# СДЦ В ИМПУЛЬСНЫХ РЛС: 3. СТРУКТУРЫ, ПАРАМЕТРЫ И ЭФФЕКТИВНОСТЬ КВАЗИОПТИМАЛЬНЫХ СИСТЕМ МЕЖДУПЕРИОДНОЙ ОБРАБОТКИ ГАУССОВЫХ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ ГАУССОВЫХ ПАССИВНЫХ ПОМЕХ

# Д.И. ЛЕХОВИЦКИЙ, В.П. РЯБУХА, Г.А. ЖУГА, Д.С. РАЧКОВ

Третья статья цикла статей по теории и технике нетраекторной селекции движущихся целей (СДЦ) на фоне источников пассивных помех (ПП) в системах междупериодной обработки (МПО) сигналов импульсных РЛС. РАссматриваются известные и новые квазиоптимальные системы МПО гауссовых сигналов на фоне гауссовых ПП. Разрабатывается методика определения их предельных возможностей, использующаяся для оценки потерь эффективности, обусловленных упрощением обработки по сравнению с оптимальной. По результатам сравнительного анализа этих потерь обосновываются рекомендации по выбору структуры и параметров адаптивных систем МПО, предназначенных для работы в реальных условиях априорной неизвестности статистических характеристик входных воздействий.

This is the third paper of a paper series devoted to the theory and technique of nontracking moving target indication through Gaussian clutter (GC) in pulse radar interperiod processing (IPP) systems. Wellknown and new quasioptimal IPP systems of Gaussian signals against the background of GC are considerated. The methodology evaluating their ultimate capabilities is developed which is used for estimation of the efficiency losses conditioned by the processing simplification compared with an optimal processing. Basing on the results of the comparative analysis of these losses, the recommendations for a choice of the structure and parameters of adaptive IPP systems intended for operation under real conditions with an a priori uncertainty of input impacts statistical characteristics are substantiated.

## введение

Данная статья — третья из запланированного цикла статей по теории и технике нетраекторной селекции движущихся целей (СДЦ) на фоне пассивных помех (ПП) в системах междупериодной обработки (МПО) сигналов импульсных РЛС.

Первые две статьи [1, 2] посвящены структурам и параметрам оптимальных систем **МПО** гауссовых сигналов на фоне гауссовых **ПП**, анализу физического смысла и экстремальных свойств оптимальных операций, потенциальным возможностям **МПО** при известных статистических характеристиках **ПП**.

Показано, что даже в таких гипотетических условиях реализация оптимальной МПО достаточно сложна, а в реальных условиях - и практически невозможна из-за априорной неизвестности и динамичной изменчивости этих характеристик. Для этих условий требуются адаптивные системы МПО, способные оперативно извлекать и использовать недостающую информацию непосредственно из входных воздействий. Из-за их дальностно-азимутальной нестационарности объем доступной для решения этой задачи обучающей выборки неизбежно конечен и зачастую весьма мал. В этих условиях адаптивные аналоги оптимальных систем МПО могут быть непригодными не только из-за большой сложности, но и из-за более низкой эффективности по сравнению с адаптивными аналогами существенно более простых (квазиоптимальных) систем МПО с меньшим числом априори неизвестных параметров.

В данной статье синтезируются квазиоптимальные (**KO**) системы **МПО** различной сложности, включая широко использующиеся на практике компенсационные, фильтровые и компенсационно-фильтровые системы **МПО**, и сравниваются их предельные возможности. Результаты этого сравнения используются в последующих статьях цикла для обоснования рациональных структур адаптивных систем **МПО**, алгоритмов их настройки и рекомендаций по практической реализации в РЛС различного класса и назначения.

Статья организована следующим образом.

В п. 1 путем последовательного упрощения оптимальных систем **МПО** синтезируются их **КО** разновидности различной структуры. В п. 2 кратко описывается методика их сравнения. В п. 3 на ее основе определяются и сравниваются предельные возможности ряда **КО** систем **МПО** в условиях входных воздействий, описываемых моделями п. 2 в [2].

Изложение существенно опирается на статью [2], используются введенные там сокращения и обозначения, которые поэтому в ряде случаев здесь повторно не раскрываются. Ссылки на пункты, формулы и рисунки из [2] снабжаются звездочкой (например, п. 2.В\*, (17\*), рис. 3\*, и т. п.). Анализируемые системы МПО и определяющие их матричные импульсные характеристики (МИХ) для краткости понимаются как синонимы, что позволяет при необходимости вместо «тяжелой» конструкции типа «эффективность системы МПО с МИХ А» применять более простую «эффективность МИХ А».

#### 1. СТРУКТУРЫ КВАЗИОПТИМАЛЬНЫХ СИСТЕМ МПО ГАУССОВЫХ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ ГАУССОВЫХ ПП

А. Рассматриваемые ниже КО системы МПО получаются последовательным упрощением оптимальных (п. 3\*). Большинство из них формирует предпороговые статистики (ППС) (п. 1.В\*), совпадающие по форме с оптимальной ППС (48\*)–(50\*)

$$\xi(\mathbf{u}) \equiv \mathbf{u}^* \cdot \mathbf{L} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{p}^* \cdot \mathbf{p}, \quad \mathbf{p} = \mathbf{R}^* \cdot \mathbf{u}, \quad \mathbf{R} \cdot \mathbf{R}^* = \mathbf{L}, \quad (1)$$

но с различными **МИХ L** или **R**. В этих **ППС** вычисляется квадрат длины (сумма квадратов модулей компонент) *r*-мерного вектора  $\mathbf{p} = \{p_{\ell}\}_{\ell=1}^{r}$  (1), полученного в результате преобразования *M*-мерного входного вектора  $\mathbf{u} = \{u_{\ell}\}_{\ell=1}^{M}$  (1\*) в фильтре с  $M \times r$  **МИХ R** ранга  $r \in 1$ , *M* (рис. 1).

$$\mathbf{u} \xrightarrow{\mathbf{p}} \xi_0(\mathbf{u})$$
$$\mathbf{x} \xrightarrow{\mathbf{q}} \mathbf{x}$$

#### Рис. 1. Общая структура систем МПО

**Б.** В условиях гауссовых сигналов и ПП оптимальная **МИХ** допускает представление (52\*)

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_0 = \mathbf{\Psi} \cdot \mathbf{F} \cdot \mathbf{A}, \quad \mathbf{A} \cdot \mathbf{A}^* = \mathbf{Q}^{-1},$$
  
$$\mathbf{Q} = \mathbf{I}_r + \mathbf{F}^* \cdot \mathbf{\Psi} \cdot \mathbf{F}, \quad \mathbf{F} = \mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{T},$$
 (2)

где  $\mathbf{T} = \{\mathbf{t}_{\ell}\}_{\ell=1}^{r} - M \times r$  матрица – «корень»  $M \times M$ корреляционной матрицы (**KM**)  $\mathbf{\Phi}_{s} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{T}^{*}$  ранга r (п. 2.  $\Gamma^{*}$ ) вектора полезного сигнала в отсутствие азимутального вращения антенны, составленная из M-мерных векторов  $\mathbf{t}_{\ell}, \ell \in 1, r$ ;  $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}\{\partial_i\}_{i=1}$ – диагональная матрица модуляции пачки при вращении антенны (32\*),

$$\Psi = \left\{ \Psi_{ij} \right\}_{i,j=1}^{M} = \mathbf{H}^* \cdot \mathbf{H} = \mathbf{\Phi}^{-1}$$
(3a)

— матрица, обратная  $M \times M$  **КМ** ПП вида (33\*)

$$\boldsymbol{\Phi} = \left\{ \boldsymbol{\varphi}_{ij} \right\}_{i,j=1}^{M} = \mathbf{I}_{M} + \boldsymbol{\eta} \cdot \boldsymbol{\rho} , \qquad (36)$$

 $\mathbf{H} = \{ h_{ij} \}_{i,j=1}^{M} - M \times M$  корень (46\*) матрицы  $\Psi$ .

Здесь, как и в [2],  $I_M$  – единичная  $M \times M$  KM собственных шумов временных каналов МПО,  $\eta$  – относительная мощность ПП (отношение помеха – шум (ОПШ)),  $\rho = \{\rho_{ij}\}_{i,j=1}^M$ ,  $\rho_{ii} = 1$  – нормированная KM междупериодных флуктуаций внешних ПП.

Построенные по (2), (3) схемы линейных трактов оптимальных систем МПО пачечных сигналов с КМ  $\Phi_s$  произвольного ранга  $r \in 1, M$  (п. 2.Д\*) показаны на рис. 2 (см. также рис. 8\*).

**В.** В частном случае когерентной (п. 2.Б.1\*) пачки полезного сигнала с нормированным (15\*) доплеровским сдвигом частоты  $f_s$  и **КМ**  $\Phi_s$  ранга r = 1 (21\*) они преобразуются в схемы (рис. 10\*), показанные на рис. 3. Через  $\mathbf{x}(f_s)$  (11\*) здесь обозначена импульсная характеристика (ИХ) фильтра, согласованного с этой пачкой при отсутствии вращения антенны.



Рис. 2. Структуры и параметры линейного тракта оптимальных систем МПО



Рис. 3. Линейный тракт оптимальных систем МПО когерентных сигналов на фоне ПП

В этом случае оптимальная **МИХ** (2) переходит в оптимальную **ИХ** ранга r = 1 (54\*), (55\*)

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0(f_s) = \mathbf{\Psi} \cdot \mathbf{z}(f_s), \quad \mathbf{z}(f_s) = \mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{x}(f_s)$$
(4)

линейного фильтра, преобразующего *М*-мерный вектор входных воздействий  $\mathbf{u} = \{u_{\ell}\}_{\ell=1}^{M}$  в скаляр

$$p = \mathbf{w}^* \cdot \mathbf{z}(f_s) = \mathbf{v}^* \cdot \mathbf{z}_{\mathbf{H}}(f_s),$$
  

$$\mathbf{w} = \mathbf{\Psi} \cdot \mathbf{u}, \quad \mathbf{v} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{u}, \qquad \mathbf{z}_{\mathbf{H}}(f_s) = \mathbf{H} \cdot \mathbf{z}(f_s).$$
(5)

Г. В другом «предельном» частном случае – некогерентной пачки сигнала с диагональной **KM**  $\Phi_s$  ранга r = M (23\*), (32\*) – схемы рис. 2 преобразуются в схемы рис. 4 для «слабого» (*a*) и «сильного» (*b*) сигналов (см. рис. 20\*) с  $M \times M$  **МИХ** ранга r = M

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_{inv} = \mathbf{\Psi} \cdot \mathbf{\Lambda} \qquad \mathbf{H} \qquad \mathbf{R} = \mathbf{R}_{w} = \mathbf{H}^{*}. \tag{6}$$



Рис. 4. Линейный тракт оптимальной МПО «слабых» (*a*) и «сильных» (*б*) некогерентных сигналов

В них *М*-мерный вектор входных воздействий  $\mathbf{u} = \{u_{\ell}\}_{\ell=1}^{M}$  преобразуется в обращающем (с  $M \times M$  **МИХ**  $\Psi$ ) и обеляющем (с  $M \times M$  **МИХ H**) фильтрах соответственно, наилучшим образом (п. 4.**A**\*-**3**\*) компенсирующих помеху.

