

Міністерство освіти і науки України  
Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет інформаційно-аналітичних технологій та менеджменту  
(повна назва)

Кафедра прикладної математики  
(повна назва)

**КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА**  
**Пояснювальна записка**

рівень вищої освіти другий (магістерський)

Застосування методу характеристик при комп'ютерному моделюванні  
перехідних режимів течії газу по ділянці трубопроводу  
(тема)

Виконав:  
студент 2 курсу, групи САУМ-22-1  
Костенко М.Ю.  
(прізвище, ініціали)

Спеціальність 124 Системний аналіз  
(код і повна назва спеціальності)

Тип програми освітньо-професійна  
Освітня програма Системний аналіз і управління  
(повна назва освітньої програми)

Керівник проф. Гусарова І.Г.  
(посада, прізвище, ініціали)

Допускається до захисту

Зав. кафедри ПМ \_\_\_\_\_ Сидоров М.В.  
(підпис) (прізвище, ініціали)

2024 р.

Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет інформаційно-аналітичних технологій та менеджменту

Кафедра прикладної математики

Рівень вищої освіти другий (магістерський)

Спеціальність 124 Системний аналіз

(код і повна назва)

Тип програми освітньо-професійна

Освітня програма Системний аналіз і управління

(повна назва)

ЗАТВЕРДЖУЮ:

Зав. кафедри ПМ \_\_\_\_\_

(підпис)

“ 06 ” листопада 2023 р.

**ЗАВДАННЯ**  
НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ

студентові Костенко Маргариті Юріївні

(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи Застосування методу характеристик при комп'ютерному моделюванні перехідних режимів течії газу по ділянці трубопроводу

затверджена наказом університету від 2 листопада 2023 р. № 1277 Ст

2. Термін подання студентом роботи до екзаменаційної комісії 10 січня 2024 р.

3. Вихідні дані до роботи математична модель перехідного режиму течії газу по ділянці трубопроводу з урахуванням кінетичної енергії

4. Перелік питань, що потрібно опрацювати в роботі \_\_\_\_\_

1. Системний аналіз предметної області

2. Вибір і обґрунтування методу розв'язання

3. Програмна реалізація

4. Результати обчислювального експерименту

5. Аналіз можливих застосувань

5. Перелік графічного матеріалу із зазначенням креслеників, схем, плакатів, комп'ютерних ілюстрацій (слайдів) \_\_\_\_\_

1. Актуальність теми роботи \_\_\_\_\_

2. Постановка задачі \_\_\_\_\_

3. Системний аналіз предметної області \_\_\_\_\_

4. Метод чисельного аналізу \_\_\_\_\_

5. Результати обчислювального експерименту \_\_\_\_\_

### КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№	Назва етапів роботи	Терміни виконання етапів роботи	Примітка
1	Підбір та вивчення технічної літератури за темою роботи	6 – 12 листопада 2023 р.	виконано
2	Вибір та обґрунтування методу	13 – 26 листопада 2023 р.	виконано
3	Розробка алгоритму і програми	27 листопада – 10 грудня 2023 р.	виконано
4	Проведення аналітичних досліджень та розрахунків	11 грудня – 24 грудня 2023 р.	виконано
5	Робота над текстом пояснювальної записки	25 грудня 2023 р. – 9 січня 2024 р.	виконано
6	Представлення роботи на рецензію в ЕК	10 січня 2024 р.	виконано

Дата видачі завдання 6 листопада 2023 р.

Студент \_\_\_\_\_  
(підпис)

Керівник роботи \_\_\_\_\_ проф. Гусарова І.Г.  
(підпис) (посада, прізвище, ініціали)

## РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка: 91 с., 19 табл., 9 рис., 1 дод., 7 джерел.

ПЕРЕХІДНИЙ РЕЖИМ ТЕЧІЇ ГАЗУ, МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ, МЕТОД ХАРАКТЕРИСТИК, РІВНЯННЯ НАПРЯМКІВ ХАРАКТЕРИСТИК, ПАРАМЕТРИ ГАЗОВОГО ПОТОКУ, КІНЕТИЧНА ЕНЕРГІЯ, ОБЧИСЛЮВАЛЬНИЙ ЕКСПЕРИМЕНТ, ЧАСОВИЙ ШАР.

Об'єкт дослідження – перехідний режим течії газу по ділянці трубопроводу газотранспортної системи.

Мета роботи – застосування методу характеристик для розв'язання задачі моделювання перехідного режиму течії газу по ділянці трубопроводу з урахуванням кінетичної енергії та отримання оцінки часу поширення хвилі збурення. Для цього необхідно розробити алгоритм з використанням методу характеристик та програмний продукт для обчислення параметрів течії газу по ділянці трубопроводу, що враховують задані граничні умови; зробити аналіз отриманих результатів.

Методи дослідження – чисельні методи розв'язання систем диференціальних рівнянь гіперболічного типу у частинних похідних.

У даній кваліфікаційній роботі розглянута задача моделювання перехідних режимів течії газу з урахуванням кінетичної енергії. Проведено системний аналіз предметної області. Обрано та обґрунтовано вибір методу характеристик для досягнення поставлених завдань роботи. Розглянуто алгоритм розв'язання системи рівнянь математичної моделі перехідного режиму течії газу по ділянці трубопроводу з урахуванням кінетичної енергії та застосовано метод характеристик до обраної математичної моделі згідно з алгоритмом. Розроблено програмний продукт для розрахунку параметрів газового потоку, зокрема оцінки часу поширення хвилі збурення при перехідному режимі течії газу по ділянці трубопроводу. Проведений аналіз результатів чисельних експериментів.

