

РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ И ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ АСИНХРОННЫХ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЕЙ

Э. Г. Дендер, И. Ф. Огороднейчук

Современная угольная шахта является сложным по организационной структуре предприятием, имеющим значительное количество разбросанных на большой территории производственных точек. В таких условиях проблема надежной, бесперебойной связи приобретает исключительную актуальность.

Совершенно очевидно, что одним из главных элементов при оценке надежной связи является канал связи, основные требования к которому таковы: минимальное затухание сигналов связи, достаточная помехоустойчивость, соответствие существующим правилам безопасности и т. д., и все это при минимальных капитальных затратах. Столь широкий круг самых различных требований свидетельствует о том, насколько важно правильно выбрать и технически целесообразно эксплуатировать канал связи.

Одним из возможных каналов связи в условиях угольной шахты является силовая сеть. Отсутствие необходимости в капитальных затратах по организации канала связи и высокие эксплуатационные качества, обнаруженные при использовании данного канала в других отраслях промышленности, дают основание для уверенности в перспективе использования силовой сети как канала связи.

Здесь необходимо заметить, что специфичность как производственных, так и горногеологических условий, свойственных горному предприятию, не дает возможности механически использовать опыт по организации связи в других отраслях промышленности. Исследование шахтной силовой сети как канала телемеханики представляет значительный интерес. Круг проблем, возникающих при этом, достаточно широк и, естественно, не может быть решен в одной работе. Задачей данной работы является выяснение влияния, оказываемого асинхронными электродвигателями на шахтную силовую сеть, как канал телемеханики.

Конфигурация шахтной силовой сети, наличие в ней различных элементов электрооборудования сильно влияют на распространение высокочастотных сигналов. Строго стандартных схем энергоснабжения угольных участков не существует. Поэтому в каждом отдельном случае, в условиях каждой конкретной схемы силовой сети к ней нужен особый подход. Вот почему появилась потребность в создании установки, моделирующей данную силовую сеть и состоящей из моделей отдельных элементов сети (отрезков кабелей, трансформаторов, электродвигателей и т. д.). Данной конкретной схеме энергоснабжения будет соответствовать определенный набор элементов моделирующей установки.

Таким образом, нашей задачей в настоящей работе является нахождение схемы и определение параметров модели асинхронных электродвигателей.

При определении схемы модели важным моментом является определение схемы замещения статорной обмотки электродвигателя и нахождение

ние ее волновых параметров. Эту проблему начали изучать еще в 1918 г., но в настоящее время нельзя утверждать, что вопрос решен досконально. Причиной этого является сложность волновых процессов, происходящих в обмотке при распространении электромагнитной энергии.

Первые опыты по изучению волновых процессов в обмотках были поставлены в 1918—1920 гг. Но в то время авторы опыта (Дрейфус, Бем и др.) еще не располагали лабораторным оборудованием, способным регистрировать кратковременные процессы, длящиеся микросекунды. Появление в 1929—1930 гг. электронных осциллографов послужило толчком к дальнейшему изучению волновых процессов. К этому времени Бене устанавливает скорость распространения электромагнитной волны вдоль обмотки.

В 1934—1936 гг. появляются работы Кальверта, Гунтера (США), Хейгоуса, Тригеля (Германия), Форморье, Копеллиович (Франция). Авторы представляли обмотку емкостной цепочкой, цепью Вагнера, а также как отрезок длинной линии.

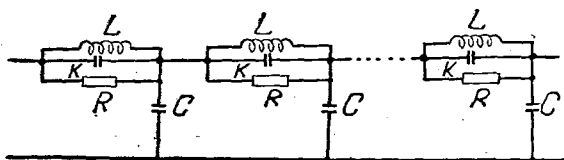


Рис. 1.

В 1937—1941 гг. в этой области появляется целый ряд работ отечественных авторов (Лютер, Швец, Грецкий, Калинин, Мажуга, Сафоновский).

Наиболее полно исследование волновых процессов в обмотках вращающихся машин произведено в работах З. Г. Каганова. Используя схему замещения обмотки, предложенную В. А. Карасевым, Каганов доказал ее правомочность и определил ее волновые параметры. Эта схема представляет собой отрезок длинной линии с равномерно распределенными по длине продольными сопротивлениями и поперечными проводимостями. Продольное сопротивление — это параллельное соединение элементарных индуктивностей, емкостей и активных сопротивлений, поперечные проводимости — элементарные емкости. Схема представлена на рис. 1.