Д. Эти преобразования наиболее сложны. Мы проиллюстрируем их, представляя **КМ ПП** в виде  $n \times n$  блочной матрицы (n = 4)

$$\boldsymbol{\Phi} = \{ \boldsymbol{\Phi}_{jj} \}_{i,j=1}^{n} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_{11} & \boldsymbol{\Phi}_{12} & \boldsymbol{\Phi}_{13} & \boldsymbol{\Phi}_{14} \\ \boldsymbol{\Phi}_{21} & \boldsymbol{\Phi}_{22} & \boldsymbol{\Phi}_{23} & \boldsymbol{\Phi}_{24} \\ \boldsymbol{\Phi}_{31} & \boldsymbol{\Phi}_{32} & \boldsymbol{\Phi}_{33} & \boldsymbol{\Phi}_{34} \\ \boldsymbol{\Phi}_{41} & \boldsymbol{\Phi}_{42} & \boldsymbol{\Phi}_{43} & \boldsymbol{\Phi}_{44} \end{bmatrix}$$
(7)

с  $m \times m$  блоками  $\Phi_{ij} = \{\varphi_{\forall\mu}^{(ij)}\}_{v,\mu=1}^{m}$ ,  $i, j \in 1, n$ , имеющими смысл взаимной **КМ** помех *m*-мерных подвекторов  $\mathbf{u}_i = \left\{ u_{\ell+(i-1)\cdot m} \right\}_{\ell=1}^{m}$   $(i \in 1, n)$  входного  $M = n \cdot m$  – мерного вектора  $\mathbf{u} = \left\{ u_\ell \right\}_{\ell=1}^{M}$ .

Представление (7), мало влияя на общность излагаемых ниже результатов, наиболее естественно для РЛС с попачечной вобуляцией интервалов зондирования (**ПВ ИЗ**) [3, 7], в которых периодически излучаются  $M = n \cdot m$  – мерные когерентные **пакеты** зондирующих радиоимпульсов, составленные из n (обычно n=4) m – элементных **пачек.** Периоды  $T_i$  (частоты  $F_i = 1/T_i$ ) следования импульсов в каждой *i*-й ( $i \in 1,n$ ) пачке постоянны, но, как правило, различны в разных пачках.

В условиях (7) аналогичное блочное представление может использоваться и для матрицы

$$\Psi = \{\Psi_{ij}\}_{i,j=1}^{n} = \begin{bmatrix} \Psi_{11} & \Psi_{12} & \Psi_{13} & \Psi_{14} \\ \Psi_{21} & \Psi_{22} & \Psi_{23} & \Psi_{24} \\ \Psi_{31} & \Psi_{32} & \Psi_{33} & \Psi_{34} \\ \Psi_{41} & \Psi_{42} & \Psi_{43} & \Psi_{44} \end{bmatrix},$$
(8)

обратной **КМ ПП**, составленной из  $m \times m$  подматриц  $\Psi_{ij} = \Psi_{ji}^*$   $(i, j \in 1, n)$ .

**E.** Соответствующее (8) преобразование входного вектора  $\mathbf{u} = \{u_{\ell}\}_{\ell=1}^{M}$  в  $M = n \cdot m$ -мерный вектор  $\mathbf{w} = \{\mathbf{w}_{i}\}_{i=1}^{n}$  (5) с *m*-мерными подвекторами

$$\mathbf{w}_{i} = \left\{ w_{\ell}^{(i)} \right\}_{\ell=1}^{m} = \sum_{j=1}^{n} \Psi_{ij} \cdot \mathbf{u}_{j} , \quad i \in 1, n$$
 (9)

показано на рис. 5.



Рис. 5. Структура обращающего фильтра

Оно реализуется  $n^2$  векторно-матричными перемножителями, обозначенными  $m \times m$  блоками  $\Psi_{ij}$  матрицы  $\Psi = \{\Psi_{ij}\}_{i,j=1}^{n=4}$ , и должно выполняться в каждом элементе разрешения по дальности с временной протяженностью, обычно составляющей от елиниц до долей мкс. Для пачек типичного размера m = 8, 12, 16 [3] предусматриваемые схемой рис. 5 операции сложно практически реализовать за такое время даже в гипотетических условиях знания определяющих элементов  $n \cdot m \times n \cdot m$  матрицы  $\Psi = \left\{ \Psi_{ij} \right\}_{i,j=1}^{n=4}$ . В реальных условиях их априорного незнания эта задача становится еще значительно сложнее из-за необходимости дополнительно ввести достаточно емкие по числу операций блоки оценивания этих элементов (параметров). В то же время, как отмечалось во Введении, эти затраты в типичных для практики ситуациях нестационарных ПП могут не дать положительного эффекта из-за плохого соотношения между числом параметров, подлежащих оцениванию, и доступным объемом классифицированной обучающей выборки помехи. В этих условиях более эффективными могут быть существенно более простые адаптивные аналоги синтезируемых ниже КО систем МПО.

**Ж.** Очевидным источником упрощения обращающих и обеляющих фильтров широкого класса авторегрессионных (**AP**) ПП порядка p < M(п. 2.**E**) является **ленточная структура** обратной матрицы  $\Psi$  (3), (8) и треугольных матриц – корней **H** из нее. В качестве примера на рис. 6, *a* показана матрица  $\Omega = \{\omega_{i\ell}\}_{i,\ell=1}^{M} = \rho^{-1}$  размера M = 8, обратная нормированной **KM**  $\rho$  **AP** ПП порядка p = 2 от неподвижных источников при  $\rho_{i,i+1} = 0.99$ ,  $i \in 1, M - 1$ , а на рис. 6,  $\delta$  – нижний треугольный корень **K** ее разложения Холецкого **K**<sup>\*</sup> · **K** =  $\Omega$ (п. 2.**И**\*).



и нижний треугольный корень из нее (б)

При высокой ( $\eta >>1$ ) относительной интенсивности **АР** ПП порядка p < M матрица  $\Psi = \Phi^{-1}$  (3), (8), обратная **КМ** (36) смеси шума и ПП, а также треугольные  $M \times M$  матрицы-корни  $\mathbf{H} = \{h_{i\ell}\}_{i,\ell}^{M}$  из нее (3а) также будут близки к ленточным. Это позволяет не учитывать (считать равными нулю) малые элементы вне главной диагонали и p диагоналях выше и ниже нее матрицы  $\Psi$ , и вне главной диагонали и p диагоналях выше (ниже) нее в нижней (верхней) треугольной матрице **H** (**H**<sup>\*</sup>).

**3.** Построенные в предположении ленточности **МИХ**  $\Psi = \Psi_b$  с шириной ленты  $zz = 2 \cdot p + 1$  **КО** разновидности оптимальных линейных трактов рис. 3, *a*, 4, *a* при *p* < *m* показаны на рис. 7 при когерентном (**КН**) (*a*) и некогерентном накоплении сигнала ( $\delta$ ).







Светлые области в показанных блоках МИХ обозначают не используемые элементы, расположенные вне «ленты», а затемненные области – элементы «ленты». Через  $\mathcal{A}_i = \text{diag} \left\{ \partial_{\ell+(i-1)\cdot m} \right\}_{\ell=1}^m$ ,  $\mathbf{x}_i = \left\{ x_{\ell+(i-1)\cdot m} \left( f_s \right) \right\}_{\ell=1}^m$  и  $\mathbf{p}_i = \left\{ p_{\ell+(i-1)\cdot m} \right\}_{\ell=1}^m$  ( $i \in 1, 4$ ) обозначены главные  $m \times m$  диагональные подматрицы матрицы  $\mathcal{A} = \text{diag} \left\{ \partial_i \right\}_{i=1}^n$  и m-мерные подвекторы M-мерных векторов  $\mathbf{x}(f_s)$  и  $\mathbf{p}$ .

В отличие от фильтра с заполненной (без нулевых элементов) **МИХ**  $\Psi = \Phi^{-1}$ , обращающего **КМ**  $\Phi$  произвольных **ПП** (п. 4.**A**\*), существенно более простой фильтр с ленточной **МИХ**  $\Psi_b$  с шириной ленты  $zz = 2 \cdot p + 1 < 2 \cdot M - 1$  не обратит **КМ АР ПП** порядка  $p1 \ge p$  или **КМ ПП**, не допускающих АР аппроксимацию. Поэтому далее он называется **ленточным квазиобращающим**.

**МИХ** рангов r = 1 и r = M линейных трактов схем рис. 7, *a*, 7, *б* равны соответственно

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_{b} \left( f_{s} \right) = \Psi_{b} \cdot \mathbf{z} \left( f_{s} \right), \ \mathbf{R} = \mathbf{R}_{b \operatorname{inv}} = \Psi_{b} \cdot \mathbf{\mathcal{I}} \,.$$
(10)

К. Еще более проста обработка на основе «блочно—ленточного квазиобращающего» фильтра (БЛКобр) с блочно-диагональной МИХ

$$\Psi_{bd} = \operatorname{diag} \left\{ \Psi_{ii}^{(b)} \right\} \stackrel{n}{i=1} = \begin{bmatrix} \Psi_{11}^{(b)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Psi_{22}^{(b)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Psi_{33}^{(b)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Psi_{44}^{(b)} \end{bmatrix}$$
(11)

с симметричными ленточными  $m \times m$  блоками  $\Psi_{ii}^{(b)}$  ( $i \in 1, n \in 4$ ) на главной диагонали. В этом случае линейные тракты **КО** разновидностей **МПО** при p < m совпадают по структуре с показанными на рис. 7, но **БЛКобр** фильтр образуют только эти ленточные диагональные блоки. В каждом из них обрабатываются только соответствующие m-элементные пачки  $\mathbf{u}_i = \left\{ u_{\ell+(i-1)\cdot m} \right\}_{\ell=1}^m (i \in 1, n)$  входного  $M = n \cdot m$ -мерного пакета  $\mathbf{u} = \left\{ u_\ell \right\}_{\ell=1}^M$ . В процессе обработки реализуется автономная (**внутрипачечная (BII**)) когерентная компенсация (минимизация мощности (п. 4. $\Gamma$ \*)) **ПП** в каждой из n пачек входного пакета. Соответствующие **МИХ** 

$$\mathbf{r}_{bd}(f_s) = \mathbf{\Psi}_{bd} \cdot \mathbf{z}(f_s), \quad \mathbf{R}_{bd \text{ inv}} = \mathbf{\Psi}_{bd} \cdot \mathbf{\varPi}$$
(12)

повторяют (10) с заменой **МИХ**  $\Psi_b$  на  $\Psi_{bd}$  (11).

