

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет Електронної та біомедичної інженерії
(повна назва)

Кафедра Мікроелектроніки, електронних приладів та пристроїв
(повна назва)

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА Пояснювальна записка

рівень вищої освіти другий (магістерський)

Дослідження розподілу електромагнітного поля в датчику скануючого зондового мікроскопа
(тема)

Виконав:
студент 2 курсу, групи ЕППМ-22-1

Пономаренко Р.І.
(прізвище, ініціали)

Спеціальність 171 Електроніка
(код і повна назва спеціальності)

Тип програми освітньо-професійна

Освітня програма Електронні прилади та пристрої
(повна назва освітньої програми)

Керівник проф. Грицунов О.В.
(посада, прізвище, ініціали)

Допускається до захисту

Зав. кафедри _____
(підпис)

Ігор БОНДАРЕНКО
(прізвище, ініціали)

2023 р.

Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет Електронної та біомедичної інженерії

Кафедра Мікроелектроніки, електронних приладів та пристроїв

Рівень вищої освіти другий (магістерський)

Спеціальність 171 Електроніка
(код і повна назва)

Освітня програма Електронні прилади та пристрої
(повна назва)

ЗАТВЕРДЖУЮ:

Зав. кафедри _____
(підпис)

« _____ » _____ 2023 р.

ЗАВДАННЯ

НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ

студентові Пономаренку Роману Ігоровичу

(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи Дослідження розподілу електромагнітного поля в датчику скануючого зондового мікроскопа

затверджена наказом по університету від 20.11.2023 р. № 1369Ст

2. Термін подання студентом роботи до екзаменаційної комісії 31.12 2023 р.

3. Вихідні дані до роботи Параметри вимірювального коаксіального резонатора: $D1 = 1,0$ мм; $D2a = 4,5$ мм; $D2b = 5,0$ мм; $L = 1,0$ мм; $S = 1,5$ мм; $f = 9375$ МГц.

4. Перелік питань, що потрібно опрацювати в роботі

1. ЗАГАЛЬНІ МЕТОДИ МОДЕЛЮВАННЯ ДАТЧИКІВ ДЛЯ НЕРУЙНУЮЧОГО КОНТРОЛЮ

2. МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ ПОЛІВ

3. ПРОГРАМА ДЛЯ РОЗРАХУНКУ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПОЛЯ У ЩАРУВАТОМУ СЕРЕДОВИЩІ

4. РЕЗУЛЬТАТИ РОЗРАХУНКУ РОЗПОДІЛУ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПОЛЯ

5. Перелік графічного матеріалу із зазначенням креслеників, схем, плакатів, комп'ютерних ілюстрацій (слайдів) _____

Слайди: 20 одиниць _____


КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

	Назва етапів роботи	Терміни виконання етапів	Примітка
	Отримання завдання	21.11.2023	
	Огляд інформаційних джерел	21.11–25.11	
	Створення проекту	26.11–28.11	
	Розробка конструкції пристрою	29.11–30.11	
	Пояснювальна записка	01.12–14.12	
	Підготовка презентації	15.12–21.12	
	Рецензування, нормоконтроль	21.12–30.12	
	Здача роботи на кафедрі	31.12.2023	

Дата видачі завдання 21 листопада 2023 р.

Студент _____

(підпис)

Керівник роботи _____  _____ проф. Грицунов О.В. _____

(підпис)

(посада, прізвище, ініціали)

РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка містить: 69 с., 23 рис., 2 додатки, 26 джерел.

НЕРУЙНУЮЧИЙ КОНТРОЛЬ, КОАКСІАЛЬНИЙ ДАТЧИК,
ЕЛЕКТРОМАГНІТНЕ ПОЛЕ, РІВНЯННЯ ГЕЛЬМГОЛЬЦА, ЧИСЕЛЬНЕ
РОЗВ'ЯЗАННЯ, МЕТОД СКІНЧЕНИХ РІЗНИЦЬ

Об'єкт дослідження – коаксіальний датчик для неруйнуючого та безконтактного вимірювання параметрів напівпровідників.

Мета роботи – розробка методики моделювання розподілу електромагнітних полів в робочому об'ємі коаксіального резонатора квазістаціонарного типу шляхом розв'язання рівняння Гельмгольца.

Метод дослідження – чисельне моделювання на ЕОМ.

Моделюється розподіл азимутальної складової високочастотного магнітного поля, радіальної і аксіальної складових електричного поля в просторі циліндричної системи з азимутальною симетрією. Розроблено та перевірено алгоритм розрахунку електромагнітних полів шляхом безпосереднього розв'язання рівняння Гельмгольца методом скінчених різниць. Новим є те, що граничні умови і структура об'єкта, що моделюється, можуть задаватися зовсім довільно за допомогою спеціально розробленої символічної методики.

Результати досліджень можуть бути використані при розробці датчиків для неруйнуючого контролю та вимірювання параметрів різноманітних шаруватих структур.

Прогнозні припущення про розвиток об'єкта дослідження – удосконалення способу задавання межових умов на відкритих границях.

ABSTRACT

The explanatory note contains: 69 pp., 23 fig., 2 appendices, 26 sources

NON-DESTRUCTIVE CONTROL, COAXIAL SENSOR,
ELECTROMAGNETIC FIELD, HELMHOLTZ EQUATION, NUMERICAL
SOLUTION, FINITE DIFFERENCE METHOD

The object of research is a coaxial sensor for non-destructive and non-contact measurement of semiconductor parameters.

The purpose of the work is to develop a methodology for modeling the distribution of electromagnetic fields in the working volume of a quasi-stationary type coaxial resonator by solving the Helmholtz equation.

The research method is computer numerical simulation.

The distribution of the azimuthal component of the high-frequency magnetic field, radial and axial components of the electric field in the space of a cylindrical system with azimuthal symmetry is modeled. An algorithm for calculating electromagnetic fields by directly solving the Helmholtz equation by the finite difference method was developed and tested. What is new is that the boundary conditions and the structure of the modeled object can be set completely arbitrarily using a specially developed symbolic technique.

Research results can be used in the development of sensors for non-destructive control and measurement of parameters of various layered structures.

Predictive assumptions about the development of the object of research - improvement of the method of setting boundary conditions on open borders.

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СИМВОЛІВ, ОДИНИЦЬ, СКОРОЧЕНЬ І ТЕРМІНІВ	7
ВСТУП	8
1 ЗАГАЛЬНІ МЕТОДИ МОДЕЛЮВАННЯ ДАТЧИКІВ ДЛЯ НЕРУЙНУЮЧОГО КОНТРОЛЮ	11
1.1 Види датчиків та методи вимірювання	11
1.2 Типові конструкції вимірювальних резонаторів	13
1.3 Розв'язання задачі розрахунку електромагнітних полів	18
2 МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ ПОЛІВ	21
2.1 Аналіз рівнянь Максвелла та виведення робочого рівняння	21
2.2 Чисельне рішення крайової задачі	28
2.3 Граничні умови	31
3 ПРОГРАМА ДЛЯ РОЗРАХУНКУ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПОЛЯ У ШАРУВАТОМУ СЕРЕДОВИЩІ	38
3.1 Геометрія модельованого простору	39
3.2 Вибір сітки дискретизації та завдання граничних умов	41
3.3 Алгоритм розрахунку полів	46
4 РЕЗУЛЬТАТИ РОЗРАХУНКУ РОЗПОДІЛУ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПОЛЯ	54
4.1 Розподіл поля в датчику без досліджуваного середовища	55
4.2 Розподіл поля в датчику за наявності досліджуваного середовища	60
ВИСНОВКИ	64
ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ	66
Додаток А. Відомість кваліфікаційної роботи	69
Додаток Б. Презентація	70

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СИМВОЛІВ, ОДИНИЦЬ,
СКОРОЧЕНЬ І ТЕРМІНІВ

ЕОМ – електронна обчислювальна машина

КСВ – коефіцієнт стоячої хвилі

НВЧ – надвисока частота

САПР – система автоматизованого проектування

API – Application Programming Interface

E – вектор напруженості електричного поля

H – вектор напруженості магнітного поля

ТЕМ – transverse electric and magnetic wave

ВСТУП

Темпи сучасної науково-технічної революції багато в чому визначаються успіхами у розробці та застосуванні нових електронних пристроїв та компонентів. Незважаючи на тимчасові економічні труднощі в Україні, важливим завданням, як і раніше, є вдосконалення технічної бази електроніки та обчислювальної техніки, яка нині повністю заснована на напівпровідникових елементах та інтегральних мікросхемах. Прогрес у розвитку напівпровідникової електроніки значною мірою визначається метрологічним забезпеченням контролю якості вихідного матеріалу (пластини, зливки, структури). З цього погляду розвиток безконтактних НВЧ методів вимірювання електрофізичних параметрів напівпровідників є перспективним напрямом, що найбільш повно задовольняє вимоги, що пред'являються сучасним рівнем виробництва мікроелектронних приладів.

Серед неруйнівних безелектродних безконтактних методів контролю набувають широкого поширення радіохвильові методи сантиметрового та міліметрового діапазонів. Їхніми перевагами є незначний час і витрати на сам процес (відпадають проміжні технологічні операції на формування контактів та виводів), а також стовідсотковий контроль вихідних напівпровідникових матеріалів. При цьому максимально може бути задоволена вимога до повної автоматизації процедури вимірювань.

Принцип дії такої вимірювальної апаратури заснований на тому, що зразок, що вимірюється, будучи поміщеним в електромагнітне поле НВЧ резонатора або хвилеводу, змінює його параметри (власну частоту, критичну довжину хвилі, добротність, коефіцієнт загасання і т.п.). В результаті виявляється можливим, встановивши попередньо зв'язок між даними величинами та властивостями напівпровідникового матеріалу, визначити характеристики речовини, виходячи зі ступеня зміни перерахованих параметрів електродинамічної системи. Зрозуміло, при цьому необхідно чітко усвідомлювати, як відбувається взаємодія електромагнітної хвилі з

досліджуваним напівпровідниковим матеріалом (тобто. фізику процесів у напівпровіднику).

Найважливішою складовою вимірювальної установки є вимірювальний НВЧ резонатор або хвилевід (датчик). Від точності його виготовлення та стабільності параметрів (робочої частоти, геометричних розмірів тощо) значною мірою залежить якість і надійність всієї установки. Конструкції датчиків відрізняються різноманіттям. Зазвичай використовуються одновидові порожнисті резонатори та хвилеводні вимірювальні перетворювачі. Великий інтерес представляють варіанти датчиків із зовнішнім розташуванням зразка, тому що в цьому випадку менше вимог до попередньої підготовки матеріалу. З ряду причин є перспективними, зокрема, коаксіальні резонатори.

Всі ці пристрої вимагають ретельного розгляду та проектування, щоб унеможливити неправильне поводження та отримання недостовірної інформації, особливо з урахуванням того, що експлуатуються вони не завжди фахівцями в галузі метрології. Досить зазначити, більшість випадків виробничого шлюбу викликані саме неправильним чи недостатнім контролем якості технологічного процесу (наприклад, недотриманням граничних допусків на параметри напівпровідникового матеріалу).

Враховуючи велику різноманітність контрольованих об'єктів та матеріалів, необхідна розробка відповідної кількості модифікацій вимірювальних установок. Це неможливо чи економічно недоцільно без залучення сучасних методів автоматизованого проектування та САПР. Головною складовою такої системи є підсистема інженерного аналізу та оптимізації розподілу НВЧ поля в межах вимірювального датчика та зразка, яка є основою алгоритму конструювання пристроїв для безконтактних вимірювань.

Очевидно, що ідеальна система вимірювання повинна забезпечувати такий розподіл електромагнітного поля в обсязі зразка, що аналізується, при якому гарантувалася б необхідна точність і надійність результатів. Для цього слід вирішити задачу моделювання високочастотного електромагнітного поля у

неоднорідному середовищі. Аналітичне вирішення цього завдання надзвичайно складне.

У зв'язку з вищесказаним, метою цієї кваліфікаційної роботи є розробка методики чисельного моделювання розподілу високочастотних полів у неоднорідному поглинаючому середовищі. На основі цієї методики досліджуються поля в області циліндричної геометрії з азимутальною симетрією. Результати проведених досліджень доведені до практично значущих картин просторового розподілу складових напруженості поля в обсязі датчика та аналізованому зразку.

1 ЗАГАЛЬНІ МЕТОДИ МОДЕЛЮВАННЯ ДАТЧИКІВ ДЛЯ НЕРУЙНУЮЧОГО КОНТРОЛЮ

Останнім часом з'явилася велика кількість робіт з радіохвильових методів діагностики напівпровідників [1 – 6]. Це пояснюється тим, що на практиці успішно реалізуються такі переваги цих методів, як безелектродність, висока локальність та необхідна чутливість.

Різноманітність методів та засобів НВЧ діагностики визначається багатоваріантністю підходів до вирішення завдань взаємодії електромагнітного поля з напівпровідником (атомами кристалічних решіток та носіями заряду). Ця взаємодія залежить також від частоти змінного поля. У загальному випадку параметри напівпровідникових матеріалів на постійному струмі відрізняються від виміряних на НВЧ.

1.1 Види датчиків та методи вимірювання

Головним функціональним елементом вимірювальної установки, що відображає спосіб контролю та визначає його можливості, є вимірювальний перетворювач або датчик. Конструкції датчиків, що використовуються на практиці, можна систематизувати за такими основними відмітними ознаками [4]:

- за типом (хвилеводні, резонаторні);
- за ступенем заповнення поперечного перерізу датчика зразком (частково заповнені, повністю заповнені);
- за варіантом розміщення зразка щодо перетворювача (із зовнішнім розташуванням, із внутрішнім розташуванням);
- за способом виділення сигналу вимірювальної інформації (модуляційні, немодуляційні).

Як інформативні сигнали, які виділяються з датчика, використовуються коефіцієнти передачі, відбиття, загасання, зміна добротності, частоти, сигналу

фотопровідності і т.д. Перетворення цих сигналів на кількісні показники параметрів вимірюваного матеріалу здійснює вимірювальна схема.

Максимально повно специфіку вимірювальних перетворювачів визначає їх розподіл на резонаторні та хвилеводні.

Датчиком для хвилеводних методів є відрізок хвилеводу, що заповнюється (закорочується) зразком або пов'язаний з ним через вимірювальний отвір. Характеристики перетворення таких датчиків варіюються вибором перерізу хвилеводу та навантаження за зразком. Вихідними сигналами вимірювальної інформації можуть бути зміна комплексного коефіцієнта відображення, коефіцієнта стоячої хвилі (КСВ) лінії, зміщення мінімуму стоячої хвилі і т.д. Діапазон контролю електропровідності напівпровідникових зразків та епітаксійних плівок становить від 10^1 до 10^5 (Ом·м)⁻¹.

Дослідження відомих розробок [7, 8] показує, що для хвилеводних методів контролю, що характеризуються простотою конструкції, простий зв'язок параметрів напівпровідника з коефіцієнтами передачі та відображення існує при ідеальному контакті напівпровідника зі стінками хвилеводу. В іншому випадку вирішення задачі можливе лише чисельними методами. Ще більше ускладнює вирішення завдання вплив зазору між зразком та стінками, а також перехідний опір контакту.