Исследования Каганова показали большую степень соответствия волновых характеристик реальной обмотки и использованной им схемы замещения. Но тот факт, что схема соответствует только одной фазе, а также специфичность решаемых Кагановым задач, не позволяют использовать ее для построения модели трехфазного асинхронного электродвигателя.

Изучение характера частотной зависимости входного сопротивления асинхронных электродвигателей подтверждает вывод многих авторов, что в неограниченном диапазоне частот обмотка асинхронного электродвигателя представляет собой отрезок длинной линии с равномерно распределенными параметрами. Однако влияние распределенности первичных параметров (R , L , C , G) начинает сказываться на очень высоких частотах, и если ограничить диапазон частот пределом (эксперименты показывают, что для различных двигателей этот предел примерно совпадает и имеет порядок около 10^6 гц), то с определенной степенью точности можно при-

Из теории колебательных цепей известно, что характеристический определитель может иметь только отрицательные вещественные корни. Это следует из того, что свободные колебания системы описываются системой показательных уравнений (5). Если бы p_j имели положительную вещественную часть, контурные заряды (а также токи) неограниченно возрастали бы и система, таким образом, была бы неустойчивой.

Обозначим корни нашего многочлена в порядке возрастания численного значения корней: $p_1^2 = -\omega_1^2$; $p_3^2 = -\omega_3^2$, ... $p_{2n-1}^2 = -\omega_{2n-1}^2$. Аналогично обозначим и корни многочлена в знаменателе, но с четными индексами $p_2^2 = -\omega_2^2$; $p_4^2 = -\omega_4^2$; ... $p_{2n-2}^2 = -\omega_{2n-2}^2$.

Подставляя в (12), имеем

$$Z(\omega) = j\omega\chi \frac{(\omega^2 - \omega_1^2)(\omega^2 - \omega_3^2) \dots (\omega^2 - \omega_{2n-1}^2)}{\omega^2(\omega^2 - \omega_2^2) \dots (\omega^2 - \omega_{2n-2}^2)}. \quad (13)$$

Выражение (13) представляет собой частотную зависимость входного сопротивления двухполюсника в наиболее общем виде. Из выражения (13) видно, что все частоты с нечетными индексами $\omega = \omega_1$; $\omega = \omega_3$; ...; $\omega = \omega_{2n-1}$ являются нулями функции $Z(\omega)$, а частоты с четными индексами $\omega = \omega_2$; $\omega = \omega_4$; ...; $\omega = \omega_{2n-2}$ — полюсами функции. Кроме того, во всем диапазоне частот $-\infty < \omega < \infty$ существует условие

$$\frac{dZ(\omega)}{j d\omega} > 0.$$

Учитывая это, нетрудно сделать вывод, что нули и полюсы функции $Z(\omega)$ чередуются. Так как экспериментальные кривые входных сопротивлений, как указывалось выше, имеют четко выраженный волновой характер, то идеализация колебательной цепи (мы приняли диссипативную функцию равной нулю) не изменяет характера частотной зависимости входного сопротивления, изменяются только амплитуды.

Чтобы найти схемную интерпретацию уравнения (13), представим последнее в виде суммы простейших дробей:

$$Z(\omega) = j\omega\chi \left[1 + \frac{A_0}{\omega^2} + \frac{A_2}{\omega^2 - \omega_2^2} + \dots + \frac{A_{2n-2}}{\omega^2 - \omega_{2n-2}^2} \right]. \quad (14)$$

При этом первое слагаемое, равное единице, выбрано из тех соображений, что оно должно удовлетворить условию $Z(\omega) \rightarrow \infty$ при $\omega \rightarrow \infty$. Последующие слагаемые выбираются из условий, что они должны соответствовать значению функции $Z(\omega)$ в других полюсах, соответствующих $\omega_0, \omega_2, \omega_4, \dots, \omega_{2n-2}$.

