

Б. Н. БОНДАРЕНКО, канд. физ.-мат. наук, И. И. ВОРОТЫНЦЕВА

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЭНЕРГИИ В АЛБВ ПРИ НАЛОЖЕНИИ СТАТИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ

Автофазная ЛБВ (АЛБВ) представляет собой прибор О-типа, в котором для обеспечения устойчивости взаимодействия электронных сгустков, захваченных полем системы, применяется скачок сопротивления связи на входе в выходную секцию прибора. Возросшее СВЧ поле бегущей волны захватывает сформированный электронный сгусток в области минимума потенциальной энергии, вблизи точки перехода от ускоряющего к тормозящему полупериоду СВЧ поля. Захваченный электронный сгусток будет совершать колебания на дне потенциальной ямы, осуществляя при наложении ускоряющего электростатического поля преобразование энергии постоянного поля в энергию СВЧ волны. Изменение знака электростатического поля позволяет реализовать режим обратного преобразования [1; 2]. При этом естественно возникает задача оптимизации эффективности преобразования энергии путем выбора величины и формы этого поля.

Пусть на вход автофазной секции (АС) поступают хорошо сгруппированные электронные сгустки. Будем рассматривать движение электронов в поле бегущей волны:

$$E_{вч} = E_{вч}(z) \sin \varphi. \quad (1)$$

Под фазой частицы будем понимать фазу волны, в которой в данный момент находится частица:

$$\varphi = \omega \int_0^z \frac{dz}{v_{\phi}(z)} - \omega t + \varphi_0. \quad (2)$$

Движение заряженной частицы в электромагнитном поле

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = q \{ \vec{E} + [\vec{v} \vec{B}] \}. \quad (3)$$

Предполагая, что электромагнитное поле является аксиально-симметричным (т. е. $E_\theta = 0$), умножаем обе части уравнения (3) скалярно на v :

$$vm \frac{d^2 r}{dt^2} = q \{zE_z + rE_r\}. \quad (4)$$

Учитывая, что

$$vm \frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{dW}{dt}, \quad (5)$$

из (4) получаем дифференциальное уравнение для определения полной энергии сгустка в зависимости от пройденного расстояния вдоль АС (по оси z):

$$\frac{dW}{dz} = q \left(E_z + \frac{dr}{dt} E_r \right). \quad (6)$$

Если ограничиться анализом движения параксиальных электронов, то второе слагаемое в правой части (6) можно не учитывать. Тогда

$$\frac{dW}{dz} = qE_z = qE_{вч}(z) \sin \varphi + qE_{ст}. \quad (7)$$

Уравнение, описывающее изменение фазы частицы вдоль z , можно получить дифференцированием (2) по z :

$$\frac{d\varphi}{dz} = \omega \left(\frac{1}{v_\phi} - \frac{1}{v_z} \right), \quad (8)$$

где $v_z = dz/dt$ — продольная скорость частицы.

Уравнения (7) и (8), описывающие продольное движение сгустка, достаточно хорошо отражают реальное движение при малой интенсивности пучка. Однако исследование динамики продольного движения аналитическими методами имеет ограниченное применение. Аналитические методы используются в основном при $E_{вч}(z) = \text{const}$ и $E_{ст}(z) = \text{const}$. В остальных случаях изучение движения частиц целесообразно проводить на основе численных методов. В связи с этим применительно к продольному движению можно сформулировать следующую задачу.

Пусть фиксированы следующие величины: длина АС, коэффициент захвата частиц, средняя скорость частиц на входе АС. Нужно определить закон изменения амплитуды СВЧ поля и закон изменения напряженности статического поля, чтобы иметь минимальную ширину фазового спектра и минимальный разброс по скорости при максимальном энергообмене. Это означало бы удержание сгустка в состоянии захвата и одностороннюю передачу энергии. При решении этой задачи в силу периодичности ВЧ поля достаточно исследовать область фаз шириной в 2π . Причем при $\varphi \in [-\pi, 0]$ сгусток будет находиться в ускоряющей полуволне (обратное преобразование энергии), а при $\varphi \in [0, \pi]$ в тормозящей (прямое преобразование энергии).