Найбільш перспективним напрямом у розвитку засобів діагностики напівпровідників є використання датчиків, створених на основі об'ємних НВЧ резонаторів [1, 9]. Вимірювальні резонаторні перетворювачі відрізняються можливістю управління в широких межах ступенем і характером включення зразка в поле резонатора. З погляду типу взаємодії розрізняють датчики ТЕМ-типу, Н-типу та Е-типу. У перших двох реалізується взаємодія матеріалу з тангенційною складовою електричного поля, у третьому - як з тангенційною, так і з нормальною складовою. Теоретичний аналіз резонаторних перетворювачів простіше проти хвилеводними, оскільки резонатор на фіксованій частоті сигналу зазвичай є одномодовим.

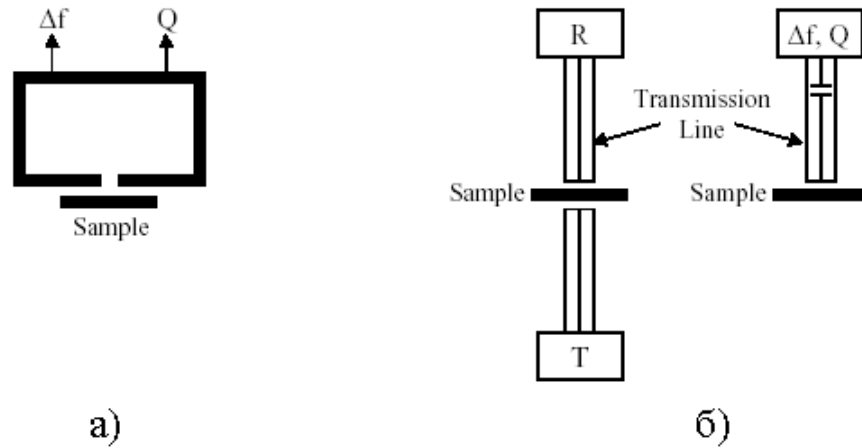
Перелічені переваги сприяли розробці великої кількості конструкцій датчиків резонаторного типу. При цьому однією з тенденцій є прагнення підвищити рівень взаємодії зразка з електромагнітним полем резонатора. Велику концентрацію електричного поля робочого вигляду коливань у зразку забезпечують перетворювачі квазістатичного типу. Серед двох варіантів розташування зразка (внутрішнє та зовнішнє), перевага зазвичай надається останньому, як більш підходящому в умовах безперервного виробничого контролю.

У зв'язку з вищесказаним, розглянемо сучасні конструкції вимірювальних датчиків резонансного та нерезонансного типу із зовнішнім розташуванням об'єкта, що вимірюється.

1.2 Типові конструкції вимірювальних резонаторів

Датчик (зонд) є найважливішою частиною вимірювальної системи. Вибір його конструкції проводиться з урахуванням специфіки параметрів об'єкта, що вимірюється (напівпровідника) і вимог до точності вимірювань. Для правильної оцінки застосування тієї чи іншої методики в метрологічних процесах потрібно детальне знання властивостей матеріалу і самого датчика при різних частотах НВЧ електромагнітного поля і відносних розташуваннях цих об'єктів.

На рис. 1.1, а схематично показана конструкція вимірювального датчика у вигляді об'ємного НВЧ резонатора з отвором у стінці. Вимірюваний зразок розміщується у безпосередній близькості до стінки резонатора. Невелика ділянка зразка, яка визначається розміром отвору, обурює електромагнітне поле резонатора, змінюючи власну частоту і добротність. Внаслідок малого розміру отвору чутливість такого датчика невисока.



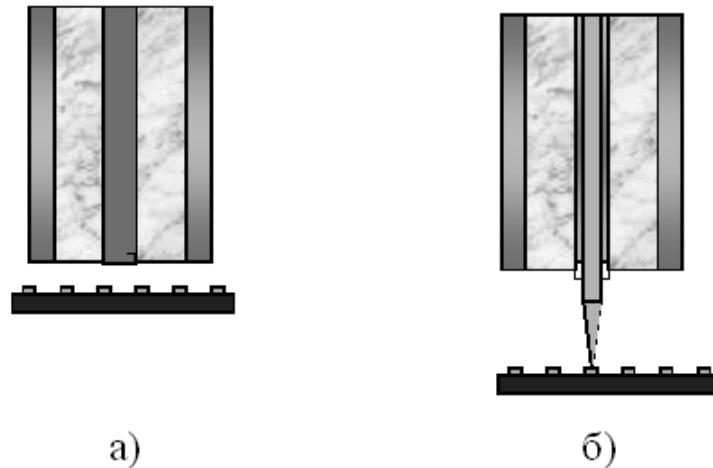
а) резонаторного типу з отвором;
 б) з передавальною лінією

Рисунок 1.1 – Схеми вимірювальних перетворювачів

Рисунок 1.1, б ілюструє клас нерезонансних датчиків, в яких зразок розміщується поблизу кінця передаючої НВЧ лінії. На лівій схемі параметри зразка обчислюються на основі вимірюного коефіцієнта відображення R або коефіцієнта пропускання T . Найчастіше використовуються коаксіальні лінії передачі, однак іноді можуть застосовуватися хвилеводи або мікросмужкові лінії.

Права схема на рис. 1.1, б ілюструє конструкцію одного з найбільш чутливих датчиків [10]. Ідея його полягає в тому, що зразок розміщується поблизу відкритого кінця резонатора у вигляді відрізка лінії передачі. Зміни власної частоти та добротності цього резонатора дають інформацію про властивості аналізованого напівпровідникового матеріалу. Цей клас конструкцій відрізняється від наведеного на рис. 1.1, а тим, що тут використовується посилення поля поблизу кінця лінії передачі, замість незначного проникнення поля через отвір об'ємного резонатора. В результаті чутливість і роздільна здатність методу істотно підвищуються. Саме така схема побудови датчиків є найякіснішою серед усіх розглянутих.

Розглянемо докладніше конструкції коаксіальних резонаторів, що у основі описаної методики [11]. На рис. 1.2, а показана конструкція коаксіального зонда з тупим кінцем внутрішнього електрода. Перевагою такої конструкції є механічна міцність, недоліками – невисока чутливість та низька просторова роздільна здатність. Схема із загостреним кінцем (рис. 1.2, б), навпаки, дозволяє здійснювати безпосередній контакт з поверхнею напівпровідника, що позитивно позначається на її чутливості та локалізує область вимірювання параметрів зразка. Однак ця конструкція досить критична до механічних впливів, зважаючи на малий радіус кривизни вістря зонда.



а) безконтактного типу; б) контактного типу

Рисунок 1.2 – Конструкції коаксіальних датчиків

Очевидно, що основною вимогою є забезпечення високих якісних показників вимірювальної методики. Тому кращою є схема рис. 1.2, б. Питання забезпечення механічної надійності зонда за умов виробничого процесу є, у принципі, вирішуваними.

Схема вимірювальної установки, побудованої на основі описаних коаксіальних зондів, зображена на рис. 1.3 [12]. Вона складається з резонансної коаксіальної лінії, яка з одного боку слабо пов'язана з малопотужним НВЧ генератором через конденсатор зв'язку, а з іншого боку закінчується описаним

коаксіальним зондом, що стосується поверхні вимірюваного матеріалу. Відбита від поверхні зразка хвиля через спрямований відгалужувач надходить на детектор, вихідний сигнал якого подається на вимірювальну схему. Про параметри напівпровідника можна судити щодо зміни власної частоти Δf та добротності Q всієї системи.

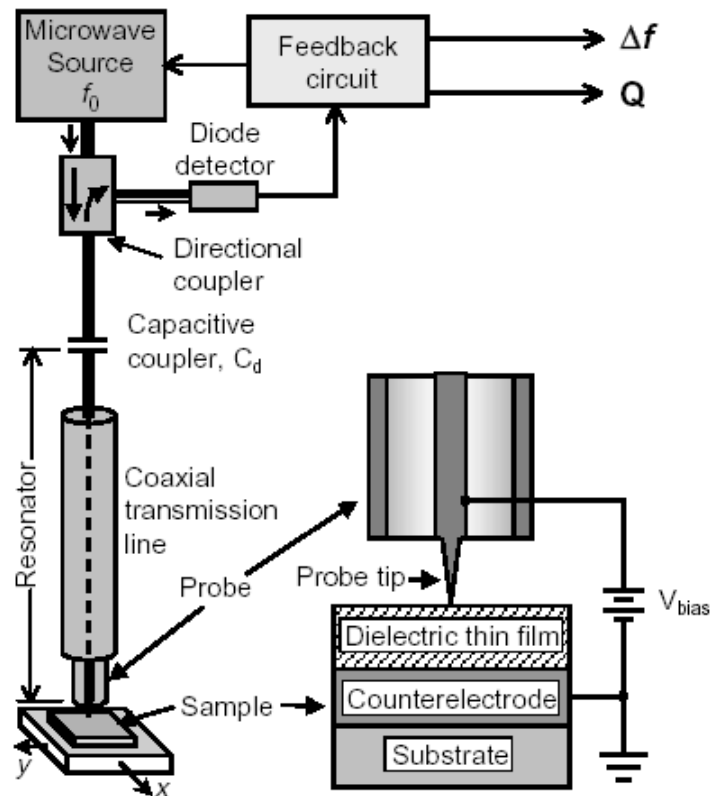


Рисунок 1.3 – Схема вимірювальної установки із контактним вимірювальним перетворювачем

У разі відсутності зразка (тобто при відкритому кінці зонда) резонатор є напівхвильовим (рис. 1.4 а) [13]. В іншому граничному випадку (наявність поблизу кінця датчика матеріалу з високою провідністю) резонатор стає чвертьхвильовим (рис. 1.4 б). Рознесення частот між цими двома режимами становить близько 100 МГц. Робоча частота, де виробляються вимірювання, може змінюватися в межах, до 100 ГГц.

Описані варіанти побудови датчиків та вимірювальних установок загалом є лише одними з багатьох, що використовуються на практиці. Така велика різноманітність конструкцій метрологічних пристроїв робить проблему їх конструювання досить нетривіальною. Безумовно, для цього необхідно розробити цілу серію систем автоматизованого проектування [14, 15], кожна з яких призначена для вирішення завдань у певній галузі метрології. Однак загальним для всіх цих САПР є те, що в них повинна використовуватися підсистема моделювання розподілу полів у об'єкті, що вимірюється (як правило, неоднорідному напівпровіднику довільної форми) і в просторі вимірювального перетворювача.

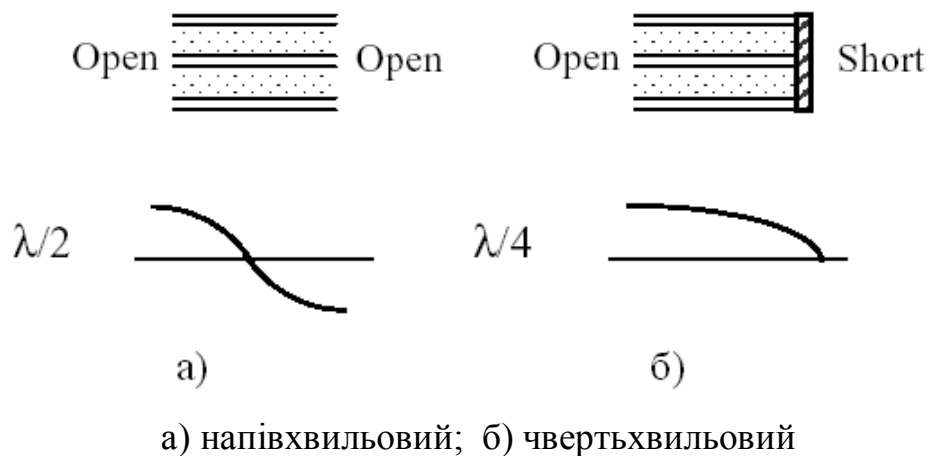


Рисунок 1.4 – Режими вимірювального резонатора

Дійсно, при будь-якій конструкції перетворювача ефективно його використання можливе лише тоді, коли є вимірювальні характеристики, що пов'язують вищезазначені параметри вимірювальної електродинамічної системи з властивостями матеріалу, що цікавить (тобто параметрами напівпровідника). Вочевидь, що побудова їх вимагає знання картини розподілу електромагнітного поля аналізованому об'єкті (зразку). Аналітичне та фізичне моделювання розподілу поля у неоднорідному середовищі досить складно. Розвиток обчислювальної техніки дозволило застосувати чисельні методи у

процесі проектування. Суть даного підходу полягає у чисельному розв'язанні рівнянь Максвелла.

Таким чином, у зв'язку з дедалі більшою роллю метрологічного забезпечення в сучасних технологічних процесах, завдання створення математичної моделі та програми, що дозволяють розраховувати НВЧ поля в датчиках вимірювального призначення, є дуже актуальним.

1.3 Розв'язання задачі розрахунку електромагнітних полів

Для моделювання розподілу електромагнітного поля у фізичній системі найбільшого поширення набули такі чисельні методи [16]:

- метод скінчених різниць (метод сіток);
- метод скінчених елементів.

Специфіка роботи ЕОМ вимагає заміни операцій інтегрування та диференціювання змінних операціями над числами та переходу від нескінченної сукупності (континууму) чисел до їх кінцевої множини. Тому необхідно перетворення вихідних безперервних диференціальних рівнянь в алгебраїчну систему, яка вже може бути вирішена на ЕОМ. Цей процес здійснюється шляхом складання різницевого рівняння, що є дискретним аналогом відповідного диференціального. Використання цього переходу покладено основою кінцево-різницевого методу [17]. Для отримання різницевого рівняння вибирається система вузлів, що заповнюють одно-, дво- чи тривимірну розрахункову область. Вибір сітки, тобто. Зміни дискретних областей, і системи вузлів і осередків, що визначаються ними, слід здійснювати, виходячи з умови виконання двох вимог: отримання можливо меншої похибки при переході від безперервного рівняння до дискретного і можливо меншої похибки уявлення меж розрахункової області і поверхонь розділу середовищ з різними властивостями.

Дискретні рівняння набувають більш простий вигляд, якщо будь-який із внутрішніх вузлів сітки утворений одним і тим же числом осередків і оточений

осередками одного і того ж виду. Такі сітки є регулярними. Інакше їх називають нерегулярними. Введення нерегулярних сіток дозволяє отримати більшу точність уявлення граничних поверхонь, у той же час різниці рівняння мають складніший вигляд. Після накладання сітки виводяться кінцево-різнісні аналоги, що зв'язують значення функції у кожному з вузлів зі значеннями їх у сусідніх вузлах. Отримана система рівнянь алгебри з такою самою кількістю невідомих величин функції вирішується прямими або ітераційними методами [18], в результаті чого знаходяться значення функції у вузлах сітки.

