О ПЛАНИРОВАНИИ ЛИКВИДАЦИИ УЗКИХ МЕСТ В УСЛОВИЯХ РИСКА И НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Э. А. Дедиков, С. А. Канцедал

Харьков

1. Постановка задачи

Новая хозяйственная реформа ставит перед промышленными предприятиями задачу принятия на себя, с одной стороны, напряженных планов, а, с другой, стороны, повышенных обязательств, которые должны быть реальными, учитывающими влияние на выполнение плана множества отрицательно действующих факторов. Одна из возможных моделей напряженного плана, получаемого посредством ликвидации узких мест, была предложена в [1]. Согласно этой модели ликвидация узких мест осуществляется путем введения дополнительных объемов ресурсов как из внешней среды, так и за счет выявления внутренних резервов. В общем случае, поскольку связи во времени каждого конкретного предприятия с внешней средой не являются регулярными, процесс введения дополнительных объемов ресурсов в требуемые моменты подвержен влиянию случая. Исходя из здравого смысла, можно предположить, что для заданного момента времени более вероятным является введение меньших объемов ресурсов. Тогда степень реализуемости напряженного плана можно значительно повысить путем рационального выбора необходимых объемов вводимых ресурсов. Используя алгоритм [1], можно получить множество напряженных планов, каждому из которых соответствует вполне определенный набор ресурсов, и исследовать каждый из наборов с точки зрения его наиболее вероятной реализуемости в требуемые сроки. Для решения этой задачи целесообразно воспользоваться методами теории выбора решений в условиях риска и неопределенности [2], [3].

2. Состояния природы и действия

Пусть для некоторой производственной ситуации с узкими местами по методу [1] решена задача ликвидации, в результате чего найдены оптимальный вектор дополнительных ресурсов

$$\Delta\bar{B}^* = (\Delta b_1^*,\ \Delta b_2^*, \ldots \Delta b_m^*) \qquad (1)$$

и план

$$\Delta\bar{X}^* = (\Delta x_1^*,\ \Delta x_2^*, \ldots \Delta x_n^*). \qquad (2)$$

Будем полагать, что в общем случае введению подлежит и некоторое количество агрегатов. Тогда очевидно, что вектор (1) должен быть преобразован в частично целочисленный путем деления соответствующих компонент на годовые фонды времени каждого агрегата с учетом перевыполнения норм на них, с дальнейшим округлением полученного результата до ближайшего большего целого числа. В результате проведения указанных операций получим некоторый вектор ресурсов

$$\bar{Q} = (q_1,\ q_2, \ldots q_m). \qquad (3)$$

Далее введем понятие базового типа ресурса, под которым будем подразумевать тип ресурса, которому соответствует компонента в (3), определяющая максимальное число вводимых агрегатов. Если базовый

тип ресурса содержит v единиц, то число состояний объективных условий равно $v+1$ (0, 1, 2, ..., v) и каждое из них определяется путем решения $v-1$ раз задачи по аглоритму [1] с переменным ограничением на базовый тип ресурса. Таким образом, получаем следующие векторные последовательности, определяющие, соответственно, состояния природы и действия (принимаемые к исполнению напряженные планы)

$$\{\bar{Q}_0, \bar{Q}_1 \ldots \bar{Q}_l \ldots \bar{Q}_v\} \tag{4}$$

$$\{\bar{Y}_0, \bar{Y}_1 \ldots \bar{Y}_k \ldots \bar{Y}_v\}, \tag{5}$$

где

$$\bar{Y}_0 = \bar{X};\ \bar{Y}_1 = \bar{X} + \Delta\bar{X};\ \ldots\ \bar{Y}_k = \bar{X} + \Delta\bar{X}_k;\ \ldots\ \bar{Y}_v = \bar{X} + \Delta\bar{X}_v;\ \ldots$$

а $\bar{X}$ — вектор-план, найденный до решения задачи ликвидации узких мест.

