

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет інформаційно-аналітичних технологій та менеджменту

(повна назва)

Кафедра прикладної математики

(повна назва)

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА Пояснювальна записка

рівень вищої освіти другий (магістерський)

Математичні моделі та методи розв'язання задач дифузії

для прогнозування інноваційних процесів

(тема)

Виконав:

студент 2 курсу, групи ПМм-22-1

Фірулін С.О.

(прізвище, ініціали)

Спеціальність 113 Прикладна математика

(код і повна назва спеціальності)

Тип програми освітньо-професійна

(освітньо-професійна або освітньо-наукова)

Освітня програма Прикладна математика

(повна назва освітньої програми)

Керівник доц. Єсілевський В.С.

(посада, прізвище, ініціали)

Допускається до захисту

Зав. кафедри ПМ

(підпис)

Сидоров М.В.

(прізвище, ініціали)

2024 р.

Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет інформаційно-аналітичних технологій та менеджменту

Кафедра прикладної математики

Рівень вищої освіти другий (магістерський)

Спеціальність 113 Прикладна математика

(код і повна назва)

Тип програми освітньо-професійна

(освітньо-професійна або освітньо-наукова)

Освітня програма Прикладна математика

(повна назва)

ЗАТВЕРДЖУЮ:

Зав. кафедри ПМ _____

(підпис)

“ 06 ” листопада 2023 р.

ЗАВДАННЯ
НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ

студентові Фіруліну Сергію Олександровичу
(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи Математичні моделі та методи розв'язання задач дифузії
для прогнозування інноваційних процесів

затверджена наказом по університету від 2 листопада 2023 р. № 1276 Ст

2. Термін подання студентом роботи до екзаменаційної комісії 10 січня 2024 р.

3. Вихідні дані до роботи Математичні моделі дифузії; набір статистичних
даних

4. Перелік питань, що потрібно опрацювати в роботі _____

1. Аналіз предметної області

2. Вибір і обґрунтування методу розв'язання

3. Програмна реалізація

4. Результати обчислювального експерименту

5. Аналіз можливих застосувань

5. Перелік графічного матеріалу із зазначенням креслеників, схем, плакатів, комп'ютерних ілюстрацій _____

1. Актуальність теми роботи _____

2. Постановка задачі _____

3. Аналіз предметної області _____

4. Метод чисельного аналізу _____

5. Результати обчислювального експерименту _____

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№	Назва етапів роботи	Терміни виконання етапів роботи	Примітка
1	Підбір та вивчення технічної літератури за темою роботи	6 – 12 листопада 2023 р.	виконано
2	Вибір та обґрунтування методу	13 – 26 листопада 2023 р.	виконано
3	Розробка алгоритму і програми	27 листопада – 10 грудня 2023 р.	виконано
4	Проведення аналітичних досліджень та розрахунків	11 грудня – 24 грудня 2023 р.	виконано
5	Робота над текстом пояснювальної записки	25 грудня 2023 р. – 9 січня 2024 р.	виконано
6	Представлення роботи на рецензію в ЕК	10 січня 2024 р.	виконано

Дата видачі завдання 6 листопада 2023 р.

Студент _____
(підпис)

Керівник роботи _____ доц. Єсілевський В.С.
(підпис) (посада, прізвище, ініціали)

РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка: 43 с., 10 рис., 1 дод., 7 джерел.

МОДЕЛЬ БАСА, ПРОГНОЗУВАННЯ, ДИФУЗІЯ.

Об'єкт дослідження – прогнозування продажів на ринку продукції.

Метою роботи є розробка та оптимізація точного алгоритму прогнозування продажів за допомогою моделі Басса.

Методи дослідження базуються на основі моделі Басса. Цей метод ґрунтується на математичних моделях та статистичних методах, що дозволяють ефективно прогнозувати ринкові тенденції.

На основі отриманих результатів можна заявити, що наша робота відповідає сучасним стандартам глибокого навчання. Тема дослідження залишається актуальною, і вирішення схожих завдань стає важливим завданням у багатьох галузях.

Практична значимість отриманих результатів полягає в тому, що розроблена модель Басса демонструє високу точність і може бути успішно використована у практичних застосуваннях.

ABSTRACT

Introductory note: 43 pages, 10 figures, 1 appendix, 7 sources.

MODEL BASS, SALES FORECASTING, DIFFUSION.

Research object – forecasting sales in the product market.

The aim of the study is the development and optimization of an accurate sales forecasting algorithm using the Bass model.

Research methods are based on the Bass model. This method relies on mathematical models and statistical methods, allowing for effective forecasting of market trends.

Based on the obtained results, it can be stated that our work conforms to modern deep learning standards. The research topic remains relevant, and solving similar tasks becomes an important objective in many fields.

The practical significance of the obtained results lies in the fact that the developed Bass model demonstrates high accuracy and can be successfully used in practical applications.

ЗМІСТ

	С.
Вступ	8
1 Аналіз предметної області та постановка задач дослідження	9
1.1 Аналіз задачі прогнозування продажів за допомогою моделі Басса	9
1.2 Аналіз методів вирішення задачі прогнозування продажів за допомогою моделі Басса	9
1.3 Змістовна та формальна постановка задачі	11
1.3.1 Змістовна постановка задачі	11
1.3.2 Формальна постановка задачі	11
1.4 Постановка задач дослідження	12
2 Вибір та обґрунтування методу розв'язання	13
2.1 Моделі дифузії зі сталими параметрами	13
2.1.1 Модель Робінсона та Лахані	13
2.1.2 Модель Каліша	14
2.1.3 Модель Хорського (1990)	14
2.1.4 Модель Джайна і Рао	15
2.2 Моделі дифузії зі змінними параметрами	16
2.2.1 Модель Фон Бергаланфі	16
2.2.2 Махажан та Мюллера	16
2.2.3 Модель Путсіса (1998)	17
2.3 Модель Басса	18
Висновки за розділом 2	20
3 Програмна реалізація	22
3.1 Вибір мови програмування	22
3.2 Використання Jupyter Notebooks	22
3.3 Використання бібліотек SciPy, NumPy і Matplotlib	23
3.4 Вирішення задачі дифузії для прогнозування товарного ринку на мові Python.....	23

	7
3.4.1 Прогноз продажів iPhone	23
Висновки за розділом 3	27
4 Результати обчислювального експерименту та їх аналіз	28
4.1 Прогноз продажів Samsung Galaxy Phone	28
Висновки за розділом 4	32
Висновки	33
Перелік джерел посилання	34
Додаток А Лістинг програми	35

ВСТУП

Актуальність роботи зумовлена проблемою прогнозування продажів. Використання моделі Басса для прогнозування ринкових динамік та попиту на продукцію дозволяє компаніям не лише пристосовуватися до змін, а й зменшувати витрати та максимізувати прибуток.

