УДК 621.391

Ф. В. ЛУЧЕНКО, С. Г. РАССОМАХИН, канд. техн. наук

МЕТОД ПОВЫШЕНИЯ КАЧЕСТВА ФИЛЬТРАЦИИ СИГНАЛОВ

В системах передачи информации из-за наличия шума $n(t)$ и случайного характера сигнала $u(t)$ оценка реализации этого сигнала не совпадает с истинной реализацией, т. е. имеются ошибки фильтрации. В системах управления и связи для обработки сигналов широко используется линейная фильтрация, хотя во многих случаях необходима нелинейная обработка. Широкое применение линейной фильтрации объясняется простотой реализации линейных фильтров, которые сравнительно легко синтезируются, и существованием развитой теории их построения, чего нельзя сказать о нелинейных фильтрах.

При решении задачи оптимальной фильтрации сигналов из шумов для случая, когда сигнал $u(t)$ и шум $n(t)$ взаимодействуют аддитивно, требуется определить систему, которая из принимаемой смеси $s(t)=u(t)+n(t)$ с минимальной средней квадратической ошибкой выделяет полезный сигнал $u(t)$. Сформулированная задача решена А. Н. Колмогоровым [3]. Им, в частности, было показано, что оптимальное по критерию минимума средней квадратической ошибки устройство в данном случае относится к классу линейных фильтров с постоянными параметрами, передаточная функция которого имеет вид

$$W_0(j\omega)=\frac{S_u(\omega)}{S_u(\omega)+S_n(\omega)}, \tag{1}$$

где $S_u(\omega)$ — спектральная плотность сигнала $u(t)$; $S_n(\omega)=N_0$ — спектральная плотность нормального белого шума $n(t)$.

Соотношение (1) соответствует физически нереализуемым оптимальным фильтрам. При нахождении оптимального значения $W_0(j\omega)$ с учетом условий физической реализации применяется метод факторизации [4]. Для определения передаточной функции оптимального фильтра с равномерным запаздыванием, обеспечивающего минимум среднеквадратической ошибки фильтрации, предлагается вместо метода факторизации использовать разложение в ряд Фурье аппроксимируемой функции [2]. В этом случае передаточную функцию физически нереализуемого оптимального фильтра для нормированного значения $\omega\tau=1$ можно представить в виде [1]

$$W_\Phi(j\omega)=\frac{d_0}{2}\sum_{k=1}^{\infty} d_k\cos k\omega\tau. \tag{2}$$

Здесь

$$d_k=\frac{2}{x}\int_0^x W_0(j\omega)\cos k\omega\tau\, d\omega;$$

τ — интервал аппроксимации. Задавшись точностью аппроксимации $\delta < \delta_0$, можно ограничить верхний предел суммирования значением N. Тогда выражение (2) представим так:

$$W_\Phi(j\omega) = \frac{d_0}{2} + \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{N} d_k\left(e^{-jk\omega\tau} + e^{+jk\omega\tau}\right). \qquad (3)$$

Для обеспечения физической реализуемости устройства с передаточной функцией (3) введем задержку, соответствующую порядку фильтра N, умножив выражение (3) на $e^{-jN\omega\tau}$. Тогда

$$W_\Phi(j\omega) = \frac{d_0}{2} e^{-jN\omega\tau} + \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{N} d_k\left(e^{-j(N-k)\omega\tau} + e^{-j(N+k)\omega\tau}\right). \qquad (4)$$

Устройство с передаточной функцией (4) может быть реализовано физически и обеспечивает равномерное запаздывание сигнала на выходе на время $T_з = 2N\tau$.