## ABSTRACT

Introductory note: 91 pages, 19 tables, 9 figures, 1 appendix, 7 sources.

TRANSIENT GAS FLOW, MATHEMATICAL MODEL, METHOD OF CHARACTERISTICS, CHARACTERISTIC LINES EQUATIONS, GAS FLOW PARAMETERS, KINETIC ENERGY, COMPUTATIONAL EXPERIMENT, TIME LAYER.

Object of research – transitional mode of gas flow along the pipeline section of the gas transportation system.

Purpose of work – application of the method of characteristics to solve the problem of modeling of the transient mode of gas flow along the pipeline section taking into account the kinetic energy and obtaining an estimate of the propagation time of the shock wave. For this, it is necessary to develop an algorithm using the method of characteristics and a software product for calculating gas flow parameters along the pipeline section, taking into account the given boundary conditions; analyze the obtained results.

Methods of research – numerical methods of solving systems of differential equations of the hyperbolic type in partial derivatives.

This qualification work addresses the problem of modeling transient gas flow regimes with consideration of kinetic energy. A systematic analysis of the subject area was carried out. The choice of the characteristics method to achieve the set work tasks was chosen and substantiated. The algorithm for solving the system of equations of the mathematical model of the transition mode of gas flow along the pipeline section, taking into account the kinetic energy, was considered, and the method of characteristics was applied to the selected mathematical model according to the algorithm. A software product has been developed for calculating the parameters of the gas flow, in particular, estimating the propagation time of the disturbance wave during the transient regime of the gas flow along the pipeline section. An analysis of the results of numerical experiments was carried out.

## ЗМІСТ

	С.
Перелік скорочень, умовних познач, одиниць і термінів .....	8
Вступ .....	9
1 Системний аналіз предметної області та постановка задач дослідження .....	11
1.1 Морфологічний опис системи.....	11
1.2 Змістовна постановки задачі .....	12
1.3 Формальна постановки задачі .....	13
1.4 Постановка задач дослідження .....	18
2 Вибір та обґрунтування методу розв’язання .....	20
2.1 Використання чисельного методу характеристик для розв’язання системи рівнянь математичної моделі перехідного режиму течії газу по ділянці трубопроводу з урахуванням кінетичної енергії .....	20
2.2 Алгоритм розв’язання системи рівнянь математичної моделі перехідного режиму течії газу по ділянці трубопроводу з урахуванням кінетичної енергії .....	35
Висновки за розділом 2 .....	47
3 Програмна реалізація .....	48
3.1 Система комп’ютерної алгебри Mathematica 10.0 .....	48
3.2 Алгоритм розв’язання задачі комп’ютерного моделювання перехідних режимів течії газу по ділянці трубопроводу з урахуванням кінетичної енергії.....	49
3.3 Опис програми .....	50
Висновки за розділом 3 .....	52
4 Результати обчислювального експерименту та їх аналіз .....	53
4.1 Обчислювальний експеримент для стаціонарного режиму .....	53
4.2 Результати обчислювального експерименту для нестационарного режиму .....	56
Висновки за розділом 4 .....	66

	7
Висновки .....	68
Перелік джерел посилання .....	70
Додаток А Лістинг програми .....	72

**ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ, УМОВНИХ ПОЗНАК, ОДИНИЦЬ І ТЕРМІНІВ**

ДТ – ділянка трубопроводу;

ГТС – газотранспортна система;

ММ – математичне моделювання;

ЛЧМГ – лінійна частина магістральних газопроводів;

КС – компресорна станція;

ПР – перехідний режим.

## ВСТУП

**Актуальність теми.** Газові трубопроводи представляють собою найбільш ефективні та невід'ємні компоненти інфраструктури для транспортування газу, що використовується в різноманітних галузях економіки, таких як енергетика, промисловість та побутове використання. Автоматизація технологічних процесів у газотранспортних системах стала критичним компонентом для досягнення оптимальної ефективності та надійності їх функціонування.

Математичні моделі газотранспортних систем є невід'ємним інструментом для вивчення та аналізу їх складних функціональних властивостей. Вони дозволяють детально розглядати процеси транспортування газу, враховуючи різноманітні фактори, такі як тиск, температура, швидкість та інші параметри. Застосування математичних моделей допомагає дозволяє більш точно описувати змінні параметри газового потоку і, таким чином, передбачати наслідки позаштатних та аварійних ситуацій, можливі ризики та приймати превентивні заходи для забезпечення безпеки та ефективності газотранспортних систем.

Такий підхід до управління газотранспортними системами сприяє підвищенню їхньої надійності та оптимізації роботи, що в свою чергу призводить до зменшення ризиків та забезпечує стабільність постачання газу для різних секторів господарства.

**Мета і завдання кваліфікаційної роботи.** Метою кваліфікаційної роботи є застосування методу характеристик для розв'язання задачі моделювання перехідного режиму течії газу по ділянці трубопроводу з урахуванням кінетичної енергії за допомогою системи диференціальних рівнянь у частинних похідних гіперболічного типу, та отримання оцінки часу розповсюдження хвилі збурення при перехідному режимі.

Для досягнення поставленої мети необхідно використати явний метод характеристик та розробити алгоритм, що враховує задані граничні умови. Для

отримання більш точних значень параметрів газового потоку та досягнення головної мети – оцінки часу розповсюдження хвилі збурення при перехідному процесі необхідно створити програмний продукт. Необхідно також провести аналіз отриманих результатів.