Коэффициенты A_{2k} в уравнении (14) находятся путем почленного сравнения числителей в первоначальном и преобразованном выражениях $Z(\omega)$. Тогда

$$A_{2k} = - \frac{(\omega_{2k}^2 - \omega_1^2) \dots (\omega_{2k}^2 - \omega_{2k-1}^2)(\omega_{2k}^2 - \omega_{2k+1}^2) \dots (\omega_{2k}^2 - \omega_{2n-1}^2)}{\omega_{2k}^2(\omega_{2k}^2 - \omega_2^2) \dots (\omega_{2k}^2 - \omega_{2k-2}^2)(\omega_{2k}^2 - \omega_{2k+2}^2) \dots (\omega_{2k}^2 - \omega_{2n-2}^2)}. \quad (15)$$

Каждое слагаемое вида

$$-j\omega\chi \frac{|A_{2k}|}{\omega^2 - \omega_{2k}^2} \quad (16)$$

представляет собой сопротивление элементарного двухполюсника. Этот элементарный двухполюсник можно представить как параллельный резонанс.

нансный контур с резонансной частотой

$$\omega_{2k} = \frac{1}{\sqrt{L_{2k}C_{2k}}}.$$

Входное сопротивление такого контура равно

$$Z_k = \frac{j\omega L_{2k}}{1 - \omega^2 L_{2k} C_{2k}} = j\omega \frac{1}{\omega^2 - \omega_{2k}^2}. \quad (17)$$

Сравнивая (17) и (16), получим

$$C_{2k} = -\frac{1}{\chi A_{2k}},$$

$$L_{2k} = \frac{1}{\omega_{2k}^2 C_{2k}} = -\frac{\chi A_{2k}}{\omega_{2k}^2}, \quad (18)$$

где $\chi = 1, 2 \dots (n-1)$.

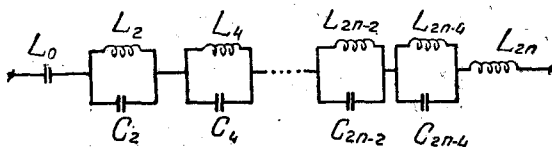


Рис. 2.

Таким образом, схемной интерпретацией выражения будет двухполюсник, изображенный на рис. 2.

Здесь, очевидно,

$$C_0 = -\frac{1}{\chi A_0} \text{ и } L_{2n} = \chi. \quad (19)$$

Однако задача нахождения схемы по функции входного сопротивления от частоты имеет два решения. В этом нетрудно убедиться, представив двухполюсник в виде параллельных цепочек элементарных двухполюсников, составленных из последовательно включенных емкостей и индуктивностей.

Охарактеризуем двухполюсник не функцией $Z(\omega)$, а обратной ей, т. е. функцией, соответствующей проводимости схемы

$$Y(\omega) = \frac{1}{Z(\omega)};$$

$$Y(\omega) = -\frac{\omega(\omega^2 - \omega_2^2)(\omega^2 - \omega_4^2) \dots (\omega^2 - \omega_{2n-2}^2)}{\chi(\omega^2 - \omega_1^2)(\omega^2 - \omega_3^2) \dots (\omega^2 - \omega_{2n-1}^2)}. \quad (20)$$

Разложим функцию $Y(\omega)$ на простейшие дроби:

$$Y(\omega) = -\frac{j\omega}{\chi} \left[\frac{B_1}{\omega^2 - \omega_1^2} + \frac{B_3}{\omega^2 - \omega_3^2} + \dots + \frac{B_{2n-1}}{\omega^2 - \omega_{2n-1}^2} \right]. \quad (21)$$

Коэффициенты B_{2n-1} находятся по тому же принципу, что и A_{2k} . Можно воспользоваться и другим методом, для чего нужно найти предел

$$B_{2k-1} = \lim_{\omega \rightarrow \omega_{2k-1}} \left| \frac{\chi Y(\omega)(\omega^2 - \omega_{2k-1}^2)}{-j\omega} \right|. \quad (22)$$

Проводимость элементарного двухполюсника представляется в виде

$$Y_{2k-1}(\omega) = -\frac{j\omega}{\chi} \cdot \frac{B_{2k-1}}{\omega^2 - \omega_{2k-1}^2}, \quad (23)$$

и сопротивление, как обратная величина,

$$Z_{2k-1}(\omega) = j \frac{\chi}{B_{2k-1}} \cdot \frac{\omega^2 - \omega_{2k}^2}{\omega} = j\omega \frac{\chi}{B_{2k-1}} - j \frac{\chi \omega_{2n-1}}{\omega B_{2k-1}}. \quad (24)$$

Это выражение имеет интерпретацию в виде последовательно соединенных емкости и индуктивности (рис. 3).