И. На рис. 8 показан вариант КО МПО на основе БЛКобр фильтра с последующей обработкой, использующейся в РЛС [3] и других РЛС с попачечной вобуляцией интервалов зондирования.



Рис. 8. Квазиоптимальная МПО на основе БЛКобр

Она предусматривает **ВП** когерентную компенсацию **ПП** и когерентное накопление *m* импульсов каждой пачки  $\mathbf{w}_i$  (*i*  $\in$  1,*n*) в наборе из *m* «сглаженных» доплеровских фильтров с **МИХ** 

$$\mathbf{Z}_{m} = \mathbf{D}_{m} \cdot \mathbf{X}_{m}, \quad \mathbf{D}_{m} = \operatorname{diag}\{d_{\ell}^{(m)}\}_{\ell=1}^{m}, \quad (13a)$$
$$\mathbf{X}_{m} = \left\{\mathbf{x}_{\nu}^{(m)}\right\}_{\nu=1}^{m}, \quad \mathbf{x}_{\nu}^{(m)} = \left\{\exp\left(j \cdot 2 \cdot \pi \cdot (\nu - 1) \cdot \ell / m\right)\right\}_{\ell=1}^{m},$$

где  $\mathbf{D}_m$  — зависящая от размера пачки диагональная  $m \times m$  матрица «сглаживания» m-элементных **ИХ х**<sup>(m)</sup> m доплеровских фильтров, настроенных на частоты, равномерно расставленные внутри интервалов  $[0, F_i]$ ,  $i \in 1, n$ . Итоговая m-элементная **ИХ** линейного тракта v- го ( $v \in 1, m$ ) частотного канала *i*- й ( $i \in 1, n$ ) пачки в этой схеме равна

$$\tilde{\mathbf{r}} = \mathbf{r}_{i_b}(\mathbf{v}) = \Psi_{ii}^{(b)} \cdot \mathbf{D}_m \cdot \mathbf{x}_v^{(m)}.$$
(136)

Примеры квадратов модулей частотных характеристик (**ЧХ**) «средних» (v = m/2) доплеровских фильтров пачек размером m = 8 и m = 12 РЛС [3] показаны сплошными кривыми на рис. 9. Штриховыми кривыми показаны квадраты модулей **ЧХ** «несглаженных» доплеровских фильтров с **ИХ х**  $\binom{m}{m}$ .



Рис. 9. Квадраты АЧХ доплеровских фильтров

Эти **ЧХ** периодичны с единичным периодом на нормированной частотной оси f, градуированной в долях частот повторения  $F_i$ ,  $i \in 1, n$ . «Сглаженные» **ЧХ** имеют существенно меньший уровень боковых лепестков, но большую ширину и меньший уровень максимума главного лепестка.

Решение о наличии или отсутствии полезного сигнала в схеме рис. 8 принимается по результатам последующей некогерентной **междупачечной** (**МП**) **МПО**, показанной на рис. 10.



Рис. 10. Структура МП МПО в РЛС с ПВ ИЗ

Цель считается присутствующей в анализируемом элементе дистанции, если она обнаружена не менее чем в двух пачках. Она считается обнаруженной в пачке, если обнаружена хотя бы в одном из *m* доплеровских фильтров этой пачки. Решение об этом принимается в случае, если сигнал на выходе детектора (**ДЕТ**) этого фильтра превысит порог, установленный в пороговом устройстве (**ПУ**) по заданной вероятности ложной тревоги (**ВЛТ**) *F*. Число превышений порогов подсчитывается в бинарном накопителе (**БН**).

Такая стратегия принятия решений отличается от стратегии, основанной на пороговой обработке нормы (квадрата длины)  $\xi_0(\mathbf{u}) \equiv \mathbf{p}^* \cdot \mathbf{p}$  (рис. 1) *r*-мерного вектора р на выходе линейных трактов оптимальных и **КО** систем **МПО** (рис. 2–4, 7). В связи с этим отличаются и методики расчета их эффективности, кратко рассматриваемые в п. 2.

К. Дальнейшее упрощение обработки достигается переходом к линейным трактам МПО с ленточными треугольными  $M \times M$  МИХ  $\mathbf{H}_b = \{\mathbf{H}_{ij}\}_{i,j=1}^{n}, \mathbf{H}_{ij} = 0, j > i$  с шириной ленты zz = p + 1, равными корням ленточной матрицы  $\Psi_b = \mathbf{H}_b^* \cdot \mathbf{H}_b$  с шириной ленты  $zz = 2 \cdot p + 1$ . Упрощенные таким образом аналоги схем рис. 7 с нижней треугольной МИХ  $\mathbf{H}_b$  показаны на рис. 11.



Рис. 11. Линейные тракты **КО** систем **МПО** когерентных (а) и некогерентных (б) сигналов на основе ленточных **квазиобеляющих** фильтров

В отличие от фильтра с заполненной треугольной  $M \times M$  МИХ Н (3а), обеляющего спектр произвольных помех (п. 4.Д\*—Ж\*), более простой фильтр с ленточной треугольной МИХ H<sub>b</sub> с шириной ленты zz = p+1 не обелит АР ПП порядка p1 > p или ПП, не допускающие **AP** – аппроксимации. Поэтому далее он называется **ленточным квазиобеляющим**. **МИХ** схем рис. 11 *а*, *б* равны

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_{bw} \left( f_{s} \right) = \mathbf{H}_{b} \cdot \mathbf{z} \left( f_{s} \right), \quad \mathbf{R} = \mathbf{R}_{bw} = \mathbf{H}_{b} \cdot \mathbf{\mathcal{I}}$$
(14)

и повторяют (10) с заменой МИХ  $\Psi_b$  на  $\mathbf{H}_b$ .

Л. Эти схемы упрощаются, если по аналогии с (11) перейти к блочно-ленточным квазиобеляющим (БЛКобл) фильтрам с МИХ

$$\mathbf{H}_{bd} = \operatorname{diag} \left\{ \mathbf{H}_{ii}^{(b)} \right\}_{i=1}^{n} = \begin{vmatrix} \mathbf{H}_{11}^{(b)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{H}_{22}^{(b)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{H}_{33}^{(b)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{H}_{44}^{(b)} \end{vmatrix}$$
(15)

с треугольными ленточными  $m \times m$  блоками  $\mathbf{H}_{ii}^{(b)}$ с шириной ленты zz = p+1 на диагонали — корнями разложения Холецкого

$$\mathbf{H}_{ii}^{(b)*} \cdot \mathbf{H}_{ii}^{(b)} = \Psi_{ii}^{(b)}, \quad i \in 1, n,$$
(16)

соответствующих  $m \times m$  симметричных ленточных блоков  $\Psi_{ii}^{(b)}$  блочно-диагональной **МИХ** (11). В этом случае линейные тракты при p < m

В этом случае линейные тракты при p < m совпадают по структуре с показанными на рис. 11, но **БЛКобл** фильтр образуют только блоки  $\mathbf{H}_{ii}^{(b)}$ ,  $i \in 1, n$ . В каждом из них обрабатываются *m*-элементные пачки  $\mathbf{u}_i = \{u_{\ell+(i-1):m}\}_{\ell=1}^m (i \in 1, n)$ входного  $M = n \cdot m$ -мерного пакета  $\mathbf{u} = \{u_\ell\}_{\ell=1}^M$ . В процессе обработки реализуется **ВП** когерентная компенсация (минимизация, п. 4.3\*) ПП в каждой из n = 4 пачек входного пакета в **МИХ** 

$$\mathbf{r} = \mathbf{H}_{bd} \cdot \mathbf{z}(f_s), \qquad \mathbf{R} = \mathbf{H}_{bd} \cdot \mathbf{\mathcal{I}}, \qquad (17a)$$

повторяющих (14) с заменой  $\mathbf{H}_{b}$  на  $\mathbf{H}_{bd}$  (15).

**М.** На рис. 12 показан аналог схемы рис. 8 на основе **БЛКобл** фильтра с **МИХ** (15).



Рис. 12. Квазиоптимальная МПО на основе БЛКобл

Здесь предусматривается внутрипачечная когерентная компенсации помех кратности  $z \in 1, zz - 1$  с последующими **ВП** накоплением сигнала и междупачечной обработкой по схемам рис. 8, 10.

Итоговая *m*-элементная **ИХ** линейного тракта v- го ( $v \in 1, m$ ) частотного канала *i*- й ( $i \in 1, n$ ) пачки в этой схеме равна

$$\tilde{\mathbf{r}} = \tilde{\mathbf{r}}_{ib} \left( \mathbf{v} \right) = \mathbf{H}_{ii}^{(b)} \cdot \mathbf{D}_m \cdot \mathbf{X}_{\mathbf{v}}^{(m)} \,. \tag{176}$$

**H**. В компенсационные (рис. 11,  $\delta$ ) и компенсационно-фильтровые (рис. 11, а, 12) схемы укладываются и более простые КО системы МПО с классическими устройствами черезпериодного вычитания (**ЧПВ**) различной кратности z [5, 6, 12] с треугольными ленточными МИХ с шириной ленты zz = z + 1 и не зависящими от **KM** (спектра) ПП знакопеременными биномиальными коэффициентами в строках ленты. В условиях ПП с относительно узкими унимодальными спектрами междупериодных флуктуаций они могут быть близки по эффективности к компенсаторам с МИХ, определяемыми матрицами, обратными  $(z+1) \times (z+1)$  главным подматрицам **КМ** или их треугольными сомножителям, как это предполагается в схемах рис. 7, 8, 11, 12. Однако в широком классе ПП со сложными (например, многомодовыми) спектрами они могут существенно уступать последним, ЧХ которых «подстраиваются» под форму спектра междупериодных флуктуаций ПП (п. 4.К\*). Поэтому ниже рассматриваются только такие («адаптирующиеся») компенсаторы ПП.

**П.** На рис.13 показана схема фильтровой **МПО**, полученная из схемы рис. 12 при предельно простых **МИХ**  $\mathbf{H}_{ii}^{(b)} = \mathbf{I}_m (\mathbf{H}_{bd} = \mathbf{I}_M)$  блоков **ВП** компенсации помех. Эта функция возлагается только на систему сглаженных фильтров автономной **ВП** обработки и последующую систему **МП МПО**, которая здесь повторяет обработку по схеме рис. 10. Обработка в целом воспроизводит **МПО** ряда РЛС с **ПВ ИЗ**, в частности, РЛС [3], и поэтому далее для краткости называется «штатной **МПО**».



