К ВОПРОСУ О ПОВЕДЕНИИ РЕЛЕЙНЫХ СИСТЕМ В ЗОНЕ НЕЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ

В. И. Коржов, В. В. Шервашидзе, М. С. Гусовский

Киев

Известно, что для исследования релейных систем автоматического регулирования, а также построения графиков переходных процессов необходимо иметь полное представление о поведении этих систем в зоне нечувствительности.

Для оценки характера переходного процесса в релейной системе, рис. 1, согласно равенству (1), необходимо знать функцию $z(t)$ системы, которая определяется по формуле

$$z(t) = f(t) - x(t), \tag{1}$$

где $z(t)$ — выходная величина системы;
$x(t)$ — управляющий сигнал;
$f(t)$ — внешнее воздействие.

Для определения $z(t)$ релейной системы автоматического регулирования (САР) с зоной нечувствительности необходимо предварительно вычислить временную характеристику линейной части системы $h(t)$ и графическим методом определить моменты переключения

$$z(t) = K\left\{\sum_{k=0}^{n}(-1)^k[h(t-t_k) - h(t-t_{k+1})] + (-1)^n h(t-t^n)\right\} \tag{2}$$

$$t_n < t < t_{n+1},$$

и

$$z(t) = K_p\left\{\sum_{k=0}^{n}(-1)^k\left[h(t-t_k) - h\left(t-t'_{k+1}\right)\right]\right\}, \tag{3}$$

$$t_{n+1} < t < t_{n+1},$$

где K_p — коэффициент усиления релейного элемента;
$h(t)$ — временная характеристика;
t_k — момент переключения.

Выражение (2) определяет переходный процесс релейной САР в интервале существования управляющего воздействия; выражение (3) в интервале отсутствия управляющего воздействия.

Выражения (2) и (3) лежат в основе рассматриваемого в работе метода исследования поведения релейных систем в зоне нечувствительности.

Рассмотрим поведение релейных систем в зоне нечувствительности с различными передаточными функциями линейной части $W(p)$ и определим величину выбега релейных САР в зоне нечувствительности.

Согласно (1), временная характеристика линейной части любой релейной САР может быть описана выражением

$$h(t) = \sum_{\nu=0}^{S} \sum_{\mu=0}^{r_{\nu}-1} C_{\nu\mu} \frac{t^{\mu}}{\mu!} l^{P_{\nu}t}, \tag{4}$$

где S — количество полюсов;
ν — номер полюса;
$r_{\nu-1}$ — максимальная кратность;
μ — кратность ν-полюса;
$C_{\nu\mu}$ — постоянный коэффициент;
P_{ν} — полюс.

Если известна функция управляющего сигнала $f(t)$, то можно написать с учетом равенства (1) необходимое и достаточное условие получения релейной системы с качеством переходного процесса не хуже, чем с k-переключениями

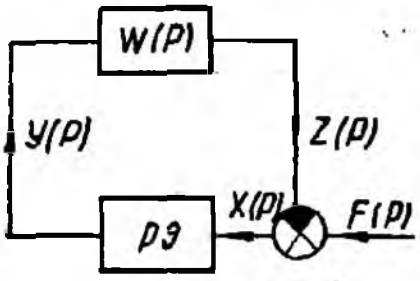


Рис. 1.

$$A_k = x(t) = z(t) - f(t) \leqslant |x_{01} + x_{02}|, \tag{5}$$

при $t \to \infty$,

где A_k — выбег системы в зоне нечувствительности после k-переключения;
x_{01} — зона нечувствительности релейного элемента при $z(t) < f(t)$;
x_{02} — зона нечувствительности релейного элемента при $z(t) > f(t)$;
K — номер переключения.

Тогда с учетом формул (3) и (4) из выражения (5) получим

$$A_k = K_p \left\{ \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k \sum_{\nu=0}^{S} \sum_{\mu=0}^{r_{\nu}-1} \frac{C_{\nu\mu}}{\mu!} [(t - t_k)^{\mu} l^{P_{\nu}(t-t_k)} - \right.$$

$$\left. - (t - t_{k+1})^{\mu} l^{P_{\nu}(t-t_{k+1})}] \right\} - f(t). \tag{6}$$

Возможны следующие случаи поведения релейной САР в зоне нечувствительности.

1. В случае $\mu = 0$ и $\nu = 0$ при $t \to \infty$ (нет кратных корней и $W(p)$ имеет все полюса простые, отрицательные и отличные от нуля)

$$h(t) = \sum_{\nu=1}^{S} C_{\nu} [l^{P_{\nu}t} + C_{00}] = C_{00} \tag{7}$$

при $t \to \infty$.

Очевидно, что $h(t)$ изменяется во времени, но не может быть больше, чем C_{00}.

