

УДК 681.37; 520.876

DOI: 10.15587/1729-4061.2020.210769

Вплив моделі опису сигналів на розрахунки показників ефективності оптико-електронних систем

Т. О. Стрілкова, О. П. Литюга, О. С. Калмиков, Г. М. Хорошун,
А. О. Рязанцев, О. І. Рязанцев

Робота спрямована на встановлення меж застосування моделей опису сигналів в оптико-електронних системах при розрахунках ефективності.

Запропоновано опис процесу формування сигналів з урахуванням корпускулярних і хвильових властивостей при реєстрації сигналів у широкому діапазоні інтенсивностей.

Запропоновано опис статистичних особливостей вихідних сигналів в залежності від енергетичних властивостей сигнальних та шумових компонент. Показано, що при описі вихідних сигналів оптико-електронних систем, які реєструють сигнали з різними властивостями, використовують пуассонівський і гауссів розподіл. Інваріантність пуассонівських потоків зумовлює опис адитивної суміші сигнального і фонового потоків за допомогою пуассонівського потоку.

Розраховано ефективність оптико-електронних систем за критерієм відношення сигнал/шум на основі корпускулярного та хвильового опису сигналів. Розрахунки ефективності показали доцільність використання цього критерію при умові стабілізації статистичних властивостей сигнальних та фонових потоків. Показано, що при умові зміни енергетичних характеристик сигналів, з точки зору хвильової та корпускулярної моделі, статистичні характеристики сигналів мають різні описи.

Проведено аналіз теоретичних методів аналізу сигналів в оптико-електронних системах, який спрямовано на адекватну характеристику роботи системи у залежності від умов її експлуатації. Урахування методу опису процесу приймання та оброблення сигналів дозволяє врахувати додаткові статистичні характеристики сигналів, наприклад збільшення дисперсії вихідного сигналу. Використання адаптивних методів опису сигналів дає можливість збільшити ефективність систем при прийманні сильних сигналів в умовах складної заводової обстановки, а також при прийманні слабких сигналів.

Ключові слова: оптико-електронні системи, корпускулярна теорія, хвильова теорія світла, статистична модель, виявлення.

1. Вступ

Динамічний розвиток техніки і технологій протягом останніх десятиліть сприяв технічній реалізації потенційно високих можливостей оптико-електронних систем. Сучасні напрямки підвищення ефективності роботи системи об'єднують в собі елементи теорій загальної побудови систем [1], виявлення [2] та стохастико-детермінованого оброблення сигналів [3, 4].

Основою для розробки новітніх алгоритмів оброблення, виявлення та розрахунків ефективності роботи системи є теоретичні методи опису сигналів. Моделі описують просторово-часові властивості сигналів, які пов'язані з енергетичними характеристиками, як сигнальних, так і шумових складових, що приймаються системами. За допомогою сучасних методів вимірювання оптичного випромінювання проводиться оцінка параметрів сигналів. З використанням відомих, гарно зарекомендованих, методів та технологій статистичного аналізу обчислюються статистичні параметри сигналів, які складають основу розрахунків ефективності оптико-електронних систем за будь-яким критерієм.

Взагалі моделі опису сигналів в оптико-електронних системах ґрунтуються на двох різних підходах, заснованих на корпускулярній та хвильовій теоріях.

Модель, яка заснована на хвильовій теорії світла, враховує процес взаємодії оптичного випромінювання з речовиною. Описує процеси дифракції та інтерференції. Сигнали подано як безперервний процес. Враховуються статистичні характеристики сигналів та перешкод, як окремі процеси, що підпорядковуються центральній граничній теоремі.

Модель, яка заснована на корпускулярній теорії світла, також враховує процес взаємодії випромінювання з речовиною. Враховано, що сигнали та перешкоди мають корпускулярні властивості. Припущено, що флуктуації корисного сигналу є складовою частиною перешкод. Сигнали подано, як дискретний потік.

Підхід при визначенні ефективності систем, наприклад за критерієм величини відношення сигнал/шум, як з точки зору корпускулярної, так й з точки зору хвильової теорії, обирається однаковим.

Однак при змінах умов спостереження, у випадках реєстрації слабких сигналів на межах динамічного діапазону, результати визначення ефективності систем на основі корпускулярної та хвильової теорії трактуються по-різному. Це призводить до неможливості застосування єдиного підходу до оцінки ефективності систем та появи помилок при обробці сигналів. Фізична трактовка отриманих результатів ще не достатньо вивчена. Розбіжності можна пов'язати з корпускулярними властивостями оптичного випромінювання, які зумовлюють статистичні параметри вихідних сигналів при зміні енергетичних та просторово-часових характеристик сигналів.

Дослідження авторів спрямовані на встановлення меж застосування теоретичних моделей опису сигналів в оптико-електронних системах. Це дозволить підвищити ефективність систем в складних умовах прийому та обробки сигналів.

2. Аналіз літературних даних та постановка проблеми

Моделі опису сигналів в оптико-електронних системах включають: характеристику енергетичних показників та просторово-часових властивостей, як сигналів, так й перешкод; логічну структуру взаємодії сигналів з елементами та трактами систем. Тобто модель, спрямована на створення адекватного опису сигналів та перешкод, ураховує умови експлуатації систем. Наприклад, при енергетичному виявленні сигналів в оптико-електронних системах необхідно врахувати обмежений динамічний діапазон фотоприймачів. Граничними мож-

ливостями систем на верхній межі динамічного діапазону є режим насичення зарядів, а на нижній – наявність внутрішніх шумів фотоприймальних пристроїв.

На сучасному етапі існують різні теоретичні моделі опису процесу формування сигналів в системах. Кожен з підходів дозволяє характеризувати багатопараметричні сигнали в оптико-електронних системах. На статистичні характеристики сигналів впливає багато чинників, у тому числі часові характеристики фотодетектування. Для опису статистичних характеристик оптичних сигналів можна використовувати, як елементи корпускулярної теорії світла, так і елементи хвильової теорії.

Розвиток сучасної елементної бази оптико-електроніки та фотоніки (Semiconductor Photodetectors, Photodiodes for Visible and Infrared light, Phototransistors; Ultraviolet Photodetectors; Nano Optoelectronic Sensors; CCD Image Sensors, CMOS, Quanta Images Sensors) спрямовано та базується на розробках високочутливих елементів до поодиноких фотонів. В роботах [5–7] показано, що використання високочутливих елементів надає можливості більш детально вивчати властивості оптичного випромінювання. Дослідження ґрунтуються на корпускулярній моделі при урахуванні впливу внутрішніх шумів фотоприймача, але не розглянуто статистику вихідного потоку. Не приділено увагу аналізу процесів статистичного виявлення сигнальних фотонів на тлі завад. Висновки про пуассонівську статистику сигналів робляться на основі аналізу процесу реєстрації поодиноких фотонів за дуже короткий проміжок часу, але не розглянута статистика сигнального потоку на повному інтервалі спостереження. В роботах [8, 9] проведено статистичний аналіз сигналів, при взаємодії випромінювання з речовиною фотоприймача при формуванні зображень. Однак не розраховані імовірнісні характеристики виявлення сигналів.

