Phi_{\xi}(j\vartheta) &= \sum_{\mu=1}^K \varepsilon_{x\mu} \exp(ja_{x\mu}\vartheta - \frac{D_{x\mu}\vartheta^2}{2}), \\ \Phi_{\eta}(j\vartheta) &= \sum_{\nu=1}^K \varepsilon_{y\nu} \exp(ja_{y\nu}\vartheta - \frac{D_{y\nu}\vartheta^2}{2}). \end{aligned} \quad (8)$$

Характеристическая функция случайной величины ζ выражается через характеристические функции случайных величин ξ и η следующим образом

$$\Phi_{\zeta}(j\vartheta) = \Phi_{\xi}(j\vartheta)\Phi_{\eta}(j\vartheta). \quad (9)$$

Подставив формулы (8) в выражение (9), получим

$$\Phi_{\zeta}(j\vartheta) = \sum_{\mu=1}^K \sum_{\nu=1}^K \varepsilon_{x\mu} \varepsilon_{y\nu} \exp[j(a_{x\mu} + a_{y\nu})\vartheta - \frac{(D_{x\mu} + D_{y\nu})\vartheta^2}{2}], \quad (10)$$

или иначе

$$\Phi_{\zeta}(j\vartheta) = \sum_{k=1}^{K^2} \varepsilon_{zk} \exp(ja_{zk}\vartheta - \frac{D_{zk}\vartheta^2}{2}), \quad (11)$$

где $k = \mu + K(\nu - 1)$; $\varepsilon_{zk} = \varepsilon_{x\mu}\varepsilon_{y\nu}$; $a_{zk} = a_{x\mu} + a_{y\nu}$; $D_{zk} = D_{x\mu} + D_{y\nu}$. Выполнив обратное преобразование Фурье от характеристической функции случайной величины ζ , установим, что плотность вероятности измеренного сдвига шкал $\Delta\hat{T}^A$ и плотность вероятности погрешности измерения сдвига шкал Δ_S в оговоренных выше условиях подчиняются следующему закону:

$$p_{\zeta}(z) = \sum_{k=1}^{K^2} \frac{\varepsilon_{zk}}{\sqrt{2\pi D_{zk}}} \exp[-\frac{(z - a_{zk})^2}{2D_{zk}}]. \quad (12)$$

Таким образом, если для вероятностного описания реальных результатов измерения времени задержки в канале принимаемых сигналов в пунктах А и В требуются модели, представленные смесями K нормальных распределений согласно выражениям (1) или (4), то в соответствии с полученной формулой (12) законы распределения измеренного в пунктах А и В сдвига шкал и его погрешностей измерения в общем случае будут являться аддитивными смесями K^2 нормальных ε_{zk} -взвешенных распределений с параметрами a_{zk} и D_{zk} . Следует заметить, что на основании соотношения (3) параметры a_{zk} плотностей вероятности случайных величин $\Delta\hat{T}^A$ и Δ_S отличаются на ΔT .

Результаты теоретического анализа подтвердились численным исследованием робастных процедур вторичной обработки результатов измерения, выполненным на статистической модели алгоритмов третьей группы, применяемых для синхронизации шкал времени по радиоканалу.

На рис. 1 показаны гистограммы распределения времен задержки принятого сигнала в пунктах А и В, а также сдвига шкал в пункте А при синхронизации встречным методом.

Изложим особенности принятой методики статистического моделирования. Для встречного и ретрансляционного алгоритмов измерения сдвига шкал времени задаются сдвиг шкал $\Delta T^A = -\Delta T^B$, время распространения τ_p , задержка опорного сигнала t_0 , коэффициент опорной ретрансляции n , абсолютное значение нестабильности времени распространения $\Delta\tau$. С помощью ЭВМ генерируются четыре массива независимых случайных величин ($\delta_1^A, \delta_2^A, \delta_1^B, \delta_2^B$), соответствующих абсолютным значениям погрешностей измерения временного положения сигналов в пунктах и имеющих ε -загрязненное распределение (1). Здесь индексы 1 и 2 соответствуют моментам вре-

мени, в которые сигнал излучается впервые (транслируется) и ретранслируется с задержкой t_0 . Параметры основного и засоряющего распределений для каждой случайной величины $\delta_1^A, \delta_2^A, \delta_1^B, \delta_2^B$ выбираются независимо.