Перейдем в уравнениях (7), (8) к новым переменным:

$$\frac{d\varphi}{d\xi} = 2\pi \left(\frac{1}{\beta_\phi} = -\frac{1}{f(e)} \right); \quad \frac{de}{d\xi} = \alpha(\xi) \sin \varphi + \beta(\xi). \quad (9)$$

Функции $\alpha(\xi)$, $\beta(\xi)$, определяющие соответственно законы изменения амплитуды напряженности ВЧ поля и статического поля, будем в дальнейшем называть управлениями и обозначать $u_1 = \alpha(\xi)$, $u_2 = \beta(\xi)$. Тогда (9) запишется в виде

$$\frac{d\varphi}{d\xi} = 2\pi \left(\frac{1}{\beta_\phi} = -\frac{1}{f(e)} \right); \quad \frac{de}{d\xi} = u_1(\xi) \sin \varphi + u_2(\xi). \quad (10)$$

Управления u_1 и u_2 естественно рассматривать в классе кусочно-дифференцируемых функций при ограничениях

$$u_{1\min} \leq u_1(\xi) \leq u_{1\max}; \quad u_{2\min} \leq u_2(\xi) \leq u_{2\max}; \quad (11)$$

$$\frac{du_1(\xi)}{d\xi} \leq a_1, \quad \frac{du_2(\xi)}{d\xi} \leq a_2, \quad (12)$$

определяемых возможностью их реализации.

Здесь $u_{1\min}$, $u_{2\max}$, $u_{2\min}$, $u_{2\max}$, a_1 , a_2 — заданные постоянные. При этом будем предполагать, что уравнения могут иметь только разрывы первого рода, т. е. существуют конечные пределы

$$u_1(\tau - 0) = \lim_{\substack{\xi \rightarrow \tau \\ \xi > \tau}} u_1(\xi), \quad u_1(\tau + 0) = \lim_{\substack{\xi \rightarrow \tau \\ \xi < \tau}} u_1(\xi); \quad (13)$$

$$u_2(\tau - 0) = \lim_{\substack{\xi \rightarrow \tau \\ \xi > \tau}} u_2(\xi), \quad u_2(\tau + 0) = \lim_{\substack{\xi \rightarrow \tau \\ \xi < \tau}} u_2(\xi)$$

и в точках разрыва имеют место равенства

$$|u_1(\tau + 0) - u_1(\tau - 0)| \leq b_1; \quad |u_2(\tau + 0) - u_2(\tau - 0)| \leq b_2, \quad (14)$$

где b_1 , b_2 — постоянные. Пусть $\bar{M}_0 = \bar{M}_0(e_0, \varphi_0)$ — ограниченное замкнутое множество начальных фаз и энергий частиц. Захват частиц с начальными значениями фазы φ_0 на входе в АС означает, что при $\xi \in [0, L]$, где L — длина АС, изменение фазы частицы должно лежать в пределах $0 \leq \varphi(\xi) \leq \pi$ для прямого преобразования и $-\pi \leq \varphi(\xi) \leq 0$ для обратного преобразования энергии.

Введем функционал

$$I_1(u_1, u_2) = \int_{M_L, u_1, u_2} g_1(e_L, \varphi_L) de_L d\varphi_L. \quad (15)$$

Учет фазовых ограничений можно осуществить, введя в функционал дополнительное слагаемое:

$$C_1 \int_0^L \int_{M_\xi, u_1, u_2} (\varphi(\xi) - \hat{\varphi}(\xi))^2 de_\xi d\varphi_\xi d\xi, \quad (16)$$

где C_1 — весовая постоянная; $\hat{\varphi}(\xi)$ — некоторая заданная функция, например, $\hat{\varphi}(\xi) = 0$, либо $\hat{\varphi}(\xi)$ — средняя фаза.

Учет ограничений на производные управляющих функций можно осуществить, сведя их к фазовым ограничениям путем введения новых фазовых переменных.