При криволінійних поверхнях тіл апроксимація цих поверхонь є складним завданням при використанні методу сіток. Це завдання вирішується простіше, якщо розрахункова область розбивається елементами кінцевого розміру. Метод, заснований цьому принципі, називається методом кінцевих елементів [19]. Він застосовується для тих самих завдань, що й метод кінцевих різниць. У його основі лежить варіаційне обчислення – рівняння у часткових похідних замінюється шматково-гладкою моделлю. Область рішення розбивається на малі елементи простої форми. У двовимірному випадку вибираються трикутники, а тривимірному – тетраедри. Необхідно відзначити, що вузли та елементи розташовуються у довільному порядку. Вибирається простий алгоритм інтерполяції, що дозволяє виразити функцію у будь-якій точці всередині кінцевого елемента через значення функції у вузлах.

Виписуються залежності між значеннями функції та правими частинами диференціального рівняння. Значення функції на гранях дотичних елементів повинні бути рівними. У вузлах дотичних елементів значення функції має у сумі становити справжню праву частину диференціального рівняння.

До недоліків методу кінцевих елементів слід віднести те, що досить складний і вимагає високої кваліфікації від розробника. Введення та виведення інформації займає дуже багато часу. Хоча останнім часом з'явилися алгоритми, що дозволяють автоматизувати процес вибору кінцевих елементів, все ж таки

даний підхід залишається в цілому більш трудомістким у порівнянні з попереднім.

Шляхом зіставлення обох вищеописаних методів, можна дійти висновку у тому, що з дослідження розподілу електромагнітного поля в неоднорідних об'єктах доцільно використовувати метод кінцевих різниць. Дійсно, при цьому найбільш трудомістким завданням є опис граничних умов та розподілу параметрів об'єкта у просторі, а метод кінцевих елементів не є в даному сенсі оптимальним. У той самий час конфігурація кордонів аналізованої області (коаксіального вимірювального перетворювача) досить проста для ефективного застосування першого з вищеописаних підходів.

2 МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ ПОЛІВ

При моделюванні розподілу електромагнітних полів обсягом вимірювального перетворювача і аналізованого об'єкта будемо використовувати такі наближення. Систему припускаємо азимутально-симетричну. Частина простору, що моделюється, вважаємо заповненим ізотропним середовищем з відносною діелектричною проникністю ε , відносною магнітною проникністю μ та питомою провідністю σ . Вважатимемо, що у просторі між електродами відсутні вільні заряди (електронні чи іонні потоки), і навіть відсутні будь-які види "активних середовищ" (наприклад, збуджені атоми чи молекули), є джерелами НВЧ коливань. Таким чином, моделювання обмежуватиметься випадком пасивного середовища, в яке передається електромагнітна енергія від зовнішнього генератора. Принцип дії та пристрій генератора тут не розглядаємо, вважаючи, що генератор забезпечує необхідну потужність та частоту коливань.

2.1 Аналіз рівнянь Максвелла та виведення робочого рівняння

Вихідні рівняння Максвелла, що описують електромагнітне поле в просторі між електродами, що не містить вільних зарядів, мають вигляд [20]:

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E} + \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}; \quad (2.1)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\mu \mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}; \quad (2.2)$$

$$\operatorname{div}(\varepsilon \varepsilon_0 \mathbf{E}) = 0; \quad (2.3)$$

$$\operatorname{div}(\mu\mu_0\mathbf{H}) = 0, \quad (2.4)$$

де \mathbf{H} – вектор напруженості магнітного поля, А/м;

\mathbf{E} – вектор напруженості електричного поля, В/м.

Символами ε_0 і μ_0 позначені електрична та магнітна постійні, рівні відповідно:

$$\varepsilon_0 = 0,886 \cdot 10^{-11} \frac{\text{А} \cdot \text{сек}}{\text{В} \cdot \text{м}};$$

$$\mu_0 = 1,256 \cdot 10^{-6} \frac{\text{В} \cdot \text{сек}}{\text{А} \cdot \text{м}}.$$

Генератори, що використовуються для отримання НВЧ коливань в установках метрологічного призначення, зазвичай є стабілізованими високопрецизійними автогенераторами. Зважаючи на високу добротність резонансної системи на робочому вигляді коливань, вихідний сигнал їх змінюється в часі практично за гармонійним законом. Існуванням несинусоїдальних коливань для цього завдання можна знехтувати.

Користуючись комплексним методом [21], запишемо вектори електричного та магнітного полів у середовищі, що розглядається, у вигляді:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_m e^{i\omega t}; \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}_m e^{i\omega t}, \quad (2.5)$$

де ω – кругова частота коливань, рад/сек.

Підставляючи вираз (2.5) до рівнянь (2.1) – (2.2), після диференціювання отримуємо:

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E} + i\omega \varepsilon \varepsilon_0 \mathbf{E}; \quad (2.6)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -i\omega \mu \mu_0 \mathbf{H}. \quad (2.7)$$

Рівняння (2.6) можна перетворити на вигляд

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = (\sigma + i\omega \varepsilon \varepsilon_0) \mathbf{E} = i\omega \varepsilon' \varepsilon_0 \mathbf{E},$$

де ε' – комплексна відносна діелектрична проникність з урахуванням втрат у середовищі:

$$\varepsilon' = \varepsilon - i \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0}. \quad (2.8)$$

Таким чином, при ізотропному заповненні середовища, що моделюється, рівняння поля наводяться до симетричного вигляду щодо векторів \mathbf{E} та \mathbf{H} :

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = i\omega \varepsilon' \varepsilon_0 \mathbf{E}; \quad (2.9)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -i\omega \mu \mu_0 \mathbf{H}; \quad (2.10)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = 0; \quad (2.11)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{H} = 0. \quad (2.12)$$

Рівняння Максвелла легко зводяться до хвильових рівнянь, до яких входить лише один із векторів поля. Визначаючи \mathbf{H} з виразу (2.10) і підставляючи його в (2.9), отримуємо:

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{E} = \omega^2 \varepsilon' \varepsilon_0 \mu \mu_0 \mathbf{E} .$$

Розкриваючи вираз, що стоїть у лівій частині отриманого рівняння, за формулою подвійного векторного добутку:

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{E} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{E} - \operatorname{div} \operatorname{grad} \mathbf{E}$$

маємо:

$$\operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{E} - \operatorname{div} \operatorname{grad} \mathbf{E} = \omega^2 \varepsilon' \varepsilon_0 \mu \mu_0 \mathbf{E} .$$

Введемо позначення:

$$\omega^2 \varepsilon' \varepsilon_0 \mu \mu_0 = k_0^2 . \quad (2.13)$$

Фізичний зміст комплексної постійної k_0 буде з'ясований надалі. В силу (2.11) отримуємо векторне рівняння

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} \mathbf{E} + k_0^2 \mathbf{E} = 0$$

або

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k_0^2 \mathbf{E} = 0 . \quad (2.14)$$

Таке ж рівняння можна отримати щодо вектора \mathbf{H} , обчислюючи величину \mathbf{E} із співвідношення (2.9) і підставляючи її в (2.10):

$$\nabla^2 \mathbf{H} + k_0^2 \mathbf{H} = 0 . \quad (2.15)$$

Всі розглянуті рівняння справедливі для будь-якої системи координат, причому в загальному випадку вектори електричного та магнітного поля можуть мати три складові. При використанні прямокутної системи координат:

$$\mathbf{E} = \mathbf{e}_x E_x + \mathbf{e}_y E_y + \mathbf{e}_z E_z; \quad (2.16)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{e}_x H_x + \mathbf{e}_y H_y + \mathbf{e}_z H_z, \quad (2.17)$$

де \mathbf{e}_x , \mathbf{e}_y , \mathbf{e}_z – одиничні вектори (орти) по осях x , y , z відповідно.

Якщо підставити співвідношення (2.16) і (2.17) до рівнянь (2.14) і (2.15), то останні розпадаються на шість незалежних скалярних рівнянь виду:

$$\begin{aligned} \nabla^2 E_x + k_0^2 E_x &= 0; & \nabla^2 H_x + k_0^2 H_x &= 0; \\ \nabla^2 E_y + k_0^2 E_y &= 0; & \nabla^2 H_y + k_0^2 H_y &= 0; \\ \nabla^2 E_z + k_0^2 E_z &= 0; & \nabla^2 H_z + k_0^2 H_z &= 0. \end{aligned}$$

Усі рівняння мають однакову форму. Отже, знаходження загальних виразів складових поля у прямокутній системі координат вимагають вирішення одного скалярного диференціального рівняння у часткових похідних типу

$$\frac{\partial^2 L}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 L}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 L}{\partial z^2} + k_0^2 L = 0, \quad (2.18)$$

де L – одне із складових електричного чи магнітного поля, тобто E_x , E_y , E_z , H_x , H_y , або H_z .

У циліндричній системі координат вираз $\nabla^2 E$ має більш складну форму і не дає таких простих рівнянь щодо всіх складових поля. Щоб розгорнути оператор другого порядку типу $\nabla^2 E$ в циліндричній системі координат, слід скористатися векторними співвідношеннями координат r, φ, z :

$$\left(\nabla^2 E\right)_r = \text{grad}_r \text{div} E - \text{rot}_r \text{rot} E; \quad (2.19)$$

$$\left(\nabla^2 E\right)_\varphi = \text{grad}_\varphi \text{div} E - \text{rot}_\varphi \text{rot} E; \quad (2.20)$$

$$\left(\nabla^2 E\right)_z = \text{grad}_z \text{div} E - \text{rot}_z \text{rot} E. \quad (2.21)$$

Операції дивергенції та градієнта в циліндричних координатах записуються у вигляді:

$$\text{div} E = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rE_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial E_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial E_z}{\partial z}; \quad (2.22)$$

$$\text{grad} E = \frac{\partial E}{\partial r} \mathbf{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial E}{\partial \varphi} \mathbf{e}_\varphi + \frac{\partial E}{\partial z} \mathbf{e}_z, \quad (2.23)$$

де $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\varphi, \mathbf{e}_z$ – одиничні вектори (орти) по осях r, φ, z відповідно.

Операція ротора має вигляд:

$$\begin{aligned} \text{rot} E = & \left(\frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial E_\varphi}{\partial z} \right) \mathbf{e}_r + \left(\frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial r} \right) \mathbf{e}_\varphi + \\ & + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (rE_\varphi) - \frac{\partial E_r}{\partial \varphi} \right) \mathbf{e}_z. \end{aligned} \quad (2.24)$$

Використовуючи співвідношення (2.19) – (2.24), хвильове рівняння можна переписати для циліндричної системи координат. Замість напруженості магнітного поля перейдемо до термінів індукції магнітного поля як більш зручним при розрахунках.

Зауважимо, що на практиці, якщо моделюється область має циліндричну форму, то вона зазвичай має азимутальну симетрію, так як датчик розташовується по осі даної області. Ця особливість дуже важлива, оскільки дозволяє звести завдання до двовимірної координати z і r (тобто $\partial L/\partial \varphi = 0$). Структура поля у такій системі нагадує хвилю типу TEM у коаксіальній лінії або E_{0n} у циліндричному хвилеводі. Враховуючи, що для даного поля $E_\varphi = B_r = B_z = 0$, з рівнянь (2.9) та (2.24) отримуємо:

$$ik_0 E_r = \frac{-1}{(\varepsilon' \varepsilon_0 \mu \mu_0)^{1/2}} \frac{\partial B_\varphi}{\partial z}; \quad (2.25)$$

$$ik_0 E_z = \frac{-1}{(\varepsilon' \varepsilon_0 \mu \mu_0)^{1/2}} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_\varphi). \quad (2.26)$$

Аналогічно з рівнянь (2.10) та (2.24) впливає:

$$\frac{ik_0}{(\varepsilon' \varepsilon_0 \mu \mu_0)^{1/2}} B_\varphi = \frac{\partial E_z}{\partial r} - \frac{\partial E_r}{\partial z}. \quad (2.27)$$

З рівнянь (2.20) та (2.22) – (2.24) отримуємо рівняння Гельмгольца для азимутальної складової магнітного поля в циліндричній системі координат:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_\varphi) \right) + \frac{\partial^2 B_\varphi}{\partial z^2} + k_0^2 B_\varphi = 0. \quad (2.28)$$

Рівняння (2.25) та (2.26) можна переписати у зручнішому вигляді:

$$E_r = -\frac{1}{ik_0(\varepsilon'\varepsilon_0\mu\mu_0)^{1/2}} \frac{\partial B_\varphi}{\partial z}; \quad (2.29)$$

$$E_z = -\frac{1}{ik_0(\varepsilon'\varepsilon_0\mu\mu_0)^{1/2}} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rB_\varphi). \quad (2.30)$$

Формули (2.28) – (2.30) є системою математичних виразів, що описують розподіл електромагнітного поля в середовищі. Ці формули є відправною точкою застосування чисельного моделювання на ЕОМ.

2.2 Чисельне рішення крайової задачі

Існує багато методів вирішення чисельних задач, що включають еліптичні рівняння у часткових похідних. Найчастіше на практиці використовується метод, який вирішує відповідну задачу у скінчених різницях.

Через дискретний характер обчислень на цифрових обчислювальних машинах перед розв'язанням ними безперервної задачі треба звести її до виду, що включає скінчене число змінних. Для простоти дослідження проводяться для двовимірного випадку, але багато ідей переносяться і три виміри.

Як зазначалося вище, специфіка роботи ЕОМ вимагає заміни операцій інтегрування та диференціювання операціями над числами та переходу від нескінченної сукупності чисел до кінцевої. Тому необхідний перехід від вихідних безперервних диференціальних рівнянь до алгебраїчної системи, яка вже може бути вирішена на ЕОМ.

Для отримання різницевих рівнянь вибирається система вузлів, що заповнює одно-, дво- чи тривимірну розрахункову область. Дискретні рівняння набувають більш простий вигляд, якщо будь-який із внутрішніх вузлів сітки утворений одним і тим же числом осередків і оточений осередками одного і того ж виду. Такі сітки називаються регулярними. Інакше їх називають нерегулярними. Введення нерегулярних сіток дозволяє отримати більшу точність уявлення граничних поверхонь, у той же час різницеві рівняння мають складніший вигляд. Регулярне розташування вузлів має переваги при обчисленнях на ЕОМ із двох причин. По-перше, у разі нерегулярної сітки знаходження відповідного різницевого рівняння для заміни диференціального рівняння вимагає обсягу обчислень, виконання якого практично неможливе під час роботи на сучасних комп'ютерах. По-друге, швидкість вирішення задачі визначається простотою її структури, а регулярні сітки простіші за нерегулярні (рис. 2.1).