*Об'єктом дослідження є перехідний режим течії газу в трубопроводі.*

*Предметом дослідження є математична модель, що описує цей режим, та чисельний метод для її розв'язання, зокрема, метод характеристик. Основною перевагою цього методу є його здатність до оцінки часу поширення перехідних процесів завдяки використанню п'яти параметрів, одним з яких є час.*

**Публікації.** Результати, отримані у даній роботі, було представлено на 26-ому Міжнародному молодіжному форумі «Радіоелектроніка та молодь у XXI столітті» (м. Харків, 2022 р.) [1], I етапі Всеукраїнського конкурсу студентських наукових робіт 2022/2023 н.р. Напряму «Математика та статистика. Прикладна математика (механіка)», IV Міжнародній науково-практичній конференції «Наукові дослідження та методи їх проведення: світовий досвід та вітчизняні реалії» (м. Болонья, Італія, 2023 р.) [2], II Міжнародній молодіжній науково-практичній конференції англійською мовою «Навчання і викладання: після війни та під час миру» (м. Харків, 2023 р.) [3] та на V Міжнародній науково-практичній конференції «Наукова практика: сучасні та класичні методи дослідження» (м. Бостон, США, 2023 р.) [4].

# 1 СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ ПРЕДМЕТНОЇ ОБЛАСТІ ТА ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ ДОСЛІДЖЕННЯ

## 1.1 Морфологічний опис системи

Розглядаємо математичну модель для аналізу течії газу у перехідному режимі, з урахуванням кінетичної енергії. Об'єктом дослідження є комп'ютерне моделювання такої системи.

Основною метою цієї системи є визначення оптимального методу її комп'ютерного моделювання, який дозволить забезпечити максимально швидку подачу газу під час перехідного процесу.

Макрофункцією цієї системи є незавадна доставка газу споживачам.

Дослідження ґрунтується на абстрактній моделі реальної системи транспорту газу, яка є нелінійною, багатовимірною та змінною в часі.

Маємо систему гіперболічного типу, яка складається з диференціальних рівнянь у частинних похідних з урахуванням кінетичної енергії, а також заданих початкових і граничних умов. На виході отримуємо дані та висновки після проведення моделювання та аналізу режиму течії газу в системі.

Важливим фактором є вплив зовнішнього середовища, зокрема методів розв'язання диференціальних рівнянь у частинних похідних та математичного апарату.

Будемо розглядати цю систему не як стандартну модель «чорна скриня», а як її розширену версію – «сіра скриня» (рис. 1.1). У цьому контексті маємо знання про вхід та вихід системи, зовнішнє середовище та певні внутрішні процеси системи, які відбуваються під час моделювання перехідного процесу течії газу з урахуванням кінетичної енергії.



Рисунок 1.1 – Візуалізація «сіра скриня» для розглядуваної системи

## 1.2 Змістовна постановка задачі

Об'єктом дослідження є ПР течії газу по ділянці трубопроводу (ДТ).

Предметом дослідження є математична модель перехідного режиму течії газу по ДТ з урахуванням кінетичної енергії та чисельний метод характеристик для розв'язання системи рівнянь, за допомогою якої описується досліджувана модель.

Мета кваліфікаційної роботи полягає у використанні методу характеристик для вирішення завдання моделювання перехідного режиму течії газу по ДТ з урахуванням кінетичної енергії, а також – оцінка часу поширення перехідного процесу. Для цього необхідна розробка алгоритму та програмного продукту для обчислення параметрів газової течії по ДТ за відомими початковими та граничними умовами та проведення аналізу отриманих результатів.

Транспортування газу через трубопроводи є одним з найбільш розповсюджених методів доставки газу до споживачів, і тому вивчення газотранспортних систем (ГТС) у різних режимах роботи стає важливим завданням. Зазвичай розглядають стаціонарні режими роботи ГТС, але враховуючи складність та різноманітність чинників, що впливають на роботу ГТС, таких як зовнішнє середовище, зміни навантаження, аварійні ситуації та

зміни у початкових чи граничних умовах, розглядання нестационарного (перехідного) режиму роботи ГТС стає більш реалістичним підходом.

Нестационарні режими транспорту газу поділяються на дві категорії: повільні, які виникають через нерівномірне споживання газу, та швидкі, пов'язані з аварійними ситуаціями в роботі ГТС.

Основні характеристики газотранспортування включають безперервну течію газу, нерівномірність споживання газу, розташування елементів системи в різних місцях, а також найсуттєвіша характеристика у контексті дослідження перехідних процесів – це інерційність технічних процесів.

Розглядається ділянка газогону постійного діаметру. На початку або на кінці цієї ДТ трапляється позаштатна або аварійна ситуація, що приводить до виникнення перехідного режиму та до різкої зміни параметрів газового потоку: температури, тиску або витрати газу. Вважаємо, що швидкість течії велика, тому необхідно враховувати кінетичну енергію в рівнянні енергії. Необхідно мати можливість отримання значень параметрів газового потоку та оцінки часу розповсюдження хвилі збурення при перехідному режимі течії газу.

З розвитком технологій і появою методів математичного моделювання (ММ), особливо з використанням комп'ютерів, стає можливим більш точно досліджувати та аналізувати такі системи. Математична модель перехідного режиму транспорту газу описується системою диференціальних рівнянь у частинних похідних або інтегральних рівнянь, з урахуванням кінетичної енергії. Для оцінки часу поширення перехідного процесу використовуються явні методи, оскільки вони краще враховують швидкість поширення хвиль обурень, ніж неявні методи.