В роботах [10–12] представлено методи опису оптичного випромінювання з позицій хвильової теорії. При застосуванні такого підходу описані дифракційні явища, інтерференція, спектральні і поляризаційні властивості оптичних сигналів. Процес поглинання в речовині фотокатода описується за допомогою детермінованих коефіцієнтів. Однак в роботах не враховано процеси імовірнісної взаємодії оптичного випромінювання з елементами системи. Також не враховано додаткові складові адитивної суміші перешкод – флуктуації сигнальної складової. Такий метод не дозволяє врахувати зміни статистики вихідних сигналів при змінах інтенсивності вхідного. І, як наслідок, таку модель не можна вважати повною. В роботах [13, 14] наведено опис оптичного випромінювання на основі корпускулярної теорії. За допомогою цієї моделі враховано явища, що мають імовірнісний характер, наприклад, генерації випромінювання, поглинання в речовині світлочутливого елементу. Однак не проведено аналіз впливу запропонованої моделі на показники ефективності роботи системи.

В роботах [13, 15] при аналізі просторово-часових властивостей сигналів показано, що застосування хвильової моделі при описі сигналів малої інтенсивності, призводить до результатів, що суперечать експериментальним даним. Однак немає пояснень щодо процесів, які можуть впливають на зміни дисперсії адитивної суміші вихідних сигналів. В роботах [16, 17] обговорюються статистичні характеристики вихідних сигналів при різних умовах роботи системи на

основі корпускулярної моделі. Дослідження характеризують процес реєстрації сигналів тільки з достатнім рівнем інтенсивностей. Прийнята модель не дозволяє врахувати зміни дисперсії вихідних сигналів при змінах інтенсивності оптичного випромінювання. Статистичні параметри сигналів характеризуються на основі пуассонівської та гауссові статистики. Як показано в роботах [18, 19] досліджені сигнали, які реєструються на межі динамічного діапазону оптико-електронних систем, можуть підпорядковуватися не тільки гауссовій статистиці, а також різним імовірнісним законам розподілення при змінах енергетичних параметрів сигналів та перешкод.

Однак не розглянуті фактори, які можуть призвести до розбіжностей при визначенні ефективності оптико-електронних систем з позиції хвильової теорії та корпускулярної теорії світла при реєстрації сигналів у широкому діапазоні інтенсивностей. На сьогодні жодна з розглянутих робіт не вирішує завдання порівняння результатів застосування корпускулярного та хвильового підходу до оцінки ефективності оптико-електронних систем за певним критерієм. Систематизації теоретичних знань щодо процесів формування сигналів в системах, є важливими для встановлення меж застосувань існуючих методів при розрахунках ефективності систем.

3. Ціль та задачі дослідження

Метою дослідження є встановлення меж застосування методів опису сигналів при розрахунках ефективності оптико-електронних систем.

Для досягнення мети були поставлені такі завдання:

- запропонувати опис процесу формування сигналів з урахуванням корпускулярних і хвильових властивостей;
- запропонувати опис статистичних особливостей вихідних сигналів в залежності від енергетичних властивостей сигнальних та шумових компонент;
- визначити ефективність оптико-електронних систем за критерієм величини відношення сигнал/шум з використанням методу опису сигналів.

4. Описи процесу формування вихідного сигналу оптико-електронної системи з урахуванням корпускулярних і хвильових властивостей

4.1. Опис процесу формування вихідного сигналу оптико-електронної системи на основі корпускулярної теорії

Відповідно до корпускулярної теорії, оптичний сигнал розглядають як потік дискретних частинок-фотонів, а вихідний сигнал являє собою дискретний потік носіїв заряду. Згідно з прийнятими математичними моделями в [15, 17, 20, 21], потік дискретних частинок описаний за допомогою пуассонівського закону розподілу. Основними властивостями, які визначають пуассонівський процес, є [22, 23]:

1. Імовірність не змінюється з часом, тому відповідна послідовність не має тренду.
2. Імовірність одночасного настання двох чи більше подій дуже мала.

3. Імовірність настання події в інтервалі $(t, t+h)$ не залежить від того, що сталося до моменту t ; зокрема, вона не залежить від часу, що минув із моменту настання попередньої події.

Таким чином, для того щоб число реалізацій події залежало від цього закону, достатньо, щоб ці реалізації були незалежними протягом інтервалів часу. Уведемо такі позначення:

– $\mu(t)$ – інтенсивність потоку фотоелектронів (середнє число фотоелектронів, сформованих за одиницю часу);

– \bar{n} – середнє число фотоелектронів, сформованих на інтервалі τ .

Ці величини пов'язані співвідношенням:

$$\bar{n} = \int_0^{\tau} \mu(t) dt.$$

Інтенсивність потоку фотоелектронів, число фотоелектронів сформованих за час τ будуть випадковими. Відповідно до положень квантової механіки, ймовірність формування фотоелектрону на малому інтервалі часу пропорційна тривалості цього інтервалу й інтенсивності вхідного сигналу $I(t)$. Тому інтенсивність потоку фотоелектронів пропорційна інтенсивності світлового потоку, тобто $\mu(t) \sim I(t)$. Через квантову природу сигналу і квантовий характер взаємодії світла з фотоприймачем моменти формування фотоелектронів на виході фотоприймача визначаються з урахуванням часової залежності інтенсивності світлового потоку [14].

Модель формування вихідного сигналу можна схарактеризувати, ґрунтуючись на підходах, описаних у [10, 13, 15, 17] й використовуючи положення геометричної оптики і корпускулярної теорії. Потік фонів від слабкого некогерентного джерела має три властивості – стаціонарність, ординарність і відсутність післядії, отже, він є пуассонівським. Статистичні параметри математичне сподівання і дисперсія випадкової величини, розподіленої за законом Пуассона, відповідно до виразу (1), рівні між собою і визначаються параметром розподілу:

$$m_1 = \mu_2 = \lambda. \quad (1)$$

Густина ймовірності часових інтервалів між сусідніми точками в пуассонівському потоці є експоненціальною:

$$p(\tau) = \lambda e^{-\lambda\tau}. \quad (2)$$

Середнє значення і дисперсія інтервалів між точками дорівнює:

$$M(\tau_k) = \frac{1}{\lambda}; \quad D(\tau_k) = \frac{1}{\lambda^2}. \quad (3)$$

Для визначення статистичних характеристик стохастичних потоків, сформованих як сигналом, так і фоном, розглянемо процес перетворення стохастичного сигналу середовищем поширення та елементами оптико-електронної системи.