Мета і завдання кваліфікаційної роботи. Метою кваліфікаційної роботи є розробка та оптимізація точного алгоритму прогнозування продажів за допомогою моделі Басса. Для досягнення поставленої мети необхідно виконати наступні завдання:

- огляд та аналіз сучасного стану прогнозування ринкових тенденцій продукції;
- вибір та адаптація оптимального методу прогнозування за допомогою моделі Басса для ефективного врахування специфіки;
- розробка програмної реалізації для прогнозування продажів, враховуючи ключові параметри та динаміку ринку;
- проведення аналізу ефективності розробленого алгоритму та внесення необхідних корекцій для досягнення максимальної точності прогнозування.

Об'єктом дослідження є прогнозування продажів.

Предметом дослідження є розробка програмної реалізації та оптимізація.

Методи дослідження. У кваліфікаційній роботі використовується метод класифікації за допомогою моделі Басса. Цей метод ґрунтується на математичних моделях та статистичних методах, що дозволяють ефективно прогнозувати ринкові тенденції.

Публікації. Результати, отримані у кваліфікаційній роботі, було представлено на 27-му Міжнародному молодіжному форумі «Радіоелектроніка та молодь у XXI столітті» (м. Харків, 11-12 травня 2023 р.) [1].

1 АНАЛІЗ ПРЕДМЕТНОЇ ОБЛАСТІ ТА ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ ДОСЛІДЖЕННЯ

1.1 Аналіз задачі прогнозування продажів за допомогою моделі Басса

Ціллю даною роботи є прогнозування продажів за допомогою моделі Басса. Першим кроком був збір та підготовку відповідних даних для аналізу. Це охоплювало інформацію про обсяги продажів, часові ряди, а також фактори, що можуть впливати на споживачів та ринок. Зібрані дані були піддані процедурі очистки для забезпечення їхньої придатності для аналізу моделлю Басса. Цей етап включав в себе видалення аномалій, обробку відсутніх значень та стандартизацію форматів. Наступним кроком визначалися модель та методи аналізу, які найкраще відповідали поставленій задачі прогнозування. Розглядалося порівняння різних підходів для вибору найбільш ефективного. Розглядалися декілька альтернативних підходів до побудови моделей. Вихідні дані та прогнози моделі оцінювалися з використанням відповідних метрик, таких як точність та рівень вірогідності. Проводилася валідація результатів для перевірки їхньої достовірності. На заключному етапі висувалися рекомендації щодо використання розробленої моделі в практичних умовах та визначалися можливості для подальших досліджень та вдосконалення моделі Басса в галузі прогнозування продажів.

1.2 Аналіз методів вирішення прогнозування продажів за допомогою моделі Басса

Прогнозування продажів за допомогою моделі Басса виходить за межі стандартних стратегій маркетингу і вимагає уваги до ряду складних аспектів.

Ринок технологій швидко розвивається, і математичні моделі повинні бути гнучкими для врахування динаміки змін. Аналіз та моделювання ринкових

трендів вимагає високої математичної точності та врахування змінливих параметрів. Аналіз динаміки ринку є важливим для визначення тенденцій та факторів, що впливають на продажі.

Визначення конкурентоспроможності продукції вимагає використання математичних методів для аналізу даних конкурентів, виявлення сильних та слабких сторін, а також розробки стратегій підвищення конкурентоспроможності.

Початкову покупку нового продукту можна вважати іноваторством з боку покупців, які купують продукт за власну ініціативу, не піддаючись впливу інших покупців. Інша група покупців купує продукт, тому що це зробили інші. Разом вони утворюють загальну кількість покупців, який визначає рівень насичення ринку.

Модель дифузії Басса [2] дає оцінку цих показників на основі даних про продаж. Модель складається з диференціального рівняння, яке пов'язує поточне зростання продажів з минулими накопиченими рівнями продажів. Цей підхід до моделювання став надзвичайно популярним у контексті моделей поширення нових продуктів.

Фірми, що представляють продукт, які зацікавлені в надійних ринкових прогнозах, можуть зіткнутися наступні фундаментальні проблеми при використанні підходу моделювання дифузії Басса:

а) для отримання надійних прогнозів необхідні точні вимірювання інновацій ефектів імітації та рівня насиченості, але інформаційний зміст ринкових даних можуть не тільки змінюватися з часом, але також можуть відрізнятися між цими показниками;

б) інформаційний зміст відображається на точності показників щодо наявних даних, що потребує розв'язку рівняння моделі дифузії Басса для оцінки продажів, а точкова оцінка потребує оцінки точності;

в) дані про продажі за деякий період беруться з навчального набору даних, а на основі них треба оцінити мінімальний розмір вибірки, необхідний для отримання надійного прогнозу.

Розробка математичних моделей для управління невизначеністю в економічних та ринкових умовах, забезпечуючи надійні та адекватні стратегії прийняття рішень.

Цей аналіз дозволяє визначити математичні виклики, що стоять перед завданням прогнозування продажів, та покликаний визначити напрями для розробки високоефективних математичних моделей.

1.3 Змістовна та формальна постановка задачі

1.3.1 Змістовна постановка задачі

Задача прогнозування інноваційних процесів та дифузії нових продуктів на ринку є складною і вимагає математичного формалізму для ефективного вирішення. Ця задача ускладнюється відсутністю чіткого стандарту для оцінки динаміки дифузії та неоднорідності сприйняття інновацій різними категоріями споживачів.

В рамках даної роботи задача прогнозування інноваційних процесів та дифузії продуктів зводиться до застосування математичних моделей та методів розв'язання диференціальних рівнянь. Основною метою є розробка моделі, яка здатна передбачити розповсюдження інновацій на основі різних чинників, таких як рекламні кампанії, соціокультурні впливи та характеристики продукту.

1.3.2 Формальна постановка задачі

У цій роботі для розв'язання задачі прогнозування інноваційних процесів використовуватимуться математичні моделі дифузії, які базуються на розв'язанні диференціальних рівнянь. Формальною постановкою задачі є визначення залежності, яка описує динаміку поширення інновацій в часі. Ця

залежність відома лише для обмеженої кількості точок часу та має на меті розробити алгоритм, здатний передбачити поширення інновацій для нових об'єктів у будь-який момент часу.