Рис. 13. «Штатная» фильтровая система МПО

**Р.** Очевидно, что каждый шаг упрощения обработки может сопровождаться снижением ее эффективности. Поэтому практическая приемлемость каждого из этих шагов определяется уровнем допустимых потерь. Ниже обсуждается методика расчета этих потерь в рассмотренных **КО** системах **МПО**, пригодная и для многих их разновидностей, оставшихся за рамками статьи. Эта методика использована для количественной оценки потерь, которые анализируются в ее последней части.

## 2. МЕТОДИКА РАСЧЕТА ПРЕДЕЛЬНЫХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ СИСТЕМ МПО ГАУССОВЫХ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ ГАУССОВЫХ ПП

**А.** Рассматриваемые ниже характеристики обнаружения (вероятности ложной тревоги (**ВЛТ**) *F* и правильного обнаружения (**ВПО**) *D*) и определяемые ими **пороговые** сигналы анализируемых систем **МПО** мы называем **предельными**, поскольку они рассчитываются в предположении, что для оценивания реально неизвестных **КМ**  $\Phi_{\gamma}$  входных случайных гауссовых *М*-мерных векторов (1\*)

$$\mathbf{u} = \left\{ u_{\ell} \right\}_{\ell=1}^{M} = \mathbf{y} + \gamma \cdot \mathbf{s} \sim CN(0, \mathbf{\Phi}_{\gamma}), \quad \gamma = 0, 1, \qquad (18)$$

использована классифицированная [5] обучающая выборка бесконечного объема. В этих гипотетических условиях их **КМ** (7а\*)

$$\mathbf{\Phi}_{\gamma} = \overline{\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}^{*}} = \begin{cases} \mathbf{\Phi}_{0} = \mathbf{\Phi}, & \gamma = 0, \\ \mathbf{\Phi}_{1} = \mathbf{\Phi}_{0} + \mathbf{\Phi}_{s}, & \gamma = 1, \end{cases}$$
(19)

можно считать известной как при отсутствии ( $\gamma = 0$ ), так и при наличии ( $\gamma = 1$ ) полезного сигнала s в аддитивной смеси (18) с помехой **у**.

Б. Единое представление (1) ППС систем МПО с МИХ (2), (4), (6), (10), (12), (14), (17) и множества других, не затронутых в п. 1, позволяет свести расчет их предельных характеристик к задаче отыскания законов распределения квадратичных форм случайных гауссовых векторов (18) с заданными эрмитовыми неотрицательно определенными (э.н.о.) матрицами обработки или корнями из них. Эта задача имеет широкий круг практических приложений и очень давно обсуждается в литературе. Здесь используется недавняя работа на эту тему [15], в которой содержится краткий обзор известных результатов и некоторые новые рекомендации, учитывающие возможности математического обеспечения современных компьютеров. После этого рассматриваются способы приближенной оценки предельных возможностей систем МПО (рис. 8, 10, 12, 13), работающих по стратегии принятия решений (п.1.И), точный аналитический расчет характеристик обнаружения которых невозможен.

**В.** Известно, что квадратичная форма (1) *М*-мерных векторов (18) с коррелированными компонентами (19) и э.н.о. матрицей формы L имеет ту же плотность распределения  $p_{\xi_{\gamma}}(x) = p_s(x)$ , что и взвешенная сумма

$$s = \sum_{i=1}^{r} c_i \cdot \left| \varepsilon_i \right|^2 \ge 0 \tag{20}$$

квадратов модулей *г* некоррелированных комплексных гауссовых случайных величин

$$\varepsilon_i \sim CN(0,1), \quad \varepsilon_i \cdot \varepsilon_j^* = 0, \quad (21)$$
$$i \neq j, \ i, j \in 1, r,$$

с весами  $c_i > 0, i \in 1, r$  — положительными собственными числами (с.ч.)  $M \times M$  матрицы

$$\mathbf{Q} = \mathbf{Q}_{\gamma} = \begin{cases} \mathbf{Q}_0 = \mathbf{L} \cdot \mathbf{\Phi}_0 = \mathbf{R} \cdot \mathbf{R}^* \cdot \mathbf{\Phi}_0, & \gamma = 0, \\ \mathbf{Q}_1 = \mathbf{L} \cdot \mathbf{\Phi}_1 = \mathbf{R} \cdot \mathbf{R}^* \cdot \mathbf{\Phi}_1, & \gamma = 1. \end{cases}$$
(22)

Поскольку **КМ** физически реальных случайных процессов всегда положительно определена [5],  $M \times M$  матрица  $\Phi_{\gamma}$  в (21) имеет полный ранг M как при  $\gamma = 0$ , так и при  $\gamma = 1$ . Поэтому ранг  $r(\mathbf{Q})$  матрицы  $\mathbf{Q}$  в целом равен рангу r соответствующей **МИХ**  $\mathbf{L} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{R}^*$ , а требующиеся ненулевые **с.ч.** этой матрицы совпадают с **с.ч.**  $r \times r$ матрицы

$$\Theta = \left\{ \begin{array}{l} \Theta_{ij} \end{array} \right\}_{i,j=1}^{r} = \mathbf{R}^{*} \cdot \boldsymbol{\Phi}_{\gamma} \cdot \mathbf{R} = \\ = \left\{ \begin{array}{l} \Theta_{0} = \mathbf{R}^{*} \cdot \boldsymbol{\Phi}_{0} \cdot \mathbf{R}, & \gamma = 0, \\ \Theta_{1} = \Theta_{0} + \mathbf{R}^{*} \cdot \boldsymbol{\Phi}_{S} \cdot \mathbf{R}, & \gamma = 1. \end{array} \right.$$
(23)

Их совокупность (спектр [8–10] матрицы  $\Theta$ ) определяет плотность распределения  $p_{\xi_{\gamma}}(x) = p_S(x)$  суммы (20), и, тем самым, ее «функцию выживания» [16]

$$f_{\xi_{\gamma}}(x_0) = \int_{x_0}^{\infty} p_{\xi_{\gamma}}(x) dx$$
,  $\gamma = 0,1$  (24)

и характеристики обнаружения [5, 6]

$$F = f_{\xi_0}(x_0), \qquad D = f_{\xi_1}(x_0).$$
 (25)

Г. Рассмотрим примеры плотностей ППС (1) и характеристик обнаружения, порождаемых спектрами матриц  $\Theta$  (23) различной структуры [15].

Г.1. Если все с.ч. одинаковы ( $c_i = c > 0, i \in 1, r$ ), то сумма (19) имеет плотность и «функцию выживания» Эрланга [16]

$$p_{\xi_{\gamma}}(x) = \frac{(x/c_{\gamma})^{r-1}}{c_{\gamma} \cdot (r-1)!} \cdot \exp\{-x/c_{\gamma}\}, \ x \ge 0,$$
  
$$f_{\xi_{\gamma}}(x_{0}) = \frac{\Gamma(r, x_{0} / c_{\gamma})}{\Gamma(r)}, \qquad (26)$$

где

$$\Gamma(N,x) = \int_{x}^{\infty} t^{N-1} \cdot e^{-t} \cdot dt = \Gamma(N) \cdot e^{-x} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} \frac{(x)^{i}}{i!} ,$$
  
$$\Gamma(N) = \Gamma(N,0) = \int_{0}^{\infty} t^{N-1} \cdot e^{-t} dt = (n-1)!$$

 неполная и полная гамма-функции — встроенные функции математических приложений современных персональных компьютеров.

Г.2. Если все с.ч. различны ( $c_i \neq c_j$ ,  $i, j \in 1, r$ ), то

$$p_{\xi_{\gamma}}(x) = \mathbf{w}_{r}^{*} \cdot \mathbf{e}_{r}(x) = \sum_{i=1}^{r} \omega_{i}^{(r)} \cdot e^{-\ell_{i} \cdot X},$$

$$\ell_{i} = 1/c_{i}, \quad \mathbf{e}_{r}(x) = \{e^{-\ell_{i} \cdot X}\}_{i=1}^{r},$$

$$f_{\xi_{\gamma}}(x_{0}) = \sum_{i=1}^{r} \frac{\omega_{i}^{(r)}}{\ell_{i}} \Gamma(1, \ell_{i} \cdot x_{0}) = \sum_{i=1}^{r} \frac{\omega_{i}^{(r)}}{\ell_{i}} e^{-\ell_{i} \cdot x_{0}}.$$
(27a)
(27a)
(27a)

Прикладная радиоэлектроника, 2009, Том 8, № 2

Здесь  $\mathbf{w}_r = \left\{ \omega_i^{(r)} \right\}_{i=1}^r - r$ -мерный вектор весов с элементами

$$\omega_i^{(r)} = \left| \boldsymbol{\Theta} \right|^{-1} \cdot \prod_{j=1, \, j \neq i}^r \left( \ell_j - \ell_i \right)^{-1}, \qquad (28)$$
$$\left| \boldsymbol{\Theta} \right| = \prod_{i=1}^r c_i = \prod_{i=1}^r 1/\ell_i.$$

Для этих элементов справедливо равенство

$$\sum_{i=1}^{r} \omega_i^{(r)} / \ell_i = \sum_{i=1}^{r} \omega_i^{(r)} \cdot c_i = 1, \qquad (29)$$

а также рекурсии

$$\omega_{1}^{(1)} = \ell_{1}, \qquad \omega_{i}^{(m)} = \omega_{i}^{(m-1)} \cdot \ell_{m} / (\ell_{m} - \ell_{i}),$$
  
 $i \in 1, m-1, \qquad \omega_{m}^{(m)} = -\sum_{i=1}^{m-1} \omega_{i}^{(m)}, \ m \in 2, r,$ 
(30)

из которых совместно с (27) следует, что при M > 1

$$p_{\xi_{\gamma}}(0) = \sum_{i=1}^{r} \omega_i^{(r)} = 0, \quad r \ge 2.$$
 (31)

Г.3. Если различны m < r с.ч.  $(c_i \neq c_j = 1/\ell_j, i, j \in 1, m < r)$ , а остальные  $m_1 = (r-m) - 0$ динаковы  $(c_i = c = 1/\ell, i \in m+1, r)$ , то

$$p_{\xi_{\gamma}}(x) =$$

$$= \sum_{i=1}^{m} \omega_i^{(r)} \cdot e^{-\ell_i \cdot x} + \left(\sum_{n=0}^{m_1-1} \sum_{i=1}^{m} \omega_i^{(r-n)} \frac{(\ell \cdot x)^n}{n!} \cdot \exp(-\ell \cdot x)\right),$$

$$f_{\xi_{\gamma}}(x_0) = \sum_{i=1}^{m} \frac{\omega_i^{(r)}}{\ell_i} \cdot e^{-\ell_i \cdot x_0} - \sum_{n=0}^{m_1-1} \sum_{i=1}^{m} \frac{\omega_i^{(r-n)}}{\ell} \cdot \frac{\Gamma(n+1,\ell \cdot x_0)}{\Gamma(n+1)}.$$

При отсутствии различных с.ч. (m = 0,  $m_1 = r$ ) эти равенства переходят в (26), а при отсутствии кратных (m = r,  $m_1 = 0$ ) – в (27).