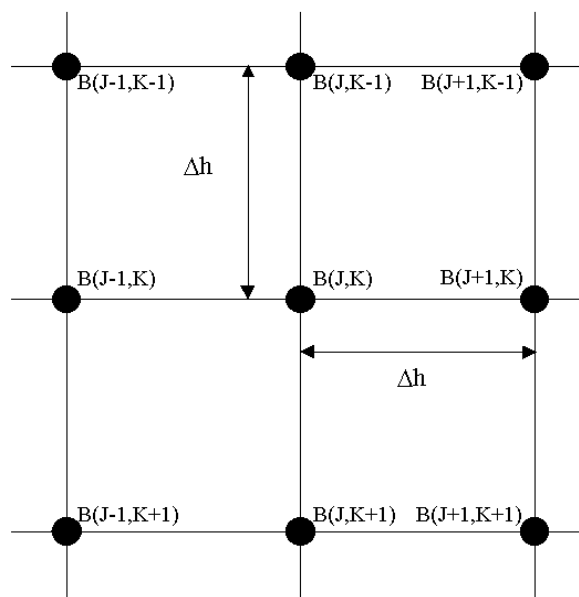


Рисунок 2.1 – Регулярна сітка дискретизації

Перетворимо рівняння (2.28) на кінцево-різницеві рівняння. На першому етапі беремо часткову похідну $\partial B_\phi / \partial r$ і отримуємо вихідний вираз для перетворення на рівняння кінцевих різниць:

$$\frac{\partial^2 B_\varphi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 B_\varphi}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial B_\varphi}{\partial r} + \left(k_0^2 - \frac{1}{r^2} \right) B_\varphi = 0. \quad (2.31)$$

Використовуючи апроксимаційні формули для часткових похідних, отримуємо кінцево-різницеві аналоги першої та другої похідної функції φ за довільною координатою x :

$$\frac{\partial \varphi(i)}{\partial x} = \frac{\varphi(i+1) - \varphi(i-1)}{2\Delta x}; \quad (2.32)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi(i)}{\partial x^2} = \frac{\varphi(i-1) - 2\varphi(i) + \varphi(i+1)}{\Delta x^2}, \quad (2.33)$$

де Δx – крок сітки.

Виведемо робочу формулу для розрахунку значення B_φ у точці (j, k) із рівняння (2.31):

$$\begin{aligned} & \frac{B_{j-1,k} - 2B_{j,k} + B_{j+1,k}}{\Delta h^2} + \frac{B_{j,k-1} - 2B_{j,k} + B_{j,k+1}}{\Delta h^2} + \\ & + \frac{B_{j+1,k} - B_{j-1,k}}{2j\Delta h^2} + \left(k_0^2 - \frac{1}{j^2\Delta h^2} \right) B_{j,k} = 0 \end{aligned} \quad (2.34)$$

або

$$\begin{aligned} & B_{j,k} \left[\frac{2}{\Delta h^2} + \frac{2}{\Delta h^2} - \left(k_0^2 - \frac{1}{j^2\Delta h^2} \right) \right] = \\ & = \frac{B_{j-1,k} + B_{j+1,k}}{\Delta h^2} + \frac{B_{j,k-1} + B_{j,k+1}}{\Delta h^2} + \frac{B_{j+1,k} - B_{j-1,k}}{2j\Delta h^2}. \end{aligned} \quad (2.35)$$

Остаточно маємо:

$$B_{j,k} = \frac{(2j-1)B_{j-1,k} + (2j+1)B_{j+1,k} + 2j(B_{j,k-1} + B_{j,k+1})}{2[(4 - k_0^2 \Delta h^2)j^2 + 1]} j. \quad (2.36)$$

Індексація j тут починається з нуля, тобто, осі відповідає $j = 0$.

2.3 Граничні умови

Будь-яке рівняння виду (2.31) може мати безліч рішень. Для виділення з цієї множини рішень одного, потрібного рішення, необхідно завдання додаткових умов, яким має задовольняти це рішення. Необхідність запровадження таких додаткових умов та їх кількість стануть зрозумілими з прикладу. Розглянемо найпростіший випадок – звичайне диференціальне рівняння другого порядку:

$$\frac{d^2 \varphi}{dx^2} = 0.$$

Як відомо, загальний інтеграл цього рівняння має вигляд $\varphi(x) = C_1 x + C_2$. Для однозначного визначення рішення необхідно у разі завдання двох умов. Зазвичай задають $\varphi(0)$ та $\varphi'(0)$, тобто умови на початку рішення (так звані початкові умови). Таке завдання умов називається задачею Коші. У деяких завданнях математичної фізики задаються умови у двох точках a та b – межах області, тобто задаються $\varphi(a)$ та $\varphi(b)$ або $\varphi'(a)$ та $\varphi'(b)$. Ці умови називаються граничними або крайовими, тому й відповідне завдання називається крайовим.

Крайова задача зазвичай виникає у тому випадку, якщо незалежним аргументом є просторова координата. Тоді відомі значення функції на обох кінцях інтервалу, але не можна заздалегідь знати необхідну кількість умов на одному з кінців.

Нехай тепер φ є функція від координат x, y та область, в якій визначається рішення, така, що будь-яка пряма, паралельна осі x , перетинає межу області у двох точках. У цьому випадку функція φ є рішенням рівняння в часткових похідних, наприклад:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0.$$

Проведемо пряму $y = C$, що перетинає межу області у точках $x = a$ та $x = b$. Уздовж цієї лінії φ є функцією тільки x і задовольняє диференційному рівнянню другого порядку, отже, потребує свого однозначного визначення завдання двох граничних умов (при $x = a$ і $x = b$). Оскільки C може бути довільним, для однозначного визначення функції, що задовольняє рівняння в часткових похідних другого порядку, необхідне задавання однієї умови по всій межі. Найчастіше зустрічаються такі способи задавання граничних умов:

– на межі задається значення функції $\varphi(S) = f(S)$, де $f(S)$ – відома функція від координат точки S контуру. Цей випадок називається першим крайовим завданням або завданням Діріхле;

– на межі визначається значення нормальної похідної від шуканої функції $\partial\varphi(S)/\partial n = f(S)$. Це так зване друге крайове завдання чи завдання Неймана.

Розглянемо найпростіший випадок, коли контур області прямолінійний і кожному ділянці збігається із системою обраних прямих. Для зменшення похибки сітка береться з рівними кроками. Завдання граничних умов під час вирішення завдання Діріхле не становить труднощів. У кожній контурній точці задається відповідне значення функції та вирішується отримана система

рівнянь. Складніше вирішується завдання Неймана. Тут на кордоні відомі не значення функції, а значення її нормальної похідної. Сітка повинна вибиратися так, щоб контур проходив посередині між вузловими точками (рис. 2.2). Кількість невідомих дорівнює числу внутрішніх вузлових точок плюс число зовнішніх точок, що безпосередньо примикають до контуру (на малюнку відзначені кружком). У кожній внутрішній точці можна скласти рівняння по одній з виведених вище формул. На межі області можна скласти ще стільки рівнянь, скільки є точок перетину контуру з сіткою:

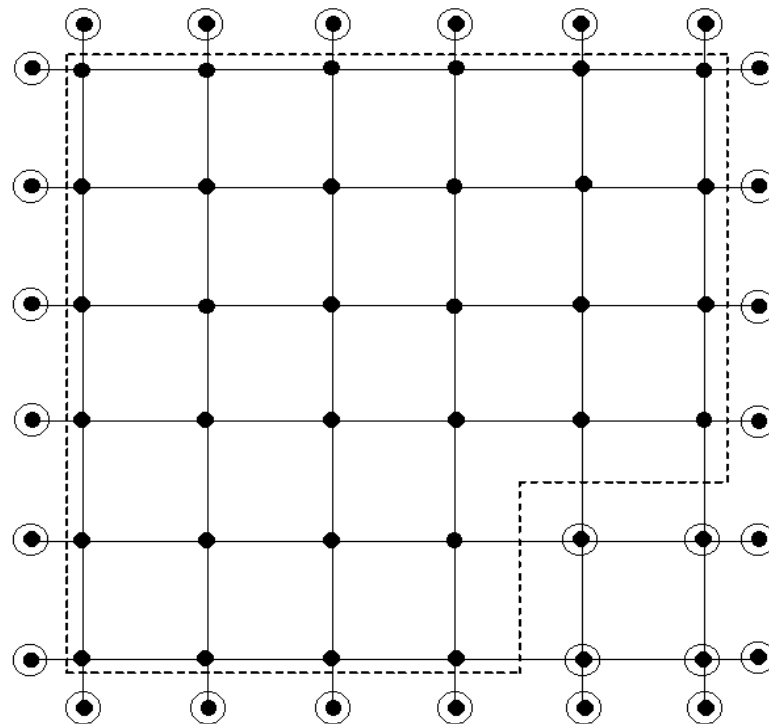


Рисунок 2.2 – Граничні умови за Нейманом

$$\frac{\varphi_{\text{внутр}} - \varphi_{\text{наруж}}}{\Delta h} \approx \frac{\partial \varphi}{\partial n}.$$

При цьому може зустрітися точка, що входить відразу в два рівняння - при складанні різниці в напрямку осі x і в напрямку осі y . У такому разі кількість рівнянь може стати більшою за кількість невідомих і система може виявитися несумісною. Для запобігання такій можливості слід цю точку (А)

вважати такою, що складається з двох незалежних точок A_x і A_y , використовуючи кожна з них при підрахунку різниці у відповідних напрямках. Координати обох точок, звісно, ті самі. У визначеній таким чином системі кількість невідомих дорівнює кількості рівнянь, тому вирішення її можливе.

Якщо ж при розв'язанні задачі Неймана розбивати область сітки так, як і для задачі Діріхле (щоб контур проходив лініями сітки), то буде допущена похибка порядку h і завдання буде вирішуватися занадто неточно.

Розглянемо граничні умови для нашої системи. На металевих межах, паралельних до осі z , тангенціальна складова напруженості електричного поля дорівнює нулю, тобто $E_z = 0$ (умова Діріхле). Якщо цю рівність підставити у вираз (2.30), то отримаємо:

$$\frac{\partial}{\partial r}(rB_\varphi) = 0 \quad (2.37)$$

або

$$B_\varphi + r \frac{\partial B_\varphi}{\partial r} = 0. \quad (2.38)$$

На основі формули апроксимації (2.32) отримуємо граничні умови для металевих стінок, розташованих паралельно осі z :

$$B_\varphi(j, k) + r \left(\frac{B_\varphi(j+1, k) - B_\varphi(j-1, k)}{2\Delta h} \right) = 0$$

або

$$B_\varphi(j+1, k) = B_\varphi(j-1, k) - \frac{2\Delta h}{r} B_\varphi(j, k). \quad (2.39)$$

На стінках, перпендикулярних до осі z , компонента електричного поля $E_r = 0$, отже, можна прирівняти до нуля вираз (2.29):

$$-\frac{1}{ik_0(\varepsilon'\varepsilon_0\mu\mu_0)^{1/2}} \frac{\partial B_\varphi}{\partial z} = 0$$

або

$$\frac{\partial B_\varphi}{\partial z} = 0. \quad (2.40)$$

Якщо записати вираз (2.40), використовуючи позначення вузлів сітки, отримаємо:

$$B_\varphi(j, k+1) = B_\varphi(j, k). \quad (2.41)$$

Вирази (2.39) та (2.41) є граничними умовами на металевих стінках нашої системи.

Розглянемо тепер задавання граничних умов на осі системи ($r = 0$). У цьому місці знаходиться особлива точка, оскільки нульове значення радіусу не дозволяє застосувати звичайні формули апроксимації. З міркувань азимутальної симетрії очевидно, що в даному місці радіальна складова електричного поля E_r повинна дорівнювати нулю, отже, як тільки що показано:

$$\left. \frac{\partial B_\varphi}{\partial z} \right|_{r=0} = 0. \quad (2.42)$$

З іншого боку, зважаючи на ту саму азимутальну симетрію, на осі повинен розташовуватися екстремум радіальних залежностей функцій E_z і B_φ .

Аналізуючи формулу (2.30), неважко дійти висновку, що розбіжності значення аксіальної складової електричного поля E_z на осі системи можна уникнути тільки якщо покласти в цьому місці рівним нулю значення B_φ . Таким чином, гранична умова на осі системи може бути записана у вигляді:

$$B_\varphi \Big|_{r=0} = 0. \quad (2.43)$$

Насамкінець розглянемо проблему розрахунку систем з відкритими кордонами. Такі конструкції часто зустрічаються у вимірювальних установках різного призначення, оскільки малий рівень потужності генератора не вимагає спеціального захисту від НВЧ випромінювання. З конструктивної точки зору виконання відкритої установки простіше, однак, з точки зору математики, моделювання відкритих кордонів є більш складною проблемою, ніж розглянуте завдання граничних умов на металевих стінках.

Коректне завдання граничних умов у відкритій системі вимагає обліку втрат на випромінювання на деякій замкнутій поверхні, усередині якої повністю розташовується випромінювач. Така методика, що використовується в теорії антен, відрізняється значною складністю.

Існує альтернативний метод розрахунку конструкцій з відкритими межами, застосовний, якщо більшість поля датчика зосереджена в діелектричному матеріалі з кінцевими втратами. Прикладом такого матеріалу може бути напівпровідник. У цьому випадку довкола випромінювача на достатньому віддаленні від нього штучно моделюється замкнута металева оболонка, що не допускає випромінювання електромагнітного поля за її межі. За відсутності поглинаючих матеріалів усередині цієї оболонки встановлюється стояча хвиля, збуджена випромінювачем. Це повністю спотворює структуру поля на околицях останнього, унеможливаючи її коректний розрахунок. Якщо ж між випромінювачем і оболонкою знаходиться досить товстий шар

поглинаючої речовини, впливом хвиль, відбитих від металевої поверхні, можна знехтувати. У разі розрахунок проводиться так само, як й у замкнутих областей, тобто, на внутрішній стороні фіктивної оболонки задаються граничні умови Діріхлі та Неймана.

3 ПРОГРАМА ДЛЯ РОЗРАХУНКУ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПОЛЯ У ШАРУВАТОМУ СЕРЕДОВИЩІ

Моделювання розподілу високочастотного поля в шаруватому середовищі, яким зазвичай є напівпровідниковий матеріал для виробництва інтегральних мікросхем, потребує розробки спеціалізованого програмного забезпечення. Для його складання найбільше підходить алгоритмічна мова високого рівня Fortran-90 [22]. Саме цією мовою складено тестову програму CoaxialProbe, для налагодження якої та проведення контрольних розрахунків використовувався персональний комп'ютер Pentium III.

При виборі мови програмування Fortran враховувалися такі фактори. Ця мова вже тривалий час використовується для вирішення різних чисельних завдань. Тому методика програмування на Fortran'і добре налагоджена та вивчена, що дозволяє значно скоротити процес складання та час налагодження програм. Головним фактором, який сприяв вибору цієї мови, стало те, що вона дозволяє працювати з комплексними числами, а також має ряд функцій, що дозволяють проводити математичні операції над комплексними числами.

Синтаксис мови Fortran дозволяє створювати розгалужену систему підпрограм, оформлених як окремі файли. Це дає можливість розбивати основне завдання на окремі підзавдання і вирішувати їх незалежними частинами. Така організація має низку переваг: по-перше, у процесі налагодження набагато легше і простіше працювати з невеликою програмою, оскільки невеликі програми наочно сприймаються користувачем. По-друге, можливе налагодження та запуск однієї підпрограми, не торкаючись інших програм, що дає можливість організувати тестування результатів виконання програми на різних етапах її вирішення. По-третє, кожен задачу можна вирішити, використовуючи різні методи, тому для вирішення одного завдання можливе складання кількох програм. При налагодженні або тестуванні, використовуючи архітектуру мови Fortran, можна швидко змінювати склад пакету та його структуру.