Модель Басса дифузії для прогнозування інноваційних процесів може бути представлена як диференціальне рівняння для розповсюдження продукту та має вигляд:

$$\frac{dF(t)}{dt} = p + (q - p)F(t) - qF(t), \quad (1.1)$$

де p – коефіцієнт інноваційності, представляє споживачів, які купують продукт за власною ініціативою, не піддаючись впливу інших покупців;

q – коефіцієнт імітації, представляє споживачів, які купують продукт, тому що це зробили інші.

Треба визначити динаміку поширення інновацій для нових об'єктів у часі.

1.4 Постановка задач дослідження

Метою дослідження є визначення та оптимізація найбільш точного методу прогнозування інноваційних процесів та дифузії продуктів. Сформулюємо задачі для дослідження в рамках даної кваліфікаційної роботи:

- розглянути методи класифікації;
- обрати найкращий метод для поставленої задачі;
- розробити програмну реалізацію для прогнозування інноваційних процесів;
- провести аналіз ефективності моделі прогнозування;
- на основі отриманих даних зробити висновок про проведену роботу.

2 ВИБІР ТА ОБҐРУНТУВАННЯ МЕТОДУ РОЗВ'ЯЗАННЯ

2.1 Моделі дифузії зі сталими параметрами

Модель Басса є обмеженою в плані використання декількох маркетингових змінних, і, як результат, це стає на заваді для планування маркетингових кампаній. Через це з'явилися варіації моделі Басса, які враховують декілька маркетингових змінних. Ці моделі будуть описані далі.

2.1.1 Модель Робінсона та Лахані

Робінсон та Лахані були першими, хто впровадив змінні, які ґрунтуються на рішенні. Вони модифікували модель Басса шляхом додавання ціни продукту як експоненціальної змінної, яка помножується на вихідне рівняння Басса:

$$\frac{dF(t)}{dt} = [(p + (q - p)F(t) - qF(t)^2)] * e^{-k \text{Pr}(t)}, \quad (2.1)$$

де $\text{Pr}(t)$ – ціна;

k – коефіцієнт.

Ціль Робінсона та Лахані була вплив на прибуток різниці між оптимальною ціною стратегією, яка враховує динамічні цінові ефекти (тобто, планування різних цін на деякий проміжок часу), та сталою ціною.

Проблема моделі у емпіричному підрахунку, тому що підрахунок збивається, тому що немає змоги розрізнити параметри, доки коефіцієнт k не буде близьким до 0 або ціна буде сталою. Але у цьому випадку модель приймає вигляд моделі Басса.

2.1.2 Модель Каліша

Каліш (1985) відхиляється від початкової форми моделі Басса і будує двоступеневу теоретичну модель, засновану на принципі максимізації корисності. Модель поділяється на два етапи на основі прийняття нового продукту. Перший етап моделює дифузю інформованості, яка залежить від сукупних продажів товару $Y(t)$, початкового потенціалу ринку m , реклами $A(t)$ та інформації I , яку потенційні приймачі мають про новий продукт. Другий етап залежить від сукупних продажів продукту, початкового потенціалу ринку та інформації, яку потенційні адоптери мають про новий продукт та ціну. Каліш тестує свою модель на невизначеному довговічному товарі, але він використовує лише частину цієї моделі, оскільки дані про обізнаність відсутні. Іншими словами, в емпіричному застосуванні моделі Каліш не включав рекламу (тобто він припускав, що $I = 1$), і він оцінив модель, яка включає лише ціну.

Модель виглядає наступним чином:

$$\frac{dY}{dt} = \left[g \left(\frac{Pr(t)}{uY(t)/m} \right) * I - Y(t) \right] * k, \quad (2.2)$$

$$\frac{dI}{dt} = (1 - I) \left[f(A(t)) + bI = b' \frac{Y(t)}{m} \right]. \quad (2.3)$$

2.1.3 Модель Хорського (1990)

Хорський змінив модель Басса, ввівши заробітну плату, ціну бронювання та ціну нового продукту. Аналогічно моделі Камакури та Баласубраманіані (1988), Горський припустив, що ці змінні керують адаптацією, впливаючи на ринковий потенціал, і в той же час вони не впливають на термін, що представляє дифузійну силу.

$$S(t) = \left[\frac{\theta M(t)}{1 + \exp \left\{ -\frac{K + w(t) - k \text{Pr}(t)}{\delta(t)} \right\}} - Y(t) \right] [p + qY(t)], \quad (2.4)$$

де $w(t)$ – середня заробітна плата;

$\delta(t)$ – дисперсія обох розподілів;

K – атрибут часу, який економить новий продукт;

k – атрибут економії утиліти нового продукту;

θ – частка потенційних покупців серед всього населення.

2.1.4 Модель Джайна і Рао

Джайн і Рао (1990) дослідили вплив ціни на дифузю. Вони запропонували дві альтернативні моделі, в одній з яких ціна впливає на ринковий потенціал, а в іншій ціна впливає на потенціал решти продажів, тоді як частина дифузії не змінюється.

Модель 1 має вигляд:

$$S(t) = \left[m \text{Pr}(t)^{-\mu} - Y(t-1) \right] \frac{F(t) - F(t-1)}{1 - F(t-1)}, \quad (2.5)$$

Модель 2 має вигляд:

$$S(t) = \left[m - Y(t-1) \right] \text{Pr}(t)^{-\mu} \frac{F(t) - F(t-1)}{1 - F(t-1)}, \quad (2.6)$$

де μ – коефіцієнт еластичності ціни.

2.2. Моделі дифузії зі змінними параметрами

Ринки ніколи не є постійними протягом великих проміжків часу. Різні рівні конкурентоспроможної діяльності, зміни рівня та впливу реклами, зміни еластичності цін, серед інших факторів, мають істотний вплив на дифузію та її параметри. Моделі зі змінними у часі параметрами дають змогу дифузійним моделям краще відповідати реальним даним. Змінення параметрів можна моделювати таким чином, що дослідники заздалегідь визначають, як змінитимуться параметри протягом життя продукту, що у свою чергу дає більш точні результати.

2.2.1 Модель Фон Берталанфі

Ця та наступні моделі зі змінними коефіцієнтами припускають, що зовнішні чинники впливають або на параметр інновації p , або на параметр імітації q .