Д. Приведенные формулы теоретически позволяют точно рассчитать характеристики обнаружения (25) целого ряда рассмотренных в п. 1 **КО** систем **МПО**. Наиболее прост расчет характеристик **МПО** (4), (10), (12), (14), (17) с **МИХ R** = r ранга r = 1. В этом случае сумма (20) содержит единственное слагаемое  $c_{\gamma} \cdot |\varepsilon|^2 \ge 0$  с плотностью и «функцией выживания» (26) при r = 1, а матрица (23) преобразуется в скаляр, которому равно ее единственное собственное число

$$c_{\gamma} = \mathbf{r}^* \cdot \mathbf{\Phi}_{\gamma} \cdot \mathbf{r} = \sigma_0^2 \cdot (1 + \gamma \cdot \mu), \quad \mu = \sigma_s^2 / \sigma_0^2,$$
  
$$\sigma_0^2 = \mathbf{r}^* \cdot \mathbf{\Phi}_0 \cdot \mathbf{r}, \quad \sigma_s^2 = \mathbf{r}^* \cdot \mathbf{\Phi}_s \cdot \mathbf{r},$$
(32)

где  $\sigma_0^2$  ( $\sigma_s^2$ ) и  $\mu$  – мощность помехи (сигнала) и отношение сигнал/(помеха + шум) (ОСПШ) на выходе фильтра с ИХ R = r. Характеристики обнаружения (25) при этом равны [4, 5]

$$F = \exp\{-x_0 / \sigma_0^2\}, \ D = \exp\{-x_0 / c_1\} = F^{1/(1+\mu)}$$
(33)

и при фиксированной **ВЛТ** F определяются только выходным **ОСПШ**  $\mu$  (32).

В частном, но наиболее важном для дальнейшего случае когерентных сигналов с KM (32\*), (54\*)

$$\mathbf{\Phi}_{s} = h \cdot \mathbf{z}(f_{s}) \cdot \mathbf{z}^{*}(f_{s})$$
(34)

это ОСПШ равно (79\*)

$$\mu = h \cdot \mu_{n,} \quad \mu_{n} = \frac{\left| \mathbf{r}^* \cdot \mathbf{z}(f_s) \right|^2}{\mathbf{r}^* \cdot \mathbf{\Phi}_0 \cdot \mathbf{r}}$$
(35)

и достигает максимума

$$\boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\mu}_{opt} = \boldsymbol{h} \cdot \mathbf{z}^*(f_s) \cdot \boldsymbol{\Psi} \cdot \mathbf{z}(f_s)$$
(36)

при оптимальной обработке (4).

Здесь  $S(f_s)$  — значение спектра ПП в точке  $f = f_s$  доплеровской частоты полезного сигнала.

Из (33), (35) следует, что уровень  $h = h_{tr}$  порогового сигнала, при заданной ВЛТ *F* обеспечивающий требуемое значение ВПО *D*, равен

$$h = h_{tr} = \chi/\mu_n, \quad \chi = \ln(D/F)/\ln(D^{-1}).$$
 (37)

**Е.** Достаточно просто можно рассчитать и характеристики некоторых **МИХ** ранга r = M, например, верхней треугольной **МИХ R** = **H**<sup>\*</sup> (6) при **когерентном** входном сигнале (17\*). В силу (3a), (19), (34) в этом случае матрица (23)

$$\boldsymbol{\Theta} = \left\{ \boldsymbol{\Theta}_{ij} \right\}_{i,j=1}^{r} = \begin{cases} \mathbf{I}_{M}, & \gamma = 0, \\ \mathbf{I}_{M} + h \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{z}(f_{s}) \cdot \mathbf{z}^{*}(f_{s}) \cdot \mathbf{H}^{*}, \gamma = 1, \end{cases}$$
(38a)

имеет собственные числа

$$c_i = \begin{cases} c = 1, & i \in 1, M, & \gamma = 0, \\ c_1 = 1 + \mu_{opt}, & c_i = 1, i \in 2, M, & \gamma = 1. \end{cases}$$
(386)

При выводе (38) учтено, что ранг матрицы  $h \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{z}(f_s) \cdot \mathbf{z}^*(f_s) \cdot \mathbf{H}^*$  равен 1, так что она имеет единственное ненулевое **с.ч.**, равное ее следу  $h \cdot \mathbf{z}^*(f_s) \cdot \mathbf{H}^* \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{z}(f_s)$ , в силу (3а) совпадающему с  $\mu_{opt}$  (36), а единичная матрица — слагаемое в (38a) при  $\gamma = 1$  увеличивает это **с.ч.** на единицу.

В условиях (38б) из (25), (26) и (Г.3) при *m* = 1, *m*1 = *M* - 1 получим [15]

$$F = \frac{\Gamma(M, x_0)}{\Gamma(M)},$$
  
$$D = \frac{\omega_1^{(M)}}{\ell_1} \cdot e^{-\ell_1 \cdot x_0} - \sum_{n=0}^{M-2} \omega_1^{(M-n)} \cdot \frac{\Gamma(n+1, x_0)}{\Gamma(n+1)}.$$
 (39)

**Ж.** Возможны, однако, такие разновидности **КО** систем **МПО**, для которых спектры матрицы  $\Theta$  (23) содержат несколько групп равных с.ч. и совокупность неравных, но близких по величине.

Для этих ситуаций также можно построить «точные» формулы плотностей и функций распределения ППС (1), однако практические вычисления на их основе могут быть затруднены или даже невозможны. Из-за близости с.ч. малы знаменатели и, следовательно, велики модули элементов  $\omega_i^{(r)}$  (28), (30) вектора весов  $\mathbf{w}_r = \{\omega_i^{(r)}\}_{i=1}^r$ . Поэтому даже малые относительные погрешности их вычисления могут существенно нарушать условия (29), (31), порождая физически бессмысленные результаты (например, отрицательные значения плотности или превышающие единицу значения функции распределения), что неоднократно наблюдалось в вычислительных экспериментах [15].

Более приемлемы в этих условиях интегральные представления искомых плотностей и функций распределения [14, 15]. Они одинаковы для матриц  $\Theta$  (23) с произвольными спектрами и, что особенно важно, вычисляются стандартными функциями математических приложений современных компьютеров. Ориентация на них сводит решаемую задачу к простому обращению к этим функциям и заданию точности вычисления интегралов.

3. Обсудим кратко методику приближенной оценки предельных возможностей систем МПО (рис. 8, 10, 12, 13), работающих по описанной в п. 1.И стратегии принятия решений.

Аналитически точно определить их характеристики не удается, поскольку необходимые для этого *m*-мерные плотности распределения **детектированных** сигналов с выходов фильтров каждой пачки, в общем случае произвольно коррелированных, неизвестны. Задача решается в двух «предельных» случаях, соответствующих независимости (нулевой корреляции) и полной взаимной зависимости (единичной корреляции) выходных сигналов всех фильтров всех пачек.

И. Детекторы на входах блоков МП МПО (рис. 8, 10, 12, 13) будем полагать квадратичными. В этом случае характеристики обнаружения когерентного сигнала в v-м ( $v \in 1, m$ ) фильтре *i*-й ( $i \in 1, n$ ) пачки аналогичны (33):

$$F_{i}(v) = \exp\{-x_{0i}(v) / \sigma_{0i}^{2}(v)\},$$
$$D_{i}(v) = (F_{i}(v))^{1/(1+\mu_{i}(v))},$$
(40)

но их параметры получаются из (32), (35) заменой M-мерных **ИХ г** и  $M \times M$  **КМ** на m-мерные **ИХ** (136), (176) и  $m \times m$  главные подматрицы этих **КМ** соответственно.

Выберем пороги  $x_{0i}(v)$  на выходах квадратичных детекторов из условия

$$x_{0i}(v) = \sigma_{0i}^{2}(v) \cdot \ln(1/F_{1}).$$
(41)

В силу (40) вероятность их превышения в отсутствие сигнала, т.е. ВЛТ  $F_i(v)$ , в этом случае одинакова для всех фильтров всех пачек и равна

$$F_i(v) = F_1, \quad v \in 1, m; i \in 1, n = 4.$$
 (42)

При **независимости** выходных эффектов фильтров вероятность превышения хотя бы одного из порогов в *m* фильтрах любой из *n* пачек в отсутствие сигнала будет равна

$$F_{\Sigma} = 1 - \left(1 - F_1\right)^m \approx m \cdot F_1, \qquad (43)$$

а вероятность этого события не менее чем в двух из *n* пачек [5, с. 245]

$$F = \sum_{\ell=2}^{n} C_n^{\ell} \cdot F_{\Sigma}^{\ell} \cdot (1 - F_{\Sigma})^{n-\ell} \approx C_n^2 F_{\Sigma}^2,$$

где  $C_n^{\ell}$  – число сочетаний из *n* элементов по  $\ell$ .

Поэтому при n = 4 **ВЛТ**  $F \approx 6 \cdot F_{\Sigma}^2$ , так что при используемой стратегии (п. 1.**И**) заданная **ВЛТ** *F* будет обеспечена при

$$F_1 \approx m^{-1} \cdot F_{\Sigma} \approx m^{-1} \cdot \sqrt{F/6} . \qquad (44)$$

При этом **ВПО** сигнала на выходе v- го фильтра *i*-й пачки

$$D_i(v) = F_1^{1/(1+\mu_i(v))}.$$
(45)

При независимости выходных сигналов различных фильтров **ВПО** сигнала хотя бы в одном из m фильтров любой из n = 4 пачек будет равна

$$D_{\Sigma i} = 1 - \prod_{\nu=1}^{m} (1 - D_i(\nu)).$$
(46)

Итоговая **ВПО** сигнала не менее чем в двух пачках в этом случае равна

$$D = 1 - \left\{ \prod_{i=1}^{n} (1 - D_{\Sigma i}) + \sum_{\ell=1}^{n} D_{\Sigma \ell} \cdot \prod_{\substack{i=1 \ i \neq \ell}}^{n} (1 - D_{\Sigma i}) \right\}.$$
(47)

Первое и второе слагаемые в фигурных скобках — вероятность пропуска цели во всех пачках и обнаружения ее в одной из пачек, их сумма — вероятность обнаружения ее менее чем в двух пачках.