Вище згадувалося, що розв'язання поставленого завдання проводиться у комплексній формі. Як відомо, число у комплексній формі займає найбільшу кількість осередків пам'яті машини. Якщо взяти до уваги те, що для роботи моделі потрібно великий обсяг даних, а в самому процесі моделювання виникає ще більша кількість даних, то стає зрозумілим, що вирішення такої задачі можливе лише на машині з великим обсягом пам'яті. Отже, обсяг пам'яті є основним критерієм під час виборів ЕОМ. Крім того, машина повинна мати велику швидкодію, оскільки рівняння Гельмгольца вирішується ітераційним методом. Циклічність цього методу потребує великих тимчасових витрат. ЕОМ з обсягом оперативної пам'яті 128 Мбайт та процесором Pentium III повністю задовольняє цим вимогам.

На жаль, слід зазначити, що стандартна мова Fortran має досить суттєву нестачу – повна відсутність графічних засобів. Для усунення його розробники трансляторів, зокрема фірма Microsoft, розширили стандарт мови шляхом додавання графічних функцій (примітивів) із бібліотеки мови C++. В результаті з'явилася можливість використовувати апаратні графічні засоби персональної ЕОМ з ІВМ-сумісною архітектурою, але мова перестала бути машинно-незалежною. З двох можливостей (чи машинна незалежність, чи графіка) у цій дипломній роботі було обрано графіка, оскільки вищевказані ЕОМ нині найпоширеніші, а графічна форма виведення інформації значно поліпшує її сприйняття.

3.1 Геометрія модельованого простору

У попередньому розділі були виведені розрахункові формули для моделювання електромагнітного поля в довільних областях з використанням прямокутної, так і циліндричної систем координат. Зважаючи на згадуване раніше розмаїття конструкцій вимірювальних датчиків резонаторного типу, в яких використовується принцип обурення поля електромагнітного коливання аналізованим зразком, практично неможливо розробити універсальну програму,

що моделює розподіл поля у всіх відомих пристроях такого виду. Тому виділимо спочатку найбільш типові конструкції. До них належить, по-перше, коаксіальний датчик із плоским торцем внутрішнього стрижня (рис. 1.2,а). Така геометрія не відрізняється високою чутливістю та роздільною здатністю. Друга конструкція містить внутрішній електрод із загостреним кінцем (рис. 1.2,б). Завдяки високим якісним показникам даний варіант можна вважати одним з найбільш перспективних.

Моделювання обох конструкцій, взагалі кажучи, порівняно нескладно, оскільки тут можна використовувати циліндричну систему координат, в якій розрахункові формули мають досить простий вигляд. З іншого боку, дана система у випадку (при азимутальній асиметрії конкретного зразка напівпровідникового матеріалу) є тривимірною. Її неможливо звести до двовимірної задачі без запровадження певних припущень. Розв'язання тривимірної задачі вимагає надміру великих ресурсів ЕОМ (процесорного часу та оперативної пам'яті). Крім того, значно ускладнюється введення вихідних даних (формування матриць діелектричних та магнітних проникностей, провідностей), а також аналіз результатів розрахунку. Тому в цій дипломній роботі використовується наближення повної азимутальної симетрії всієї системи датчик+зразок (рис. 3.1).

Перехід до двовимірного наближення дозволяє приблизно порядок скоротити вимоги до ресурсів ЕОМ. Спрощується також введення вихідних даних та діагностика результатів, оскільки розподіл поля у двовимірній геометрії легко зобразити на площині екрану. Таким чином, програма CoaxialProbe спочатку розроблялася як двомірна. При недоцільності використання цього наближення, узагальнення алгоритму, що лежить в основі даної програми, на випадок трьох вимірювань не складе труднощів.

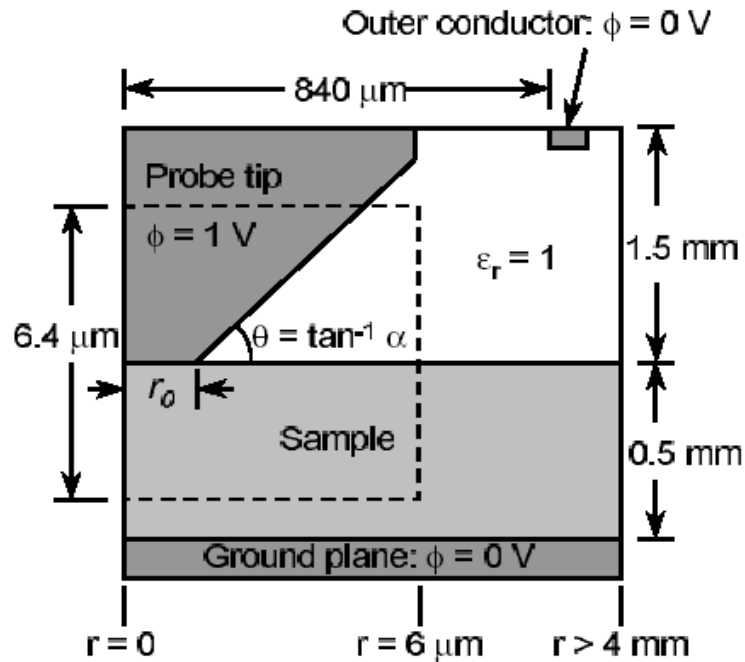


Рисунок 3.1 – Поперечний переріз датчика із загостреним внутрішнім електродом

3.2 Вибір сітки дискретизації та задавання граничних умов

Особливістю моделюється простору є відкритий характер системи, тобто. відсутність замкнутої провідної оболонки навколо датчика та аналізованого об'єкта. Задавання граничних умов є досить важким завданням, оскільки необхідно враховувати передачу енергії НВЧ поля в навколишній простір, тобто. випромінювання. Однак, відповідно до зауважень, наведених наприкінці попереднього розділу, перетворимо дану систему в замкнуту, оточивши її ідеально провідною металевою оболонкою, розташованою на достатньому віддаленні від коаксіального резонатора і простору між ним і зразком, в якому необхідно розрахувати розподіл полів.

На рис. 3.2 показана геометрія моделі, що моделюється, з позначенням її основних розмірів. Усередині замкнутого металевого об'єму розташовується об'єкт, що аналізується, з напівпровідника з певною провідністю. Внутрішні стінки системи покриті шаром провідного матеріалу товщиною S , призначення

якого – поглинути відбиті хвилі, не допустивши спотворення ними розподілу НВЧ поля в просторі, що цікавить нас, між електродами датчика і датчиком і зразком.

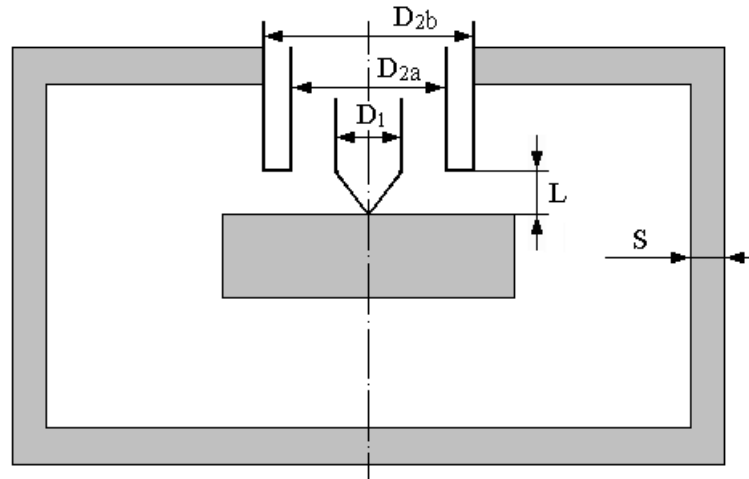


Рисунок 3.2 – Геометрія моделюваної системи

На рис. 3.3 показано розташування сітки дискретизації в межах моделі, що моделюється. Відповідно до розділу 2, математична модель передбачає квадратну форму осередку сітки. Це не є суттєвим обмеженням, оскільки при будь-якому співвідношенні радіусів електродів та відстані між ними можна, варіюючи кількість осередків вздовж осей r і z , досягти однаковості розмірів комірки в обох напрямках. У той самий час квадратна осередок значно полегшує програмування робочих формул.

Очевидно, що система є повністю симетричною щодо осі (лінія $O - O'$ на рис. 3.3). Тому при розрахунках достатньо працювати лише з її половиною, наприклад, правою. Розподіли полів у другій половині можуть бути відновлені за умов дзеркальної симетрії.

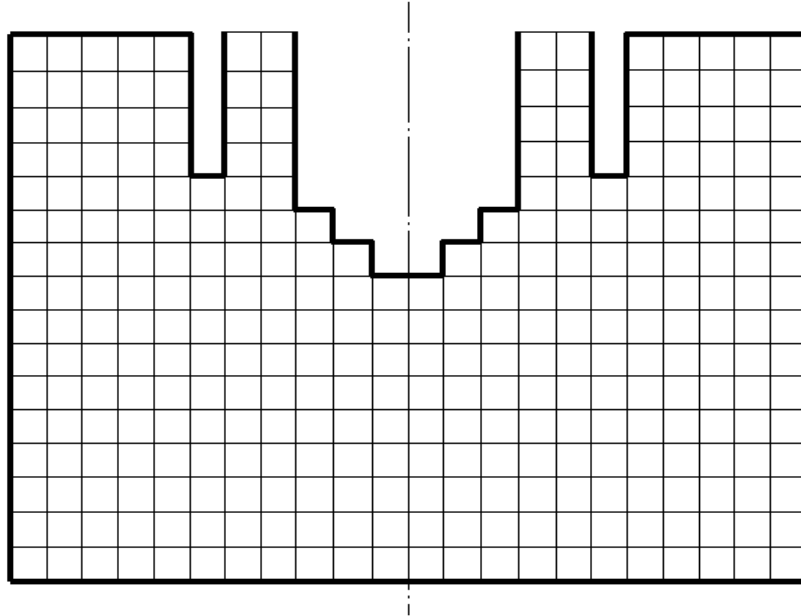


Рисунок 3.3 – Розташування сітки дискретизації

Граничні умови на металевих стінках і осі системи задаються відповідно до методики, описаної в попередньому розділі. Граничні умови на вході коаксіальної лінії визначаються виходячи із заданої комплексної амплітуди напруженості електричного поля в даному місці. З умови аксіальної симетрії відрізка коаксіальної системи завдовжки λ (рис. 1.4) слід, що у його середньому перерізі присутня лише радіальна складова напруженості ВЧ електричного поля E_{rx} , де індекс x (exciting) відноситься до так званої випромінюючої площини. Тоді, інтегруючи формулу (2.29) по z отримуємо, що азимутальна складова індукції ВЧ магнітного поля $B_{\varphi x}$ на радіусі r дорівнює:

$$B_{\varphi x}(r) = -ik_0(\varepsilon'\varepsilon_0\mu\mu_0)^{1/2} \int_{z_x} E_{rx}(r) dz, \quad (3.1)$$

де z_x – товщина випромінюючої площини, досить мала для того, щоб можна було знехтувати аксіальною залежністю напруженості електричного поля в її межах.

На практиці зручно вибирати значення z_x рівним кроку осередку дискретизації Δh .

Радіальний розподіл функції E_{rx} залежить від виду коливання коаксіальної лінії. Оскільки датчик такого типу працює на ТЕМ-виді, функція $E_{rx}(r)$ описується формулою [23]:

$$E_{rx}(r) = \frac{R_{2a}}{r} E_{rx0}, \quad (3.2)$$

де E_{rx0} – радіальна складова напруженості ВЧ електричного поля на внутрішній поверхні зовнішнього електрода коаксіальної лінії;

R_{2a} – внутрішній радіус зовнішнього електрода (рис. 3.2).

Таким чином, згідно з формулою (3.1), на вході коаксіальної лінії тепер задаються граничні умови Діріхле, що не складає труднощів при програмуванні.

Основною труднощами в процесі розрахунків є завдання характеристик простору, що моделюється (конкретної геометрії електродів, розподілу відносної діелектричної проникності, відносної магнітної проникності та провідності матеріалу у просторі між електродами). Аналітичне визначення їх у вигляді деяких функціональних залежностей є доцільним лише у разі найпростіших функцій розподілу (наприклад, лінійних). Насправді цей випадок мало цікавий. Для складніших залежностей, що мають місце насправді, необхідний інший підхід. Як таке обрано визначення характеристик шляхом їх введення із заздалегідь підготовлених текстових файлів, що містять умовну символічну інформацію.

Усього існує чотири таких файли: файл характеристик модельованого простору `Space.dat`, файл відносних діелектричних проникностей напівпровідника `Eps.dat`, файл відносних магнітних проникностей напівпровідника `Mu.dat` і файл провідностей напівпровідника `Sigma.dat`. Загальний принцип їх побудови ось у чому. Число рядків у кожному з даних

текстових файлів дорівнює кількості вузлів сітки дискретизації в області, що моделюється по координаті z , а число символів у кожному рядку – кількості цих вузлів по координаті r . Таким чином, кожному вузлу сітки дискретизації відповідає символ текстового файла. Значення цього символу кодує характеристики простору у місці розташування того чи іншого вузла.

Для файлу Space.dat прийнято наступне кодування. Пробіл або "0" означає, що в цьому місці знаходиться діелектрик. Символ "1" позначає міжелектродний простір на вході лінії коаксіальної, тобто. ту область, де поле фіксовано. Символом "8" кодується поверхня металу, а символом "9" позначені вузли, у яких поля не розраховуються (наприклад, товща металу). Приклад файлу характеристик простору, що моделюється, наведено на рис. 3.4.

Кодування символів в інших трьох файлах дещо інше. Цифрами "0" ... "9" описуються градації значення відповідного параметра напівпровідника. Символ "0" відповідає мінімальному значенню, наприклад, відносної діелектричної проникності ε_{\min} , символ "9" – її максимальне значення ε_{\max} . Інші символи позначають проміжні значення. Величини ε_{\min} і ε_{\max} задаються як вхідні дані. Оскільки, як правило, зразок заповнює не весь простір, що моделюється, значення ε_{\min} зазвичай одно відносної діелектричної проникності повітря, тобто, одиниці. Величина ε_{\max} – це найбільше значення проникності у всьому зразку. Тоді діелектрична проникність у вузлі (j,k) мережі дискретизації розраховується за такою формулою:

$$\varepsilon(j,k) = \varepsilon_{\min} + \frac{N(j,k)}{9} \varepsilon_{\max} , \quad (3.3)$$

де $N(j,k)$ – значення символу, відповідного вузлу (0...9).

Приклад файлу характеристики зразка наведено на рис. 3.5. Аналогічним чином кодуються розподіли відносної магнітної проникності та провідності напівпровідника. У всіх трьох випадках середня відносна похибка завдання

Після встановлення відеорежиму та форматування екрану входом SetVMode підпрограми VideoMode здійснюється контрольний висновок вищеперелічених характеристик підпрограмою PlotSample.