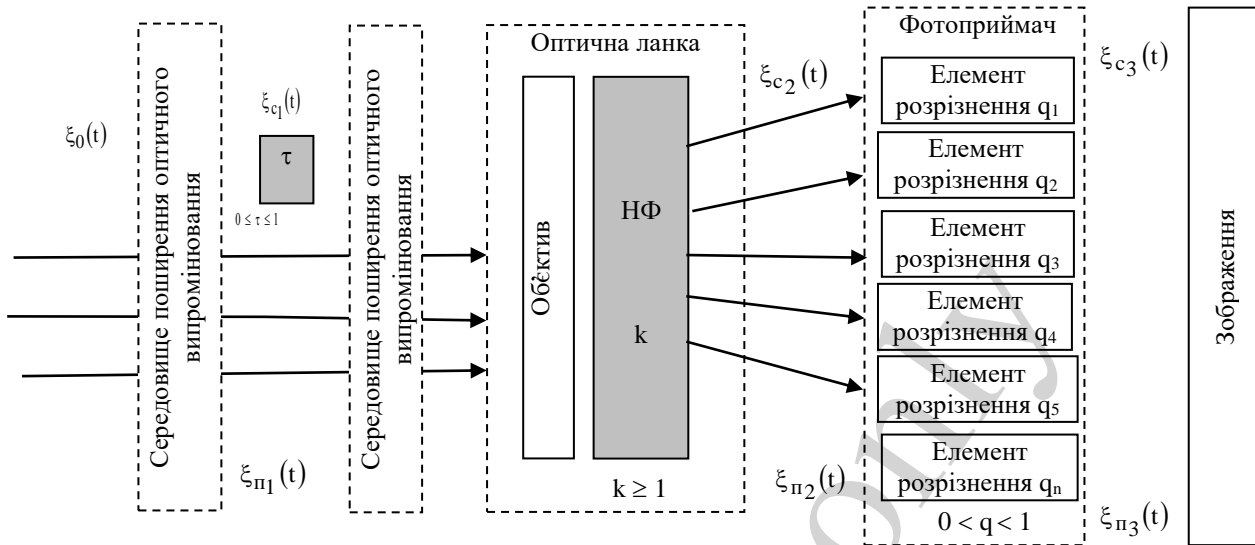


Рис. 1. Схема формування сигналу в оптико-електронних системах

Етапи процесу формування зображення наведені на рис. 1. Шлях поширення випромінювання розбитий на області, у кожній з яких взаємодія світла з речовиною можна описати за допомогою одного механізму. При взаємодії світлового потоку $\xi(t)$ з середовищем виявляються амплітудні і просторові ефекти, що визначаються явищами поглинання, випромінювання, відбиття і пропускання квантів. Наступною областю поширення випромінювання є об'єкт спостереження. Залежно від енергетичних характеристик об'єктів також виявляються явища поглинання, випромінювання, відбиття і пропускання квантів. Далі світловий потік взаємодіє з оптичною ланкою, яка характеризується параметрами: діаметром входної зіниці оптичної системи; фокусною відстанню оптичної системи; коефіцієнтом аберацій; коефіцієнтом пропуску світлового потоку; коефіцієнтом поглинання нейтральних фільтрів (НФ) $k \geq 1$.

Потім світловий потік взаємодіє з фотоприймачем, що характеризується: розміром елемента розподілення (розрізнення); коефіцієнтом квантової ефективності q ; тривалістю кадру T_k . Зображення, сформоване потоком $\xi(t)$, являє собою імпульси, енергетичний рівень яких визначається адитивною сумішшю сигнальної і фонові компонент. Поетапний розгляд формування вихідного сигналу оптико-електронних систем уможливить визначення параметрів, які характеризують сигнал $\xi_{c+n}(t)$ і перешкоду $\xi_n(t)$

Світловий потік $\xi_0(t)$ характеризується середнім значенням \bar{N}_0 – кількість фотонів за одиницю часу:

$$\bar{N}_0 = \frac{P_{\text{випл}}}{h\nu}, \quad (4)$$

де $P_{\text{вип}0}$ – щільність потоку випромінювання, що припав на одиничну площу S ;
 $h\nu$ – енергія кванту світла.

Розглянемо проходження потоку фотонів. Подамо реалізацію потік фотонів як сукупність точок на осі часу (рис. 2, *a*). Реалізація потоку на виході області взаємодії з середовищем поширення наведена на рис. 2, *б*. З урахуванням явищ поглинання, випромінювання, відбиття і пропускання квантів, вихідний випадковий потік фотонів характеризується зміненою кількістю фотонів (подій). Інтервали між точками розподілені за експоненціальним законом.

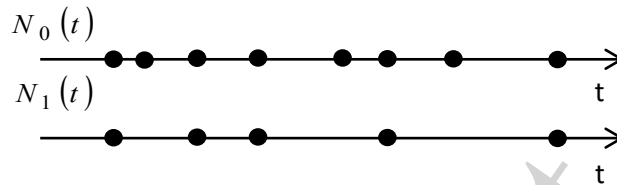


Рис. 2. Реалізації випадкових потоків: *a* – потік фотонів як сукупність точок на осі часу; *б* – потік фотонів після взаємодії з середовищем поширення

Потік $\xi_0(t)$, проходячи через середовище поширення з коефіцієнтом пропускання $\tau_{\text{сеп}}$ і об'єкт спостереження з коефіцієнтом пропускання $\tau_{\text{об}}$, послаблюється імовірнісним чином і реалізація потоку $N_{c1}(t)$ не дорівнює реалізації вхідного потоку $N_0(t)$, послабленого в $1/\tau_{\Sigma}$ разів:

$$N_{c1}(t) \neq N_0(t)\tau_{\Sigma}, \quad (5)$$

де τ_{Σ} – сумарний коефіцієнт пропускання середовища та об'єкту.

Однак для середніх значень цих потоків буде дійсним таке рівняння:

$$\bar{N}_{c1} = \bar{N}_0\tau_{\Sigma}. \quad (6)$$

Після проходження оптичної ланки, світловий потік $\xi_{c2}(t)$ можна визначити:

$$\xi_{c2}(t) = \xi_{c1}(t) \frac{1}{k \cdot \tau_{\text{омт}} \cdot k_{\text{аб}}} = \frac{\xi_0(t)\tau_{\Sigma}}{k \cdot \tau_{\text{омт}} \cdot k_{\text{аб}}}, \quad (7)$$

де $k_{\text{аб}}$ і $\tau_{\text{омт}}$ – коефіцієнти аберацій і пропускання оптико-механічного тракту; k – детермінований коефіцієнт послаблення оптичної ланки.

Для реалізації потоку $N_{c2}(t)$ і середнього значення \bar{N}_{c2} справедливі співвідношення:

$$N_{c2}(t) \neq \frac{N_0(t)\tau_{\Sigma}}{k \cdot \tau_{\text{омт}} \cdot k_{\text{аб}}}, \quad (8)$$

$$\bar{N}_{c2} = \frac{\bar{N}_0 \tau_\Sigma}{k \cdot \tau_{\text{омт}} \cdot k_{\text{аб}}}. \quad (9)$$

На світлочутливу поверхню елементарного фотоприймача з площею $S_{\text{пр}}$ падає потік квантів світла, який перетворюється фотоприймачем з квантовою ефективністю S_λ на потік електронів $\xi_{c3}(t)$, що дорівнює:

$$\xi_{c3}(t) = \xi_{c2}(t) S_\lambda S_{\text{пр}}. \quad (10)$$

Використовуючи вираз (7), отримаємо:

$$\xi_{c3}(t) = \frac{\xi_0(t) \tau_\Sigma}{k \cdot \tau_{\text{омт}} \cdot k_{\text{аб}}} S_\lambda S_{\text{пр}}. \quad (11)$$

Аналогічно (6) і (9) для реалізації потоку зарядів у фотоприймачі запишемо:

$$N_{c3}(t) = \frac{N_0(t) \tau_\Sigma}{k \cdot \tau_{\text{омт}} \cdot k_{\text{аб}}} S_\lambda S_{\text{пр}}, \quad (12)$$

для середнього значення потоку зарядів запишемо

$$\bar{N}_{c3} = \frac{\bar{N}_0 \tau_\Sigma}{k \cdot \tau_{\text{омт}} \cdot k_{\text{аб}}} S_\lambda S_{\text{пр}}. \quad (13)$$

Оскільки фотоприймач характеризується часом накопичення $T_{\text{н}}$, який дорівнює часу формування кадру $T_{\text{к}}$, то зареєстрована кількість фотоносіїв $N_{c4}(nT_k)$ можна визначити:

$$N_{c4}(nT_k) = \sum_{(n-1)T_k}^{nT_k} N_{c3}(t), \quad (14)$$

де символ $\sum_{(n-1)T_k}^{nT_k}$ означає підсумовування потоку імпульсів на інтервалі T_k ; n – номер кадру.