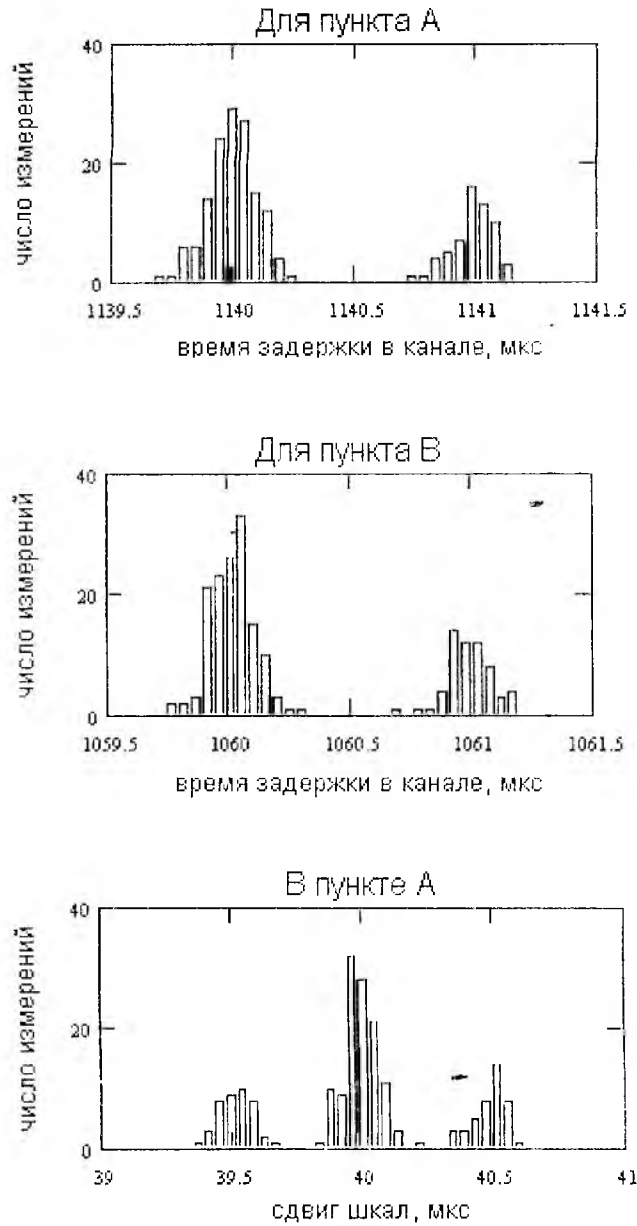


Рис. 1

Используя полученные массивы, оцениваются результаты измерения временного положения транслированного и ретранслированного сигналов в каждом периоде синхронизации:

$$t_1^A = \Delta T^A + \tau_p + \delta_1^A,$$

$$t_1^B = \Delta T^B + \tau_p + \delta_1^B, \quad (13)$$

$$t_2^A = (n+1)\Delta T^A + (n+1)t_0 - (n-1)\tau_p - n\delta_1^B + \Delta\tau + \delta_2^A,$$

$$t_2^B = (n+1)\Delta T^B + (n+1)t_0 - (n-1)\tau_p - n\delta_1^A + \Delta\tau + \delta_2^B.$$

Подчеркнем, что все перечисленные выше источники погрешностей измерения сдвига шкал учитываются случайными величинами $\delta_1^A, \delta_2^A, \delta_1^B, \delta_2^B$ с двухмодальным распределением (1).

После этого вычисляются результаты единичных измерений сдвига шкал в пунктах А и В разными алгоритмами:

– встречным –

$$\Delta T_{BM}^A = (t_1^A - t_1^B)/2, \quad \Delta T_{BM}^B = (t_1^B - t_1^A)/2; \quad (14)$$

– ретрансляционным –

$$\Delta T_{PM}^A = [t_2^A + (n-1)t_1^A - (n+1)t_0]/2, \quad \Delta T_{PM}^B = [t_2^B + (n-1)t_1^B - (n+1)t_0]/2; \quad (15)$$

– совместным ретрансляционным –

$$\Delta T_{PM}^C = (\Delta T_{PM}^A - \Delta T_{PM}^B)/2. \quad (16)$$

На рис. 2 и рис. 3 для двух случаев, отличающихся коэффициентами ретрансляции ($n = 1$ и $n = 0,5$), показаны поля корреляции погрешностей измерения сдвига шкал в пунктах А и В для одного варианта значений указанных выше величин.