В противоположной «предельной» ситуации полной взаимной зависимости (единичной корреляции) выходных сигналов всех фильтров всех пачек может использоваться подобная (33) формула

$$D = F^{1/(1+\mu)}, (48)$$

где под µ понимается максимальное по всем фильтрам значение **ОСПШ**.

Основанную на формулах (44) — (47) методику расчетов далее для краткости будем называть первой, а на формуле (48) — второй.

## 3. СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СИСТЕМ МПО ГАУССОВЫХ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ ГАУССОВЫХ АР ПП

А. В табл. 1 приведены ИХ линейных трактов оптимальной (№1) и КО систем МПО, рассмотренных в п. 1 или непосредственно вытекающих из них при соответствующем выборе параметров.

Так, *М*-мерные **ИХ**  $\mathbf{r}'_2 - \mathbf{r}'_7$  получаются из **ИХ**  $\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_7$  заменой матрицы на матрицу  $\mathbf{I}_M$ , что соответствует отказу от учета амплитудной модуляции пачки полезного сигнала из-за азимутального вращения антенны. **ИХ**  $\mathbf{r}_8$  соответствует **МПО** в «сглаженном» фильтре с диагональной  $M \times M$  матрицей «сглаживания»  $\mathbf{D} = \text{diag}\{d_\ell\}_{\ell=1}^M$ . **ИХ**  $\tilde{\mathbf{r}}_{11}$  соответствует штатной **МПО** (рис. 13), **ИХ**  $\tilde{\mathbf{r}}_{12}$ ,  $\tilde{\mathbf{r}}_{13}$  – компенсационно – фильтровым системам с подобными **ИХ**  $\tilde{\mathbf{r}}_9$ ,  $\tilde{\mathbf{r}}_{10}$  **ВП МПО**, но с «несглаженными» m – входовыми фильтрами накопления полезных сигналов. **ИХ**  $\tilde{\mathbf{r}}_{14}$  соответствует упрощенному варианту штатной фильтрами.

	Таблица 1		
No	ИХ лицейцого тракта системы МПО	N⁰	N⁰
1.45	их линеиного тракта системы мпто	рис.	ф-лы
1	$\mathbf{r}_1 = \mathbf{\Psi} \cdot \mathbf{z}(f_s), \qquad \mathbf{r}' = \mathbf{\Psi} \cdot \mathbf{x}(f_s)$	3	(4)
2	$\mathbf{r}_2 = \mathbf{\Psi}_b \cdot \mathbf{z}(f_s), \qquad \mathbf{r}_2' = \mathbf{\Psi}_b \cdot \mathbf{x}(f_s)$	7,a	(10)
3	$\mathbf{r}_{3} = \mathbf{\Psi}_{bd} \cdot \mathbf{z}(f_{s}),  \mathbf{r}_{3}' = \mathbf{\Psi}_{bd} \cdot \mathbf{x}(f_{s})$	_	(12)
4	$\mathbf{r}_4 = \mathbf{H} \cdot \mathbf{z}(f_s), \qquad \mathbf{r}'_4 = \mathbf{H} \cdot \mathbf{x}(f_s)$	_	_
5	$\mathbf{r}_{5} = \mathbf{H}_{b} \cdot \mathbf{z}(f_{s}),  \mathbf{r}_{5}' = \mathbf{H}_{b} \cdot \mathbf{x}(f_{s})$	11, <i>a</i>	(14)
6	$\mathbf{r}_6 = \mathbf{H}_{bd} \cdot \mathbf{z}(f_s),  \mathbf{r}_6' = \mathbf{H}_{bd} \cdot \mathbf{x}(f_s)$	_	(17)
7	$\mathbf{r}_7 = \mathbf{z}(f_s), \qquad \mathbf{r}_7' = \mathbf{x}(f_s)$	_	—
8	$\mathbf{r}_8 = \mathbf{D} \cdot \mathbf{x} (f_s)$	_	_
9	$\tilde{\mathbf{r}}_9 = \mathbf{\Psi}_{ii}^{(b)} \cdot \mathbf{D}_m \cdot \mathbf{x}_v^{(m)}, i \in 1, n = 4$	8	(136)
10	$\tilde{\mathbf{r}}_{10} = \mathbf{H}_{ii}^{(b)} \cdot \mathbf{D}_m \cdot \mathbf{X}_v^{(m)}, i \in 1, n = 4$	12	(17б)
11	$\tilde{\mathbf{r}}_{11} = \mathbf{D}_m \cdot \mathbf{x}_v^{(m)}, i \in 1, n = 4$	13	_
12	$\tilde{\mathbf{r}}_{12} = \mathbf{\Psi}_{ii}^{(b)} \cdot \mathbf{x}_{v}^{(m)}, i \in 1, n = 4$	_	_
13	$\tilde{\mathbf{r}}_{13} = \mathbf{H}_{ii}^{(b)} \cdot \mathbf{x}_{v}^{(m)}, i \in 1, n = 4$	_	_
14	$\tilde{\mathbf{r}}_{14} = \mathbf{x}_{v}^{(m)}, i \in 1, n = 4$	_	_

Рассматриваемые варианты **МПО** сравниваются по характеристикам обнаружения (33) или пороговым когерентным сигналам (37) в условиях **АР ПП** различного порядка (п. 2.**Ж**\*) при отсутствии и наличии попачечной вобуляции интервалов зондирования с параметрами, близкими к параметрам РЛС [3].

Б. На рис. 14 для  $F = 10^{-6}$  и D = 0.5 показаны зависимости от нормированной доплеровской частоты  $f_s \in 0, 1/2$  пороговых сигналов  $h = h_{tr}$ (35), (37) ИХ  $\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_7$ ,  $\mathbf{r}_1' - \mathbf{r}_7'$  с шириной ленты zz = 2(*a*) и zz = 3 (б) для  $M = 4 \cdot 12 = 48$  — элементных невобулированных когерентных пачек в условиях **АР ПП** порядка p = 3 с относительной интенсивностью (**ОПШ**)  $\eta = 50 \ \text{дБ}$  и коэффициентом междупериодной корреляции  $\rho = 0.99$  (см. п. 2.**Ж**\*, **3**\*). Эти скоростные характеристики (СХ) симметричны относительно нормированной доплеровской частоты  $\Pi\Pi f_c$  (в данном примере источники ПП имеют нулевую радиальную скорость, так что  $f_c = 0$ ) и периодичны с единичным периодом, поэтому полностью определяются приведенным участком на интервале  $f_s \in 0, 1/2$ . Периодичность обусловлена постоянством интервала зондирования, порождающим известный эффект «слепых скоростей» - рост требований к пороговым сигналам с доплеровскими частотами, лежащими в окрестности гребней спектра ПП (рис. 4\*).

Как видно из приведенных результатов, в этих условиях уже при zz = 3 все **КО ИХ**  $\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_6$ ,  $\mathbf{r}_2' - \mathbf{r}_6'$  обеспечивают примерно равную предельную эффективность, близкую к эффективности существенно более сложной оптимальной **ИХ**  $\mathbf{r}_1$ , **СХ** которой в силу (36), (37), (75а\*) примерно равна

$$h_{tr} = h_{tropt} \left( f_s \right) \approx \frac{\chi}{M} \cdot S(f_s) , \qquad (49)$$

где S(f) — спектр междупериодных флуктуаций помех (44\*). Причина этого связана с близостью в этом случае (p = 3) ленточных структур матричных сомножителей **ИХ**  $\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_6$ ,  $\mathbf{r}_2' - \mathbf{r}_6'$  со структурами матрицы  $\Psi$  и ее треугольных сомножителей (п. 1.**Ж**). В то же время эффективность этих **КО ИХ** в зоне оптимальных скоростей (в промежутках между гребнями спектра ПП) существенно выше, чем согласованной с пакетом полезного сигнала **ИХ**  $\mathbf{r}_7$  или близкой к ней **ИХ**  $\mathbf{r}_7'$ , в которых квазиобращающие или квазиобеляющие фильтры подавления ПП не предусматриваются.



Рис. 14. Пороговые сигналы (вобуляция отсутствует)

Из рис. 14 следует также, что упрощающий обработку отказ от учета амплитудной модуляции пачки полезного сигнала из-за вращения антенны весьма незначительно увеличивает пороговый сигнал и поэтому практически вполне оправдан.

**В.** На рис. 15, *а* показаны аналогичные зависимости  $h_{tr}(f_s)$  **ИХ**  $\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_7$ ,  $\mathbf{r}_1' - \mathbf{r}_7'$ , но для **АР ПП** порядка  $p \to \infty$  (43\*) с гауссовым (колокольным) спектром (рис. 4, *a*\*) и с заполненной (не ленточной) матрицей  $\Psi$  (3а). На рис. 15, *б*, *в*, *е* показаны потери (в дБ)  $\delta h_{\ell} = h_{tr\ell} - h_{tr1}$   $\ell$ -й ( $\ell \in 2,7$ ) **ИХ** по сравнению с оптимальной **ИХ**  $h_{tr1}$ .

Видно, что в этом случае относительно малые потери пороговых сигналов получаются при ширине ленты, превышающей значение zz = 3 (рис. 14), однако ее дальнейшее расширение выше zz = 4 уменьшает эти потери незначительно. Можно поэтому считать, что в весьма широком классе помеховых ситуаций практически достаточны значения  $zz \le 5$  [17]. Связанные с этим потери по сравнению с нереализуемой оптимальной **МПО** можно считать вполне оправданной «платой» за существенно более простую структуру системы обработки.

Г. В условиях ПП с крутоспадающими (колокольными) спектрами (рис. 15) заметна разница качества МПО на основе ленточных и блочноленточных квазиобращающих ( $\mathbf{r}_2$  ( $\mathbf{r}'_2$ ) и  $\mathbf{r}_3$ ( $\mathbf{r}'_3$ )) и квазиобеляющих ( $\mathbf{r}_5$  ( $\mathbf{r}'_5$ ) и  $\mathbf{r}_6$ ( $\mathbf{r}'_6$ )) фильтров.



Рис. 15. Пороговые сигналы ИХ  $\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_7$ ,  $\mathbf{r}_1' - \mathbf{r}_7'$  (*a*) и их потери по сравнению с оптимальной ИХ (*б*, *в*, *г*)

В первом случае эти потери объясняются следующим. При симметричной ленточной МИХ  $\Psi = \Psi_b$  (рис. 7) с шириной ленты  $b = 2 \cdot zz - 1$  кратность  $z(\ell)$  компенсации  $\ell$ -й ( $\ell \in 1, M$ ) компоненты входного вектора помехи определяется числом элементов  $\ell$ -й строки, расположенных на ленте, и поэтому равно

$$z(\ell) = \begin{cases} zz - 2 + \ell, & \ell \in 1, zz - 1, \\ 2(zz - 1), & \ell \in zz, M + 1 - zz, \\ zz + M - 1 - \ell, & \ell \in M + 2 - zz, M. \end{cases}$$
(26)

При этом только первая и последняя компоненты этого вектора компенсируются с минимальной кратностью z(1) = z(M) = zz - 1, тогда как при симметричной блочно - ленточной **МИХ**  $\Psi_{bd}$ (11) с этой кратностью компенсируются и компоненты с номерами  $k \cdot m$  и  $k \cdot m + 1$  (k = 1, 2, n - 1). Связанные с этим потери уже при zz = 3 сравнительно невелики (не превосходят в среднем 3 дБ) даже для ПП с гауссовым спектром и уменьшаются по мере уменьшения порядка **АР ПП** (см. рис. 14).

