ФОРМАЛИЗАЦИЯ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССОМ ФЛОТАЦИИ УГЛЯ

В. И. Салыга, В. Д. Иваницкий

Харьков

Автоматическое управление сложными производственными объектами обеспечивает существенный экономический эффект, который обусловлен следующими основными факторами [1]:

1. Повышение эффективности использования основного технологического оборудования путем выбора и поддержания оптимальных режимов его работы.

2. Улучшение качества продукции и повышение её стабильности путем обеспечения оптимальных переходных процессов в системах автоматического управления.

Указанные факторы в полной мере относятся к процессам обогащения угля и, особенно, к процессу флотации угля, представляющему собой наиболее эффективный и широко распространенный способ обогащения каменноугольной мелочи (шлама).

Процесс флотации представляет собой многомерный динамический объект, внешние возмущения которого являются случайными функциями времени. Составление математической модели процесса флотации как управляемого объекта осложняется большим числом и случайным характером внешних воздействий, поэтому для выбора основных независимых переменных процесса был проделан многофакторный корреляционный анализ [2], в результате которого была установлена следующая структура процесса флотации как управляемого объекта.

Динамические свойства процесса флотации достаточно полно характеризуются следующими независимыми переменными, являющимися случайными функциями времени [2]:

1) количество (расход) исходной пульпы $Q_0(t)$ $[м^3/час]$;

2) плотность исходной пульпы $\delta(t)$ $[г/л]$;

3) зольность, фракционный и гранулометрический составы шлама в исходной пульпе $A_0^c(t)$, $\Phi_0(t)$, $\Gamma_0(t)$, [%];

4) удельные расходы реагента-вспенивателя $Q_1(t)$ [кг/м]; и реагента — собирателя $Q_2(t)$ [кг/м];

5) зольности флотоконцентрата и флотохвостов

$$A_k^c(t),\ A_x^c(t).$$

Качество процесса флотации однозначно характеризуется совокупностью качественно-количественных показателей флотопродуктов: зольностей A_k^c и A_x^c и расходов этих продуктов в единицу времени $Q_к$ и Q_x.

Расходы флотопродуктов связаны с содержанием шлама в исходной пульпе $П_0(t)$ уравнением материального баланса твердой фазы продуктов, которое без учета транспортных запаздываний имеет следующий вид:

$$П_0(t) = Q_k(t) + Q_x(t),\ [м^3/час]. \qquad (1)$$

Кроме того, как известно из практики обогащения углей, между нагрузкой на обогатительный агрегат и зольностью продуктов обогащения существует устойчивая линейная корреляционная связь. Поэтому для процесса флотации справедливо следующее корреляционное уравнение:

$$П_0(t) = k_1 A_k^c(t) + k_2 A_x^c(t), \qquad (2)$$

где k_1 и k_2 — коэффициенты корреляции.

Как следует из сопоставления уравнений (1) и (2), существует корреляционная связь между показателями продуктов флотации

$$Q_k(t) \to A_k^c(t),\ Q_x(t) \to A_x^c(t).$$

Поэтому будем рассматривать в качестве независимых выходных переменных процесса только зольности продуктов, являющиеся внешними показателями, т. е. показателями, контролируемыми потребителями.

Итак, независимыми выходными переменными процесса флотации являются следующие функции времени

$$x_1(t) = A_k^c(t),\ x_2(t) = A_x^c(t). \qquad (3)$$

Управляющими воздействиями процесса флотации служат расходы реагентов $Q_1(t)$ и $Q_2(t)$. Кроме того, если имеется астатическая система стабилизации плотности исходной пульпы $\delta(t)$, то стабилизируемое значение плотности пульпы δ_0 также является управляющим воздействием. Все управляющие воздействия процесса флотации по своему физическому смыслу неотрицательны и ограничены некоторыми предельно допустимыми значениями

$$0 \leqslant Q_1(t) \leqslant Q_1^{max},\ 0 \leqslant Q_2(t) \leqslant Q_2^{max},\ 0 \leqslant \delta_0(t) \leqslant \delta_0^{max}. \qquad (4)$$

Разделив неравенства (4) на их правые части, получим

$$0 \leqslant k_l(t) \leqslant 1,\ l = 1, 2, 3;$$

$$k_1 = \frac{Q_1(t)}{Q_1^{max}},\quad k_2 = \frac{Q_2(t)}{Q_2^{max}},\quad k_3 = \frac{\delta_0(t)}{\delta_0^{max}}. \qquad (5)$$

Управления (5) соответствуют двухпозиционным исполнительным органам и не допускают знакопеременных изменений, поэтому введем