Фон Берталанфі допустив, що q систематично змінюється з часом як функція від проникнення (рівня адаптації інновації).

Модель має вигляд:

$$\frac{dF(t)}{dt} = \frac{q}{1-\theta} F^\theta [1 - F(t)^{1-\theta}]. \quad (2.7)$$

2.2.2 Махажан та Мюллера

Модель має вигляд:

$$\frac{dF(t)}{dt} = [p + qF^\theta(t)] [1 - F(t)]. \quad (2.8)$$

Хоча ця та попередня модель дають покращення, дозволяючи одному з параметрів бути заздалегідь заданою функцією часу, є кілька недоліків. Наприклад, кількість змінних обмежена однією або двома, оскільки в протилежному випадку було б надто важко вказати функціональну форму та оцінити модель. Ще однією особливістю цих моделей є те, що вони передбачають, що коефіцієнт інновації чи коефіцієнт імітації залежать від часу, але не обидва одразу.

2.2.3 Модель Путсіса (1998)

Стохастичне моделювання представляє альтернативу заздалегідь заданим параметрам, що змінюються з часом. Моделі за стохастичною варіацією параметрів на сьогодні дослідженні менш всього.

Модель має вигляд:

$$\left(\frac{\text{покупки}}{\text{покупці}} \right)_t = a_t + b_t + c_t Y_t + d_t SL_{t-1}^{i \neq j} + (e - a)_t SL_{t-1} + e_t SL_{t-1}^2 + e_t, \quad (2.9)$$

де $(1 - SL_{t-1})$ – відсоток людей, які не володіють товаром, від загальної кількості покупців для вибраного продукту j в момент часу t ;

$(1 - SL_{t-1}^{i \neq j})$ – відсоток людей, які не володіють товаром, від загальної кількості покупців для інших продуктів в момент часу t ;

Y_t – прибуток у момент часу t ;

p_t – ціна продукту j в момент часу t .

Путсіс (1998) представив модель стохастичної дифузії зі змінними параметрами. Модель включає змінні маркетингу та продажі товарів-замінників. Путсіс ділить загальну кількість покупок на покупки, які купуються вперше, та на товари-замінники. Він враховує частку населення, яка купує вперше, і частку

населення, яке купує заміну. Передбачається, що на ці пропорції впливають такі змінні, як дохід, ціна, демографічні змінні та змінні попиту. Потім пропорції моделюються як лінійні функції цих змінних. Модель Путсіса містить модель Басса як частковий випадок. Однак модель Путсіса не встановлює явного зв'язку між маркетинговими змінними та параметрами інновації та імітації.

2.3 Модель Басса

Великий обсяг літератури про маркетингові дослідження демонструє, що життєві цикли продажів продукції відповідають схемі S-кривої. Графік S-кривої передбачає, що продажі нових товарів спочатку зростають швидкими темпами, але потім темпи зростання зменшуються і з часом знижуються.

Першою дифузійною моделлю, що використовується в маркетингу, була дифузійна модель Басса. Басс (1969) припустив, що ймовірність покупки чимось на ринку є лінійною функцією, яка залежить від кількості попередніх покупок. Він інтерпретував лінійні коефіцієнти як схильність до інновацій та наслідування. Точніше, ймовірність того, що хтось прийме новий продукт в момент часу t (враховуючи, що людина не приймала цей продукт раніше) представлена рівнянням:

$$\frac{f(t)}{1 - F(t)} = p + qF(t). \quad (2.10)$$

Тут параметри p та q є відповідно коефіцієнтами інновації та імітації, в той час як $F(t)$ кумулятивною функцією розподілу (ймовірністю прийняття продукту в момент часу t) і $f(t)$ є ймовірнісною функцією щільності випадкової величини t – часу прийняття нового продукту (адаптації).

У випадку, якщо $F(t)$ диференційовна, то вона у такому випадку дорівнює:

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt}. \quad (2.11)$$

Тоді рівняння (2.1) може бути переписане як:

$$\frac{dF(t)}{dt} = p + (q - p)F(t) - qF(t). \quad (2.12)$$

Параметр p демонструє зовнішній вплив (зазвичай це медіа). Параметр q визначає вплив міжособових каналів (зазвичай це люди, які оточують потенційного адоптера).

Нехай $S(t)$ та $Y(t)$ означають продажі та кумулятивні продажі нового продукту, відповідно, в час t . Нехай m – це загальний потенціал ринку (m визначає всіх потенційних покупців продукту за весь час). Нехай також продажі продукту:

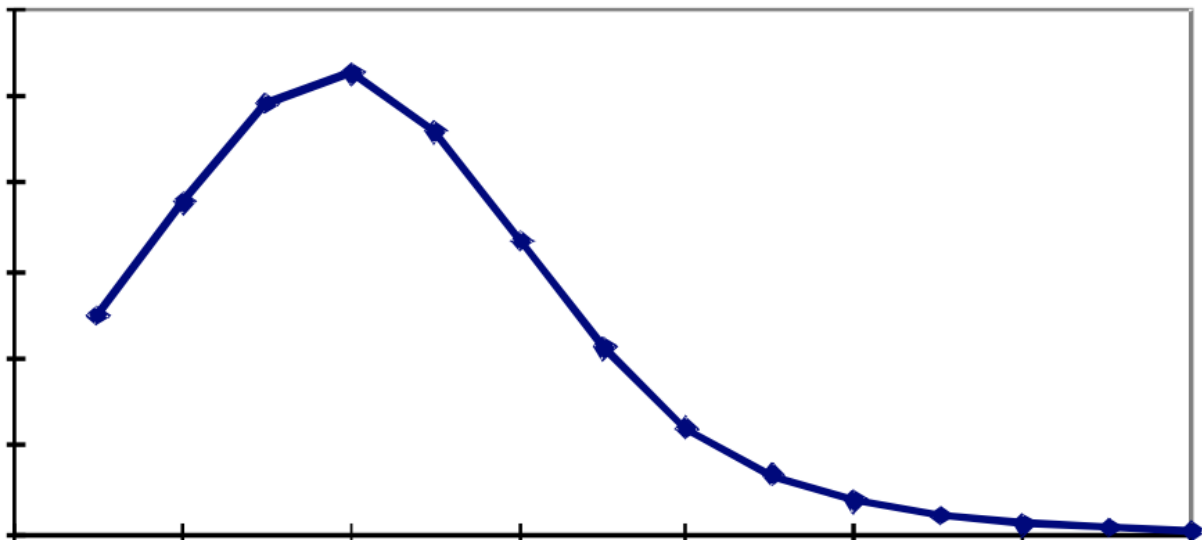
$$S(t) = mf(t). \quad (2.13)$$

Тоді використовуючи рівняння (2.3) та (2.4):