Проведем оптимизацию продольного движения сгустка на основе градиентной методики [3] применительно к функционалу (15). При этом будем использовать направления спуска, определяемые по характерным частицам. Динамика частиц описывается уравнениями (9). Рассмотрим функционал

$$I_1(u_1, u_2) = \int_{M_L, u_1, u_2} \{A(\varepsilon_L - \bar{\varepsilon}(L))^2 + B(\varphi_L - \bar{\varphi}(L))^2\} d\varepsilon_L d\varphi_L, \quad (17)$$

где A, B — весовые константы, которые задаются из конкретных соображений. Множество $\bar{M}_0 = \bar{M}_0(\varepsilon_0, \varphi_0)$ зададим в виде прямоугольника

$$M_0 = \{(\varepsilon_0, \varphi_0) : \varepsilon_0 \in [\varepsilon_{\min}, \varepsilon_{\max}], \varphi_0 \in [\varphi_{\min}, \varphi_{\max}]\}. \quad (18)$$

Рассмотрим задачу минимизации функционала (17). Согласно [3] направление спуска антиградиент может быть представлено в виде

$$q(\xi, u_1, u_2) = (q_{u_1}(\xi), q_{u_2}(\xi)), \quad (19)$$

где

$$\begin{aligned} q_{u_1}(\xi) &= \int_{\bar{M}_0} \psi_1(\xi) (\sin \varphi(\xi) + 1) d\varphi_0 d\varepsilon_0; \\ q_{u_2}(\xi) &= 2\pi \int_{\bar{M}_0} \psi_2(\xi) d\varphi_0 d\varepsilon_0, \end{aligned} \quad (20)$$

а $\psi_1(\xi)$ и $\psi_2(\xi)$ определяются из системы

$$\frac{d\psi_1}{d\xi} = -\frac{2\pi}{f(\varepsilon)^3} \psi_2; \quad \frac{d\psi_2}{d\xi} u_1(\xi) \cos \varphi(\xi) \psi_1 \quad (21)$$

и конечных условий

$$\psi_1(L) = -2A(\varepsilon(L) - \bar{\varepsilon}(L)); \quad \psi_2(L) = -2B(\varphi(L) - \bar{\varphi}(L)). \quad (22)$$

Разобьем прямоугольник (18) (множество \bar{M}_0) по координате φ на N равных частей a_i , $i = 1, 2, \dots, N$ и представим интегралы (19) и (20) в виде сумм

$$q_{u_1}(\xi) = h \sum_{i=1}^N \psi_1(\xi, \varepsilon_0, \varphi_{0i}) \sin \varphi(\xi, \varepsilon_0, \varphi_{0i}) + 1; \quad (23)$$

$$q_{u_2}(\xi) = h \sum_{i=1}^N \psi_2(\xi, \varepsilon_0, \varphi_{0i}), \quad (24)$$

где $h = \text{mes}(a_i)$, $\varphi_{0i} \in a_i$.

Аналогично получаем следующее представление для функционала:

$$I_1(u_1, u_2) = h \sum_{i=1}^N \{A(\varepsilon_{Li} - \bar{\varepsilon}(L))^2 + B(\varphi_{Li} - \bar{\varphi}(L))^2\}, \quad (25)$$

где

$$\varepsilon_{Li} = \varepsilon(L, \varepsilon_0, \varphi_{0i}, u_1, u_2); \quad \varphi_{Li} = \varphi(L, \varepsilon_0, \varphi_{0i}, u_1, u_2);$$

$$\bar{\varphi}(L) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \varphi_{Li}; \quad \bar{\varepsilon}(L) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \varepsilon_{Li}.$$

Численная оптимизация, в результате которой были найдены стационарные управления $u_1 = \alpha(\xi)$ и $u_2 = \beta(\xi)$, проводилась по 24 частицам для АС с параметрами: длина СВЧ волны — 3 см, длина АС — 15 см, коэффициент захвата — 0,78.

Управления $u_1(\xi)$ и $u_2(\xi)$ определялись по 30 точкам (через 0,5 см), а между ними осуществлялась интерполяция. На управляющие функции накладывались ограничения из соображений, что напряженность СВЧ поля не изменялась более, чем на 10^6 В/м, а напряженность статического поля — не более, чем на 10^4 В/м.