в рассмотрение знакопеременные функции вида $u_i(t) = 2k_i(t) - 1$. Нетрудно убедиться, что введенные функции $u_i(t)$ являются допустимыми управлениями в смысле [3], т. е.

$$|u_i(t)| \leqslant 1, \quad i = 1, 2, 3. \tag{6}$$

Итак, управляющие воздействия процесса флотации приведены к допустимым управлениям, которые являются компонентами трехмерного вектора $U(t)$, ограниченного допустимой областью управлений K. т. е.

$$U(t) \in K, \quad |U(t)| \leqslant 1,$$

$$u_1(t) = 2\frac{Q_1(t)}{Q_1^{max}} - 1,$$

$$u_2(t) = 2\frac{Q_2(t)}{Q_2^{max}} - 1, \tag{7}$$

$$u_3(t) = 2\frac{\delta_0(t)}{\delta_0^{max}} - 1.$$

Внешними возмущениями флотопроцесса являются изменения параметров обогащаемого шлама: расход пульпы Q_0, зольность и фракционный состав шлама A_0^c и Φ_0, а также его гранулометрический состав Γ_0. В качестве основных характеристик гранулометрического состава можно принять ситовые составы C_i двух следующих классов:

$$C_1 \to 0 \div 0{,}1 \text{ мм}, \quad C_2 \to 0{,}5 \div 1{,}0 \text{ мм}.$$

Возмущающее воздействие этих классов обусловлено тем, что первый из них плохо флотируется и содержит в себе значительное количество высокозольных фракций, поступающих во флотоконцентрат. Второй класс также плохо флотируется и поэтому способствует засорению хвостов концентратными фракциями, содержащимися в этом классе. Поэтому изменение содержания указанных классов в исходном шламе ухудшает показатели процесса флотации, вызывая изменения его выходных переменных.

Ситовый класс $C \to 0{,}5 \div 0{,}1$ *мм* хорошо флотируется, поэтому его возрастание практически не влияет на качество флотопродуктов (их зольности) и поэтому может рассматриваться как увеличение нагрузки на машину, т. е. входит в состав внешнего возмущения $Q_0(t)$.

На основании вышеизложенного, внешними возмущениями процесса флотации $r_i(t)$ являются следующие некоррелированные между собой случайные функции времени:

$$R(t) = (r_1, r_2, r_3, r_4, r_5),$$

$$r_1 = Q_0(t), \quad r_2 = A_0^c(t), \quad r_3 = \Phi_0(t), \tag{8}$$

$$r_4 = C_1(t), \quad r_5 = C_2(t).$$

Итак, процесс флотации представляет собой многомерный стохастический объект, имеющий две выходные переменные (3), три допустимые управления (7) и пять внешних возмущений (8). Так как внешние возмущения носят случайный характер, то выходные переменные являются случайными функциями времени. Поэтому для составления математической модели процесса, включающего в себя установление вида и параметров уравнений, связывающих указанные переменные,

необходимо воспользоваться методами статистической динамики, позволяющими в случае стационарности рассматриваемых случайных процессов перейти к рассмотрению их неслучайных характеристик.

На основании анализа полученных реализаций случайных процессов $r_i(t)$ и $x_j(t)$ в [4] доказана стационарность этих процессов, а также линейность процесса флотации как управляемого объекта в рабочем диапазоне изменения управляющих воздействий.

С помощью методов статистической динамики [5] были определены передаточные функции $W_{ji}(p)$, которые соответствуют апериодическим звеньям второго порядка [4], т. е.

$$W_{ji}(p) = \frac{k_{ji}}{T_{ji1}p^2 + T_{ji2}p + 1}, \qquad (9)$$

где T_{ji1}, T_{ji2}, k_{ji} — постоянные времени и коэффициенты усиления соответствующих каналов.

После соответствующих преобразований для процесса флотации как управляемого объекта получим следующую систему обыкновенных дифференциальных уравнений (для $j=1,2$)

$$\ddot{x}_j \sum_{i=1}^{5} T_{ji1} + \dot{x}_j \sum_{i=1}^{5} T_{ji2} + x_j = \sum_{i=1}^{5} k_{ji} r_i + \sum_{i=1}^{3} k_{ji} u_i. \qquad (10)$$

Для приведения системы (10) к нормальной форме введем вспомогательные переменные

$$x_3 = \dot{x}_1, \quad x_4 = \dot{x}_2. \qquad (11)$$

Процесс флотации как управляемый динамический объект, подверженный действию случайных помех $r_i(t)$, может быть описан с учетом (11) следующей системой уравнений