При ленточной нижней треугольной **МИХ H**<sub>b</sub> (рис. 11) кратность  $z(\ell) = \ell - 1$  при  $\ell \in 1, zz$  и  $z(\ell) = zz - 1$  при  $\ell \in zz + 1, M$ , так что с кратностью, меньшей  $z(\ell) = zz - 1$  (вплоть до нулевой) компенсируются только первые zz - 1 импульсов входного *M*-элементного вектора помехи. При блочноленточной нижней треугольной **МИХ H**<sub>bd</sub> (15) с кратностью, меньшей  $z(\ell) = zz - 1$  (вплоть до нулевой), компенсируются первые zz - 1 импульсов каждой *m*-элементной пачки помехи. Обусловленные этим потери **ИХ**  $\mathbf{r}_6(\mathbf{r}_6')$  по сравнению с **ИХ**  $\mathbf{r}_5(\mathbf{r}_5')$  выше, чем в первом случае, но также могут считаться допустимой платой за существенное упрощение обработки. В РЛС с **ПВ ИЗ** важным доводом в пользу такого решения является теплицевость диагональных *m*×*m* блоков матрицы (7), обратные к которым образуют *m*×*m* диагональные блоки **МИХ** (11), (15). Более подробно этот тезис обосновывается в следующих статьях цикла.

Из-за незначительности потерь вполне оправдан, как и в условиях рис. 14, отказ от учета амплитудной модуляции пачки полезного сигнала при вращении антенны. Поэтому учитывающие этот эффект более сложные **ИХ** далее не рассматриваются.

Д. Средством ослабления эффекта «слепых скоростей» обычно служит вобуляция интервалов зондирования. На рис. 16 показаны **СХ** оптимальной **ИХ**  $\mathbf{r}_1$  в подобных рис. 14, 15 условиях **АР ПП** порядка p=3 (*a*) и  $p \rightarrow \infty$  (*b*) с **ОПШ**  $\eta = 10^1, 10^3, 10^5$ , но при попачечной вобуляции интервалов зондирования с параметрами, используемыми в РЛС [3]. Под нормированной частотой  $f_s = f_d / F_{av}$  здесь понимается отношение доплеровского сдвига частоты к средней частоте зонди-

рования 
$$F_{av} = 1/T_{av}$$
, где  $T_{av} = n^{-1} \cdot \sum_{i=1}^{n} T_i$  – средний по *n* пачкам цериод зонлирования.



Рис. 16. Пороговые сигналы оптимальной обработки (попачечная вобуляция интервалов зондирования)

Видно, что оптимальная обработка в этих условиях способна резко ослабить эффект «слепых скоростей» на большом интервале нормированных доплеровских частот, особенно в условиях **АР ПП** с гауссовым (колокольным) спектром  $(p \rightarrow \infty)$ .

**Е.** В этих условиях, однако, может измениться соотношение эффективностей **МПО** на основе **квазиобращающих** фильтров с **ИХ**  $\mathbf{r}_2(\mathbf{r}'_2)$ ,  $\mathbf{r}_3(\mathbf{r}'_3)$  и **квазиобеляющих** – с **ИХ**  $\mathbf{r}_5(\mathbf{r}'_5)$ ,  $\mathbf{r}_6(\mathbf{r}'_6)$ . Наглядной иллюстрацией этого служат расчетные значения потерь  $\delta h_{\ell} = h_{rr\ell} - h_{rr1}$  ( $\ell = 2', 3', 5', 6'$ ) этих **ИХ** по сравнению с оптимальной **ИХ**  $\mathbf{r}_1$ , показанные на рис. 17 и рис. 18 для **АР ПП** порядков p = 3 и  $p \rightarrow \infty$  соответственно ( $\eta = 10^5, \rho = 0.99$ ). Видно, что если потери МПО на основе квазиобращающих фильтров с ИХ  $\mathbf{r}'_2$  и  $\mathbf{r}'_3$  в среднем не превосходят 2–3 дБ уже при zz = 3 в первом случае (p=3) и  $zz \ge 4$  – во втором ( $p \to \infty$ ), то на основе квазиобеляющих фильтров с ИХ  $\mathbf{r}'_5$  и  $\mathbf{r}'_6$  в аналогичных условиях они могут превышать 10– 15 дБ. Эта разница в уровне потерь существенно выше, чем при отсутствии вобуляции, когда она порождается, в основном, уменьшением кратности компенсации ПП (п. 3.В). Дополнительные потери при вобуляции связаны со снижением эффективности междупачечного когерентного накопления выходных сигналов фильтров разных пачек.



Рис. 17. Потери пороговых сигналов (p = 3)



Рис. 18. Потери пороговых сигналов (  $p \to \infty$  )

Эти дополнительные потери можно уменьшить при некогерентной междупачечной обработке результатов когерентной внутрипачечной, что предусматривается, в частности, в штатной системе **МПО** (рис. 13) РЛС с **ПВ ИЗ** [3]. Ниже основное внимание уделяется количественной оценке резервов ее улучшения, связанных с введением внутрипачечной когерентной компенсации **ПП** на основе блочно-ленточных квазиобращающих (рис. 8) или квазиобеляющих (рис. 12) фильтров подавления **ПП** [18].

**Ж.** Обратим вначале внимание, что **МПО** когерентных сигналов, разделенная на когерентную внутрипачечную и последующую некогерентную междупачечную (рис. 10) с бинарным накоплением ее результатов (п. 1.**И**), имеет более низкую предельную эффективность, чем оптимальная (неразделяющаяся) **МПО с ИХ г**<sub>1</sub>, даже **при отсутствии** внешних **ПП** ( $\Psi_{ii}^{(b)} = \mathbf{H}_{ii}^{(b)} = \mathbf{I}_m, i \in 1, n$ ). В качестве примера на рис. 19 для этой си-

В качестве примера на рис. 19 для этой ситуации приведены характеристики обнаружения оптимальной **ИХ**  $\mathbf{r}_1$  (кривая 1) и совпадающих в этих условиях **ИХ**  $\tilde{\mathbf{r}}_9, \tilde{\mathbf{r}}_{10}, \tilde{\mathbf{r}}_{11}$  схем рис. 8, 12, 13 (кривая 2). Кривая 3, рассчитанная по (39) п. 2.**E**, соответствует некогерентному накоплению (суммированию квадратов модулей) когерентных сигналов с  $M = n \cdot m$  выходов обеляющего фильтра (рис. 1, 4,  $\delta$ ).



Рис. 19. Характеристики обнаружения (без ПП)

Видно, что разделение обработки в сочетании с бинарным накоплением результатов некогерентной междупачечной обработки для  $M = n \cdot m = 4 \cdot 12 = 48$  элементного пакета увеличивает пороговый сигнал более чем на 6 дБ, и, как можно показать, эти потери растут с ростом размера пакета M. Они превосходят потери некогерентного накопления, в данном примере не превышающие 4.5 дБ [5, 14, 19].

3. При наличии ПП схемы рис. 8, 12, 13 имеют разные предельные возможности. Различия между ними зависят, в частности, от формы спектра и интенсивности ПП, параметров (ширины ленты) МИХ квазиобращающих или квазиобеляющих фильтров помех, а также формы ЧХ доплеровских фильтров на их выходе. Количественное представление об этих различиях можно получить из характеристик обнаружения, показанных на рис. 20, 21. Они рассчитаны для **АР ПП** порядка p=3 (рис. 20) и  $p \rightarrow \infty$  (рис. 21) с относительной интенсивностью (**ОПШ**)  $\eta = 50$  дБ и коэффициентом корреляции  $\rho = 0.99$  за средний по четырем m = 12-элементным пачкам период  $T_{av}$ .

Тонкие сплошные кривые на всех рисунках соответствуют схеме рис. 8 с квазиобращающим, а штриховые - схеме рис. 12 с квазиобеляющим фильтром подавления помех. Параметром этих кривых служит значение ширины ленты дд треугольной МИХ квазиобеляющего фильтра, определяющее кратность компенсации  $z \in 0, (zz - 1)$ помех в нем, а также ширину ленты  $b = 2 \cdot zz - 1$  и кратность компенсации помех  $z \in zz - 1, 2 \cdot (zz - 1)$ (26) в квазиобращающем фильтре. Рис. 20, *a*, 21, *a* соответствуют использованию на их выходах штатных «сглаженных» доплеровских фильтров с низким уровнем боковых лепестков ЧХ, показанных сплошными кривыми на рис. 9, рис. 20,  $\delta$ , 21, *б* – включению «несглаженных» доплеровских фильтров с высоким уровнем боковых лепестков **ЧХ**, показанных штриховыми кривыми на рис. 9. Утолщенные сплошные кривые на рис. 20, 21 соответствуют штатной МПО, точками (пунктирной кривой) показаны характеристики оптимальной обработки в соответствующих условиях.



Рис. 20. Характеристики обнаружения (p = 3)



Рис. 21. Характеристики обнаружения ( $p \rightarrow \infty$ )

Приведенные результаты позволяют сделать следующие выводы.

1. Введение внутрипачечной когерентной компенсации ПП в фильтровые системы МПО РЛС с ПВ ИЗ, подобные [3], повышает их предельные возможности. Уровень прироста эффективности зависит от интенсивности, формы спектра и коэффициента корреляции между-

периодных флуктуаций ПП. Для типичных на практике интенсивных ( $\eta > 50$  дБ) сильно коррелированных ( $\rho \ge 0.99$ ) ПП выигрыш в пороговом сигнале может теоретически достигать 6–9 дБ для ПП с медленно спадающими спектрами (p=3, рис. 20) и 15–16 дБ для ПП с быстро спадающими спектрами ( $p \rightarrow \infty$ , рис. 21), что многократно увеличивает ВПО *D* слабых сигналов.