### 1.3 Формальна постановка задачі

Звичайна ГТС включає в собі декілька компресорних станцій (КС), які сполучені між собою через магістральні газопроводи з багатьма паралельно проведеними лінійними частинами (ЛЧМГ) труб великого діаметра.

У цій роботі досліджується ділянка трубопроводу газотранспортної системи з визначеною довжиною  $L$ , а її схематичне зображення можна побачити на рис. 1.2.

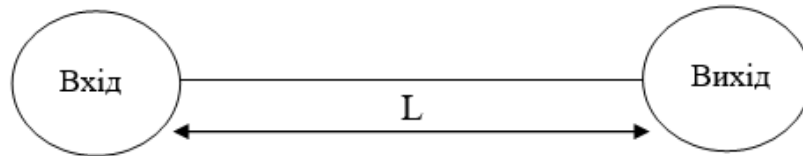


Рисунок 1.2 – Ділянка трубопроводу газотранспортної системи

Розглядається перехідний режим течії газу по ДТ із заданою довжиною  $L$ , який описується за допомогою неперервно диференційованих функцій  $T(x,t)$ ,  $W(x,t)$ ,  $P(x,t)$  в області  $\Lambda = \{(x,t), x \in [0, L], t \in [0, T_{\max}]\}$ , де  $P(x,t)$  – тиск газу,  $W(x,t)$  – питома масова витрата газу,  $T(x,t)$  – температура, а  $T_{\max}$  – час завершення процесу.

Отже, перехідний режим транспорту газу описується квазілінійною системою диференціальних рівнянь гіперболічного типу, до яких додаються також відповідні граничні та початкові умови.

Граничні умови на початку та в кінці ділянки мають вигляд:

$$\begin{cases} T(0,t) = T^0(t), \\ P(0,t) = P^0(t), \\ G(L,t) = G^1(t), \end{cases}$$

де  $G = S \cdot W$  – масова витрата газу (кг/с);

$T^0(t)$ ,  $G^0(t)$ ,  $P^0(t)$ ,  $T^1(t)$ ,  $G^1(t)$ ,  $P^1(t)$  – задані функції.

Початкові ж умови мають наступний вигляд:

$$\begin{cases} T(x,0) = T_0(x), \\ P(x,0) = P_0(x), \\ W(x,0) = W_0(x), \end{cases} \quad x \in (0, L),$$

де  $T_0(x)$ ,  $W_0(x)$ ,  $P_0(x)$  – задані функції.

Розглянемо математичну модель перехідного режиму течії газу через певну ДТ в газотранспортній системі, з урахуванням кінетичної енергії. У загальному випадку, ця система моделює перехідний режим течії газу по циліндричній трубі з постійним діаметром та жорсткими стінками. Зазвичай перехідний режим такої моделі описується за допомогою квазілінійної системи диференціальних рівнянь у частинних похідних, які впливають з загальних рівнянь газової динаміки:

$$\left[ V^2 (\beta + 1) \rho + P \right] \frac{\partial}{\partial x} + (V \rho) \frac{\partial}{\partial t} = - \left( |V| V \frac{\lambda}{2D} + g \frac{dh}{dx} \right) \rho, \quad (1.1)$$

$$(V \rho) \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0, \quad (1.2)$$

$$(E \rho) \frac{\partial}{\partial t} + \left( V \left( \frac{P}{\rho} + E \right) \rho \right) \frac{\partial}{\partial x} = \frac{4K(T_{sp} - T)}{D} - Vg\rho \frac{dh}{dx}, \quad (1.3)$$

де  $x, t$  – просторова і часова координата;

$g$  – прискорення вільного падіння;

$E$  – повна енергія одиниці маси;

$K$  – коефіцієнт теплопередачі від труби до ґрунту;

$\beta$  – поправка Коріоліса на нерівномірний розподіл швидкостей в перетині;

$\lambda$  – коефіцієнт гідравлічного супротиву;

$\rho(x, t)$  – щільність;

$h$  – глибина залягання труби;

$D$  – діаметр труби;

$T_{ep}$  – температура ґрунту;

$P(x, t)$  – тиск газу;

$T(x, t)$  – температура;

$V(x, t)$  – швидкість.

Важливо відзначити, що під час отримання цих рівнянь розглядалася ситуація без обміну маси між системою та навколишнім середовищем, а також передбачалася стаціонарність режимів теплообміну системи з навколишнім середовищем. Крім того, не враховувались теплофізичні властивості середовища.

У випадку перехідного режиму течії газу, де швидкості газового потоку розподілені рівномірно в поперечному перетині, можна не враховувати Коріолісову поправку.

Для розширення системи рівнянь (1.1) – (1.3), додаємо рівнянням стану

$$RgTz = \frac{P}{\rho},$$

де  $R$  – питома газова постійна;

$z$  – коефіцієнт стисливості газу, обчислюваний за наступною математичною формулою:

$$z = 0,07 \cdot \frac{P}{P_{кр}} \cdot \left( -\frac{6T_{кр}^2}{T^2} + 1 \right) \cdot \frac{T_{кр}}{T} + 1.$$

Після відповідних обчислень та врахування кінетичної енергії, можемо представити систему рівнянь (1.1) – (1.3) у формі матричних рівнянь:

$$B(x, t, \phi) \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial t} = \Phi(x, t, \phi), \quad (1.4)$$