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_3 \\ \dot{x}_2 = x_4 \\ \dot{x}_3 = a_{31}x_1 + a_{33}x_3 + \sum_{i=1}^{5} c_{3i} r_i + \sum_{i=1}^{3} b_{3i} u_i \\ \dot{x}_4 = a_{42}x_2 + a_{44}x_4 + \sum_{i=1}^{5} c_{4i} r_i + \sum_{i=1}^{3} b_{4i} u_i. \end{cases} \qquad (12)$$

В (12) использованы следующие условные обозначения

$$a_{31} = -\frac{1}{\sum_{i=1}^{5} T_{1i1}}, \quad a_{42} = -\frac{1}{\sum_{i=1}^{5} T_{2i1}},$$

$$a_{33} = -\sum_{i=1}^{5} \frac{T_{1i2}}{T_{1i1}}, \quad a_{44} = -\sum_{i=1}^{5} \frac{T_{2i2}}{T_{2i1}},$$

$$c_{3i} = \sum_{i=1}^{5} \frac{k_{1i}}{T_{1i1}}, \quad c_{4i} = \sum_{i=1}^{5} \frac{k_{2i}}{T_{2i1}},$$

$$b_{3i} = \frac{\sum_{i=1}^{3} k_{1i}}{\sum_{i=1}^{5} T_{1i1}}, \quad b_{4i} = \frac{\sum_{i=1}^{3} k_{2i}}{\sum_{i=1}^{5} T_{2i1}}.$$

Требования к протеканию процесса флотации можно сформулировать следующим образом: обеспечение заданной зольности флотоконцентрата x_0^1 при максимальной зольности флотохвостов [7]

$$\begin{cases} x_1(t) = x_1^0 \\ x_2(t) = \max. \end{cases} \tag{13}$$

Точность выполнения первого из условий (13) ограничена погрешностью измерения переменной $x_1(t)$. Обозначим отклонение текущего значения зольности флотоконцентрата от заданного через $\varepsilon_1(t)$ и учтем, что эта величина ограничена погрешностью измерений γ. Тогда условия (13) примут вид

$$\begin{cases} \varepsilon_1(t) = \min, \; x_1^0 - x_1(t) = \varepsilon_1(t) \geqslant \gamma, \\ x_2(t) = \max. \end{cases} \tag{14}$$

Условия динамической оптимальности процесса флотации могут быть получены из (14) введением функций сравнения φ_j, а именно

$$\begin{aligned} \min I_1(U) &= \min \int_0^{T_k} \varphi_1 [\varepsilon_1(t)] \, dt \\ \max I_2(U) &= \max \int_0^{T_k} \varphi_2 [x_2(t)] \, dt. \end{aligned} \tag{15}$$

Как следует из (15), условие (13) предъявляет противоречивые требования к длительности переходного процесса T_k. С целью устранения этого противоречия, рассмотрим подробнее второе условие (13), учтя, что зольность флотохвостов по определению ограничена следующим неравенством

$$0 \leqslant x_2(t) \leqslant 100\%. \tag{16}$$

Неравенство (16) можно представить в следующем виде

$$0 \leqslant \varepsilon_2(t) \leqslant 100\%, \tag{17}$$

где

$$\varepsilon_2(t) = 100\% - x_2(t). \tag{18}$$

Как следует из (18), введенная переменная ε_2 представляет собой линейно убывающую функцию $x_2(t)$, поэтому

$$\max [x_2(t)] = \min [\varepsilon_2(t)]. \tag{19}$$

Поэтому условия (15) с учетом (19) можно представить как

$$\begin{aligned} \min I_1(U) &= \min \int_0^{T_k} \varphi_1 [\varepsilon_1(t)] \, dt \\ \min I_2(U) &= \min \int_0^{T_k} \varphi_2 [\varepsilon_2(t)] \, dt. \end{aligned} \tag{20}$$

Объединим введенные функции сравнения с учетом совпадения пределов интегрирования (20). Тогда условие динамической оптималь-

ности процесса флотации можно представить в следующем виде

$$\min I(U) = \min \int_0^{T_k} [\varphi_1(\varepsilon_1) + \varphi_2(\varepsilon_2)]\, dt. \tag{21}$$

Для обеспечения гладкости подынтегральной функции в качестве функций сравнения выберем следующую форму:

$$\varphi_1 = a_1 \varepsilon_1^2, \quad \varphi_2 = a_2 \varepsilon_2^2. \tag{22}$$

Коэффициенты a_1 и a_2 по аналогии с [6] выбираем из технико-экономических соображений. Тогда критерий оптимальности процесса флотации можно представить окончательно в следующем виде:

$$\min I(U) = \min \int_0^{T_k} [16\,(x_1^0 - x_1(t))^2 + (100 - x_2(t))^2]\, dt. \tag{23}$$