Величины индуктивности и емкости элементарного контура находятся из уравнений

$$\begin{aligned} L_{2k-1} &= \frac{\chi}{B_{2k-1}}; \\ C_{2k-1} &= \frac{B_{2k-1}}{\chi \omega_{2k-1}^2}. \end{aligned} \quad (25)$$

Полная физическая схема двухполюсника изображена на рис. 4.

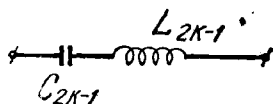


Рис. 3.

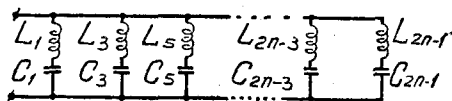


Рис. 4.

Найдем частотные зависимости входного сопротивления электродвигателей при различных схемах включения. Экспериментальные кривые показывают, что при системе фаза — фаза (также и при системе 2 фаза — фаза) входное сопротивление при низких частотах имеет индуктивный характер, а при высоких частотах — емкостный. Такую зависимость входного сопротивления имеют двухполюсники третьего класса, каноническая схема которого изображена на рис. 5. Эквивалентна ей и схема, изображенная на рис. 6.

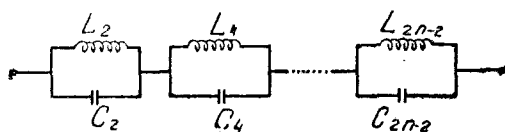


Рис. 5.

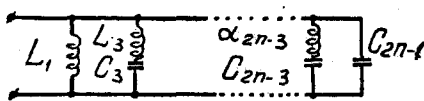


Рис. 6.

Зависимость для входного сопротивления двухполюсника такого вида получается из выражения общего вида, если принять α_{2n} и α_0 равными нулю. При этом

$$Z(p) = \frac{\alpha_{2n-2} p^{2n-2} + \alpha_{2n-4} p^{2n-4} + \dots + \alpha_2 p^2}{p(\beta_{2n-1} p^{2n-1} + \beta_{2n-3} p^{2n-3} + \dots + \beta)}. \quad (26)$$

или

$$Z(p) = \frac{\chi p (p^2 - p_2^2) \dots (p^2 - p_{2n-2}^2)}{(p^2 - p_2^2)(p^2 - p_4^2) \dots (p^2 - p_{2n-2}^2)}. \quad (27)$$

Разложим выражение $Z(p)$ в ряд Лорана:

$$Z(p) = \frac{2K_2 p}{p^2 - p_2^2} + \frac{2K_4 p}{p^2 - p_4^2} + \dots + \frac{2K_{2n-2} p}{p^2 - p_{2n-2}^2}. \quad (28)$$

Этому разложению соответствует схема (рис. 5), элементы которой определяются с помощью формул

$$C_{2s} = \frac{1}{2K_{2s}}; \quad L_{2s} = \frac{2K_{2s}}{\omega_{2s}^2};$$

$$K_{2s} = \frac{\chi(p_{2s}^2 - p_3^2)(p_{2s}^2 - p_5^2) \cdots (p_{2s}^2 - p_{2n-3}^2)}{2(p_{2s}^2 - p_2^2)(p_{2s}^2 - p_4^2) \cdots (p_{2s}^2 - p_{2n}^2)}. \quad (29)$$

Для получения второй канонической схемы составим выражение для проводимости:

$$Y(p) = \frac{(p^2 - p_2^2)(p^2 - p_4^2) \cdots (p^2 - p_{2n-2}^2)}{\chi p (p^2 - p_3^2)(p^2 - p_5^2) \cdots (p^2 - p_{2n-3}^2)}, \quad (30)$$

откуда, разложив в ряд Лорана, получим

$$Y(p) = \frac{K_1}{p} + \frac{2K_3 p}{p^2 - p_3^2} + \cdots + \frac{2K_{2n-3} p}{p^2 - p_{2n-3}^2} + K_{2n-1} p. \quad (31)$$