Наступним етапом є ініціалізація масиву азимутальної складової магнітного поля B_φ . Початкові значення надаються всім елементам даного масиву, за винятком тих, які відповідають вузлам мережі дискретизації, що лежить у вхідному перерізі коаксіальної лінії. Цим елементам надаються граничні значення, обчислені за формулою (3.1). Вони не змінюються протягом усіх ітерацій.

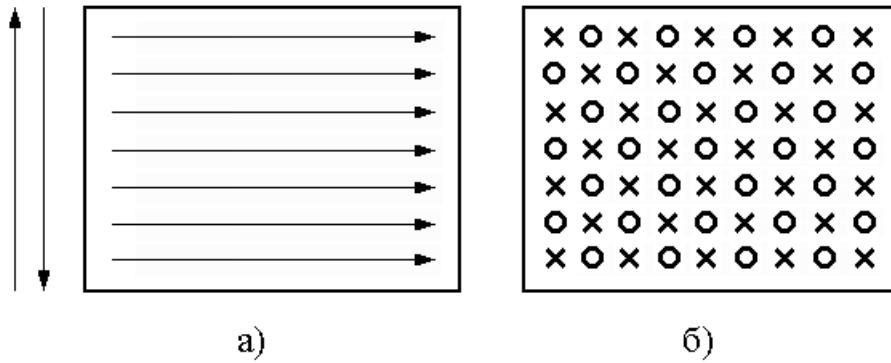
Діяльність [23] зазначається, що правильний вибір початкового наближення істотно зменшує кількість ітерацій, необхідне отримання заданої точності рішення. Як таке пропонується використовувати наближене аналітичне рішення вихідного рівняння. На жаль, у нашому випадку це практично нереально внаслідок складних граничних умов і неоднорідності параметрів напівпровідника в просторі, що моделюється. Тому як початкове в програмі використовується нульове наближення, хоча воно з усіх точок зору є далеко не оптимальним.

Далі починається основний цикл ітерацій на вирішення рівняння Гельмгольца в циліндричній системі координат (2.28). Рішення здійснюється за кінцево-різницевою формулою (2.36) ітераційним методом, оскільки прямі методи [24] тут непридатні через велику сумарну кількість вузлів сітки дискретизації. Відомо кілька ітераційних методів [19]: одночасних зсувів (метод Якобі), послідовних зсувів (Гаусса-Зейделя), послідовної верхньої релаксації та послідовної верхньої релаксації з прискоренням за Чебишевим [25]. Швидкість збіжності їх збільшується у порядку, проте складність алгоритму також збільшується у тому порядку. З метою вибору методу, що забезпечує оптимальне співвідношення "простота-ефективність", проаналізовано низку літературних джерел [23 – 26]. Встановлено, що найчастіше вживаними є методи Гаусса-Зейделя та послідовної верхньої релаксації. У цій дипломній роботі обраний перший їх, як простіший, проте за

необхідності використовувати цю програму в інженерних цілях його, очевидно, слід замінити методом послідовної верхньої релаксації як ефективнішим.

Метод Гаусса-Зейделя полягає у багаторазовому послідовному знаходженні значень азимутальної складової магнітного поля B_{φ} кожному із вузлів сітки за формулою (2.36). Як вихідні дані використовується значення B_{φ} найближчих до нього вузлах на цій самій або на попередній ітерації. Яке значення використовується – поточне чи попереднє – залежить від порядку перебору вузлів. Зазвичай використовується два види перебору: рядковий (найпоширеніший) і шаховий [25]. При строковому переборі вузли проходяться за принципом друкарської машини (рис.3.6, а). Спочатку фіксується ряд вузлів по одній координаті, наприклад, z , і розраховуються значення полів для всіх r в даному ряду. Потім переходять до наступного ряду z і т.д. Перевагою рядкового перебору є простота алгоритму. Недолік полягає в тому, що при слабкій збіжності методу отримане наближене рішення залежить від напрямку перебору вузлів.

Оскільки метод Гаусса-Зейделя не відноситься до швидко сходяться, даний недолік є досить актуальним для програми, що описується. У процесі розрахунків виявлено, що навіть за великої кількості ітерацій та постстрокового перебору рішення виявляється несиметричним, незважаючи на повністю аксіально-симетричні початкові та граничні умови. Асиметрія розподілу полів при проходженні вузлів у напрямку осі z та у протилежному напрямку добре видно навіть при візуальному розгляді.



а) рядковий; б) шаховий

Рисунок 3.6 – Види перебору вузлів сітки

Тому подальші розрахунки проводилися за допомогою програми, модифікованої стосовно шахового порядку перебору вузлів (рис. 3.6, б). У цьому алгоритмі першій половині ітерації обробляються непарні вузли (на малюнку позначені хрестиками), другої половини ітерації – парні (позначені кружечками). Оскільки з формули (2.36) видно, що при розрахунку значення поля, наприклад, у непарному вузлі як вихідні використовуються значення тільки у парних вузлах і навпаки, порядок обходу вузлів тепер не позначається на кінцевому результаті. Недоліком шахового порядку перебору є ускладнення алгоритму, власне дублювання тіла основного ітераційного циклу.

Критерієм збіжності ітераційного методу зазвичай є зменшення або середньої, або максимальної нев'язки по всіх N вузлах сітки дискретизації до значень, менших за деякий граничний, заздалегідь заданий. Нев'язка у кожному вузлі (j,k) обчислюється за такою формулою:

$$\Delta(j,k) = B_{\varphi}^l(j,k) - B_{\varphi}^0(j,k), \quad (3.4)$$

де B_{φ}^l – значення азимутальної складової індукції магнітного поля у поточному вузлі на l -й ітерації;

B_{φ}^0 – точне значення цієї складової в цьому ж вузлі.

Оскільки точне значення функції B_φ^0 заздалегідь невідомо, прямий розрахунок нев'язок за формулою (3.4) неможливий. У більшості робіт з вирішення рівнянь еліптичного типу як критерій закінчення ітераційного процесу використовується виконання у всіх вузлах сітки дискретизації нерівності виду:

$$\delta(j, k) = B_\varphi^{l+1}(j, k) - B_\varphi^l(j, k) < \varepsilon, \quad (3.5)$$

де ε – деяке заздалегідь задане мале число.

Таким чином, рахунок закінчується, якщо між двома сусідніми ітераціями значення функції у всіх вузлах мало змінилося. Цей критерій надійний у разі швидкої збіжності способу. Оскільки метод Гаусса-Зейделя не відноситься до тих, що швидко сходяться, умова (3.5) для нашого завдання не можна вважати задовільною. Початкові розрахунки підтверджують це припущення.

Як альтернатива можна запропонувати фіксацію числа ітерацій L таким чином, щоб ця кількість гарантовано забезпечувала задану точність рішення для всіх можливих комбінацій вихідних даних. Вочевидь, найчастіше деяка частина ітерацій у своїй виявиться зайвою. Однак, враховуючи високу швидкодію процесорів Pentium III, з цим можна змиритися. Значення L можна знайти шляхом пробних прорахунків. Розрахунки, проведені з використанням описуваної програми, дають підставу вважати, що для реальних розмірів простору, що моделюється, і загальної кількості вузлів N , що не перевищує 10^5 , оптимальне значення L становить приблизно 1000.

Після закінчення основного ітераційного циклу проводиться перерахунок знайденого розподілу азимутальної складової індукції магнітного поля в радіальну та аксіальну складові напруженості електричного поля за формулами (2.29) та (2.30). Усі три масиви полів (B_φ , E_r та E_z) потім візуалізуються підпрограмою PlotField. Виводяться також просторові вибірки (перетину) масивів для побудови одномірних розподілів програмою Microcal Origin. Потім,

після відновлення вихідного (стандартного) відеорежиму входом RestVMode підпрограми VideoMode, виконання основної програми CoaxialProbe закінчується.

Підпрограми реалізують більш менш автономні алгоритми, які недоцільно включати в основну програму, щоб уникнути її надмірного ускладнення. До одного з таких алгоритмів відноситься встановлення необхідного відеорежиму екрану та його форматування на початку роботи програми, а також відновлення стандартного відеорежиму наприкінці. Ці функції реалізуються відповідно до входів SetVMode і RestVMode підпрограми VideoMode.

Обидві дії виконуються за допомогою стандартної функції API (Application Programming Interface) Windows 95/98/2000/ME/XP SetWindowConfig. Встановлюється роздільна здатність 640×480 пікселів, що достатньо виведення на екран сітки дискретизації максимального розміру (301×401 елемент). Кількість кольорів відповідає формату True color (24 біти). Це дозволяє легко синтезувати 256 градацій сірого кольору, необхідних для друку малюнків на чорно-білому принтері. Після встановлення відеорежиму проводиться очищення екрана (заповнення його білим кольором), після чого готовий до виведення графічної інформації.

Виведення інформації здійснюється двома підпрограмами побудови графіків, PlotSample та PlotField. Перша з них призначена для побудови розподілу параметрів напівпровідника в обсязі системи, що моделюється. Друга – для побудови розподілу складових ВЧ поля у тому обсязі. Алгоритми обох підпрограм дуже схожі. Вони отримують як вихідний параметр масив з даними, що підлягають виведенню. Розмір масиву відповідає максимальній розмірності сітки дискретизації (301×401 елемент).

На початку роботи підпрограми будують малюнок металевих електродів, необхідний для просторової прив'язки одержуваних надалі функціональних розподілів. Потім визначаються мінімальне та максимальне значення серед усіх елементів вихідного масиву. Мінімуму значенню приводиться у

відповідність темний колір (096 для параметрів напівпровідника, 000 для складових полів). Максимальному значенню відповідає найяскравіший колір (223 для напівпровідника, 255 для полів). Така різниця в діапазонах кольорів необхідна для того, щоб межі зразка, що аналізується, були чітко видно як на тлі металевих електродів (чорний колір), так і на тлі порожнього простору (білий колір).

Після визначення мінімального та максимального значень проводиться власне побудова малюнка за принципом "один елемент масиву – один піксель". Координата r відкладається ліворуч, координата z – зверху вниз. Незважаючи на те, що в розрахунках бере участь лише половина простору, що моделюється (i , відповідно, u вихідному масиві координата r відраховується від осі до краю області), на екрані добудовується друга половина, розташована симетрично першої щодо осі системи. Це суттєво підвищує наочність малюнка, особливо в його найважливішій центральній частині (рис. 3.7), де внаслідок малого радіусу кривизни вістря центрального провідника датчика напруженість електричного поля i , відповідно, щільність еквіпотенціалів максимальна.

Після завершення виведення на екран тієї чи графічної залежності проводиться холостий введення з клавіатури (тобто очікування натискання клавіші "Enter"). Він необхідний для того, щоб попередній малюнок не виявився затертим наступним до розгляду та обробки користувачем.

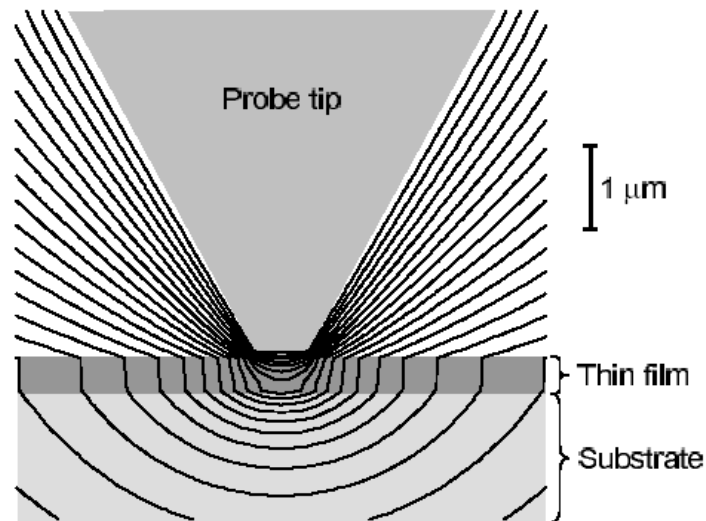


Рисунок 3.7 – Центральна частина зонда

Вищевказана обробка, як правило, полягає в копіюванні вікна виведення результатів програми або всього екрану в буфер обміну з наступною вставкою його в програму Paint для редагування з метою приведення малюнка до виду, придатного для включення до звіту.

4 РЕЗУЛЬТАТИ РОЗРАХУНКУ РОЗПОДІЛУ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПОЛЯ

Розглянуте в попередніх розділах програмне забезпечення для моделювання розподілу високочастотного поля в неоднорідному середовищі використано при розрахунку полів у вимірювальному коаксіальному перетворювачі (рис. 1.2 і рис. 3.2). Завданням таких розрахунків є, очевидно, знаходження радіальних і аксіальних залежностей складових електричного поля високочастотного в довільному перерізі досліджуваного зразка.

Раніше зазначалося, що датчики, зображені на рис. 1.2, а та 1.2, б, зазвичай виготовляються у відкритому виконанні. Це означає, що для завдання граничних умов необхідно застосовувати метод, описаний в кінці розділу 2. З рис. 3.2 видно, що внутрішні сторони кільцевої камери, що моделюється, покриті на достатньому видаленні від випромінювачів шаром неідеального діелектрика товщиною S , що забезпечує достатнє поглинання відбитих хвиль (так звані невідбивні стінки). Необхідне значення S залежить від еквівалентної питомої провідності діелектрика та частоти коливань. З електродинаміки відомо [13], що максимальне поглинання електромагнітної хвилі, що падає перпендикулярно на поверхню речовини, має місце при рівності відносної діелектричної та магнітної проникності цієї речовини. Саме з цієї умови вибиралися параметри шару, що поглинає. Добір конкретних значень ε , μ і σ здійснювався шляхом пробних розрахунків. Однак слід зазначити, що при вибраних значеннях розмірів датчика і робочої частоти вимірювальної установки (див. далі), система, що моделюється, є практично квазістаціонарною. Це означає, що випромінювання з коаксіального резонатора майже відсутнє і, як наслідок, параметрів поглинаючого покриття пред'являються мінімальні вимоги. В окремому випадку воно може бути відсутнім взагалі.

Основні результати цього розділу отримані для вимірювального перетворювача контактного типу (рис. 1.2, б), як важливішого. Конструкція

безконтактного типу є окремим випадком першою і може бути легко розрахована на основі описаної тут методики.

4.1 Розподіл поля в датчику без досліджуваного середовища

Аналіз розподілу електромагнітного поля у просторі поблизу електродів коаксіального датчика почнемо з більш простого випадку, коли досліджуваний об'єкт (напівпровідник) біля торця внутрішнього електрода відсутня. При цьому можливі два варіанти: розміри електродів і відстань між ними набагато менше довжини хвилі генератора у вільному просторі або ці розміри порівняні або більше, ніж довжина хвилі у вільному просторі. Як відомо з літератури [21], перший випадок є квазістатичним наближенням, тобто. відповідає низькочастотним ланцюгам. При цьому електромагнітне поле виявляється зосередженим між електродами та суттєво ослаблене на віддаленні від них. Граничні умови на бічних стінках моделюється області мало впливають розподіл поля у її центрі, тобто. Відбиті хвилі не виникають (рис. 4.1).