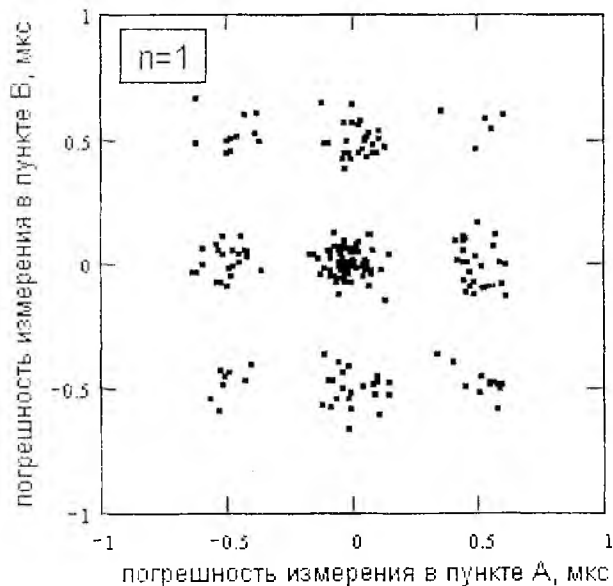


Рис. 3

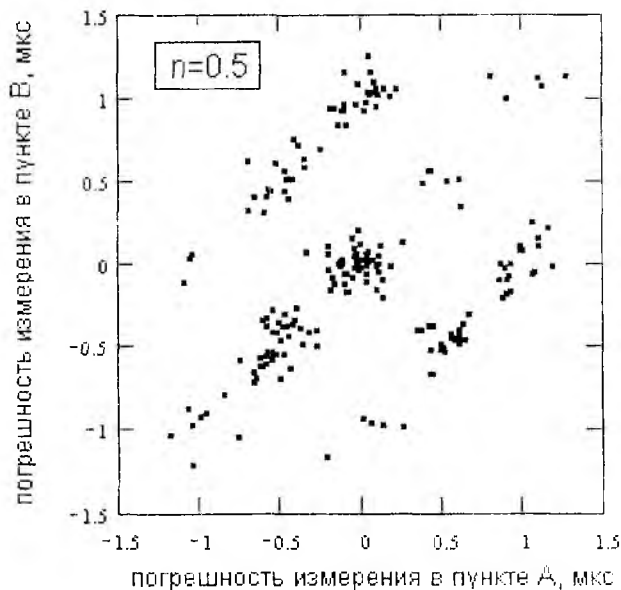


Рис. 3

Исследования проводились для различных значений величин, входящих в формулы (13)...(16), и для различных значений параметров законов распределения случайных величин $\delta_1^A, \delta_2^A, \delta_1^B, \delta_2^B$. Результаты моделирования, приведенные на рис. 1-3, получены для следующих принятых значений: время распространения – $\tau_p = 1100$ мкс, задержка опорного сигнала – $t_0 = 1200$ мкс, коэффициент опорной ретрансляции – $n = 1$ (см. рис. 2) и $n = 0,5$ (рис. 3), абсолютное значение нестабильности времени распространения – $\Delta t = 0$, истинный сдвиг шкал в пунктах А и В – $\Delta T^A = 40$ мкс, $\Delta T^B = -40$ мкс соответственно. Общее число обрабатываемых результатов – $N = 200$. Параметры законов распределения случайных величин $\delta_1^A, \delta_2^A, \delta_1^B, \delta_2^B$, задаваемых моделью (1), выбраны одинаковыми:

– уровень засорения – $\varepsilon_1^A = \varepsilon_2^A = \varepsilon_1^B = \varepsilon_2^B = 0,3$;

– математическое ожидание основного лепестка распределения – $m_1^A = m_1^B = m_2^A = m_2^B = 0$;

– среднее квадратическое отклонение (СКО) основного лепестка распределения –

$$\sigma_1^A = \sigma_1^B = \sigma_2^A = \sigma_2^B = 0,1 \text{ мкс};$$

– математическое ожидание бокового лепестка распределения – $m_{1h}^A = m_{1h}^B = m_{2h}^A = m_{2h}^B = 1$ мкс;

– среднее квадратическое отклонение бокового лепестка распределения –

$$\sigma_{1h}^A = \sigma_{1h}^B = \sigma_{2h}^A = \sigma_{2h}^B = 0,1 \text{ мкс}.$$

Выбор одинаковыми характера закона распределения, уровня засорения и математических ожиданий основного и бокового лепестков распределений равносильно предположению о стабильности и взаимности канала синхронизации. Гистограммы, полученные при синхронизации встречным методом, позволяют сделать следующий вывод.