2. Параметр *zz*, определяющий ширинуленты МИХ (кратность междупериодной компенсации ПП) и, тем самым, сложность квазиобеляющих и квазиобращающих фильтров, даже в условиях АР ПП порядка  $p \rightarrow \infty$  может не превышать значений  $zz \in 3, 4$ . Для **АР ПП** невысокого порядка и доплеровских фильтров накопления сигналов с низким уровнем боковых лепестков ЧХ (рис. 9) достаточны значения  $zz \in 2,3$  (рис. 20, *a*). В этих условиях внутрипачечная когерентная компенсация ПП на основе квазиобеляющих фильтров (рис. 12) обеспечивает практически ту же предельную эффективность, что и на основе более сложных квазиобращающих (рис. 8), что связано с отсутствием вобуляции интервалов зондирования в пределах каждой пачки (см. п.3.Д).

3. При интенсивных ПП замена «сглаженных» доплеровских фильтров с низким уровнем боковых лепестков ЧХ на фильтры с прямоугольной огибающей при *zz* ≥3 практически не меняет предельных возможностей МПО на основе квазиобращающих фильтров и весьма незначительно уменьшает их при использовании более простых квазиобеляющих фильтров. Это означает, что уровень нескомпенсированных остатков помех на их выходах в этом случае столь мал, что выходной эффект доплеровских фильтров накопления практически не меняется с ростом уровня боковых лепестков. При минимальном значении *zz* = 2, когда уровень этих нескомпенсированных остатков существенно выше, рост уровня боковых лепестков ЧХ фильтров накопления может сопровождаться заметным ростом уровня помех на их выходах. В этом случае, как следует из результатов расчетов (рис.  $20, \delta, 21, \delta$ ), обработка на основе квазиобращающих фильтров при *zz* = 2 превосходит штатную фильтровую обработку весьма незначительно, а на основе квазиобеляющих может быть даже менее эффективной.

4. Отсюда следует, что введение квазиобеляющих или квазиобращающих фильтров подавления помех с параметром zz = 3, 4 позволяет использовать доплеровские фильтры с «несглаженными» **ИХ**. Помимо упрощения это приближает к согласованной обработку в зонах отсутствия **ПП**, снижая тем самым нежелательные потери в этих зонах, порождаемые «сглаживанием» [7].

6. Составляющие около 6 дБ потери обработки на основе квазиобращающих (рис. 8) или квазиобеляющих (рис. 12) фильтров с параметром  $zz \in 3, 4$  по сравнению с оптимальной порождены не недостаточной эффективностью фильтров подавления, а разделением обработки на когерентную внутрипачечную и некогерентную междупачечную с бинарным накоплением (см. п. 3.**Ж**).

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

А. Рассмотрены известные и новые разновидности квазиоптимальных (КО) систем междупериодной обработки (МПО) сигналов импульсных РЛС, решающих задачу нетраекторной селекции движущихся целей (СДЦ) на фоне источников пассивных помех различной природы (п. 1.Ж– Л). Они получены путем последовательного упрощения сложных оптимальных систем МПО гауссовых сигналов на фоне гауссовых помех (п. 1.А–В).

Б. Описана унифицированная методика расчета предельных возможностей различных систем МПО, предпороговые статистики которых допускают общее представление в виде квадратичной формы М-мерного вектора входных воздействий с М×М матричной импульсной характеристикой (МИХ) линейного тракта обработки произвольного ранга  $r \in 1, M$  (п. 2.А–Ж). Разработана методика приближенной оценки предельных возможностей раздельной внутри-и междупачечной МПО, использующейся, в частности, в большом числе импульсных РЛС с попачечной вобуляцией интервалов зондирования (ПВ ИЗ) (п. 2.3, И). Расчеты по этим методикам использованы для сравнения предельных возможностей различных систем МПО и обоснования на этой основе целесообразных для адаптивной реализации.

В. Показано, что наиболее оправданным направлением упрощения оптимальной обработки является переход от обращающих или обеляющих фильтров подавления ПП к квазиобращающим (с ленточными или блочно-ленточными эрмитовыми МИХ, п. 1.Ж, З) или квазиобеляющим (с ленточными или блочно-ленточными треугольными МИХ, п. 1.К, Л) фильтрам подавления. В этом случае существенное упрощение обработки может быть достигнуто ценой незначительных потерь эффективности (п. 3.В, Д).

Г. Оценены резервы повышения эффективности фильтровых систем МПО импульсных РЛС с ПВ ИЗ за счет введения внутрипачечной когерентной компенсации ПП на основе блочноленточных квазиобращающих (рис. 8) или квазиобеляющих (рис. 12) фильтров подавления ПП. Показано, что эти меры могут существенно увеличить предельные возможности МПО (п. 3.Ж, 3) при сравнительно небольшом усложнении обработки.

Д. Параметры (МИХ) квазиобеляющих (квазиобращающих) фильтров ПП зависят от обычно априори неизвестных элементов их корреляционных матриц, поэтому практически важны их адаптивные аналоги, в которых эти параметры заменены оценками того или иного вида. Объем доступных для использования в этих целях обучающих выборок помехи на практике всегда конечен и зачастую весьма мал. В связи с этим реальная эффективность любых адаптивных аналогов **КО** систем **МПО** неизбежно ниже рассчитанной в п. 3 «предельной». Очевидно поэтому, что практический интерес могут представлять только те из них, в которых потери адаптации, обусловленные ошибками оценивания из-за конечности объема обучающей выборки, заметно ниже выявленных резервов повышения предельных возможностей. Обзору и обоснованию рациональных структур адаптивных систем **МПО**, алгоритмов их настройки и рекомендаций по практическому использованию в РЛС различного класса и назначения посвящены остальные статьи данного цикла.

### Литература.

- [1] Леховицкий Д.И. СДЦ в импульсных РЛС: Почти без формул, но с картинками. 1. Оптимальная междупериодная обработка гауссовых сигналов на фоне гауссовых пассивных помех. – Х.: Прикладная радиоэлектроника, т.5, 2006, №2, с. 192–200.
- [2] Леховицкий Д.И., Рябуха В.П., Жуга Г.А. СДЦ в импульсных РЛС: с формулами и картинками. 2. Физический смысл и экстремальные свойства операций оптимальной междупериодной обработки гауссовых сигналов на фоне гауссовых пассивных помех. – Х.: Прикладная радиоэлектроника, т.7, 2008, №2, с. 109–123.
- [3] Май И.Д., Каспирович А.Г., Винник В.А., Донченко А.И., Мотыль В.Н., Антоненко В.Г. Радиолокационная станция 36Д6. Эксплуатация и техническое обслуживание. Учебное пособие – Запорожье, КЭМЗ «Искра», 2003.
- [4] Вайнштейн Л.А., Зубаков В.Д. Выделение сигналов на фоне случайных помех. – М.: Сов. радио, 1960, 448 с.
- [5] Радиоэлектронные системы. Основы построения и теория: Справочник / Под ред. Я. Д. Ширмана. – М.: Радиотехника, 2007.
- [6] Алмазов В.Б., Белов А.А., Кокин В.Н., Рябуха В.П. Теоретические основы радиолокации: Учебное пособие. – Х.: ХВУ, 1996.
- [7] Леховицкий Д.И., Рябуха В.П., Жуга Г.А. Лаврентьев В.Н. Экспериментальные исследования систем СДЦ на основе АРФ в импульсных РЛС с попачечной вобуляцией периодов зондирования. – Х.: Прикладная радиоэлектроника, т. 7, 2008, №1 с. 90–101.
- [8] Беллман Р. Введение в теорию матриц. / Пер. с англ. под ред. Лидского В. Б. – М.: Наука, 1976.
- [9] *Стренг Г*. Линейная алгебра и ее приложения. М.: Мир, 1980.
- [10] Воеводин В. В., Кузнецов Ю. А. Матрицы и вычисления. – М.: Наука, 1984.
- [11] Ширман Я. Д. Разрешение и сжатие сигналов. М.: Сов. радио, 1974.
- [12] Бакулев Г. А., Степин В. М. Методы и устройства селекции движущихся целей. – М.: Радио и связь, 1986.

Леховицкий Д.И. и др. СДЦ в импульсных РЛС: 3. Структуры, параметры и эффективность квазиоптимальных систем...

- [13] Леховицкий Д.И., Зарицкий В.И., Бурковский С.И., Полишко С.В. Системы междупериодной обработки сигналов на фоне гауссовых пассивных помех в импульсных РЛС. Сборник научных трудов 2-го Международного радиоэлектронного форума «Прикладная радиоэлектроника. Состояние и перспективы развития» (МРФ' 2005). Харьков, 2005, Т. 2, с. 20–23.
- [14] *Фединин В.В.* Особенности оценки эффективности систем селекции движущихся целей с учетом некогерентного накопления импульсов. — Радиотехника и электроника, 1981, т. 26, №5, с. 955.
- [15] Леховицкий Д.И., Флексер П.М., Полишко С.В. О вычислении законов распределения квадратичных форм комплексных нормальных векторов. – М.: Успехи современной радиоэлектроники. 2005, №5, с. 53–59.
- [16] Н. Хастингс, Дж. Пикок. Справочник по статистическим распределениям. – М.: Статистика, 1980. – 95 с.
- [17] Леховицкий Д.И., Табачников М.И., Шипицын С.И. Выбор порядка линейного фильтра предсказания для стационарных случайных процессов с гауссовской корреляционной функцией. – М.: Радиотехника, 1990, № 4, с. 44–48.
- [18] Леховицкий Д.И., Рябуха В.П., Жуга Г.А. Резервы совершенствования систем СДЦ импульсных РЛС с попачечной вобуляцией интервалов зондирования. // 3-й Международный радиоэлектронный Форум. Сборник научных трудов, Том 1.Ч.1.Харьков: АН ПРЭ, с. 101–105.
- [19] D.I. Lekhovitsky, P.M. Flekser, S.V. Polishko. On losses of coherent signal in the adaptive detector with noncoherent integration. // Proceedings IV<sup>th</sup> International Conference on Antenna Theory and Techniques. Sevastopol, Ukraine, September 9–12, 2003, p.p. 36–41.

Поступила в редколлегию 7.04.2009.





**Леховицкий Давид Исаакович**, доктор технических наук профессор, главный научный сотрудник научно-исследовательского центра Харьковского Национального университета радиоэлектроники. Область научных интересов: адаптивная пространственно-временная обработка сигналов на фоне помех в информационных системах различного назначения.

Рябуха Вячеслав Петрович, кандидат технических наук доцент, ведущий научный сотрудник научно-исследовательского центра Харьковского Национального университета радиоэлектроники. Область научных интересов: радиолокационные системы, обнаружение и измерение параметров сигналов на фоне помех.



Жуга Геннадий Александрович, научный сотрудник Харьковского Национального университета радиоэлектроники. Область научных интересов: унифицированные процессоры и системы адаптивной обработки сигналов на фоне помех.



Рачков Дмитрий Сергеевич, аспирант Харьковского Национального университета радиоэлектроники. Область научных интересов: унифицированные процессоры и системы адаптивной обработки сигналов на фоне помех.