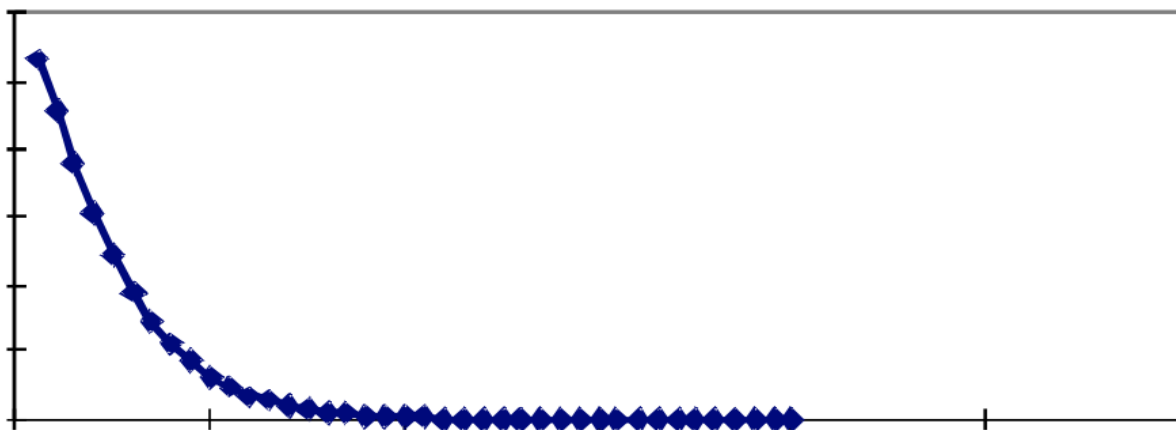
$$S(t) = pm + (q - p)mF(t) - qm(F(t))^2 = pm + (q - p)Y(t) - \frac{q}{m}Y(t)^2. \quad (2.14)$$

Модель Басса може мати дві основні форми кривої:

а) при $q \geq p$ крива адаптації приймає вигнуту форму (рис. 2.1);

Рисунок 2.1 – Крива адаптації при $q \geq p$

б) при $q \leq p$ крива вигнута вниз (рис. 2.2).

Рисунок 2.2 – Крива адаптації при $q \leq p$

Висновки за розділом 2

У ході виконання кваліфікаційної роботи було побудовано прогноз продажів для телефонів iPhone і Samsung на основі моделі Басса та їх порівняння. Результати цієї роботи мають потенціал застосування у таких галузях, як економіка, маркетинг, бізнес та аналітика.

В ході дослідження були ретельно проаналізовані різні моделі вирішення задач дифузії для прогнозування інноваційних процесів, і був обраний найефективніший метод для вирішення поставленої задачі.

На основі отриманих результатів можна заявити, що наша робота відповідає сучасним стандартам глибокого навчання. Тема дослідження залишається актуальною, і вирішення схожих завдань стає важливим завданням у багатьох галузях.

З наших досліджень випливає, що розроблена модель Басса демонструє високу точність і може бути успішно використана у практичних застосуваннях.

3 ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ

3.1 Вибір мови програмування

Програмна частина базується на використанні мови Python та бібліотек наукових розрахунків. Python для вирішення задач дифузії для прогнозування інноваційних процесів був вибраний з декількох причин, серед яких широка підтримка програмуючої спільноти та внутрішні особливості, що до цього привели.

Код написаний мовою Python, як правило, виявляється коротшим, ніж на інших популярних мовами. Це означає, що алгоритм простіше реалізувати та налагодити. Python легко читається і досвідчений програміст може прочитати написаний на Python код і зрозуміти, що він робить.

У стандартний дистрибутив Python вже входить багато бібліотек, у тому числі для обчислення математичних функцій, розбору наборів даних та завантаження їх з інтернету. Додаткові бібліотеки, можна легко зкачати, встановити і використовувати. Проробляючи приклад, корисно тестувати функції, не становлячи окремої тестової програми. Програми на Python можна запускати прямо з командного рядка, а крім того, у нього є інтерактивний режим, в якому дозволяється викликати функції, створювати об'єкти та тестувати пакети.

Python підтримує об'єктноорієнтований, процедурний та функціональний стилі програмування. Крім того снує одна еталонна безкоштовна реалізація мови Python для всіх основних платформ Windows, Linux і Macintosh.

3.2 Використання Jupyter Notebooks

Python підтримує режим інтерактивної книги у застосуванні Jupyter Notebooks. Якщо потрібно запустити приклади коду, то це можна зробити в самому документі, що пояснює зміст цього коду.

Завжди можна маніпулювати порядком запуску клітинок коду і навіть виконувати завантаження нових бібліотек. Jupyter Notebooks проводить відображення графіків у блокноті. Matplotlib – це пакет для побудови графіків. IPython – це команди ядра для виконання речей, які не є частиною мови Python.

Після того, як комірки запусчено, ви часто можна повторно запускати комірки в іншому порядку, але не завжди. Але проблеми, що виникають, легко можуть бути виправлені, а інтерактивність блокнотів Jupyter в цілому компенсує ці проблеми.

3.3 Використання бібліотек SciPy, NumPy і Matplotlib

SciPy – це колекція програмного забезпечення для математики з відкритим кодом. У SciPy входить NumPy, який надає масиви об'єктів, лінійну алгебру, випадкові числа тощо. Matplotlib забезпечує побудову масивів NumPy. Модулі SciPy дублюють деякі функції NumPy, додаючи такі функції, як оптимізація, обробка зображень тощо.

NumPy, SciPy і Matplotlib не постачаються з дистрибутивом Python за замовчуванням і їх треба встановлювати, якщо вони не встановлені.

Корисним є використання структури даних масиву NumPy, що дозволяє виконувати векторні операції, не використовуючи цикли.

3.4 Вирішення задачі дифузії для прогнозування товарного ринку на мові Python.