Поскольку эффективному энергообмену между полем электромагнитной волны и статическим полем (как в случае прямого, так и обратного преобразований) соответствует финитное движение сгустка и волны в области локального минимума потенциальной энергии, необходимо на изменение статического и ВЧ полей наложить ограничения в виде условия устойчивости движения осцилляторов [4]:

$$\frac{|E_{ст}|}{E_{вч_0}} < \frac{|q| \omega^2 K_{св}}{|v_0 - u_0|}, \quad (26)$$

где q — заряд крупной частицы; $K_{св}$ — сопротивление связи; u_0 — групповая скорость, отвечающая фазовой скорости $v_\phi = v_0$.

Оптимальный закон изменения $E_{ст}(z)$ и $E_{вч}(z)$ удобно искать в классе монотонно меняющихся функций. Оптимизация проводилась при разных ограничениях на предельное значение $u_1 = \alpha(\xi)$ и $u_2 = \beta(\xi)$, а также при различных значениях статического и ВЧ полей, соответствующих условию (26).

Значения управлений, полученные в результате оптимизации АС при указанных ограничениях в случае прямого преобразования энергии, приведены на рис. 1. Исходные управления соответствуют линейному закону изменения статического поля $E_{ст}(z)$, который в значительной мере произвольный и ограничивается только условием устойчивости движения сгустка (26). С исходных управлений начинался спуск по характерным частицам, наиболее влияющим на значение функционала (25). При машинной реализации алгоритма мы находим почти стационарные управления, при этом не обязательно нахождение точного минимума (25), важно лишь, чтобы уменьшение функционала было существенно. Полученные управления значительно улучшают энергообмен с одновременным уменьшением фазовой ширины сгустка. Значение функционала 25 уменьшилось при этом с 9,75 до 0,32.

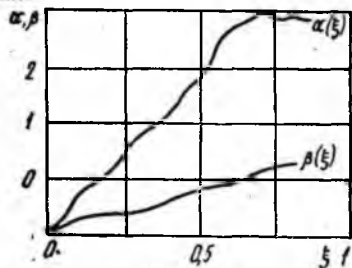


Рис. 1

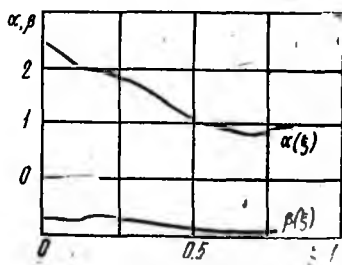


Рис. 2

Значение управлений, полученные в результате оптимизации АС в случае обратного преобразования (тормозящее поле смещает ступок в ускоряющую полуволну), приведены на рис. 2. Исходные управления соответствуют закону изменения статического поля $E_{ст}(z) = \text{const}$. Полученные управления улучшают энергообмен в два раза, при этом фазовая ширина ступка изменяется несущественно, что соответствует удержанию значительной доли частиц в состоянии захвата. Подбирая соответствующим образом коэффициенты A и B в (25), можно добиться снижения разброса по фазе на выходе АС при максимальном энергообмене. Значение функционала в этом случае уменьшается с 15,92 до 1,86. При изменении начальных условий и ограничений на управляющие функции возможно получение другого профиля напряженности статического поля, оптимального с точки зрения энергообмена, но требующего другого технического решения устройства.

Таким образом, проведенные исследования показывают, что данная методика позволяет достаточно эффективно проводить оптимизацию АС при различных ограничениях на управляющие функции.

Если возникает необходимость учета радиального движения частиц, полученные профили статического и СВЧ полей можно уточнить в рамках двумерной модели с сохранением общего подхода и метода, изложенного выше.

Список литературы: 1. Бондаренко Б. Н., Крыжановский В. Г. Реализация режима обратного преобразования в автофазной ЛБВ // Радиотехника. 1981. Вып. 57. С. 114—118. 2. Falkner A. H. Novel travelling-wave energy converter // IEE Proc. 1985. Vol. 132, N 1. P. 1—4. 3. Овсянников Д. А. Математические методы управления пучками / Под ред. Н. Е. Кирина. Л., 1980, 228 с. 4. Бондаренко Б. Н., Крыжановский В. Г., Димашко Ю. А. Условия захвата электронного ступка замедленной электромагнитной волной // Электроника миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов. 1988. С. 115—121.

Поступила в редколлегию 18.12.89