УДК 519.216:551.5

Э.А. КОРЕЦКИЙ

МОДЕЛЬ АВТОРЕГРЕССИИ ОДНОМОДОВЫХ И ДВУМОДОВЫХ СТАЦИОНАРНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

Проведение метрологической аттестации ряда информационно-измерительных систем, в частности дистанционных бесконтактных акустических измерителей параметров движения нижних слоев атмосферы, непосредственно по стандартным схемам сравнительных испытаний с использованием образцовых мер или систем на сегодняшний день представляется практически неразрешимой задачей. Причинами являются отсутствие требуемых образцовых мер и систем и сложность реализации при современном уровне технологии.

В этой связи весьма перспективно использование в качестве образцовой меры имитационного сигнала с задаваемыми информационными параметрами, отражающими существенные свойства реального эхо-сигнала. В процессе испытаний необходимо обеспечить формирование сигнала с известными информационными параметрами по определенным алгоритмам, а затем получить оценки этих параметров по представительной выборке. Сравнение известных и оценочных параметров позволяет судить о качественных характеристиках измерительной системы и алгоритмов обработки сигнала.

Из статистической теории известно, что точность оценок параметров зависит от числа усреднений и, следовательно, длины выборки. Использование в качестве тестовых заранее подготовленных реализаций сигналов со значительным объемом выборок затруднено ввиду сложностей, связанных с хранением и систематизацией информации в компьютерах. Поэтому перспективны конструктивные методы получения информационных сигналов, в соответствии с которыми определяемый параметр задавался бы постоянным в генерируемой реализации, а сам сигнал представлял бы собой случайный процесс.

В системах акустического зондирования атмосферы основным информационным параметром является доплеровская частота отраженного сигнала. Поэтому тестовый случайный процесс должен характеризоваться заданными параметрами энергетического спектра — центральной частотой и шириной полосы по уровню половинной мощности. В ряде случаев для проверки работоспособности систем под воздействием помех со сложной формой энергетического спектра или же помех от нескольких источников нужно иметь многомодовые информационные сигналы. Каждая мода или максимум в спектральной плотности мощности (СПМ) такого сигнала может характеризоваться своими центральной частотой и шириной полосы.

Для реализации указанных конструктивных методов необходимо установить аналитическую зависимость между параметрами модели авторегрессии (АР) и параметрами энергетического спектра.

Вначале рассмотрим возможности получения имитационных одномодовых случайных процессов. Для этого выявим связь между параметрами модели АР и указанными параметрами спектра. Используем модель АР второго порядка, поскольку она описывается обыкновенным дифференциальным уравнением второго порядка [1]

$$\ddot{X}(t) + 2h\dot{X}(t) + \omega_0^2 X(t) = a(t). \tag{1}$$

Здесь h — коэффициент демпфирования; ω_0 — собственная частота; $a(t)$ — случайное воздействие типа белого шума.

Непрерывному дифференциальному уравнению (1) соответствует разностное уравнение авторегрессии [2]

$$X_t = \sum_{j=1}^{p} \Phi_j X_{t-j} + a_t, \tag{2}$$

где p — порядок АР модели; Φ_j — коэффициенты АР; a_t — некоррелированные случайные отсчеты.

В ходе теоретических исследований получены соотношения, связывающие коэффициенты АР с параметрами энергетического спектра $\Delta\omega$ и ω_h:

$$\Phi_1 = 2e^{-\frac{\Delta\omega T}{2}} \cos\omega_h T; \quad \Phi_2 = -e^{-\Delta\omega T}. \tag{3}$$

Здесь T — частота дискретизации.

Максимум СПМ-процессов, сформированных с помощью формул (3), несколько смещен относительно задаваемой центральной полосы ω_h, причем смещение существенно зависит от ширины полосы $\Delta\omega_h$. Чтобы устранить причину смещения, воспользуемся формулой для параметрического спектрального анализа [2]

$$|S(f)|^2 = \frac{\sigma_a^2}{\left|1 - \sum_{i=1}^{p} \Phi_i \exp(-j2\pi f i T)\right|^2}. \tag{4}$$

Продифференцировав (4) и получив максимум относительно ω_m, запишем соотношение

$$\cos\omega_m T = \frac{\Phi_1(\Phi_2 - 1)}{4\Phi_2}. \tag{5}$$

Подставив в него формулы (3), выявим связь между задаваемой частотой корня характеристического уравнения ω_h и частотой максимума СПМ ω_m:

$$\cos\omega_m T = \frac{1}{2}\cos\omega_h T\left(e^{-\frac{\Delta\omega T}{2}} + e^{\frac{\Delta\omega T}{2}}\right), \tag{6}$$

или

$$\omega_m = \frac{1}{T}\left(\arccos\left(\frac{1}{2}\cos\omega_h T\left(e^{-\frac{\Delta\omega T}{2}} + e^{\frac{\Delta\omega T}{2}}\right)\right)\right). \tag{7}$$

Использовав формулу (6), можно учесть смещение и избавиться от него при генерации случайных процессов с заданными параметрами спектра. Для этого (6) представим в виде

$$\cos\omega_h T = \frac{2\cos\omega_m T}{e^{-\Delta\omega T/2} + e^{\Delta\omega T/2}}. \tag{8}$$

Задавшись частотой максимума СПМ ω_m и использовав (8), отыщем значение $\cos\omega_h T$, которое затем подставим в выражение (3). В результате найденные коэффициенты АР Φ_1 и Φ_2 будут соответствовать случайному процессу, имеющему максимум СПМ на задаваемой частоте ω_m.