Таким чином, вираз для середнього значення вихідного потоку $\bar{\xi}_{c_{\text{вих}}}$ можна записати:

$$\bar{\xi}_{c_{\text{вих}}} = \bar{N}_{c_{\text{вих}}} = \frac{P_{\text{вип}}}{h\nu} \frac{\tau_\Sigma}{k \cdot \tau_{\text{омт}} \cdot k_{\text{аб}}} S_\lambda S_{\text{пр}} T_{\text{н}}. \quad (15)$$

При формуванні потоку, що не взаємодіє з об'єктом спостереження, вираження для визначення його середнього значення, аналогічно до попереднього викладення, можна записати:

$$\bar{\xi}_{n_{\text{вих}}} = \bar{N}_{n_{\text{вих}}} = \frac{P_{\text{вип}}}{h\nu} \frac{\tau_{\text{об}}}{k \cdot \tau_{\text{омт}} \cdot k_{\text{аб}}} S_{\lambda} S_{\text{пр}} T_{\text{н}}. \quad (16)$$

При формуванні відклику фотоприймача під час спостереження прозорих об'єктів інтенсивність, сформована сигнальними фотонами в елементах розрізнення фотоприймача, буде меншою за інтенсивність, сформовану фоновими фотонами. Відповідно середнє значення $\bar{N}_{\text{вис}}$ вислідного (the result) потоку $\bar{\xi}_{\text{вис}}$ можна визначити:

$$\bar{\xi}_{\text{вис}} = \bar{N}_{\text{вис}} = \bar{N}_{n_{\text{вих}}} - \bar{N}_{c_{\text{вих}}} = \bar{N}_0 \frac{S_{\lambda} S_{\text{пр}}}{k \cdot \tau_{\text{омт}} \cdot k_{\text{аб}}} T_{\text{к}} (1 - \tau_{\text{об}}). \quad (17)$$

Знайдемо вираз для закону розподілу випадкової величини $\xi_{\text{вис}}(nT_k)$. Випадкова величина $\xi_{\text{вис}}(nT_k)$ є різницею випадкових величин $\xi_{\text{Пвих}}(nT_k)$ і $\xi_{c_{\text{вих}}}(nT_k)$, кожна з яких розподілена за законом Пуассона. Закон розподілу для різниці незалежних випадкових величин, що мають пуассонівський розподіл із параметрами λ_1 і λ_2 , визначається виразом [4]:

$$p(\eta = n) = \begin{cases} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)} I_0(2\sqrt{\lambda_1 \lambda_2}), & \text{при } n = 0, \\ e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)} \left[\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^{\frac{n}{2}} + \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^{\frac{n}{2}} \right] I_n(2\sqrt{\lambda_1 \lambda_2}), & \text{при } n = 1, 2, \dots, \end{cases} \quad (18)$$

де $I_n(2\sqrt{\lambda_1 \lambda_2})$ – функція Бесселя n -го порядку.

Зауважимо, що в даному випадку $\lambda_1 = \bar{\xi}_{c_{\text{вих}}} = \bar{N}_{c_{\text{вих}}}$ і $\lambda_2 = \bar{\xi}_{n_{\text{вих}}} = \bar{N}_{n_{\text{вих}}}$, а $\eta = \xi_{\text{вис}} = N_{\text{вис}}$.

На відміну від розподілу Пуассона, обвідна якого асиметрична, особливо при невеликих значення λ , обвідна розподілу ймовірності різниці пуассонівських потоків прямує до симетричної для великих λ_1 і λ_2 [10].

4. 2. Опис процесу формування вихідного сигналу оптико-електронної системи на основі хвильової теорії

Приймальні сигнали в оптико-електронних системах, що аналізуються з позиції хвильової теорії, яка ґрунтується на системі диференціальних рівнянь

Максвелла. Сигнали описують напруженості електричного і магнітного полів, електричної та магнітної індукції і густини електричного заряду. У систему рівнянь Максвелла також входять матеріальні рівняння, що характеризують поведінку різних середовищ в електромагнітному полі. З урахуванням матеріальних рівнянь і граничних умов, система рівнянь Максвелла є повною і дозволяє вивчити всі властивості електромагнітного поля і багато процесів взаємодії поля з речовинами. Хвильова теорія дозволяє ґрунтовно пояснити процеси інтерференції і дифракції світла.

На вхід оптичної системи потрапляє оптичне випромінювання від об'єкта. При проходженні крізь систему відбувається дифракція світла на апертурах оптичних елементів. Явище дифракції для лінійно поляризованого світла розглянемо за умови, що розміри перешкоди набагато більші довжини хвилі використовуваного випромінювання.

На сучасному етапі все частіше в якості джерела світла використовуються не тільки плоскі та сферичні хвилі, а ще й моди лазерного резонатора. Форма отвору може бути довільної форми, як і фазовий розподіл. Множина мікроджерел початкового поля в площині джерел $X'Y'$ описується розподілом амплітуди $A_0(x', y')$ та фази $\Phi_0(x', y')$. Інтерференція від усіх мікроджерел формує в кожній точці на площині спостереження XU на відстані z значення комплексної амплітуди [12] яке можна записати за допомогою інтеграла Кірхгофа:

$$A(x, y, z) \sim \iint A_0(x', y') \frac{\exp(-i(kr + \Phi_0(x', y'))}{r} dx' dy', \quad (19)$$

де r – радіус-вектор, $r = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + z^2}$, k – хвильове число. Результуючу комплексну амплітуду представимо виразом $A(x, y, z) = U(x, y, z) + iV(x, y, z)$, з якого можна визначити модуль амплітуди $|A(x, y, z)| = \sqrt{U(x, y, z)^2 + V(x, y, z)^2}$. При реєстрації сигналу завжди вимірюється інтенсивність, яка пропорційна квадрату модуля комплексної амплітуди $I(x, y, z) \approx |A(x, y, z)|^2$.

Інтеграл Кірхгофа розраховується за допомогою методів чисельного інтегрування з високою точністю. Якщо існує потреба визначення властивостей топологічного об'єкта світлового поля в області з розмірами декількох довжин хвиль, то його аналітичний розв'язок дає однозначну відповідь [24].