Определим длительность переходного процесса как

$$T_k = t \Big|_{|x_j(t)| \leqslant 0{,}05\,|x_j(0)|}, \quad j = 1, 2.$$

Итак, сформулирована следующая задача синтеза оптимального управления. Задан динамический многомерный управляемый объект, уравнения которого в матричной форме записи имеют следующий вид:

$$\dot{X} = AX + BU + CR, \quad X(0) = X_0, \quad X(T_k) \leqslant 0{,}05\, X_0$$

$$X = (x_1, x_2), \quad R = (r_1, r_2, r_3, r_4, r_5)$$

$$U = (u_1, u_2, u_3), \quad U \in K\{U(t) : |U(t)| \leqslant 1\}$$

$$A = \begin{Vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_{31} & 0 & a_{33} & 0 \\ 0 & a_{42} & 0 & a_{44} \end{Vmatrix}, \quad B = \begin{Vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} \end{Vmatrix}, \tag{24}$$

$$C = \begin{Vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & c_{34} & c_{35} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} & c_{44} & c_{45} \end{Vmatrix}.$$

В результате решения этой задачи необходимо отыскать такое векторное управление $U(X)$, которое удовлетворяет (24) и доставляет минимум функционалу (23).

Сформулированная задача синтеза является стохастической из-за наличия случайных помех $R(t)$. Вместе с тем наиболее полно изучен класс детерминированных задач синтеза. Поэтому будем рассматривать указанную задачу как детерминированную, учитывая влияние случайных помех на оптимальное движение управляемого объекта случайным характером начальных условий.

Решаем систему уравнений вида

$$\dot{X} = AX + CR, \tag{25}$$

полученную из (24) при $U = 0$, $X(0) = 0$ и $R(t) \neq 0$,

где $R(t)$ — заданная случайная векторная функция, компоненты которой имеют те же вероятностные характеристики, что и реальные помехи процесса флотации.

В результате решения (25) будет получено решение $X(T_0)$, где $T_0 = 3T_i$ соответствует утроенной наибольшей постоянной времени математической модели процесса флотации (12).

Затем решаем детерминированную задачу синтеза

$$\dot{X} = AX + B\dot{U},\ X(0) = X(T_0)$$
$$X(T_k) \leqslant 0{,}05\, X(T_0),\ X = (x_1,\ x_2,\ x_3), \qquad (26)$$
$$U = (U_1,\ U_2,\ U_3),\ U \in K\{U(t) : |U(t)| \leqslant 1\}$$
$$\min \int_{T_0}^{T_k} (16\, e_1^2 + e_3^2)\, dt.$$

В результате решения задачи (26) одним из известных методов синтеза будет найдено оптимальное управление $U_0(X)$. Эффективность найденного управления при различных помехах может быть оценена с помощью отношения

$$r_k = \frac{I_0(0)}{I_k(U_0)}, \qquad (27)$$

где I_0 — соответствует значению функционала при неуправляемом движении объекта, возмущенном единичными начальными условиями, принятыми в качестве базисных, а I_k — соответствует значению функционала при оптимально управляемом движении объекта, возмущенном определенной совокупностью случайных помех, являющихся компонентами вектора $R_k(t)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Трапезников. Автоматическое управление и экономика. «Автоматика и телемеханика», I, 1966.
2. В. И. Салыга. Математическое описание статики процесса флотации углей. Сб. «Приборы и системы автоматики», 5. Изд-во Харьковского госуниверситета, 1967.
3. В. Г. Болтянский. Математические методы оптимального управления. «Наука», М., 1969.
4. В. И. Салыга. Исследование с применением ЭВМ процесса флотации угля как объекта автоматического управления. Автореф. канд. дисс., Харьков, 1967.
5. В. В. Солодовников. Статистическая динамика линейных систем автоматического управления. Физматгиз, М., 1967.
6. Е. Я. Иванченко, В. Д. Иваницкий. Об оптимальном управлении процессом отсадки. «Изв. вузов. Горный журнал», 10, 1968.
7. В. И. Салыга. Алгоритмизация процесса флотации угля с применением ЭЦВМ. Materialy Miedzynarodovei konferencii automatizaccii goznictwa ICAMC. Kracow, 1969.

ПРИБОР ДЛЯ УСРЕДНЕННОГО ИЗМЕРЕНИЯ СДВИГА ФАЗ С ЦИФРОВЫМ ОТСЧЕТОМ

И. З. Василевский, В. А. Гулиус, Л. А. Полосухина

Харьков

Часто возникает необходимость измерения сдвига фаз от 0° до 360° между двумя синусоидальными напряжениями в цифровом коде и использования такой информации для дальнейшей обработки на быстро-