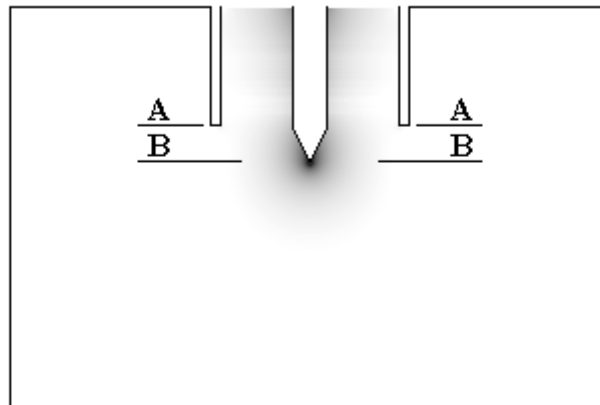


Рисунок 4.1 – Розподіл поля у квазістатичній системі

Коли радіуси електродів і відстань між ними стають порівнянними або більшими за довжину хвилі, електромагнітне поле відокремлюється від електродів і розподіляється в просторі відповідно до деякої функції, яка

залежить від форми і розмірів моделюваної області, граничних умов на її стінках і частоти коливань. При певних співвідношеннях між цими параметрами в просторі можуть виникати резонансні явища, що характеризуються значним збільшенням амплітуди поля в деяких точках області, що моделюється. Звичайно, подібні резонанси з'являються лише тоді, коли всередині простору відсутні поглинаючі матеріали, у тому числі шар діелектрика, яким покриваються бічні стінки для придушення відбитих хвиль. Дане явище завжди є небажаним, оскільки відбиті хвилі спотворюють розподіл поля в досліджуваному зразку і тим самим впливають на точність вимірів. На щастя, при реальних співвідношеннях розмірів датчика та довжини хвилі генератора, такі ефекти зазвичай не спостерігаються.

Якщо бічні стінки області покриті шаром матеріалу, що поглинає, резонансні явища послаблюються, але повністю не зникають. При великих у порівнянні з довжиною хвилі розмірах електродів поле, як і раніше, виявляється розосередженим по всьому об'єму камери (крім, зрозуміло, вставок, що поглинають), проте істотного збільшення його амплітуди в порівнянні з її значеннями між провідниками коаксіальної лінії не відбувається. Це свідчить про більш-менш рівномірний розподіл поля у просторі між електродами, проте поза його полем, як і раніше, дещо спотворене порівняно з тим, який мав би місце у вільному просторі (рис. 4.2). Такий режим також не є бажаним.

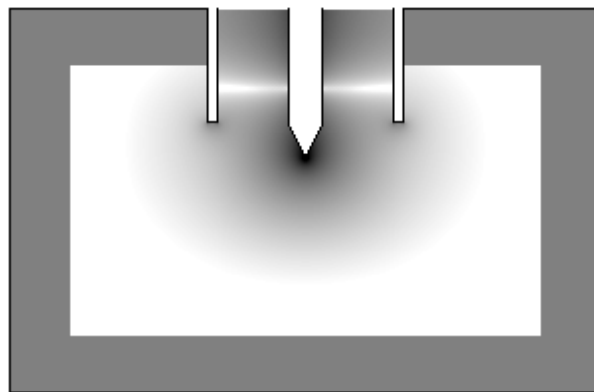


Рисунок 4.2 – Розподіл поля у випромінюючій системі

Виберемо розміри моделі, що моделюється, і робочу частоту генератора, які будуть використовуватися в процесі розрахунків. Якщо вимірювання виробляються в сантиметровому діапазоні довжин хвиль, частота генератора зазвичай береться до 9375 МГц (довжина хвилі 3,2 см). Типові розміри коаксіального вимірювального датчика набагато менше довжини хвилі. Тому конкретні значення діаметрів електродів не відіграють принципової ролі з погляду картини розподілу поля з-поміж них. Виберемо діаметр внутрішнього електрода D_1 рівним 1,0 мм; внутрішній діаметр зовнішнього електрода D_{2a} – 4,5 мм; зовнішній діаметр зовнішнього електрода D_{2b} – 5,0 мм (рис. 3.2). Висоту зонда беремо 3,0 мм, виступаючої частини внутрішнього електрода (вістря) L – 1,0 мм. Радіальний розмір напівпростору, що моделюється, вибираємо рівним 7,5 мм, висоту – 10 мм. Товщина поглинаючого покриття S дорівнює 15 мм.

На рис. 4.3 показані радіальні розподіли радіальної E_{rA} та аксіальної E_{zA} складових напруженості високочастотного електричного поля в аксіальному перерізі модельованого простору, що проходить через торець зовнішнього електрода коаксіального датчика (перетин А–А на рис. 4.1). У середині центрального електрода поле дорівнює нулю. На торці зовнішнього електрода радіальна складова електричного поля також дорівнює нулю, оскільки в цьому місці вона стосується до поверхні металу. Аксіальна складова поля змінює знак у проміжку між радіусами внутрішнього та зовнішнього електродів, оскільки силові лінії поля тут повертаються вгору, у напрямку торця зовнішнього електрода. Видно концентрація поля на гострих кромках торця даного електрода, що проявляється у наявності піків напруженості обох складових електричного поля на відповідних радіусах.

На рис. 4.4 показані радіальні розподіли радіальної E_{rB} та аксіальної E_{zB} складових напруженості високочастотного електричного поля в аксіальному перерізі модельованого простору, що проходить через торець вістря внутрішнього електрода коаксіального датчика (перетин В–В на рис. 4.1). Тут максимумами напруженості обох складових досягаються поблизу кромки торця вістря. На самому торці радіальна складова поля прямує до нуля.

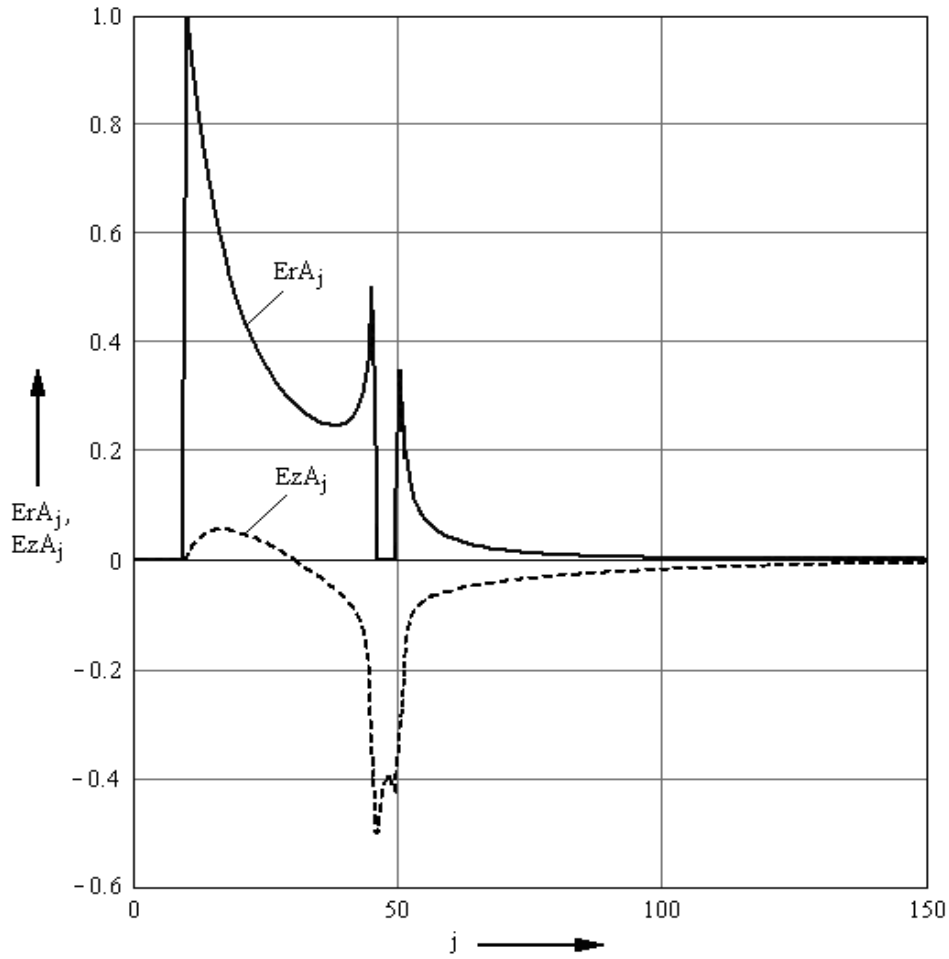


Рисунок 4.3 – Радіальні розподіли радіальної та аксіальної складових електричного поля поблизу торця

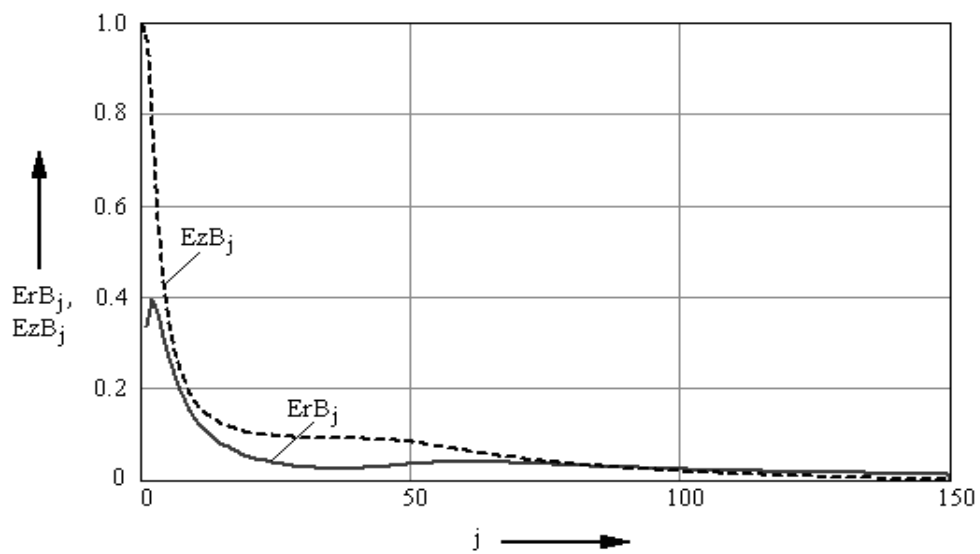


Рисунок 4.4 – Радіальні розподіли радіальної та аксіальної складових електричного поля поблизу вістря

На рис. 4.5 показано аксіальний розподіл аксіальної складової E_{z0} напруженості електричного поля на осі системи. Очевидно, що радіальна складова поля вздовж усієї осі дорівнює нулю (з міркувань азимутальної симетрії). Аксіальна складова досягає максимального значення поблизу торця вістря, а потім швидко слабшає. На рис. 4.3, 4.4 та 4.5 всі криві нормовані до їх максимальних значень.

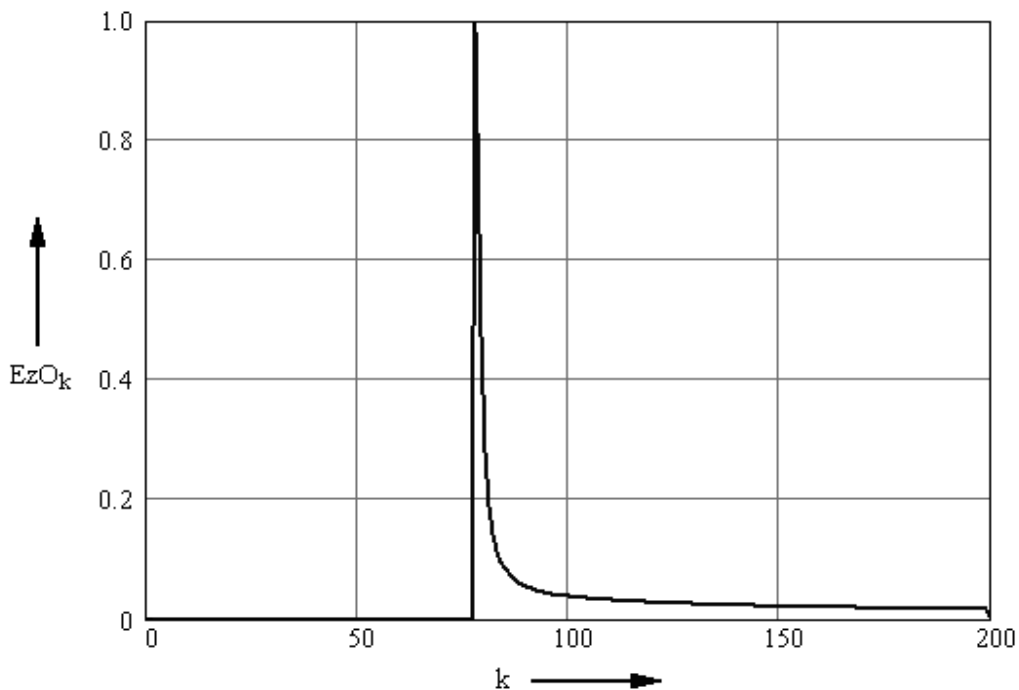


Рисунок 4.5 – Аксіальний розподіл аксіальної складової електричного поля на осі системи

Рисунки 4.6 і 4.7 ілюструють просторовий розподіл радіальної (рис. 4.6) і аксіальної (рис. 4.7) складових напруженості електричного поля в системі, що моделюється. Видно, що всередині коаксіальної лінії присутня тільки радіальна складова, як цього слід очікувати для TEM-хвилі [13]. Характерно, що у квазістатичній системі на невеликій довжині ділянки коаксіальної лінії, що моделюється, майже не помітно поздовжньої варіації електромагнітного поля. Навпаки, для випромінюючої системи (рис. 4.2) добре видно вузол напруженості електричного поля на невеликій відстані від кінця лінії (світла смуга), що утворився за рахунок інтерференції хвилі, що надходить від

генератора, з хвилею, відбитою від торця системи. Поза датчиком максимальна концентрація поля спостерігається, як і належить, поблизу вістря.