Для добре відомої задачі дифракції плоскої хвилі на круглому отворі радіуса a , визначають область Френеля за відстанню з відліком від отвору до $z < a^2/\lambda$. В цій області зі зміною відстані спостереження суттєво змінюється й

дифракційна картина. Наступна область Фраунгофера $z \geq \frac{a^2}{\lambda}$ якісно відрізняється тим, що дифракційна картина в ній подібна напротязі всієї області до нескінченності.

В залежності від того на якій відстані вивчається дифракційна картина формулу (19) можна модифікувати. Перше спрощення можна зробити в припущенні малих кутів, яке математично формулюється у вигляді нерівностей $|x - x'| / z \ll 1$, $|y - y'| / z \ll 1$ та отримуємо вираз:

$$A(x, y, z) \sim \iint A_0(x', y') \exp \left(-i \left(\frac{k(x - x')^2 + k(y - y')^2}{2z} + \Phi_0(x', y') \right) \right) dx' dy'. \quad (20)$$

Вираз (20) носить назву інтеграла Френеля і використовується у випадках коли відстань спостереження значно більша розмірів зображення. Наступне спрощення інтеграла Френеля можливо, якщо ми спостерігаємо об'єкт на нескінченності або у фокальній площині лінзи, тоді $z \rightarrow \infty$. Такий вираз називається інтегралом Фраунгофера та має вигляд:

$$A(x, y, z) \sim \iint A_0(x', y') \exp \left(-i(kxx' + kyy' + \Phi_0(x', y')) / z \right) dx' dy'. \quad (21)$$

Використання певного запису розрахунку дифракційного поля (19)–(21) визначається метою та завданнями дослідження.

Як приклад, наведено фрагмент інтенсивності розрахованого дифракційного поля (рис. 3, *а*) та отриманого експериментально в оптичній лабораторії (рис. 3, *б*) для задачі проходження плоскої хвилі крізь подвійний фазовий клин з роботи [25]. На експериментальному зображенні присутні шуми від камери та небажані горизонтальні інтерференційні смуги, як прояв недоліків оптичної системи. Їх просторові параметри можна визначити за даними розподілу інтенсивності.

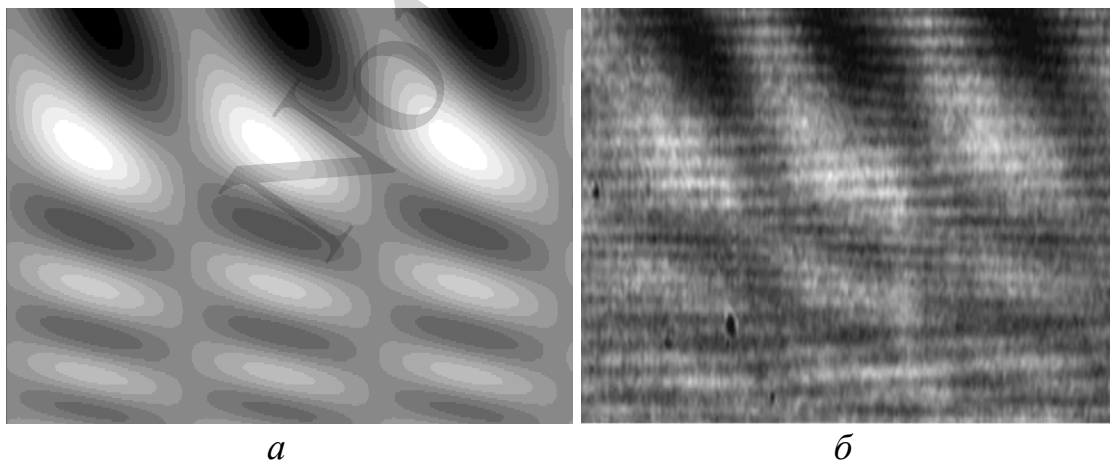


Рис. 3. Розподіли інтенсивності: *а* – розрахунковий; *б* – експериментальний

Стохастичний розподіл інтенсивності можна спостерігати в найпростішому випадку у незбуреному лазерному пучку одразу за вихідним вікном лазера у вигляді спекл-структури поля. Воно виникає завдяки інтерференції хвиль, які відбиваються від шорховатої поверхні в резонаторі лазера. Математичний

опис цього явища може бути записаний у вигляді додавання випадкової фазової функції до поля $\Phi_{rnd}(x', y')$ до хвильового фронту пучка:

$$\Phi(x', y') \sim kxx' + kyy' + \Phi_0(x', y') + \Phi_{rnd}(x', y'). \quad (22)$$

Формулу (22) можна застосовувати також для опису проходження світлового пучка крізь неоднорідне середовище, наприклад матову пластинку, а також для розрахунку флуктуацій інтенсивності пучка, що пройшов крізь турбулентне середовище. В цих випадках вплив середовища на фазу визначається через функцію флуктуацій показника заломлення. Спекл-поле застосовується у фотоакустичній томографії [26] та для вимірювання еластичних та температурних властивостей композитних матеріалів [27].

Зазначимо, що кожен тип лазерів може проявляти свої унікальні флуктуації інтенсивності, що обумовлені його конструкцією. Наприклад, зміна просторової інтенсивності пучка у часі може свідчити про нестабільну роботу лазера, що інколи спостерігається в перші хвилини його роботи. Для твердотільних лазерів такі флуктуації інтенсивності можливі завдяки флуктуаціям хвилі накачки. Флуктуації хвилі накачки переносяться в хвилю генерації та спричиняють багаточастотну генерацію. Опис просторово-часового розподілу інтенсивності можливий з використанням інтегралу:

$$A(x, y, t, z) = \int_{-\infty}^{\infty} G(x, y, \nu, z) \exp(i2\pi\nu t) d\nu, \quad (23)$$

де ν – частота хвилі, функція $G(x, y, \nu, z)$ визначається за допомогою зворотнього перетворення Фур'є:

$$G(x, y, \nu, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(f_x, f_y, \nu, z) \exp(2\pi i(xf_x + yf_y)) df_x df_y. \quad (24)$$

Інформацію про визначення функції $g(f_x, f_y, \nu, z)$ можна знайти в роботі [28].

5. Статистичні характеристики сигналів на виході фотоприймача

Характеристики сигналу при постійній інтенсивності світлового потоку. Якщо інтенсивність світлового сигналу не флуктує в часі $I(t)=I_0$, то ймовірність формування фотоелектронів на інтервалі τ залежить тільки від його тривалості і не залежить від розташування інтервалу на часовій осі. Такий потік фотоелектронів можна вважати стаціонарним. Наступні моменти формування фотоелектронів не залежать від попередніх (відсутність післядії). У цьому випадку розподіл числа електронів n на інтервалі будь-якої тривалості описується законом Пуассона [14, 15, 23]:

$$P(n) = \frac{\bar{n}^n}{n!} e^{-\bar{n}}, \quad (25)$$

де $P(n)$ – імовірність вильоту n фотоелектронів на інтервалі τ .

Математичне сподівання числа фотоелектронів на інтервалі

$$M(n) = \sum_{n=0}^{\infty} n P_{(n)} = \bar{n}.$$

Дисперсія числа вильотів фотоелектронів

$$\sigma^2 = \langle (n - \bar{n})^2 \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} (n - \bar{n})^2 P(n) = \bar{n}.$$

Дисперсія і математичне сподівання дорівнюють середньому числу фотоелектронів на інтервалі спостереження. Окрім стаціонарності й відсутності післядії, пуассонівський потік характеризується ординарністю (проходженням фотоелектронів поодиночі, а не парами або трійками).