де матриці  $B$ ,  $\Phi$  мають розгорнутий вигляд [5]:

$$B = \begin{bmatrix} 2\alpha \frac{WST}{P} & 1 - \alpha \frac{W^2 ST}{P^2} & 0 \\ \alpha ST & 0 & 0 \\ \alpha \frac{ST^2}{P} + 2 \frac{TP}{W^2} & -2 \frac{T}{W} & 2 \frac{PC_p}{W\alpha S} + 2\alpha \frac{WST}{P} \end{bmatrix},$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} -1 \left( \frac{g}{\alpha S} \frac{p}{T} \frac{dh}{dx} + \beta \frac{WST}{p} |W| \right) \\ 0 \\ 2\beta \frac{T^2 S}{P} |W| - 8K \frac{P(T - T_{cp})}{\alpha DW^2 S} \end{bmatrix},$$

де  $\phi(x, t) = (W(x, t), P(x, t), T(x, t))$ ;  $\beta = \alpha \frac{\lambda}{2D}$ ;  $\alpha = z \frac{R}{S} g$ ;  $\gamma = \frac{C_p}{-zRg + C_p}$ ;

$S$  – площа поперечного перерізу;

$C_p$  – питома теплоємність газу;

$W = V \cdot \rho$  – питома масова витрата газу.

Для вибору підходящого методу розв'язання даної системи рівнянь, перш за все, необхідно визначити тип цієї системи. Для цього знаходимо корені рівняння за допомогою наступної формули:  $\det(E - \bar{\lambda}B) = 0$ , де  $E$  – одинична матриця. Отримуємо:

$$\begin{vmatrix} 1 - 2\alpha\lambda \frac{TWS}{P} & -\lambda \left( -\alpha \frac{TW^2 S}{P^2} + 1 \right) & 0 \\ -\alpha\lambda ST & 1 & 0 \\ -\lambda \left( \alpha \frac{T^2 S}{P} + 2 \frac{TP}{W^2} \right) & -\lambda \left( -2 \frac{T}{W} \right) & -\lambda \left( 2C_p \frac{P}{\alpha WS} + 2\alpha \frac{TWS}{P} \right) + 1 \end{vmatrix} = 0,$$

звідки знаходимо значення  $\bar{\lambda}$ :

$$\lambda_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{C_p \frac{P}{\alpha WS} + \alpha \frac{TWS}{P}}, \quad \lambda_2 = \frac{1}{\alpha \frac{TWS}{P} + \sqrt{\alpha TS}}, \quad \lambda_3 = \frac{1}{\alpha \frac{TWS}{P} - \sqrt{\alpha TS}}.$$

З аналізу результатів можемо зробити висновок, що система має три різних дійсних корені, які можуть бути знайдені у будь-якій точці  $(x, t, W, P, T)$  області  $\Omega = \{(x, t, W, P, T) : (x, t) \in \Lambda, T(x, t) > 0, P(x, t) > 0\}$ . Система (1.4) відноситься до гіперболічного типу в цій області. Для зручності, корені будуть впорядковані в порядку зростання значень їх модулів.

#### 1.4 Постановка задач дослідження

У даній кваліфікаційній роботі проводиться дослідження перехідного режиму течії газу через ділянку трубопроводу. Цей режим моделюється математично за допомогою системи диференціальних рівнянь гіперболічного типу, що включає кінетичну енергію. Основна причина розгляду перехідного режиму полягає в тому, що граничні умови відзначаються різкими змінами. Розглядаємо конкретний випадок з відомою довжиною трубопроводу, що має жорсткі стінки, та заданим початковим і граничним розподілом параметрів газового потоку.

Основними завданнями даної роботи є:

- використання явного методу характеристик для вирішення задачі моделювання перехідного режиму течії газу через ділянку трубопроводу з урахуванням кінетичної енергії на основі системи диференціальних рівнянь у частинних похідних з заданим початковим розподілом і граничними умовами;
- розробка алгоритму для обчислення параметрів течії газу через ділянку трубопроводу, який враховує задані граничні умови;
- розробка програмного продукту для обчислення параметрів течії газу через ділянку трубопроводу з використанням вхідних даних;

- аналіз результатів обчислювального експерименту;
- оцінка часу поширення хвилі збурення для перехідного процесу, що розглядається;
- надання оцінки ефективності використання методу характеристик для даної математичної моделі, що описує перехідний режим течії газу по ДТ газотранспортної системи.

## 2 ВИБІР ТА ОБҐРУНТУВАННЯ МЕТОДУ РОЗВ'ЯЗАННЯ

### 2.1 Використання чисельного методу характеристик для розв'язання системи рівнянь математичної моделі перехідного режиму течії газу по ділянці трубопроводу з урахуванням кінетичної енергії

Основна ідея методу характеристик [6] полягає в тому, що він дозволяє перетворити рівняння у частинних похідних на сім'ю звичайних диференціальних рівнянь. Це досягається шляхом визначення кривих, які називаються характеристиками, вздовж яких рівняння у частинних похідних може бути зведено до звичайного диференціального рівняння.

Розглянемо систему  $n$  першопорядкових диференціальних рівнянь у частинних похідних:

$$\sum_{j=1}^n \left( \frac{a_{ij} \partial u_j}{\partial x} + \frac{b_{ij} \partial u_j}{\partial y} \right) = c_i, \quad i = \overline{1, n}, \quad (2.1)$$

де  $a_{ij}$ ,  $b_{ij}$ ,  $c_i$  – задані функції змінних  $u_1, u_2, \dots, u_n$ ;

$x, y$  – функції, які не мають розривів і мають неперервні похідні в певній області своїх аргументів. Системи такого вигляду називаються квазілінійними.