3.4.1 Прогноз продажів iPhone

Лише в четвертому кварталі 2018 року Apple продала 46,89 мільйона iPhone по всьому світу, що трохи перевищило показники відповідного кварталу

2017 року. За весь 2018 рік по всьому світу було продано 217,72 мільйона iPhone. Apple зазвичай випускає принаймні одну нову версію свого iPhone щороку, і ця стратегія допомагає компанії стабільно отримувати щоквартальні показники продажів у десятки мільйонів. Apple припинила звітувати про продажі iPhone наприкінці 2018 фінансового року (рис. 3.1).

```
In [72]: data = pd.read_csv('iphone_sales.txt', delim_whitespace=True)
In [73]: data.head()
Out[73]:
```

	Quarter	Sales_MM_units
0	Q3_07	0.27
1	Q4_07	1.12
2	Q1_08	2.32
3	Q2_08	1.70
4	Q3_08	0.72

```
In [74]: quarter = data['Quarter']
In [75]: qs = quarter.str.replace(r'(Q\d)_(\d+)', r'\20\2-\1')
In [76]: data['date'] = pd.PeriodIndex(qs.values, freq='Q').to_timestamp()
In [77]: date = data['date']
In [78]: sales = data['Sales_MM_units']
In [79]: cum_sales = np.cumsum(sales)
In [80]: cum_sales_squared = cum_sales**2

In [81]: mod = smf.ols(formula='sales ~ cum_sales + cum_sales_squared', data=data)
In [82]: res = mod.fit()
In [83]: print(res.summary())

=====
                    OLS Regression Results
=====
Dep. Variable:      sales    R-squared:                0.873
Model:              OLS     Adj. R-squared:            0.865
Method:             Least Squares   F-statistic:           109.9
Date:               Sat, 25 Jul 2020   Prob (F-statistic):    4.61e-15
Time:               23:24:12         Log-Likelihood:        -120.18
No. Observations:   35              AIC:                   246.4
Df Residuals:       32              BIC:                   251.0
Df Model:            2
Covariance Type:    nonrobust
=====
                    coef    std err          t      P>|t|    [0.025    0.975]
-----
Intercept           3.6963      2.205      1.676    0.103    -0.795     8.188
cum_sales           0.1130      0.017      6.737    0.000     0.079     0.147
cum_sales_squared  -5.508e-05    2.11e-05    -2.610    0.014    -9.81e-05  -1.21e-05
=====
Omnibus:            3.898    Durbin-Watson:          1.824
Prob(Omnibus):      0.142    Jarque-Bera (JB):        2.617
Skew:               0.627    Prob(JB):                 0.270
Kurtosis:           3.470    Cond. No.                 4.32e+05
=====

Warnings:
[1] Standard Errors assume that the covariance matrix of the errors is correctly specified.
[2] The condition number is large, 4.32e+05. This might indicate that there are
strong multicollinearity or other numerical problems.

In [84]: b = res.params
In [85]: b
```

Рисунок 3.1 – Програма вирішення задач дифузії

Станом на 2019 рік, за оцінками, у Сполучених Штатах проживає близько 266 мільйонів користувачів смартфонів що закріплює місце країни як головного регіонального ринку в галузі. З тих споживачів смартфонів у США понад 45 відсотків є користувачами Apple iPhone. Ця цифра частки ринку свідчить про величезну популярність iPhone на внутрішньому ринку, але як цей продукт виглядає на міжнародному ринку (рис. 3.2).

```

In [86]: m1 = (-b['cum_sales']+np.sqrt(b['cum_sales']**2 - 4*b['Intercept']*b['cum_sales_squared']))/(2*b['cum_sales_squared'])
m1
Out[86]: -32.206910098759515

In [87]: m2 = (-b['cum_sales']-np.sqrt(b['cum_sales']**2 - 4*b['Intercept']*b['cum_sales_squared']))/(2*b['cum_sales_squared'])
m2
Out[87]: 2083.822017493287

In [88]: m = max(m1, m2)

In [89]: print(m)
2083.822017493287

In [90]: p = b['Intercept']/m

In [91]: q = -m*b['cum_sales_squared']

In [92]: print("p = ",p)
print("q = ", q)
p = 0.0017738112418998326
q = 0.11476751136366702

In [93]: date_forecast = pd.date_range(start='2007-Q3', end='2030-Q3', freq='QS')

In [94]: t = range(len(date_forecast))

In [95]: f = densityFunction(p,q,t)
sales_forecast = m*f

In [96]: fig, ax = plt.subplots()
ax.plot(date, sales, color='red')
plt.ylabel('Unit sales in millions')
plt.xlabel('time')
plt.title("Global Apple iPhone sales\nfrom 3rd quarter 2007 to 1st quarter 2016 \n(in million units)")
plt.legend()
ax.grid(True)
plt.show()

```

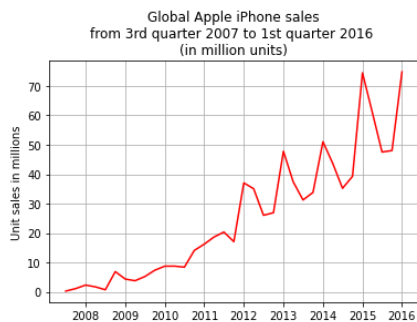


Рисунок 3.2 – Програма відображення результатів моделювання

У глобальному масштабі флагманський продукт Apple стикається з посиленням конкуренції, особливо з боку відомих азіатських технологічних компаній, таких як Samsung, Huawei та OPPO. Незважаючи на це, iPhone незмінно входить до числа найпопулярніших пристроїв у світі з моменту свого першого випуску в червні 2007 року (рис. 3.3).

```
In [97]: fig, ax = plt.subplots()
ax.plot(date_forecast, sales_forecast, label='Sales Forecast')
ax.plot(date, sales, color='red', label='Actual Sales')
plt.ylabel('Unit sales in millions')
#plt.xlabel('time')
plt.title("Global Apple iPhone sales\nQuarterly sales (in million units)")
plt.legend()
ax.grid(True)
plt.show()
```



```
In [98]: sales_apple = sales
date_apple = date
date_forecast_apple = date_forecast
sales_forecast_apple = sales_forecast
```

Рисунок 3.3 – Програма відображення відповідності теоретичним результатам

При оцінці параметрів, використовуючи дані лише першої частини часового інтервалу процесу, що розвивається (наприклад, для складання прогнозу), необхідно мати уявлення про інформаційний зміст даних, коли вони використовуються. Чутливість параметра m щодо даних можна проаналізувати, припускаючи, що інші два параметри фіксовані, із набору даних $\{t_i, y_i\}$ шляхом мінімізації функції штрафу (рис. 3.4).

```
In [98]: sales_apple = sales
         date_apple = date
         date_forecast_apple = date_forecast
         sales_forecast_apple = sales_forecast
```

Sales Peak

```
In [99]: peak_time = -1/(p+q)*np.log(p/q)
```

```
In [100]: print(peak_time)
```

```
35.77939457746892
```

```
In [101]: print(data['Sales_MM_units'].idxmax() + 1)
```

```
35
```

Рисунок 3.4 – Програма відображення результатів

Висновки за розділом 3

У даному розділі було розглянуто підходи до вирішення задач дифузії для прогнозування інноваційних процесів за допомогою мови Python та інструментів, що існують у вигляді бібліотек наукових розрахунків. На основі Python та з використанням Jupyter Notebooks показан метод обрахування параметрів вирішення задач дифузії, що підтверджує правильність вибору інструментів програмної реалізації.