Важливою властивістю закону Пуассона є те, що сума N процесів із пуассонівськими розподілами є також пуассонівським процесом із середнім значенням, що дорівнює сумі середніх значень N процесів [29, 30].

При $n \gg 10$ розподіл Пуассона добре апроксимується нормальним законом розподілу [22, 23]:

$$P(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi n}} e^{-\frac{(n-\bar{n})^2}{2\bar{n}}}. \quad (26)$$

Характеристики сигналу при випадкових флуктуаціях інтенсивності світлового потоку. Розглянемо випадок, коли $\mu(t)$ є випадковою функцією, що спостерігається при флуктуаціях світлового потоку, який потрапляє на вхід фотоприймача. При цьому ймовірність появи фотоелектрону на малому інтервалі спостереження (експозиції) τ буде залежати від величини $\mu(t)$, тобто буде змінюватися в часі випадковим чином.

Для більш зручного опису введемо нормовану випадкову функцію $\xi(t)$, таку, що $\mu(t) = \xi(t)\bar{\mu}$, де:

$$\bar{\mu} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \mu(t) dt,$$

$$\bar{\xi} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \xi(t) dt = 1.$$

Випадкову функцію $\xi(t)$ можна схарактеризувати інтервалом кореляції τ_K . Від співвідношення інтервалів τ і τ_K залежать статистичні характеристики сигналу на виході фотоприймача.

Якщо час спостереження (тривалість реалізації) $\tau \ll \tau_K$, то на цьому інтервалі значення $\xi(t)$ можна вважати постійним і не залежним від часу. Середнє число фотоелектронів на інтервалі спостереження τ буде дорівнювати $n_1 = \xi \bar{n}$, де $\bar{n} = \mu \tau$.

Розподіл фотоелектронів на інтервалі при фіксованому значенні ξ відповідає розподілу Пуассона:

$$P(n / \xi) = \frac{(\xi \bar{n})^n}{n!} e^{-\xi \bar{n}}. \quad (27)$$

Для того щоб знайти розподіл $P(n)$, необхідно усереднити спільний розподіл n і $\xi P(n, \xi)$ по ξ . При цьому:

$$P(n, \xi) = P(n / \xi) P(\xi).$$

Відклик сигналу, відбитого від об'єкта, і фону на вході приймача має нормальні флуктуації. Це відбувається внаслідок того, що сигнал від об'єкта створюється в результаті інтерференції статистично незалежних полів, відбитих від великої кількості «блискучих точок» розсіювальної поверхні. Фонове випромінювання також створюється великою кількістю випадково розташованих розсіювачів (частинок). При нормальних флуктуаціях напруженості миттєва інтенсивність сигналу, а отже, й інтенсивність потоку фотоелектронів, які характеризуються величиною ξ , флуктує за експоненціальним законом:

$$P(\xi) = e^{-\xi}, \quad (28)$$

$$P(n) = \int_0^{\infty} P(n / \xi) P(\xi) d\xi = \int_0^{\infty} \frac{(\xi \bar{n})^n}{n!} e^{-\xi \bar{n}} e^{-\xi} d\xi = \frac{1}{n+1} \left(\frac{\bar{n}}{n+1} \right)^n. \quad (29)$$

Такий розподіл називається геометричним, або розподілом Бозе-Ейнштейна. Математичне сподівання цього розподілу $M(n) = \bar{n}$, а дисперсія:

$$\sigma^2 = \bar{n} (1 + \bar{n}). \quad (30)$$

Інший практично важливий випадок трапляється, коли час спостереження $\tau \gg \tau_K$. Значення інтенсивності потоку електронів $\mu(t)$ через інтервали часу

$\Delta t \gg \tau_K$ статистично незалежні. Якщо розбити час спостереження τ на $m = \frac{\tau}{\tau_K}$ інтервалів, то на кожному інтервалі матимемо розподіл $P(n)$, що підпорядковується закону Бозе-Ейнштейна із середнім значенням $\bar{n}_m = \bar{\mu}\tau_K = \bar{n} / m$. За інтервал τ відбувається додавання m статистично незалежних величин, кожна з яких має розподіл Бозе-Ейнштейна. При цьому імовірність появи n носіїв описується негативним біноміальним розподілом:

$$P(n) = \frac{(m+n-1)!}{(m-1)!n!} \left(\frac{\bar{n}_m}{\bar{n}_m+1} \right)^n \cdot \left(\frac{1}{\bar{n}_m+1} \right)^m. \quad (31)$$

Математичне сподівання цього розподілу дорівнює середньому числу фотоелектронів, що вилітають за інтервал τ :

$$M(n) = \bar{n} = \bar{n}_m \cdot m,$$

а дисперсія

$$\sigma^2 = \bar{n} \left(1 + \frac{\bar{n}}{m} \right). \quad (32)$$

Таким чином статистичні уявлення вихідних сигналів мають різні характеристики. Згідно з методами опису вихідні сигнали на основі хвильової теорії апроксимують гуасовим розподілом. При використанні корпускулярних властивостей оптичного поля використовується Пуасонівська, Бозе-Ейнштейна та експоненціальна статистики.

6. Визначення ефективності оптико-електронних систем

Традиційні методи виявлення сигналів в оптико-електронних системах за критерієм відношення сигнал/шум ґрунтуються на пороговому обробленні сигналу. Тобто на порівнянні величини відклику фоточутливих елементів на вплив адитивної суміші сигнальної і фонові складові з установленим граничним значенням, величина якого зумовлена обраним критерієм якості прийняття рішення. Рішення про виявлення сигналу приймається, коли амплітуда електричного сигналу, сформованого одним елементом розрізнення матриці фотоприймачів, перевищує встановлене значення порога [11, 14, 19]. Визначимо ефективність оптико-електронних систем за критерієм відношення сигнал/шум на основі корпускулярного та хвильового опису сигналів.

При використанні корпускулярної моделі опису вихідних сигналів оптико-електронних систем, можна зробити висновок про те, що при $\bar{n}_n \gg \bar{n}_c$ під час виявлення оптичних сигналів теж можна ввести як параметр виявлення відношення сигнал/шум на виході приймача у вигляді:

$$\phi = \bar{n}_c / \sqrt{\bar{n}_n + \bar{n}_c}. \quad (33)$$

При використанні хвильової моделі опису вихідних сигналів оптико-електронних систем вираз (33) збігається з виразом величини відношення сигнал/шум при $x(t) \sim \mu_c(t)$ з повністю відомими параметрами, що спостерігається в білому шумі зі спектральною щільністю $N_0/2 \sim \mu_n$:

$$q = \sqrt{2E/N_0}, \quad (34)$$

де $E = \int_0^\tau x^2(t) dt$ – енергія сигналу.