3. Прогнозирование состояний среды (природы)

Предсказание состояний природы заключается в определении достоверных оценок вероятностей каждого из возможных событий. Рассматриваемая задача имеет некоторые особенности, связанные, во-первых, с тем, что любое состояние объективных условий задано вектором из последовательности (4) и, во вторых, событие, состоящее в реализации каждого из состояний природы, следует рассматривать как функцию времени, определенную на интервале выполнения плана. Таким образом, $\bar{Q}_l = (q_{0l}, q_{1l} \ldots q_{tl} \ldots q_{ml})$ элемент последовательности (4) необходимо рассматривать как сложное событие, состоящее в осуществлении элементарных событий $q_{0l}(t), q_{01}(t) \ldots q_{tl}(t) \ldots q_{ml}(t)$.

Введем следующее условие: будем полагать, что l-е состояние природы реализовалось в требуемый момент времени, если реализовались в заданные сроки все компоненты $\bar{Q}_l$. Так как события, определяемые набором компонент каждого элемента последовательности (4), можно считать независимыми в вероятностном смысле, то для вероятности сложного события имеем следующее выражение:

$$P[\bar{Q}_l(t)] = \prod_{t\in\Omega} P[q_{tl}(t)], \tag{6}$$

где Ω — множество типов вновь вводимых ресурсов.

Для определения $P[q_{tl}(t)]$ прежде всего вводится условие нормировки вида

$$\sum_{l=0}^{v} P[q_{tl}(t)] = 1 \tag{7}$$

и, в свою очередь, каждый элемент последовательности

$$\{q_{0l}(t), q_{1l}(t) \ldots q_{tl}(t) \ldots q_{vl}(t)\} \tag{8}$$

представляется совокупностью элементарных событий, вероятности которых могут быть определены по методике экспертных оценок [4]. Объединяя элементарные события с помощью логических функций типа дизъюнкций и конъюнкций в сложные события, легко могут быть найдены вероятности последовательности (8), а, следовательно, и оценка вероятностей каждого из состояний природы.

4. Отклик системы

Отклик системы в рассматриваемом случае представляется совокупностью результатов, которые могут быть поставлены в соответствие каждой паре «состояние природы — действие». Таким образом, имеем матрицу $||W_{kl}||$ $k=\overline{0, v}$; $l=\overline{1, v}$, где W_{kl} — значение фонда материального поощрения, которое предполагается получить, если реализуется k-е состояние природы, а к исполнению принят l-й план.

Методика вычисления элементов матрицы $||W_{kl}||$ строится на основании учета двух факторов: во-первых, согласно [5] отчисления от прибыли в фонд материального поощрения осуществляются по результатам работы предприятия за квартал, полугодие, $^3/_4$ года и год; во-вторых, принимаются во внимание возможные отклонения плана от заданного уровня как по объему реализации, так и по рентабельности. В случае невыполнения плана по названным показателям отчисления в фонд материального поощрения уменьшаются по повышенным нормативам. Если же план перевыполняется, то отчисления увеличиваются по сниженным нормативам.

Имеем следующие выражения для вычисления потерь и выигрышей при отклонении уровня плана от заданного:

$$\Delta W_{\Theta}^{-} = Z' a_1 \rho_1 \frac{\Delta\Theta}{\Theta}, \tag{9}$$

$$\Delta W_{R}^{-} = Z a_2 \rho_2 \Delta R, \tag{10}$$

$$\Delta W_{\Theta}^{+} = Z' a_1 \gamma_1 \frac{\Delta\Theta}{\Theta}, \tag{11}$$

$$\Delta W_{R}^{+} = Z a_2 \gamma_2 \Delta R, \tag{12}$$

где $\Delta W_{\Theta}^{-}, \Delta W_{\Theta}^{+}$ — соответственно величины уменьшения и увеличения фонда материального поощрения при отклонении уровня плана от заданного по объему реализации;