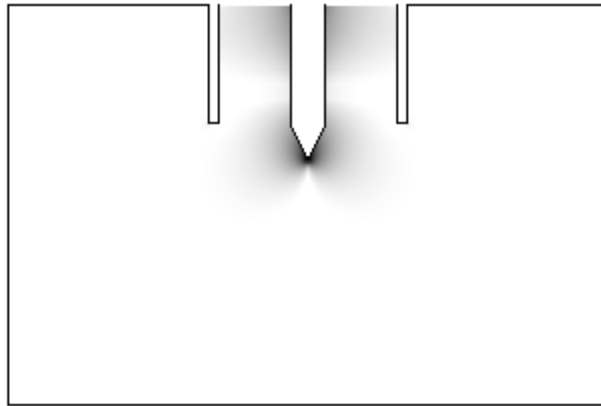


Рисунок 4.6 – Розподіл радіальної складової поля

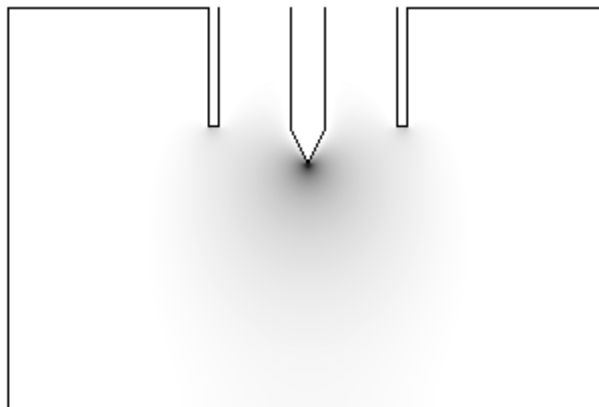


Рисунок 4.7 – Розподіл аксіальної складової поля

4.2 Розподіл поля в датчику за наявності досліджуваного середовища

Другим етапом досліджень є моделювання розподілу електромагнітного поля у просторі між електродами та поблизу датчика у разі, коли тут присутній аналізований об'єкт – матеріал з кінцевою провідністю. Внесення будь-якого об'єкта з параметрами, відмінними від параметрів вакууму, змінює розподіл електромагнітного поля як в об'ємі, що займає сам об'єкт, так і в

навколишньому просторі. Змінюється навіть (хоч і меншою мірою) полі усередині коаксіального датчика, тобто. між його електродами. Саме ця зміна дає можливість оцінити значення параметрів напівпровідника, що цікавлять.

Розташування аналізованого об'єкта у просторі між електродами показано на рис. 4.8. Об'єкт має форму диска діаметром 5,0 мм та товщиною 2,0 мм. Він складається з двох шарів завтовшки 1,0 мм кожен. Параметри напівпровідника є однорідними в межах кожного шару. Для верхнього шару вони вибрані такими: відносна діелектрична проникність $\varepsilon = 3,0$; відносна магнітна проникність $\mu = 1,0$; провідність $\sigma = 1,0$ См/м. Для нижнього шару відносна діелектрична проникність $\varepsilon = 6,0$, інші параметри залишаються тими самими. Верхній торець зразка стосується вістря центрального провідника датчика.

Розташування напівпровідника в області поблизу вістря, де амплітуда електромагнітного поля близька до максимуму, суттєво впливає на розподіл поля у просторі поза коаксіальною лінією. На рис. 4.9 показано аксіальний розподіл аксіальної складової E_{z0} напруженості електричного поля на осі системи за наявності вищезгаданого об'єкта. На відміну від рис. 4.5, даний графік включає не всю осьову довжину моделюється системи, а тільки область нижче торця вістря. Крім того, він побудований у логарифмічному масштабі, щоб наочніше показати стрибки напруженості поля на межах розділу середовищ з різною діелектричною проникністю.

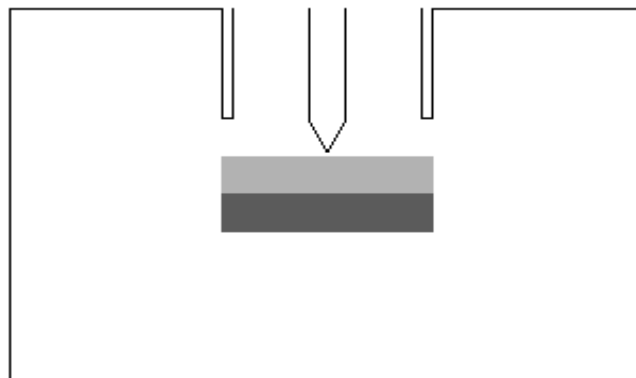


Рисунок 4.8 – Розташування об'єкта, що досліджується

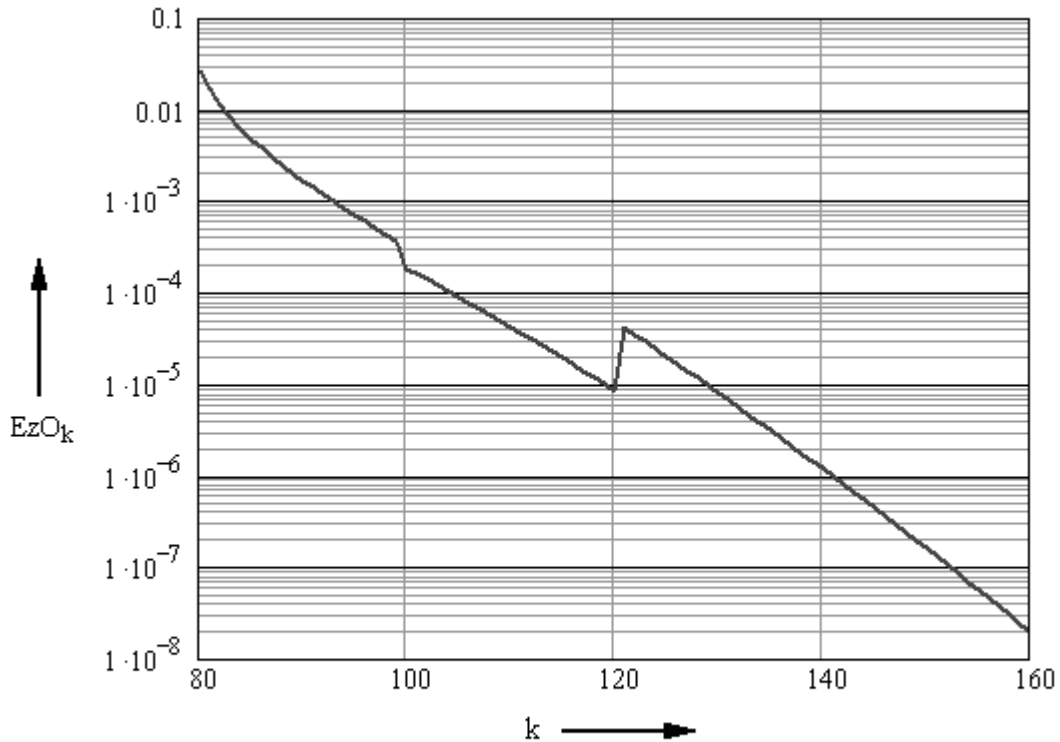


Рисунок 4.9 – Аксіальний розподіл аксіальної складової електричного поля на осі за наявності об'єкта

Як відомо, всередині речовини напруженість електричного поля зменшується вразів. Відповідно, стрибки спостерігаються в околиці вузлів з аксіальними номерами $k = 100$ (кордон між двома шарами зразка) та $k = 120$ (кордон між нижнім шаром та вакуумом). Вузол із номером $k = 80$ відповідає верхній межі верхнього шару зразка. Крім того, поле додатково послаблюється при проникненні до нижньої межі об'єкта за рахунок активних втрат діелектрики. Зауважимо, що далеко від вістря напруженість поля зменшується приблизно за логарифмічним законом (що відповідає прямій на рис. 4.9).

Для наочності на рис. 4.10 показано просторове розподілення модуля напруженості електричного поля в системі за наявності напівпровідникового зразка. Видно, що в напівпровіднику поле в цілому слабше, ніж у навколишньому просторі, причому в нижньому шарі воно помітно менше, ніж у верхньому (назад пропорційно діелектричній проникності матеріалу).

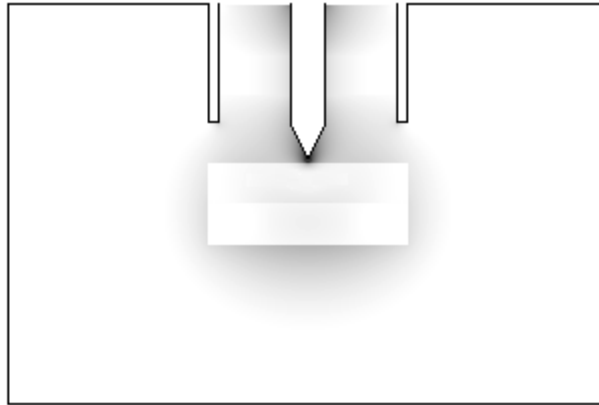


Рисунок 4.10 – Розподіл поля за наявності зразка

Таким чином, розроблена методика чисельного моделювання полів усередині коаксіального вимірювального перетворювача та поблизу його торця дає можливість розрахунку розподілу у просторі електромагнітного поля для конкретної геометрії системи та параметрів шаруватого вимірюваного зразка. Її доцільно застосовувати при конструюванні сучасних вимірювальних установок, зокрема для оптимізації просторового розподілу поля. Кількість вузлів сітки дискретизації може бути збільшено, а за достатньої потужності ЕОМ можна перейти до тривимірного моделювання.

ВИСНОВКИ

У проведених у цій кваліфікаційній роботі дослідженнях розроблено методику моделювання розподілу надвисокочастотних полів у вимірювальному датчику установки для аналізу параметрів напівпровідникових матеріалів технологічного призначення.

На початку роботи зроблено аналіз відомих аналітичних та чисельних методів моделювання НВЧ полів, наведено їх порівняльну характеристику. Це дозволило вибрати для вирішення поставленого завдання найбільш перспективний чисельний метод, основними перевагами якого є можливість обліку неоднорідної структури зразка, що досліджується, достовірність результатів і порівняльна простота алгоритму.

На основі відомих чисельних методик виконано завдання безпосереднього вирішення рівняння Гельмгольца у просторі зі складними граничними умовами та неоднорідним заповненням. Для цього обраний метод кінцевих різниць, який поряд з методом кінцевих елементів є основою розв'язання еліптичних рівнянь, які широко використовуються не тільки в електроніці, електродинаміці, але і в інших галузях науки і техніки. Як наслідок, дана методика добре вивчена і є однією з найнадійніших та достовірніших.

З метою забезпечення можливості практичного застосування обраної методики розроблена програма мовою Fortran 90, що дозволяє реалізувати метод кінцевих різниць у циліндричному обсязі з азимутальною симетрією та граничними умовами Діріхле та Неймана, а також з відкритими кордонами. Велику увагу приділено сучасним методам діагностики результатів, таким як виведення на екран дисплея в графічному режимі і автоматизована побудова графіків і просторових розподілів функціональних залежностей.

В результаті розрахунків промодельовано розподіл НВЧ полів в азимутально-симетричній системі, у тому числі із шаруватим заповненням. Аналіз отриманих результатів дозволяє зробити однозначний висновок про те,

що запропонована методика розрахунку полів є достатньо точною та надійною, отже, її має сенс використовувати без будь-якої додаткової перевірки у реальних програмних системах. Вона, зокрема, дозволяє отримувати справжню картину розподілу напруженості електричного поля у довільних перерізах зразка.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Гордиенко Ю.Е. Резонаторные измерительные преобразователи в диагностике микрослоистых структур // Радиотехника. Вып. 100. – Харьков, 1996. – С. 253-260.
2. Готра З.Ю. Технология микроэлектронных устройств: Справочник. – М.: Радио и связь, 1991. – 528 с.
3. Гордиенко Ю.Е., Бородин Б.Г., Рябухин А.А. Фотомодуляционная СВЧ диагностика полупроводниковых структур // Радиотехника. Вып. 111. – Харьков, 1999. – С. 7-13.
4. Криворучко В.И. Локальный резонаторный СВЧ фотомодуляционный метод контроля параметров полупроводников: Дисс. канд. техн. наук: 01.04.03. – Харьков: ХИРЭ, 1992. – 206 с.
5. Гордиенко Ю.Е., Кочержин А.И. Улучшение метрологических характеристик СВЧ резонаторных измерителей влажности сыпучих материалов // Радиотехника. Вып. 120. – Харьков, 2001. – С. 131-134.
6. Bhimnathwala A., Borrego J.M. Measurement of the sheet resistance of doped layers in semiconductors by microwave reflection // J. Vac. Sci. Technol., 1994. – Vol. 12. – P. 395-398.
7. Арапов Ю.Г., Давыдов А.Б. Волноводные методы измерения электрофизических параметров полупроводников на СВЧ // Дефектоскопия, 1978. – № 11. – С. 63-67.
8. Грицунов А.В., Бондаренко И.Н., Карнаушенко В.П., Пятайкина М.И., Сова А.В. К решению уравнения Пуассона для цилиндрической области взаимодействия // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. – 2019. – Вып. 196. – С. 145-152.
9. Klein O., Donovan S., Dressel M., Gruner G. Microwave Cavity Perturbation Technique. Part I. Principles // Int. J. Infrared and Millimeter Waves, 1993. – Vol. 14. – P. 2423- 2457.

10. Gershon D., Calame J.P., Carmel Y., Antonsen T.M., Hutchen R.M. Open-ended coaxial probe for high-temperature and broad-band dielectric measurements // IEEE Trans. Microwave Theory Tech., 1999. – Vol. 47. – P. 1640-1648.
11. Gao C., Xiang X.-D. Quantitative microwave near-field microscopy of dielectric properties // Rev. Sci. Instrum., 1998. – Vol. 69. – P. 3846-3851.
12. Steinhauer D.E., Vlahacos C.P., Dutta S.K., Feenstra B.J., Wellstood F.C., Anlage M.S. Quantitative Imaging of Sheet Resistance with a Scanning Near-Field Microwave Microscope // Appl. Phys. Lett., 1998. – Vol. 72. – P. 861-863.
13. Bondarenko I., Bendeberya H., Gritsunov O., Makovskaya O. Increasing the level of photo biological safety of the emission spectrum of an LED light source // Innovative Technologies and Scientific Solutions for Industries, 2020, No. 3 (13), P. 138-144.
14. Основы автоматизированного проектирования электронных приборов / С.В. Денбновецкий, Л.Д. Писаренко, В.К. Резниченко. – К.: Вища шк., 1987. – 336 с.
15. Петренко А.И., Семенков О.И. Основы построения систем автоматизированного проектирования. – К.: Вища шк., 1984. – 296 с.
16. Моделирование электромагнитных полей в электротехнических устройствах / А.Е. Степанов, Ю.Г. Блаудзевич, З.Х. Борукаев и др. – К.: Техніка, 1990. – 188 с.
17. Турчак Л.И. Основы численных методов. – М.: Наука, 1987. – 320 с.
18. Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К. Машинные методы математических вычислений. – М.: Мир, 1980. – 280 с.
19. Шуп Т. Решение инженерных задач на ЭВМ. – М.: Мир, 1982. – 238 с.
20. Semenets V.V., Kopot M.A., Gritsunov A.V., Bondarenko I.N., Lyashenko V.V., Yunusov E.E. Design and simulation of a pulse microwave-pumped laser // Telecommunications and Radio Engineering. – 2020. – V. 79. – No. 4. – P. 271-281.
21. Григорьев А.Д. Электродинамика и техника СВЧ. – М.: Высш. шк., 1990. – 335 с.
22. Бартенев О.И. Современный Фортран. – М.: Наука, 1998. – 382 с.

23. Демирчян К.С., Чечузин И.Л. Машинные расчеты электромагнитных полей. – М.: Высш. шк., 1986. – 240 с.

24. Жаблон К., Симон Ж.-К. Применение ЭВМ для численного моделирования в физике. – М.: Наука, 1983. – 236 с.

25. Хокни Р., Иствуд Дж. Численное моделирование методом частиц. – М.: Мир, 1987. – 640 с.

26. На Ц. Вычислительные методы решения прикладных граничных задач. – М.: Мир, 1982. – 296 с.