Тоді для сигналу при $x(t) \sim \mu_c(t) = \mu_c$, $N_0/2 \sim \mu_n$:

$$q = \sqrt{\mu_c^2 \tau / \mu_n} = \mu_c \tau / \sqrt{\mu_n \tau} = \bar{n}_c / \sqrt{\bar{n}_n}.$$

Можливість застосування величини відношення сигнал/шум ϕ як параметра виявлення оптичних сигналів лише за умови $\bar{n}_n \gg \bar{n}_c$ ілюструє графік на рис. 4.

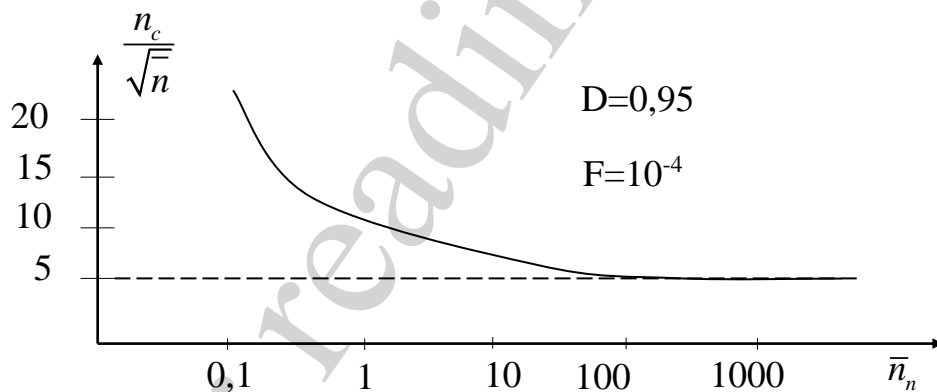


Рис. 4. Залежність величини відношення сигнал/шум від шумової складової

Наведено типову залежність відношення $\bar{n}_c / \sqrt{\bar{n}_n + \bar{n}_c}$ від \bar{n}_n при фіксованих імовірності правильного виявлення D і імовірності помилкового виявлення F . Як випливає з аналізу рис. 4, вже при $\bar{n}_n > 100$ величина відношення $\bar{n}_c / \sqrt{\bar{n}_n + \bar{n}_c}$ стабілізується, а, отже, однозначно характеризує значення D і F . При виконанні цієї умови для визначення D і F можна розрахувати параметр ϕ і користуватися класичними співвідношеннями для характеристик виявлення сигналу з відомими параметрами в білому шумі. Практично умова $\bar{n}_n > 100$ завжди виконується, якщо використовуються фотоприймачі з внутрішнім фотоелементом (фотодіоди, фоторезистори тощо).

Фізичне значення переходу до класичного випадку полягає в тому, що при $\bar{n}_n \gg \bar{n}_c$ імпульси, які перешкода формує на виході, зливаються один з одним. Реалізація перешкоди набуває вигляду характерної шумової доріжки. При цьому для надійного виявлення сигналу досить забезпечити його перевищення над флуктуаціями перешкоди, а не над її постійною складовою.

7. Обговорення результатів щодо використання моделей опису сигналів при розрахунках показників ефективності систем

На основі проведеного опису процесу формування сигналів оптико-електронних систем було розглянуто вплив зовнішніх та внутрішніх факторів на вихідні сигнали. Зазначено наступне.

При застосуванні моделі, яка заснована на хвильовій теорії світла врахування хвильових властивостей оптичного випромінювання дає змогу врахувати статистичні характеристики випадкових змін комплексної амплітуди поля шляхом додавання випадкової фазової функції до хвильового фронту, що є результатом інтерференції хвиль від усіх мікроджерел.

При застосуванні моделі, яка заснована на корпускулярній теорії світла, врахування корпускулярних властивостей оптичних полів дає можливість урахувати зміни статистичних характеристик сигналів, які відбуваються при зниженні енергії оптичних сигналів. У цій ситуації суттєву роль відіграє корпускулярна структура сигналів. Опис оптичних полів безперервними функціями, характерний для хвильової теорії, та використання безперервних імовірнісних розподілів при описі статистичних характеристик сигналів може стати джерелом помилок в оцінках показників ефективності систем.

В інженерній практиці сучасних оптико-електронних систем в основі методів оптимального виявлення, як для прямого (некогерентного), так і для гетеродинного (когерентного), детектування лежать статистичні властивості реальних сигналів та завад на виході фотоприймача. Особливу роль при виявленні сигналів низької енергії відіграють зміни дисперсії вихідного потоку, вирази (30) і (32).

Запропонований опис статистичних особливостей вихідних сигналів показав, що при зміні енергетичних властивостей сигнальних та шумових компонент змінюються закони розподілу вихідних сигналів, вирази (26), (27), (29). Статистичний розподіл сигналів на виході фотоприймача при постійній інтенсивності описується законом Пуассона (26). При врахуванні випадкових флуктуацій сигнальної складової за допомогою корпускулярної моделі, дисперсія у вихідному сигналі, вираз (32), може збільшуватись, що в свою чергу може впливати на точність оцінки показників ефективності систем.

Проведений аналіз ефективності систем з використанням різних методів опису оптичних полів показав можливість використання критерію величини відношення сигнал/шум при фіксованих характеристиках виявлення сигналів (рис. 4). Однак порівняльний аналіз отриманих виразів показав, що при використанні корпускулярного опису, вираз (33), на відміну від хвильового опису, вираз (34), величина відношення сигнал/шум має кінцеве значення, навіть при умові зменшення, або при повній відсутності завад. Кінцеве значення величини

відношення сигнал/шум обумовлено врахуванням при корпускулярному описі власних шумів сигнальної складової, які є наслідком її корпускулярної (дискретної у часі) структури.

Межі застосування корпускулярної та хвильової моделей можна визначити значенням енергії сигнальної та шумової складових. При прийомі «сильних» сигналів, енергія яких достатня для того, щоб проявилася хвильова структура оптичного випромінювання, можна без значних помилок використовувати хвильовий опис сигналів. При описі «слабких» сигналів, для яких визначальною є корпускулярна структура, необхідно використовувати корпускулярну модель. Цей підхід надає можливість більш точної оцінки показників ефективності систем з врахуванням змін статистичних властивостей оптичних сигналів. Врахування умов роботи оптико-електронних систем потребує проведення додаткових розрахунків параметрів сигналів та перешкод у кожному конкретному випадку.

Перспективними для подальших досліджень є напрями, пов'язані із розробленням високоефективних алгоритмів виявлення сигналів у широкому діапазоні енергій з врахуванням змін статистичних особливостей вихідних сигналів оптико-електронних систем.

8. Висновки

1. Вхідні сигнали можна описувати з позицій хвильової і корпускулярної моделей, оскільки оптичні сигнали виявляють як властивості хвилі, так і корпускули. Хвильова теорія дозволяє описувати процеси дифракції та інтерференції. Оскільки енергія кванта оптичного діапазону досить велика, взаємодію поля з речовиною можна описати і за допомогою корпускулярної теорії з врахуванням процесів поглинання.

2. Аналіз методів опису вихідних сигналів з врахуванням статистичних властивостей засвідчив, що при описі вихідних сигналів оптико-електронних систем, які реєструють сигнали з різними властивостями, використовують пуассонівський і гауссів розподіл. Сигналам із постійною інтенсивністю потоку притаманні всі властивості пуассонівського закону. Інваріантність пуассонівських потоків зумовлює опис адитивної суміші сигнального і фонового потоків за допомогою пуассонівського потоку.