$\Delta W_{R}^{-}, \Delta W_{R}^{+}$ — то же, что и $\Delta W_{\Theta}^{-}, \Delta W_{\Theta}^{+}$, только по уровню рентабельности;

z' — фонд зарплаты за истекший плановый промежуток времени;

z — годовой фонд зарплаты;

Θ — объем реализации за плановый промежуток времени;

$\Delta\Theta, \Delta R$ — отклонения от плана по объему реализации и уровню рентабельности за планируемый промежуток времени;

a_1, a_2 — нормативы отчислений за выполнение плана по объему реализации и уровню рентабельности;

ρ_1, ρ_2 — коэффициенты увеличения нормативов отчислений;

γ_1, γ_2 — коэффициенты уменьшения нормативов отчислений.

Покажем теперь, как, используя (9) — (12), вычислить потери или выигрыши для первого квартала планируемого периода. Для остальных планируемых промежутков выкладки не проводятся ввиду их громоздкости. Методика же рассуждений является аналогичной.

Для l-го плана имеем

$$\bar{Y}_l, \ W_l, \ \Theta_l, \ P_l, \ R_l, \ \Phi_l, \tag{13}$$

где W_t — планируемый фонд материального поощрения;
Θ_t — планируемый объем реализации;
P_t — планируемая прибыль;
R_t — уровень рентабельности;
Φ_t — производственные фонды.

Если выполнить распределение плана $\bar{Y}_t$ по кварталам и назначить сроки запуска в производство изделий, получим следующие данные:

$$\bar{Y}_t^{\mathrm{I}},\ \bar{Y}_t^{\mathrm{II}},\ \bar{Y}_t^{\mathrm{III}},\ \bar{Y}_t^{\mathrm{IV}} \tag{14}$$

$$\Theta_t^{\mathrm{I}},\ \Theta_t^{\mathrm{II}},\ \Theta_t^{\mathrm{III}},\ \Theta_t^{\mathrm{IV}} \tag{15}$$

$$P_t^{\mathrm{I}},\ P_t^{\mathrm{II}},\ P_t^{\mathrm{III}},\ P_t^{\mathrm{IV}} \tag{16}$$

$$t_t^{\mathrm{I}},\ t_t^{\mathrm{II}},\ t_t^{\mathrm{III}},\ t_t^{\mathrm{IV}}. \tag{17}$$

Здесь и впредь индексы вверху будут означать планируемые отрезки времени. Из (15), (16) легко можно получить следующие значения:

$$\Theta_t^{(1/4)},\ \Theta_t^{(1/2)},\ \Theta_t^{(3/4)}, \tag{18}$$

$$P_t^{(1/4)},\ P_t^{(1/2)},\ P_t^{(3/4)}, \tag{19}$$

а на основании (14)

$$\Delta\bar{X}_t^{\mathrm{I}},\ \Delta\bar{X}_t^{\mathrm{II}},\ \Delta\bar{X}_t^{\mathrm{III}},\ \Delta\bar{X}_t^{\mathrm{IV}} \tag{20}$$

$$\Delta\bar{X}_t^{(1/4)},\ \Delta\bar{X}_t^{(1/2)},\ \Delta\bar{X}_t^{(3/4)},\ \Delta\bar{X}_t. \tag{21}$$

Используя (20) и (21), получим

$$\Delta\Theta_t^{(1/4)},\ \Delta\Theta_t^{(1/2)},\ \Delta\Theta_t^{(3/4)},\ \Delta\Theta_t, \tag{22}$$

$$\Delta P_t^{(1/4)},\ \Delta P_t^{(1/2)},\ \Delta P_t^{(3/4)},\ \Delta P_t, \tag{23}$$

$$\Phi_t^{(1/4)},\ \Phi_t^{(1/2)},\ \Phi_t^{(3/4)},\ \Phi_t. \tag{24}$$

Располагая (18), (19), (22), (23), (24), легко составить общие выражения для вычисления потерь или выигрышей при реализации любого состояния природы.