Розглянемо ситуацію, де  $u_1(x, y), u_2(x, y), \dots, u_n(x, y)$  – це розв'язок системи (2.1), який має неперервні похідні в області  $G$  площини  $x, y$ .

Додатково, нехай  $C$  – це гладка крива без кратних точок, розташована в області  $G$ . Можемо сформулювати наступне запитання: чи можливо визначити

значення частинних похідних  $q_i = \frac{\partial u_i}{\partial y}$  та  $p_i = \frac{\partial u_i}{\partial x}$  на кривій  $C$ , використовуючи

систему (2.1) та значення розв'язку  $u_1(x, y), u_2(x, y), \dots, u_n(x, y)$  на кривій  $C$ ?

Значення частинних похідних  $q_i, p_i$  (де  $i = \overline{1, n}$ ) на кривій  $C$  пов'язані  $n$  співвідношеннями

$$\sum_{j=1}^n (p_j \cdot a_{ij} + q_j \cdot b_{ij}) = c_i, \quad i = \overline{1, n}, \quad (2.2)$$

які отримані з системи (2.1), та  $n$  диференціальними співвідношеннями

$$du_i = p_i \cdot dx + q_i \cdot dy, \quad i = \overline{1, n}, \quad (2.3)$$

де диференціали обираються вздовж кривої  $C$ . Іншими словами, для визначення  $q_i, p_i$  ( $i = \overline{1, n}$ ) отримуємо систему  $2n$  лінійних рівнянь першого порядку.

Припустимо, що в даній точці кривої  $C$   $dx \neq 0$ , систему (2.3) можна перетворити на такий вигляд:

$$\frac{du_i}{dx} - \frac{q_i \cdot dy}{dx} = p_i, \quad i = \overline{1, n}. \quad (2.4)$$

Після цього із системи (2.2) можна виключити невідомі  $p_i$ . Для знаходження  $q_i$  отримаємо наступну систему рівнянь:

$$\sum_{j=1}^n q_j \cdot (b_{ij} \cdot dx - a_{ij} \cdot dy) = -\sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot du_j + c_i \cdot dx, \quad i = \overline{1, n}. \quad (2.5)$$

Якщо із цієї системи можна визначити  $q_1, q_2, \dots, q_n$ , то за допомогою системи (2.4) також буде можливо знайти  $p_1, p_2, \dots, p_n$ . Ми розглядали ситуацію, коли для точки кривої  $C$  вірно  $dx \neq 0$ . Однак, якщо це не виконується, то  $dy \neq 0$  і можемо переписати систему (2.3) у наступному вигляді

$$\frac{du_i}{dy} - \frac{p_i dx}{dy} = q_i, \quad i = \overline{1, n}.$$

Після цього вилучаємо з системи (2.2)  $q_i$  і отримуємо систему

$$\sum_{j=1}^n p_j \cdot (-b_{ij} dx + a_{ij} dy) = -\sum_{j=1}^n b_{ij} du_j + c_i dy, \quad i = \overline{1, n}.$$

Зауважимо, що визначник цієї системи може відрізнитися від визначника системи (2.5) тільки знаком. Позначимо визначник матриці коефіцієнтів системи (2.5) як  $\Delta$ , тобто

$$\Delta = \begin{vmatrix} b_{11} dx - a_{11} dy & b_{12} dx - a_{12} dy & \dots & b_{1n} dx - a_{1n} dy \\ b_{21} dx - a_{21} dy & b_{22} dx - a_{22} dy & \dots & b_{2n} dx - a_{2n} dy \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{n1} dx - a_{n1} dy & b_{n2} dx - a_{n2} dy & \dots & b_{nn} dx - a_{nn} dy \end{vmatrix}. \quad (2.6)$$

Розглянемо два сценарії:

- а) визначник  $\Delta$  не дорівнює нулю в будь-якій точці кривої  $C$ ;
- б) визначник  $\Delta$  на кривій  $C$  завжди рівний нулю.

У випадку а) система (2.5) має практично єдиний розв'язок  $q_i$ , тобто для кожної точки кривої  $C$  і для будь-яких значень  $u_1(x, y)$ ,  $u_2(x, y)$ , ...,  $u_n(x, y)$  на цій кривій, систему (2.1) можна однозначно вирішити, знаходячи частинні похідні цих функцій.

У випадку б), оскільки ми виходимо з існуючого розв'язку системи (2.1), система (2.5) має багато різних розв'язків, оскільки визначник системи дорівнює нулю, а система (2.5) повинна бути сумісною. У такому разі за значеннями  $u_1(x, y)$ ,  $u_2(x, y)$ , ...,  $u_n(x, y)$  на кривій  $C$  і системі (2.1) не можуть бути

встановлені однозначно значення частинних похідних  $q_i = \frac{\partial u_i}{\partial y}$  та  $p_i = \frac{\partial u_i}{\partial x}$  на

кривій  $C$ . Криву  $C$  разом зі значеннями розв'язку вздовж неї в  $n + 2$ -мірному просторі  $u_1, u_2, \dots, u_n, x, y$  називають характеристичною кривою.

Характеристика є проекцією цієї кривої  $C$  на площину  $x, y$ .