Такая система неработоспособна при $f(t) > C_{00}$; при $f(t) < C_{00}$ релейная система работоспособна и выражение поведения ее в зоне нечувствительности определяется из (6) с учетом, что $\mu = 0$ и $\nu = 0$

$$A_k = K_p \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k \left[l^{P_{\nu}(t-t_k)} - l^{P_{\nu}(t-t_{k+1})} \right] - f(t). \tag{8}$$

Из выражения (8) следует, что при $t \to \infty$ релейные системы, у которых $W(p)$ имеет все простые и отличные от 0, не имеют выбега в зоне нечувствительности при соблюдении условия $f(t) < C_{00}$.

2. В случае $\mu \neq 0$ (корни кратные, отрицательные, $W(p)$ не имеет нулевых корней) A_k определяется из (6).

$$A_k = K_p \left\{ \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k \sum_{\nu=1}^{S} \frac{C_{\nu\mu}}{\mu!} [(t-t_k)\, l^{\mu P_\nu (t-t_k)} - \right.$$

$$\left. - (t-t_{k+1})\, l^{\mu P_\nu (t-t_{k+1})}] \right\} - f(t). \qquad (9)$$

После раскрытия неопределенности типа $\frac{\infty}{\infty}$, замечаем, что релейные системы, у которых $W(p)$ содержит кратные отрицательные корни и не содержит нулевых, имеют выбег в зоне нечувствительности, равный нулю.

3. В случае, когда $W(p)$ релейной системы имеет n_0 нулевой полюс, а все остальные полюса простые и отрицательные

$$h(t) = \frac{1}{r_0 - 1 - \nu_0} \sum_{\nu_0}^{n_0} \frac{dr_0 - 1\nu_0}{dp_0^r - 1 - \nu_0} \left[\frac{P(p)}{Q n_0 (p)} \right] t^{\nu_0} + \sum_{\nu=1}^{n-n_0} C_{\nu_0} l^{P_\nu t}, \qquad (10)$$

где

$$C_{\nu_0} = \frac{P(P_\nu)}{Q(P_\nu)\, P^\nu};$$

r_0 — кратность нулевого полюса;
n_0 — количество нулевых полюсов.

Подставляя равенство (10) в (5), получим

$$A_k = K_p \left\{ \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k \frac{1}{r_0 - 1 - \nu_0} \sum_{\nu_0=0}^{n_0} \frac{d^{n_0 - 1 - \nu_0}}{dp^{n_0 - 1 - \nu_0}} \left[\frac{P(p)}{Q n_0 (p)} \right] [(t-t_k)^{\nu_0} - \right.$$

$$\left. - (t-t_{k+1})^{\nu_0}] \right\} - f(t), \qquad (11)$$

где $t \to \infty$ представлена в виде $W(p)\overset{p=0}{=} \frac{P(n)}{Q_{n_0}(p)\, p^{n_0}}$.

При $t \to \infty$ видно, что только при $\nu_0 = 1$ релейные САР имеют конечный, не равный нулю, выбег.

Если $\nu_0 > 1$, то функция $t^{\nu_0} = (t - t_k)^{\nu_0}$ при $t \to \infty$ будет стремиться к ∞ и, следовательно, $A_k \to \infty$, но согласно (1) и (2), при $\nu_0 \leqslant 1$ релейная система устойчива, а при $\nu_0 > 1$ — неустойчива.

Из приведенного выше анализа можно сделать вывод: если релейная САР устойчива, то она имеет конечный выбег в зоне нечувствительности A_k; если же система неустойчива $|\nu_0 > 1|$, то $A_k \to N$, где $N > x_{01} + x_{02}$.

Определим величину выбега устойчивой релейной системы в зоне нечувствительности. Согласно выводу, сделанному выше, устойчивая релейная САР с конечным выбегом в зоне нечувствительности, не равным нулю, имеет переходную функцию $h(t)$, полученную из равенства (10) при $\nu_0 = 1$.

$$h(t) = C_{00} + C_{\nu_1} t + \sum_{\nu=1}^{n-1} C_{\nu_0} l^{P_\nu t}. \qquad (12)$$

Подставив выражение (12) в (3) и произведя сокращения в выражении поведения релейной САР в зоне нечувствительности, получим

$$z(t) = K_p \left\{ \sum_{k=0}^{n} (-1)^k [C_{v_1} t_{k+1} - C_{v_1} t_k + \right.$$

$$\left. + \sum_{v=1}^{n-1} C_{v_2} t^{P_v (t - t_k)} - \sum_{v=1}^{n-1} C_{v_2} t^{P_v (t - t_{k+1})}] \right\}. \qquad (13)$$