С помощью аналогичных рассуждений и уравнения авторегрессии четвертого порядка получены соотношения, связывающие коэффициенты АР с параметрами двумодового спектра:

$$\Phi_1 = 2e^{-\frac{\Delta\omega_1 T}{2}}\cos\omega_{h1}T + 2e^{-\frac{\Delta\omega_2 T}{2}}\cos\omega_{h2}T;$$

$$\Phi_2 = -\left[e^{-\Delta\omega_1 T} + e^{-\Delta\omega_2 T} + 4e^{-\frac{T}{2}(\Delta\omega_1+\Delta\omega_2)} \cos\omega_{h1}T \cos\omega_{h2}T \right]; \qquad (9)$$

$$\Phi_3 = 2e^{-\frac{T}{2}(\Delta\omega_1+2\Delta\omega_2)} \cos\omega_{h1}T + 2e^{-\frac{T}{2}(2\Delta\omega_1+\Delta\omega_2)} \cos\omega_{h2}T;$$

$$\Phi_4 = -e^{-T(\Delta\omega_1+\Delta\omega_2)},$$

где $\Delta\omega_1$, $\Delta\omega_2$ — ширины спектров первой и второй мод; ω_{h1}, ω_{h2} — частоты корней характеристического уравнения, соответствующие первой и второй модам.

На рис. 1 показана схема АР-генератора, с помощью которой можно сформировать случайные стационарные процессы с заданными параметрами спектра. Исходя из требуемых значений центральной частоты и ширины полосы СПМ, по формулам (3) или (9) находятся коэффициенты АР Φ_i. Затем полученные значения используются в качестве параметров формирующего фильтра, входное воздействие которого a_t представляет собой некоррелированные отсчеты типа белого шума.

На рис. 2 дан график оценочной СПМ, построенной параметрическим методом, для следующих параметров двумодового спектра: f_1 = 20 Гц, Δf_2 = 20 Гц, f_2 = 60 Гц, Δf_2 = 10 Гц, $f_{кв}$ = 200 Гц. Коэффициенты АР, рассчитанные по формулам (9), имеют следующие значения: Φ_1 = 0,65, Φ_2 = = -0,64, Φ_3 = 0,58, Φ_4 = -0,39. Из вида графиков следует, что параметры модельного случайного процесса соответствуют задаваемым.

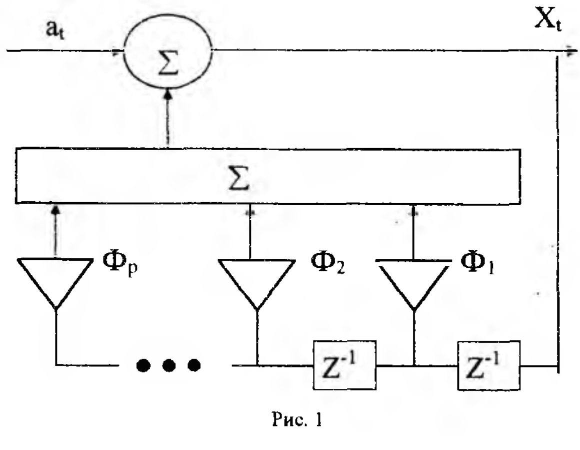

Рис. 1

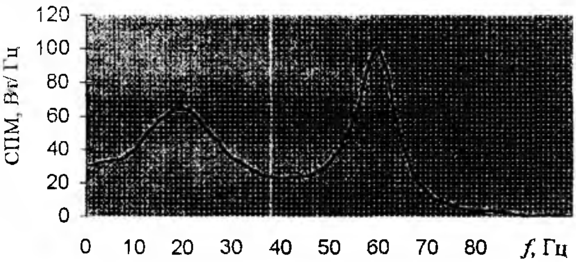

Рис. 2

Представленные результаты использованы для разработки и оптимизации систем шумоподавления в системах акустического зондирования атмосферы, для проведения метрологической аттестации, а также для проверки работоспособности и эффективности алгоритмов обработки сигналов, применяемых в этих системах.

Список литературы: 1. *Бокс Дж., Дженкинс Г.* Анализ временных рядов: Прогноз и управление: Пер. с англ. М.: Мир, 1974. 237 с. 2. *Марпл G.* (мл). Цифровой спектральный анализ и его приложения: Пер. с англ. М.: Мир, 1990. 584 с.

Харьковский государственный технический университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 02.10.98