Кут, на який нахилється дотична лінія до характеристики  $C$  щодо вісі  $x$  відповідає значенню тангенсу цього кута  $\lambda = \frac{dy}{dx}$ , яке задовольняє такому

рівнянню:

$$0 = \begin{vmatrix} b_{11} - \lambda a_{11} & b_{12} - \lambda a_{12} & \dots & b_{1n} - \lambda a_{1n} \\ b_{21} - \lambda a_{21} & b_{22} - \lambda a_{22} & \dots & b_{2n} - \lambda a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{n1} - \lambda a_{n1} & b_{n2} - \lambda a_{n2} & \dots & b_{nn} - \lambda a_{nn} \end{vmatrix}. \quad (2.7)$$

У випадку заданого розв'язку  $u_1(x, y), u_2(x, y), \dots, u_n(x, y)$  гіперболічної системи (2.1) у будь-якій точці області  $G$ , де цей розв'язок визначено, рівняння (2.7) має  $n$  дійсних коренів, які визначають  $n$  напрямків дотичних ліній до характеристик, що відповідають даному розв'язку. Позначаючи  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  корені рівняння (2.7), що є (при заданому розв'язку  $u_1(x, y), u_2(x, y), \dots, u_n(x, y)$ ) функціями  $x$  та  $y$ , отримуємо  $n$  диференціальних рівнянь

$$\lambda_i(x, y) dx = dy, \quad i = \overline{1, n}. \quad (2.8)$$

Кожне рівняння визначає сімейство кривих, які є інтегральними кривими для цього рівняння, і це сімейство покриває всю область  $G$ . Розглядаючи рівняння (2.7) як диференціальне рівняння першого порядку  $n$ -ого ступеня та маючи заданий розв'язок  $u_1(x, y), u_2(x, y), \dots, u_n(x, y)$  системи (2.1), отримуємо  $n$  сімейств характеристик. Крізь кожну точку області  $G$  пролягатиме лише одна характеристика з кожного сімейства.

Розглянемо, що крива  $C$  у площині  $x, y$  є характеристикою системи (2.1), яка відповідає заданому розв'язку  $u_1(x, y), u_2(x, y), \dots, u_n(x, y)$ . Визначник  $\Delta$  на цій кривій  $C$  дорівнює нулю, і оскільки система (2.5) є сумісною, то всі визначники, отримані заміною  $k$ -ого стовпця правих частин системи (2.5) на стовпець вільних членів, також повинні дорівнювати нулю. Позначимо визначник, отриманий заміною в  $\Delta$   $k$ -ого стовпця стовпцем вільних членів системи (2.5), як  $\Delta_k$ . Тоді на кривій  $C$  функції  $u_1(x, y), u_2(x, y), \dots, u_n(x, y)$  будуть пов'язані  $n+1$  співвідношенням

$$0 = \Delta = \Delta_1 = \Delta_2 = \dots = \Delta_n.$$

Подивимось на рівняння характеристик для випадку  $n=3$ . Рівняння, що визначають напрямки характеристик, представлені у вигляді (2.8), де  $\lambda_i$  – корені рівняння

$$0 = \begin{vmatrix} b_{11} - \lambda a_{11} & b_{12} - \lambda a_{12} & b_{13} - \lambda a_{13} \\ b_{21} - \lambda a_{21} & b_{22} - \lambda a_{22} & b_{23} - \lambda a_{23} \\ b_{31} - \lambda a_{31} & b_{32} - \lambda a_{32} & b_{33} - \lambda a_{33} \end{vmatrix}. \quad (2.9)$$

Іншими словами, на характеристиках диференціальні співвідношення мають такий вигляд:

$$0 = \Delta = \begin{vmatrix} b_{11} - \lambda_i a_{13} & b_{12} - \lambda_i a_{13} & c_1 dx - a_{11} du_1 - a_{12} du_2 - a_{13} du_3 \\ b_{21} - \lambda_i a_{13} & b_{22} - \lambda_i a_{23} & c_2 dx - a_{21} du_1 - a_{22} du_2 - a_{23} du_3 \\ b_{31} - \lambda_i a_{13} & b_{32} - \lambda_i a_{33} & c_3 dx - a_{31} du_1 - a_{32} du_2 - a_{33} du_3 \end{vmatrix}, \quad (2.10)$$

або

$$0 = -C_i dx + M_i du_1 + N_i du_2 + P_i du_3, \quad (2.11)$$

де

$$C_i = \begin{vmatrix} b_{11} - \lambda_i a_{11} & b_{12} - \lambda_i a_{12} & c_1 \\ b_{21} - \lambda_i a_{21} & b_{22} - \lambda_i a_{22} & c_2 \\ b_{31} - \lambda_i a_{31} & b_{32} - \lambda_i a_{32} & c_3 \end{vmatrix}, \quad M_i = \begin{vmatrix} b_{11} - \lambda_i a_{11} & b_{12} - \lambda_i a_{12} & a_{13} \\ b_{21} - \lambda_i a_{21} & b_{22} - \lambda_i a_{22} & a_{23} \\ b_{31} - \lambda_i a_{31} & b_{32} - \lambda_i a_{32} & a_{33} \end{vmatrix},$$

$$N_i = \begin{vmatrix} b_{11} - \lambda_i a_{11} & b_{12} & a_{12} \\ b_{21} - \lambda_i a_{21} & b_{22} & a_{22} \\ b_{31} - \lambda_i a_{31} & b_{32} & a_{32} \end{vmatrix}, \quad P_i = \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} - \lambda_i a_{12} & a_{11} \\ b_{21} & b_{22} - \lambda_i a_{22} & a_{21} \\ b_{31} & b_{32} - \lambda_i a_{32} & a_{31} \end{vmatrix}.$$

Ситуація може скластися так, що умова (2.10) буде виконуватися в точності на певній характеристиці. У такому випадку замість умови (2.10) необхідно на цій конкретній характеристиці вибрати іншу умову, яку можна отримати, замінюючи один із стовпців визначника (2.10) іншим стовпцем, що містить вільні члени системи (2.5).