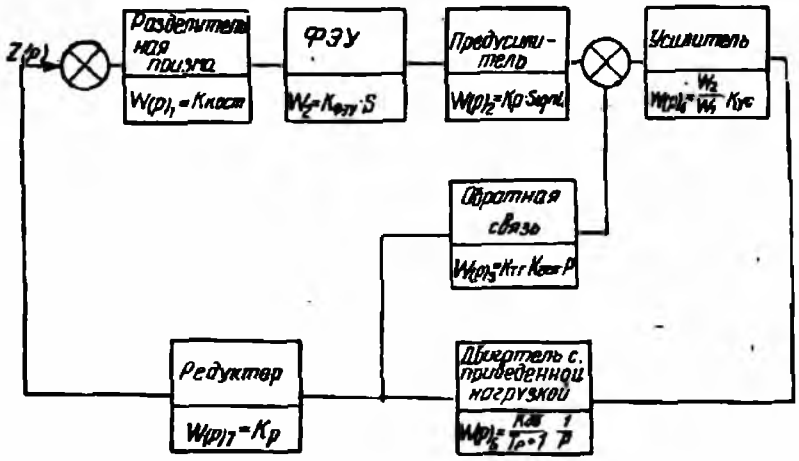


Рис. 2.

Устремив $t_k \to \infty$ и вычтя $f(t) = \text{const}$, получим выражение величины выбега релейной САР в зоне нечувствительности:

$$A_k = K_p \left\{ \sum_{k=0}^{n} (-1)^k [C_{v_1} t_{k+1} - C_{v_1} t_k] \right\} - [f(t_n) + (-1)^n (x_0)]. \qquad (14)$$

Преимущество формулы (14) состоит в следующем: она дает конечную величину выбега релейной САР в зоне нечувствительности. Другим методом (1) эту величину можно получить только приближенно.

В качестве примера рассмотрим поведение релейной фотоэлектрической следящей системы стабилизации углового положения объекта в зоне нечувствительности. Структурная схема этой системы приведена на рис. 2, где $W(p_1)$ — передаточная функция разделительной призмы; $W(p)_2$ — передаточная функция фотоприемника (ФЭУ); $W(p)_3$ — передаточная функция предварительного усилителя; $W(p)_4$ — передаточная функция усилителя рассогласования; $W(p)_5$ — передаточная функция отрицательной обратной связи (ООС); $W(p)_6$ — передаточная функция исполнительного двигателя с приведенной нагрузкой; $W(p)_7$ — передаточная функция редуктора; $W(p)_1$ — передаточная функция линейной части системы; РЭ — релейный элемент.

Приведенная структурная схема системы аналогична структурной схеме рис. 1.

Для данной системы

$$W(p)_{\text{п. ч}} = \frac{420}{(1{,}8 + 0{,}5p)} \cdot \frac{1}{p} \text{ рад/сек.}$$

Характеристика релейного элемента

$$x_{01} = x_{02} = 10''.$$

K_p — коэффициент усиления релейного элемента; $K_p = 1$.

Данная система имеет $\nu_0 = 1$. Следовательно, она имеет конечный и не равный 0 выбег в зоне нечувствительности. Временная характеристика $h(t)$ (обратное преобразование Лапласа переходной функции) равна

$$h(t) = 80(t^{-3,6t} + 3,6t - 1).$$

Определим величину выбега системы после окончания переходного процесса, если на систему воздействует возмущающее воздействие $f(t)$; единичный скачок амплитудой в 10^1. Графоаналитическим методом [1] определяются моменты переключения при протекании переходного процесса:

$$t'_1 = 2,39; \qquad t_2 = 3,15;$$
$$t_1 = 2,40; \qquad t'_3 = 3,46;$$
$$t'_2 = 2,90; \qquad t_3 = 3,67.$$

Подставляя значение $t'_1 - t_3$ в выражение (14), получаем величину выбега системы в зоне нечувствительности после окончания переходного процесса

$$A_k = \sum_{k=0}^{3} (-1)^k [288t_{k+1} - 288t_k] - [600'' - (-1)^3 10''] \cong 7''.$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании рассмотрения поведения релейных САР с различными передаточными функциями релейной части была определена величина выбега в зоне нечувствительности.

1. Для систем, не содержащих нулевых полюсов в передаточной функции линейной части системы, выбег в зоне нечувствительности равен нулю.

2. Для систем, содержащих один нулевой полюс в передаточной функции линейной части системы, выбег имеет конечную величину, определяемую выражением (14).

3. Для систем, содержащих в передаточной функции линейной части системы более одного нулевого полюса, выбег в зоне нечувствительности стремится к бесконечности ($A \to \infty$); такие системы неустойчивы в зоне нечувствительности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Я. З. Цыпкин. Теория релейных систем автоматического регулирования. Гостехиздат, 1965.

2. Я. З. Цыпкин. Устойчивость и автоколебания в релейных системах автоматического регулирования. Труды ЛКВВИА, вып. 32, 1950.

3. Я. З. Цыпкин. Переходные и установившиеся процессы в импульсных цепях. Госэнергоиздат, 1951.

4. Я. З. Цыпкин. Релейные следящие системы. Труды Пензенского индустриального института, вып. 2, 1954.