4 РЕЗУЛЬТАТИ ОБЧИСЛЮВАЛЬНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ ТА ЇХ АНАЛІЗ

4.1 Прогноз продажів Samsung Galaxy Phone

Прогноз продажів Samsung Galaxy Phone (рис. 4.1).

```
In [108.. data = pd.read_csv('galaxy_sales.csv')

In [109.. data.head()

Out[109..
   Quarter  sales
0   Q1 '10   64.90
1   Q2 '10   65.33
2   Q3 '10   71.67
3   Q4 '10   79.17
4   Q1 '11   68.78

In [110.. quarter = data['Quarter']

In [111.. qs = quarter.str.replace(r"(Q\d) '(\d+)", r'20\2-\1')

In [112.. qs = qs.str.replace('*', '')

In [113.. data['date'] = pd.PeriodIndex(qs.values, freq='Q').to_timestamp()

In [114.. date = data['date']

In [115.. # Get coefficients
sales = data['sales']

In [116.. cum_sales = np.cumsum(sales)
cum_sales_squared = cum_sales**2

In [117.. mod = smf.ols(formula='sales ~ cum_sales + cum_sales_squared', data=data)
res = mod.fit()
print(res.summary())
```

Рисунок 4.1 – Програма прогнозу продажів Samsung Galaxy Phone

Враховуючи шум моделі, нас цікавить динаміка системи поблизу розв'язку. Треба перевірити адекватність моделі у формі пов'язаної з нею області довіри. Для цього треба ввести дотичне лінійне рівняння, доповнене білим шумом, пропорційним річним продажам зображено на рис. 4.2 та 4.3.

```

=====
                        OLS Regression Results
=====
Dep. Variable:          sales    R-squared:                0.821
Model:                  OLS      Adj. R-squared:           0.802
Method:                 Least Squares  F-statistic:              43.44
Date:                   Sun, 26 Jul 2020  Prob (F-statistic):       8.17e-08
Time:                   01:12:26   Log-Likelihood:           -73.418
No. Observations:      22        AIC:                      152.8
Df Residuals:          19        BIC:                      156.1
Df Model:               2
Covariance Type:       nonrobust
=====
                    coef    std err          t      P>|t|      [0.025    0.975]
-----
Intercept            53.7484      4.506     11.928    0.000     44.317    63.180
cum_sales             0.0766      0.011      7.173    0.000      0.054    0.099
cum_sales_squared   -2.806e-05    5.07e-06   -5.530    0.000   -3.87e-05   -1.74e-05
=====
Omnibus:                 1.888   Durbin-Watson:           1.207
Prob(Omnibus):           0.389   Jarque-Bera (JB):        1.056
Skew:                    0.116   Prob(JB):                 0.590
Kurtosis:                1.952   Cond. No.                 5.30e+06
=====

```

Warnings:

[1] Standard Errors assume that the covariance matrix of the errors is correctly specified.
[2] The condition number is large, 5.3e+06. This might indicate that there are strong multicollinearity or other numerical problems.

```
In [118]: b = res.params
```

```
In [119]: print(b)
```

```
Intercept      53.748387
cum_sales      0.076600
cum_sales_squared -0.000028
dtype: float64
```

```
In [51]: m1 = (-b['cum_sales']+np.sqrt(b['cum_sales']**2 - 4*b['Intercept']*b['cum_sales_squared']))/(2*b['cum_sales_squared'])
m2 = (-b['cum_sales']-np.sqrt(b['cum_sales']**2 - 4*b['Intercept']*b['cum_sales_squared']))/(2*b['cum_sales_squared'])
```

```
In [52]: m = max(m1, m2)
print(m)
```

```
3308.9652182182085
```

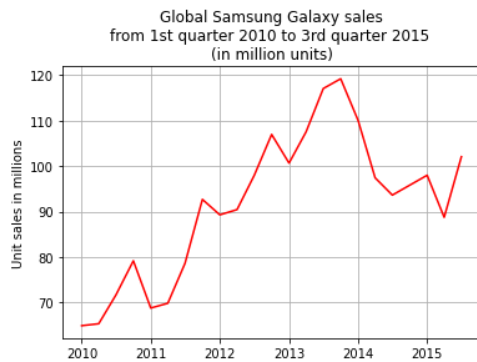
```
In [53]: p = b['Intercept']/m
q = -m*b['cum_sales_squared']
print("p = ",p)
print("q = ", q)
```

```
p = 0.01624326146499484
q = 0.09284320017915793
```

```
In [54]: fig, ax = plt.subplots()
ax.plot(date, sales, color='red')
plt.ylabel('Unit sales in millions')
#plt.xlabel('time')
plt.title("Global Samsung Galaxy sales\nfrom 1st quarter 2010 to 3rd quarter 2015 \n(in million units)")
#plt.legend()
ax.grid(True)
plt.show()
```

Global Samsung Galaxy sales

Рисунок 4.2 – Програма прогнозу продажів Samsung Galaxy Phone



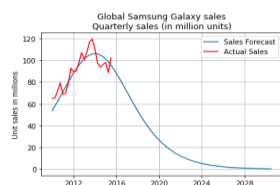
```
In [55]: date_forecast = pd.date_range(start='2010-Q1', end='2030-Q3', freq='QS')
```

```
In [56]: t = range(len(date_forecast))
f = densityFunction(p,q,t)
sales_forecast = m*f
```

```
In [57]: fig, ax = plt.subplots()
ax.plot(date_forecast, sales_forecast, label='Sales Forecast')
ax.plot(date, sales, color='red', label='Actual Sales')
plt.ylabel('Unit sales in millions')
#plt.xlabel('time')
plt.title("Global Samsung Galaxy sales\nQuarterly sales (in million units)")
plt.legend()
ax.grid(True)
plt.show()
```