Здесь

$$K = \frac{\omega_2^2 \omega_4^2 \cdots \omega_{2n-2}^2}{\chi \omega_3^2 \omega_5^2 \cdots \omega_{2n-3}^2};$$

$$K_{2s-1} = - \frac{(\omega_{2s-1}^2 - \omega_2^2)(\omega_{2s-1}^2 - \omega_4^2) \cdots (\omega_{2s-1}^2 - \omega_{2n-2}^2)}{2\omega_{2s-1}^2 \chi (\omega_{2s-1}^2 - \omega_3^2) \cdots (\omega_{2s-1}^2 - \omega_{2s-3}^2)(\omega_{2s-1}^2 - \omega_{2s+1}^2) \cdots (\omega_{2s-1}^2 - \omega_{2n-3}^2)} \quad (32)$$

$$K_{2n-1} = \frac{1}{\chi}.$$

Элементы рассчитываются по формулам

$$L_1 = \frac{1}{K_1}; \quad L_{2s-1} = \frac{1}{2K_{2s-1}};$$

$$C_{2s-1} = \frac{2K_{2s-1}}{\omega_{2s-1}^2}; \quad C_{2n-1} = K_{2n-1}. \quad (33)$$

Системе фаза — земля соответствует двухполюсник второго класса, то есть такой двухполюсник, который имеет емкостный характер как при частотах, близких к нулю, так и при очень высоких частотах.

Аналитическое выражение характера входного сопротивления двухполюсника такого вида получается из общего выражения (11), если принять коэффициент α_{2n} равным нулю. Тогда

$$Z(p) = \frac{\chi(p^2 - p_1^2)(p^2 - p_3^2) \cdots (p^2 - p_{2n-3}^2)}{p(p^2 - p_2^2)(p^2 - p_4^2) \cdots (p^2 - p_{2n-2}^2)}. \quad (34)$$

Разложив $Z(p)$ в ряд Лорана, запишем:

$$Z(p) = \frac{K_0}{p} + \frac{2K_2 p}{p^2 - p_2^2} + \cdots + \frac{2K_{2n-2} p}{p^2 - p_{2n-2}^2}. \quad (35)$$

Этому выражению соответствует каноническая схема, изображенная на рис. 7. Элементы этой схемы рассчитываются по формулам

$$C_0 = \frac{1}{K_0}; \quad C_{2s} = \frac{1}{2K_{2s}}; \quad L_{2s} = \frac{2K_{2s}}{\omega_{2s}^2};$$

$$K_0 = \frac{\chi \omega_1^2 \omega_3^2 \dots \omega_{2n-3}^2}{\omega_2^2 \omega_4^2 \dots \omega_{2n-2}^2}.$$

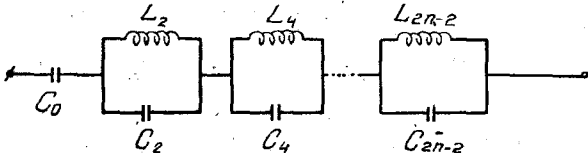
$$K_{2s} = - \frac{\chi (\omega_{2s}^2 - \omega_1^2) \dots (\omega_{2s}^2 - \omega_{2s-3}^2)}{2\omega_{2s}^2 (\omega_{2s}^2 - \omega_2^2) \dots (\omega_{2s}^2 - \omega_{2s-2}^2) (\omega_{2s}^2 - \omega_{2s+2}^2) \dots (\omega_{2s}^2 - \omega_{2n-2}^2)}.$$


Рис. 7.

Для нахождения эквивалентной канонической схемы составим выражение для проводимости:

$$Y(p) = \frac{p(p^2 - p_2^2) \dots (p^2 - p_{2n-2}^2)}{\chi(p^2 - p_1^2)(p^2 - p_3^2) \dots (p^2 - p_{2n-3}^2)}.$$

Разложим $Y(p)$ в ряд Лорана:

$$Y(p) = \frac{2K_1 p}{p^2 - p_1^2} + \frac{2K_3 p}{p^2 - p_3^2} + \dots + \frac{2K_{2n-3} p}{p^2 - p_{2n-3}^2} + K_{2n-1} p.$$

Этому выражению соответствует схема на рис. 8. Элементы ее рассчитываются по формулам

$$L = \frac{1}{2K_{2s-1}}; \quad C_{2s-1} = \frac{2K_{2s-1}}{\omega_{2s-1}^2}; \quad C_{2n-1} = K_{2n-1};$$

$$K_{2s-1} = \frac{(\omega_{2s-1}^2 - \omega_2^2)(\omega_{2s-1}^2 - \omega_4^2) \dots (\omega_{2s-1}^2 - \omega_{2s-3}^2)}{2(\omega_{2s-1}^2 - \omega_1^2) \dots (\omega_{2s-1}^2 - \omega_{2s-3}^2)(\omega_{2s-1}^2 - \omega_{2s+1}^2) \dots (\omega_{2s-1}^2 - \omega_{2n-3}^2)}.$$