Спектральная плотность ошибки фильтрации для некоррелированных взаимодействующих аддитивно сигнала $u(t)$ и шума $n(t)$ имеет вид [4].

$$S_\delta(\omega) = S_1(\omega) + S_2(\omega) = S_u(\omega)\,|\,1 - W_\Phi(j\omega)|^2 + S_n(\omega)\,|\,W_\Phi(j\omega)|^2. \qquad (5)$$

Первый член выражения (5) представляет собой спектральную плотность составляющей сигнала рассогласования, обусловленной сигналом $u(t)$, а второй — спектральную плотность составляющей сигнала на выходе, обусловленной шумом $n(t)$. Среднеквадратическое значение ошибки фильтрации определяется выражением

$$\delta^2 = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty S_\delta(\omega)\, d\omega. \qquad (6)$$

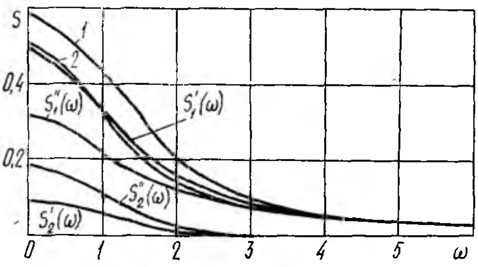
Нахождение δ^2 из выражения (6) аналитически представляет собой довольно трудную задачу, но ее можно решить численными методами или графически. На рисунке представлено графическое решение выражения (6) для спектральной плотности сигнала вида

$$S_u(\omega) = \frac{1}{1+\omega^2} \text{ при } N_0 = 1{,}0,\ N = 5,\ \tau = 0{,}314.$$

Спектральные плотности со штрихом определены для метода факторизации, а с двумя штрихами — для разложения в ряд Фурье аппроксимируемой передаточной функции. Площади под кривыми 1, 2 задают значения среднеквадратических ошибок фильтрации для рассматриваемых методом. Очевиден выигрыш по уменьшению ошибки фильтрации для представленного в работе метода.

При нахождении передаточной функции оптимального фильтра разложением в ряд Фурье аппроксимируемой функции важное значение имеет выбор оптимального предела суммирования N в выражении (4), поскольку он влияет на точность аппроксимации δ, задержку $T_з$ и сложность устройства q. Легко установить, что с ростом N, начиная с некоторого его значения, точность аппроксимации увеличивается гораздо медленнее, чем сложность устройства. Поэтому при синтезе оптимального фильтра необходимо учитывать, какой из перечисленных параметров является определяющим, и, исходя из этого, находить значение $N_{опт}$. Например, при фиксированном времени задержки $T_з = \mathrm{const}$ оптимальное значение $N_{опт}$ выбирается путем решения задачи по минимизации целевой функции $V = k_1\delta + k_2 q$, где k_1, k_2 — весовые коэффициенты.

Таким образом, предложенный метод позволяет синтезировать физически реализуемый оптимальный фильтр. Выбор числа N обеспечивает передаточную функцию фильтра, полученную методом разложения в ряд Фурье аппроксимируемой функции, сколь угодно близкую к аппроксимируемой при практически нулевых фазовых искажениях и незначительной задержке. Анализируя выражение (3), можно увидеть, что устройство с такой передаточной функцией легко реализуется в аналоговом и в цифровом виде, так как оно состоит из усилителей и линий задержки. Оптимальный фильтр с передаточной функцией (4) позволяет уменьшить среднеквадратическое значение ошибки фильтрации и увеличить отношение сигнал — шум на выходе устройства по сравнению с фильтром, полученным с помощью метода факторизации что повышает качество фильтрации сигналов из шумов.



Список литературы: 1. *Бронштейн И. Н., Семендяев К. А.* Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. М., 1986. 544 с. 2. *Гольденберг Л. Н., Поляк М. Н.*, Цифровая обработка сигналов. Справочник. М., 1985. 312 с. 3. *Колмогоров А. Н.* Интерполирование и экстраполирование стационарных случайных последовательностей // Изв. АН СССР. Сер. математ. 1941. № 5. С. 3—14. 4. *Теория* автоматического управления. Нелинейные системы управления при случайных воздействиях // А. В. Нетушил, А. В. Балтрушевич, В. В. Бурляев и др. М., 1983. 432 с.

Поступила в редколлегию 08.02.88

УДК 621.391

И. В. ЗОТОВ

АЛГОРИТМ СИНТЕЗА АНСАМБЛЕЙ КВАЗИОРТОГОНАЛЬНЫХ СИСТЕМ СИГНАЛОВ С ЗАДАННЫМИ СВОЙСТВАМИ

В связи с развитием теории передачи и обработки информации повышаются требования, предъявляемые к ансамблевым, структурным и корреляционным свойствам используемых систем сигна-