Рисунок 4.3 – Програма відображення результатів моделювання прогнозу продажів Samsung Galaxy Phone

Використовуючи дані, можна оцінити параметри прогнозу продажів, якщо білий шум пропорційний річним продажам, а саме. він невеликий на початку та в кінці процесу продажу. Однак візуальний огляд нашого набору даних показує значні відхилення від кривої моделі на початку та в кінці вибірки. Мабуть, діють процеси, які не були враховані в моделі на рис. 4.5 та 4.6.



```
In [58]: sales_samsung = sales
date_samsung = date
date_forecast_samsung = date_forecast
sales_forecast_samsung = sales_forecast
```

Sales Peak

```
In [59]: peak_time = -1/(p+q)*np.log(p/q)
```

```
In [60]: print(peak_time)
```

```
15.98029563590452
```

```
In [61]: print(date['sales'].idxmax() + 1)
```

```
16
```

Рисунок 4.4 – Програма моделювання прогнозу продажів Samsung Galaxy

Comparison

```
In [62]: fig, ax = plt.subplots()
ax.plot(date_forecast_samsung, sales_forecast_samsung, label='Sales Forecast Samsung')
ax.plot(date_samsung, sales_samsung, color='green', label='Actual Sales Samsung')
ax.plot(date_forecast_apple, sales_forecast_apple, label='Sales Forecast Apple')
ax.plot(date_apple, sales_apple, color='red', label='Actual Sales Apple')
plt.ylabel('Unit sales in millions')
#plt.xlabel('time')
plt.title("Global Apple iPhone and Samsung Galaxy sales\nQuarterly sales (in million units)")
plt.legend()
ax.grid(True)
plt.show()
```

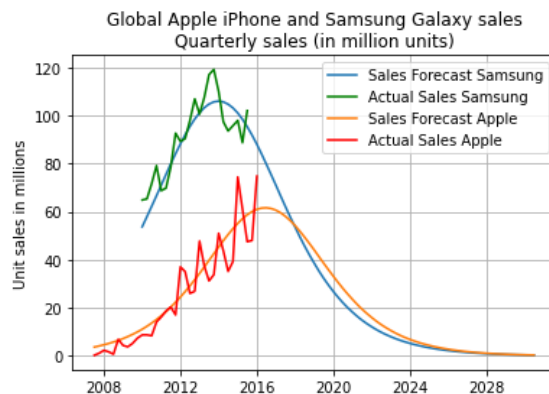


Рисунок 4.5 – Програма порівняння результатів моделювання прогнозу продажів Samsung Galaxy Phone та Apple iPhone

У цьому дослідженні порівняння результатів моделювання прогнозу продажів Samsung Galaxy Phone та Apple iPhone де точкову оцінку величини отримують середнім значенням вибірки цієї величини. Довірчий інтервал містить приблизно 95% набору точок даних. Тут точкова оцінка величини отримана з моделі, яка підігнана з даними інших величин системи. Отже, якщо модель не ідеальна, кількість точок даних у межах 95% довірчого інтервалу може відрізнятися від 95% більше, ніж очікувалося. Це пов'язано з тим, що після досягнення точки нахилу інформація була отримана від низьких річних продажів до високих річних продажів: після точки нахилу той самий маршрут проходить у протилежному напрямку.

За допомогою моделі Басса можна зробити надійні оцінки майбутніх продажів поблизу точки нахилу. Поблизу цієї точки крива кумулятивних продажів виглядає близькою до прямої лінії. Лінійний прогноз на основі

місцевих даних може призвести до значного переоцінки необхідних запасів. Модель Bass досить добре знижує цей ризик.

Висновки за розділом 4

На основі числового прикладу, ми виявили, що оптимальний поріг інвестицій слідує за S-кривою протягом життєвого циклу продукту, і вивели оптимальний вибір ємності для даного інвестиційного рішення.

Отже, з отриманих результатів можна стверджувати, що розроблена модель Басса демонструє високу точність і може бути успішно використана у практичних застосуваннях.

ВИСНОВКИ

У ході виконання кваліфікаційної роботи було побудовано прогноз продажів для телефонів iPhone і Samsung на основі моделі Басса та їх порівняння. Результати цієї роботи мають потенціал застосування у таких галузях, як економіка, маркетинг, бізнес та аналітика.

В ході дослідження були ретельно проаналізовані різні моделі вирішення задач дифузії для прогнозування інноваційних процесів, і був обраний найефективніший метод для вирішення поставленої задачі.

На основі отриманих результатів можна заявити, що наша робота відповідає сучасним стандартам глибокого навчання. Тема дослідження залишається актуальною, і вирішення схожих завдань стає важливим завданням у багатьох галузях.

З наших досліджень випливає, що розроблена модель Басса демонструє високу точність і може бути успішно використана у практичних застосуваннях.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Фірулін С. О. Математичні моделі та методи розв'язання задач дифузії під час прогнозування продажів. *27-й Міжнародний молодіжний форум «Радіоелектроніка та молодь у XXI столітті»* : зб. матеріалів форуму. Т. 7. Харків: ХНУРЕ, 2023. С. 215–216.
2. Why the Bass Model Fits without Decision Variables. *Marketing Science* / Bass, Frank M., Trichy V. Krishnan, Dipak C. Jain. 1994.
3. Norton J. A., Bass F. M. A Diffusion Theory Model of Adoption and Substitution for Successive Generations of High-Technology Products. *Management Science*.
4. Bass F. M. Comments on "A New Product Growth for Model Consumer Durables": The Bass Model. *Management Science*. 2004. P. 1833–1840.
5. Determination of Adopter Categories by Using Innovation Diffusion Models / Mahajan, Vijay, Muller, Eitan, Srivastava, Rajendra K. *Journal of Marketing Research*. 1990. P. 242–261.
6. Bemmaor A. C. Modeling the Diffusion of New Durable Goods: Word-of-Mouth Effect Versus Consumer Heterogeneity. In G. Laurent, G.L. Lilien & B. Pras (ed.). *Research Traditions in Marketing*. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1994. P. 201–223.
7. Orbach Y. *Forecasting the Dynamics of Market and Technology*. Israel: Ariel University Press. 2022. P. 153–155.