3. Розрахунки ефективності оптико-електронних систем за критерієм відношення сигнал/шум на основі корпускулярного та хвильового опису сигналів показали доцільність його застосування при умові $\bar{n}_n > 100$ та стабілізації статистичних властивостей сигнального на фонового потоків.

Література

1. Федосеев, В. И., Колосов, М. П. (2007). Оптико-электронные приборы ориентации и навигации космических аппаратов. Москва: Логос, 248.
2. Парфенов, В. И., Кириллов, В. С. (2012). Обнаружение оптических сигналов при приеме потока фотоэлектронов с неизвестной формой плотности. Компьютерная оптика, 36 (4), 618–622.
3. Flores-Fuentes, W., Rivas-Lopez, M., Sergiyenko, O., Gonzalez-Navarro, F., Rivera-Castillo, J., Hernandez-Balbuena, D. (2013). Digital Signal Pro-

cessing on Optoelectronic for SHM. In Proceedings of the World Congress on Engineering and Computer Science. Vol. I. San Francisco.

4. Стрелков, А. И., Москвитин, С. В., Лытюга, А. П., Стрелкова, Т. А. (2010). Оптическая локация. Теоретические основы приема и обработки оптических сигналов. Харьков: Апостроф, 312.

5. Dutton, N. A. W., Gyongy, I., Parmesan, L., Gnecci, S., Calder, N., Rae, B. R. et. al. (2016). A SPAD-Based QVGA Image Sensor for Single-Photon Counting and Quanta Imaging. *IEEE Transactions on Electron Devices*, 63 (1), 189–196. doi: <https://doi.org/10.1109/ted.2015.2464682>

6. Fossum, E. R. (2013). Modeling the Performance of Single-Bit and Multi-Bit Quanta Image Sensors. *IEEE Journal of the Electron Devices Society*, 1 (9), 166–174. doi: <https://doi.org/10.1109/jeds.2013.2284054>

7. Ma, J., Masoodian, S., Starkey, D. A., Fossum, E. R. (2017). Photon-number-resolving megapixel image sensor at room temperature without avalanche gain. *Optica*, 4 (12), 1474. doi: <https://doi.org/10.1364/optica.4.001474>

8. Al-Ani, M. S., Ali Alheeti, K. M. (2017). Precision Statistical Analysis of Images Based on Brightness Distribution. *Advances in Science, Technology and Engineering Systems Journal*, 2 (4), 99–104. doi: <https://doi.org/10.25046/aj020413>

9. Dutton, N., Gyongy, I., Parmesan, L., Henderson, R. (2016). Single Photon Counting Performance and Noise Analysis of CMOS SPAD-Based Image Sensors. *Sensors*, 16 (7), 1122. doi: <https://doi.org/10.3390/s16071122>

10. Никитин, В. М., Фомин, В. Н., Николаев, А. И., Борисенков, И. Л. (2008). Адаптивная помехозащита оптико-электронных информационных систем. Белгород: Изд-во БелГУ, 196.

11. Тихонов, В. И. (1983). Оптимальный прием сигналов. Москва: «Радио и связь», 320.

12. Matveev, A. N. (1988). *Optics*. Moscow: Mir, 446.

13. Стрелкова, Т. (2017). Розвиток стохастико-детермінованої теорії прийому та обробки сигналів в оптико-електронних системах. Київ, 343.

14. Strelkova, T., Kartashov, V., Lytyuga, A. P., Strelkov, A. I. (2017). Theoretical Methods of Images Processing in Optoelectronic Systems. *Advances in Computational Intelligence and Robotics*, 180–205. doi: <https://doi.org/10.4018/978-1-5225-0632-4.ch006>

15. Федосеев, В. И. (2011). Прием пространственно-временных сигналов в оптико-электронных системах (пуассоновская модель). Москва: Логос, 232.

16. Cunningham, I. A., Shaw, R. (1999). Signal-to-noise optimization of medical imaging systems. *Journal of the Optical Society of America A*, 16 (3), 621. doi: <https://doi.org/10.1364/josaa.16.000621>

17. Feng Yang, Lu, Y. M., Sbaiz, L., Vetterli, M. (2012). Bits From Photons: Oversampled Image Acquisition Using Binary Poisson Statistics. *IEEE Transactions on Image Processing*, 21 (4), 1421–1436. doi: <https://doi.org/10.1109/tip.2011.2179306>

18. Bédard, G. (1967). Analysis of Light Fluctuations from Photon Counting Statistics*. *Journal of the Optical Society of America*, 57 (10), 1201. doi: <https://doi.org/10.1364/josa.57.001201>

19. Стрелкова, Т. А. (2015). Использование устойчивых законов распределения при оценке эффективности обработки сигналов в оптико-электронных системах. *Восточно-Европейский журнал передовых технологий*, 2 (9 (74)), 4–10. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2015.39950>
20. Курикша, А. А. (1973). *Квантовая оптика и оптическая локация (статистическая теория)*. Москва: Советское радио, 183.
21. Шереметьев, А. Г. (1971). *Статистическая теория лазерной связи*. Москва: «Связь», 264.
22. Вентцель, Е. С., Овчаров, Л. А. (2000). *Теория случайных процессов и ее инженерные приложения*. Москва: Высшая школа, 383.
23. Феллер, В. (1967). *Введение в теорию вероятности и ее приложения*. Т. 2. Москва: Мир, 765.
24. Khoroshun, A. N., Vasnetsov, M. V., Pas'ko, V. A., Soskin, M. S. (2007). Structure of the axial intensity minima in the Fresnel diffraction on a circular opening and superluminous effects. *Optics Communications*, 271 (2), 316–322. doi: <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2006.10.030>
25. Khoroshun, A., Ryazantsev, A., Ryazantsev, O., Sato, S., Kozawa, Y., Masajada, J. et. al. (2020). Formation of an optical field with regular singular-skeleton structure by the double-phase-ramp converter. *Journal of Optics*, 22 (2), 025603. doi: <https://doi.org/10.1088/2040-8986/ab61c9>
26. Horstmann, J., Spahr, H., Buj, C., Münter, M., Brinkmann, R. (2015). Full-field speckle interferometry for non-contact photoacoustic tomography. *Physics in Medicine and Biology*, 60 (10), 4045–4058. doi: <https://doi.org/10.1088/0031-9155/60/10/4045>
27. Kumar, M., Khan, G. S., Shakher, C. (2015). Measurement of elastic and thermal properties of composite materials using digital speckle pattern interferometry. *SPECKLE 2015: VI International Conference on Speckle Metrology*. doi: <https://doi.org/10.1117/12.2196390>
28. Kulya, M., Petrov, N. V., Tsytkin, A., Egiazarian, K., Katkovnik, V. (2019). Hyperspectral data denoising for terahertz pulse time-domain holography. *Optics Express*, 27 (13), 18456. doi: <https://doi.org/10.1364/oe.27.018456>
29. Большаков, И. А., Ракошиц, В. С. (1978). *Прикладная теория случайных потоков*. Москва: Сов. радио, 248.
30. Кокс, Д., Льюис, П. (1969). *Статистический анализ последовательностей событий*. Москва: Мир, 312.