Итак, при системе фаза — фаза каноническая схема двухполюсника, имеющего подобную реальной частотную зависимость, имеет вид, изображенный на рис. 5, для которого входное сопротивление выражается следующим образом:

$$Z(p) = \frac{2K_2 p}{p^2 - p_2^2} + \frac{2K_4 p}{p^2 - p_4^2} + \dots + \frac{2K_{2n-2} p}{p^2 - p_{2n-2}^2}.$$

Если исследовать изменение $Z(p)$ во всем диапазоне частот от 0 до ∞ , то, как указывалось выше, необходимо считаться с распределенностью параметров по длине.

Таким образом, параметры L_{2s} и C_{2s} являются элементарными индуктивностями и емкостями, соответствующими элементу цепи. Однако если считать, что диапазон частот ограничен пределом, равным ω_2 , то в выражении $Z(p)$ остается только первое слагаемое

$$Z(p) = \frac{2K_2 p}{p^2 - p_2^2}, \quad \text{или} \quad Z(\omega) = j\omega \frac{2K_2}{\omega_2^2 - \omega^2}.$$

Этому выражению соответствует двухполюсник, изображенный на рис. 9 у которого

$$L' = \int_0^l L_{2s} dl; C' = \int_0^l C_{2s} dl, \quad (41)$$

где под L_{2s} и C_{2s} подразумеваются элементарные индуктивности и емкости, соответствующие элементу длины обмотки dl . Физически для реального двигателя C есть емкость, замеренная между выводами двух фаз, а L включает в себя параллельное соединение индуктивностей обмотки одной фазы и последовательное соединение двух других.

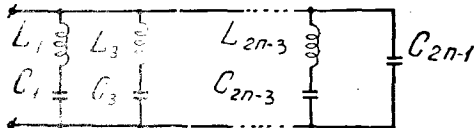


Рис. 8.

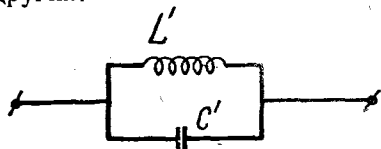


Рис. 9.

Аналогично при системе фаза — земля каноническая схема двухполюсника имеет вид, показанный на рис. 10.

Входная проводимость для нее имеет вид

$$Y(p) = \frac{2K_1 p}{p^2 - p_1^2} + \frac{2K_3 p}{p^2 - p_3^2} + \dots + \frac{2K_{2n-3} p}{p^2 - p_{2n-3}^2} + K_{2n-1} p.$$

Расчет полученных схем удобнее всего производить, решая электрические схемы по методу контурных токов. Здесь необходимо принять во

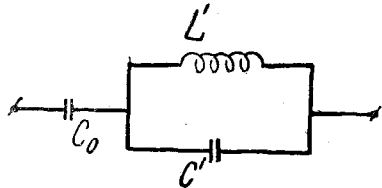


Рис. 10.

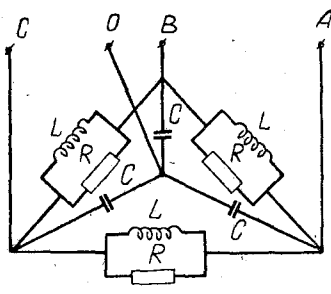


Рис. 11.

внимание, что при системе фаза — фаза и фаза — земля схемы двухполюсников составляют из одних и тех же элементов. Учитывая это и исходя из полученных схем двухполюсников, можно составить схему модели электродвигателя, которая будет иметь вид, показанный на рис. 11.

ВЫВОДЫ

1. Схема замещения обмотки асинхронного двигателя представляет собой цепь с распределенными параметрами.

2. В ограниченном диапазоне частот с достаточной для практики точностью параметры обмотки могут быть приняты сосредоточенными.

3. Частотная зависимость входного сопротивления обмотки асинхронного электродвигателя получается при анализе определенной двухполюсной цепи. Схема двухполюсника зависит от способа включения двигателя в канал связи. Это свойство положено в основу моделирования электродвигателей.

4. Определение параметров модели электродвигателя производится по частотной зависимости входного сопротивления обмотки.