Имеем

$$\Delta W_{kl}(t_t^{\mathrm{I}})_\theta = Z^{(1/4)}a_1\rho_1\frac{\Delta\Theta_{kl}^{(1/4)}}{\Theta_t^{(1/4)}} + Z^{(1/2)}a_1\rho_1\frac{\Delta\Theta_{kl}^{(1/4)}}{\Theta_t^{(1/2)}} + Z^{(3/4)}a_1\rho_1\frac{\Delta\Theta_{kl}^{(1/4)}}{\Theta_t^{(3/4)}} + Za_1\rho_1\frac{\Delta\Theta_{kl}^{(1/4)}}{\Theta_t}, \tag{25}$$

$$\Delta W_{kl}(t_t^{\mathrm{I}})_R = \sum_{\xi=1/4}^{1}\begin{Bmatrix} Za_2\rho_2|\Delta R_{kl}^{(\xi)}| & \text{при } \Delta R_{kl}^{(\xi)} < 0 \\ -Za_2\gamma_2|\Delta R_{kl}^{(\xi)}| & \text{при } \Delta R_{kl}^{(\xi)} > 0 \\ 0 & \text{при } \Delta R_{kl}^{(\xi)} = 0 \end{Bmatrix}. \tag{26}$$

Здесь индекс ξ принимает значения $1/4$, $1/2$, $3/4$, 1. При этом для состояния $\bar{Q}_0$ возможно невыполнение плана по объему реализации на величину $\Delta\Theta_{ol}^{(1/4)}$, а изменения рентабельности $\Delta R_{ol}^{(\xi)}$ находятся по выражению

$$\Delta R_{ol}^{(\xi)} = \frac{P_t^{(\xi)}}{\Phi_t} - \frac{P_t^{(\xi)} - \Delta P_t^{(1/4)}}{\Phi_t - \Phi_t^{(1/4)}}. \tag{27}$$

Для всех реализаций состояний природы, удовлетворяющих условию $k<l$, возможно невыполнение плана по объему реализации на величину

$$\Delta\Theta_{kl}^{(1|4)} = \Theta_l^{(1|4)} - \Theta_k^{(1|4)}, \tag{28}$$

а изменения рентабельности равны

$$\Delta R_{kl}^{(\xi)} = \frac{P_l^{(\xi)}}{\Phi_l} - \frac{P_k^{(\xi)}}{\Phi_k}. \tag{29}$$

Если реализуются состояния природы для условия $k>l$, учитывается возможность перевыполнения плана на величину

$$\Delta\Theta_{kl}^{(1|4)} = \Theta_k^{(1|4)} - \Theta_l^{(1|4)}, \tag{30}$$

а выигрыши определяются по выражению

$$\Delta W_{kl}(t_l^1)_\Theta^+ = Z^{(1|4)}a_1\gamma_1\frac{\Delta\Theta_{kl}^{(1|4)}}{\Theta_l^{(1|4)}} + Z^{(1|2)}a_1\gamma_1\frac{\Delta\Theta_{kl}^{(1|4)}}{\Theta_l^{(1|2)}} + Z^{(3|4)}a_1\gamma_1\frac{\Delta\Theta_{kl}^{(1|4)}}{\Theta_l^{(3|4)}} + Za_1\gamma_1\frac{\Delta\Theta_{kl}^{(1|4)}}{\Theta_l}. \tag{31}$$

При этом изменения рентабельности находятся из (29).

Общие потери для каждой пары «состояние—действие» определяются путем алгебраического суммирования потерь, вычисленных соответственно по (25), (26), (31).

Изложенный способ определения потерь применяется для каждого из v планов и 4-х моментов времени (с особенностями, присущими каждому моменту), в результате чего получим потери в виде матричной последовательности

$$\{\|\Delta W_{kl}(t_l^I)_{\Theta,R}\|, \|\Delta W_{kl}(t_l^{II})_{\Theta,R}\|, \|\Delta W_{kl}(t_l^{III})_{\Theta,R}\|, \|\Delta W_{kl}(t_l^{IV})_{\Theta,R}\|\}. \tag{32}$$

5. Критерий выбора решений и алгоритм

В теории решений применению критериев выбора обычно предшествует преобразование исходов действий в полезности. Однако в практических ситуациях осуществление указанных преобразований представляется не всегда возможным, во-первых, потому, что понятие полезности субъективное, во-вторых, оно граничит с качественным определением явлений.