При условии взаимности канала синхронизации появление асимметрии в распределении времени задержки сигнала в каждом канале (вплоть до двухмодального распределения) не сопровождается асимметрией в распределении измеренного сдвига шкал. Распределения сдвига шкал в каждом пункте и погрешности его измерения остаются симметричными, хотя и трехмодальными. Это значит, что такая асимметрия распределения времени задержки сигнала в каждом канале существенного смещения оценки центра распределения сдвига шкал (погрешностей измерения) не вызывает, а лишь приводит к увеличению ее дисперсии.

Обратим внимание на то обстоятельство, что при синхронизации встречным методом характер распределения и параметры случайных величин δ_2^A и δ_2^B не влияют на распределение сдвига шкал (погрешности его измерения), так как в этом случае отсутствует ретрансляция сигнала, а следовательно при встречном методе синхронизации к каналу предъявляется только требование взаимности. Для ретрансляционных методов важно, чтобы радиоканал удовлетворял выполнению обоих требований – взаимности и стабильности.

Следует заметить, что результаты моделирования охватывают более широкий круг различий в качественных показателях среды распространения и аппаратных задержек, чем теоретический анализ. Теоретический результат получен только для случая, когда сдвиг шкал выражается через разность времен задержки принимаемых сигналов в пунктах А и В, что справедливо для встречного метода. Для ретрансляционного метода с коэффициентом ретрансляции $n = 1$ выведенный результат (см. выражение (12)) также справедлив, но распределение погрешности измерения ΔT^A определяется вероятностными характеристиками случайных величин $\xi = -0,5\delta_1^B$ и $\eta = 0,5\delta_2^A$. На рис. 3 приведено поле корреляции погрешностей синхронизации в пунктах А и В для случая, когда коэффициент ретрансляции $n = 0,5$. Как видно из рис. 3 распределение погрешностей является многомодальными. и, кроме того, существует корреляция между погрешностями синхронизации в указанных пунктах. При этом распределения сдвигов шкал ΔT^A и ΔT^B и их погрешностей измерения определяются вероятностными характеристиками линейных комбинаций случайных величин

$$[(n-1)\delta_1^A - n\delta_1^B + \delta_2^A]/2 \text{ и } [(n-1)\delta_1^B - n\delta_1^A + \delta_2^B]/2$$

соответственно.

Список литературы: 1. Система синхронизации первичной цифровой сети связи Украины. Основные положения. Министерство связи Украины. УНИИС. К., 1996. 2. Бирюков Н.Л., Кильчицкий Е.В., Савчук А.В. Синхронизация сети связи // Діловий кур'єр ЗВ'ЯЗОК (Всеукраїнський інформаційний тижневик), 1998. №29. С.4. 3. Грановский В.А., Сирая Г.Н. Методы обработки экспериментальных данных при измерениях. Л.: Энергоатомиздат, 1990. 288 с. 4. Бавыкина В.В., Трошин О.Л. Численное исследование робастных процедур оценивания погрешностей метеорного сличения шкал времени // Радиотехника. Всеукр. межведомств. науч.-техн. сб. 1999. Вып. 109. С.75–82. 5. Айвазян С.А., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика: Основы моделирования и первичная обработка данных. М.: Финансы и статистика, 1983. 471 с. 6. Метеоры сегодня / Кащеев Б.Л., Коваль Ю.А., Горбач В.И., Бондарь Б.Г. К.: Техника, 1996. 196 с. 7. Кащеев Б.Л., Коваль Ю.А., Кундюков С.Г. О возможности использования радиометеорного канала для национальной сети связи Украины // Діловий кур'єр ЗВ'ЯЗОК: Всеукраїнський інформаційний тижневик, 1999. №5. С. 32–36. 8. Тихонов В.И., Харисов В.Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. М.: Радио и связь, 1991. 608 с.

Харьковский государственный технический университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 5.07.2000