В рассматриваемом случае оценку полезности исхода будем считать эквивалентной величине самого исхода на том основании, что при невыполнении напряженного плана предприятие не лишается полностью поощрительных фондов. В связи с этим определенные ранее потери (32) будем считать потерями полезности.

Если доверие к оценкам вероятностей состояний природы достаточно высокое, то ожидаемые потери для любого плана и момента времени находятся по выражению

$$E_l[\Delta W_{kl}(t)] = \sum_{k=0}^{v}\Delta W_{kl}(t_l)_{\Theta,R}\cdot P[\bar{Q}_l(t)]. \tag{33}$$

Применяя операцию (33) ко всем матрицам последовательности (32), получим матрицу ожидаемых потерь вида

$$\| E_i [\Delta W_i(t_i^{\varepsilon})] \|_{\varepsilon \times i}, \tag{34}$$

где индекс ε принимает значения I, II, III, IV. Выделяя в каждом столбце матрицы (34) максимальный элемент, образуем последовательность

$$\{\max E_1, \ldots \max E_i \ldots \max E_v\}, \tag{35}$$

после чего наиболее благоприятный план найдем, применяя следующую операцию

$$\overline{Y}^* = \max_i \{W_0;\ W_1 - \max E_1;\ \ldots W_i - \max E_i;\ \ldots W_v - \max E_v\}. \tag{36}$$

В случае ситуации неопределенности для выбора плана наиболее целесообразно применить критерий Вальда [2]. Для любого из 4-х моментов времени максимальные потери полезности определяются последовательностью

$$\{\Delta W_{01}(t_1^{(\varepsilon)}), \ldots \Delta W_{0i}(t_i^{(\varepsilon)}), \ldots \Delta W_{0v}(t_v^{(\varepsilon)})\}, \tag{37}$$

а худшие планы во времени —

$$\{\Delta W_{01}(t_1^{IV}), \ldots \Delta W_{0i}(t_i^{IV}), \ldots \Delta W_{0v}(t_v^{IV})\}. \tag{38}$$

Лучший из худших планов находим из

$$\overline{Y}^* = \max_i \{W_0;\ W_1 - \Delta W_{01}(t_1^{IV});\ \ldots W_i - \Delta W_{0i}(t_v^{IV}); \ldots W_v - \Delta W_{0v}(t_v^{IV})\} \tag{39}$$

ВЫВОДЫ

1. Задача выбора реального напряженного плана, реализуемого путем расшивки узких мест, сформулирована в терминах теории выбора решений в условиях риска и неопределенности.

2. Предложен метод построения отклика системы и алгоритм выбора наилучшего плана в условиях риска и неопределенности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Э. А. Дедиков, С. А. Канцедал. Об одном методе решения задачи расшивки узких мест. Труды семинара «Кибернетика и автоматическое управление» (Харьковское отделение), вып. 3. К., 1969.

2. М. Старр. Управление производством. «Прогресс», М., 1968.

3. Г. Чернов, Л. Мозес. Элементарная теория статистических решений. «Сов. радио», М., 1962.

4. Д. М. Глушков. О прогнозировании на основе экспертных оценок. Ж. «Кибернетика», № 2, К., 1969.

5. Л. И. Малышева, В. А. Малич. Анализ фондов экономического стимулирования предприятий. «Финансы», М., 1968.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ СИСТЕМА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПОТОКОРАСПРЕДЕЛЕНИЯ

А. Г. Евдокимов, Ю. Ю. Завизиступ, Г. Ф. Кривуля

Харьков

Существует широко распространенный класс задач расчета потокораспределения в сложных сетевых системах, где под сетевой систе-