Метод характеристик застосовується для пошуку розв'язків заданої системи (1.4).

У попередньому розділі ми вже знайшли корені рівняння (2.9), які виглядають наступним чином:

$$\lambda_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{C_p \frac{P}{\alpha WS} + \alpha \frac{TWS}{P}}, \quad \lambda_2 = \frac{1}{\alpha \frac{TWS}{P} + \sqrt{\alpha TS}}, \quad \lambda_3 = \frac{1}{\alpha \frac{TWS}{P} - \sqrt{\alpha TS}}.$$

У даному випадку в області  $G$  розв'язку системи (1.4) існує три різних сімейства характеристик, і для кожного з цих сімейств існує власне диференціальне співвідношення. Щоб знайти ці диференціальні співвідношення на характеристиках 1-ї, 2-ї і 3-ї сімей розглянемо такі рівняння:

$$0 = \Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 - \lambda_i b_{11} & -\lambda_i b_{12} & -b_{11} dW - b_{12} dP + \Phi_1 dx \\ -\lambda_i b_{21} & 1 - \lambda_i b_{22} & -b_{21} dW \\ -\lambda_i b_{31} & -\lambda_i b_{32} & -b_{31} dW - b_{32} dP - b_{33} dT + \Phi_3 dx \end{vmatrix}.$$

Знайдемо цей визначник:

$$\begin{aligned}
0 = & (-b_{11}dW - b_{12}dP + \Phi_1dx) \cdot \begin{vmatrix} -\lambda_i b_{21} & 1 - \lambda_i b_{22} \\ -\lambda_i b_{31} & -\lambda_i b_{32} \end{vmatrix} + b_{21}dW \cdot \begin{vmatrix} 1 - \lambda_i b_{11} & -\lambda_i b_{12} \\ -\lambda_i b_{31} & -\lambda_i b_{32} \end{vmatrix} + \\
& + (-b_{31}dW - b_{32}dP - b_{33}dT + \Phi_3dx) \cdot \begin{vmatrix} 1 - \lambda_i b_{11} & -\lambda_i b_{12} \\ -\lambda_i b_{21} & 1 - \lambda_i b_{22} \end{vmatrix}, \\
& (b_{21}b_{32}\lambda_i^2 + b_{31}\lambda_i - b_{31}b_{22}\lambda_i^2) \cdot (-b_{11}dW - b_{12}dP + \Phi_1dx) + \\
& + (b_{11}b_{32}\lambda_i^2 - b_{32}\lambda_i - b_{12}b_{31}\lambda_i^2) \cdot b_{21}dW + \\
& + (1 - b_{22}\lambda_i + b_{11}b_{22}\lambda_i^2 - b_{11}\lambda_i - b_{12}b_{21}\lambda_i^2) \cdot (-b_{31}dW - b_{32}dP - b_{33}dT + \Phi_3dx) = 0.
\end{aligned}$$

Оскільки з вище описаних умов маємо, що  $b_{13} = b_{22} = b_{23} = 0$ , то у цьому випадку рівняння набуває такий вигляд:

$$\begin{aligned}
& (b_{21}b_{32}\lambda_i^2 + b_{31}\lambda_i) \cdot (-b_{11}dW - b_{12}dP + \Phi_1dx) + (b_{11}b_{32}\lambda_i^2 - b_{32}\lambda_i - b_{12}b_{31}\lambda_i^2) \cdot b_{21}dW + \\
& + (1 - b_{11}\lambda_i - b_{12}b_{21}\lambda_i^2) \cdot (-b_{31}dW - b_{32}dP - b_{33}dT + \Phi_3dx) = 0.
\end{aligned}$$

Відкриємо дужки і перетворимо дане рівняння, щоб виразити частинні похідні:

$$\begin{aligned}
& (-b_{11}b_{21}b_{32}\lambda_i^2 - b_{11}b_{31}\lambda_i + b_{21}b_{11}b_{32}\lambda_i^2 - b_{21}b_{32}\lambda_i - b_{21}b_{12}b_{31}\lambda_i^2 - b_{31} + b_{31}b_{11}\lambda_i + \\
& + b_{31}b_{12}b_{21}\lambda_i^2) dW + (-b_{12}b_{21}b_{32}\lambda_i^2 - b_{12}b_{31}\lambda_i - b_{32} + b_{32}b_{11}\lambda_i + b_{32}b_{12}b_{21}\lambda_i^2) dP + \\
& + (-b_{33} + b_{33}b_{11}\lambda_i + b_{33}b_{12}b_{21}\lambda_i^2) dT + \\
& + (\Phi_1 b_{21} b_{32} \lambda_i^2 + \Phi_1 b_{31} \lambda_i + \Phi_3 - \Phi_3 b_{11} \lambda_i - \Phi_3 b_{12} b_{21} \lambda_i^2) dx = 0.
\end{aligned}$$

Після спрощення складових, які містять  $dW$  і  $dP$  отримаємо такий вираз:

$$(-b_{21}b_{32}\lambda_i - b_{31})dW + (-b_{12}b_{31}\lambda_i - b_{32} + b_{11}b_{32}\lambda_i)dP + (-b_{33} + b_{11}b_{33}\lambda_i + b_{12}b_{21}b_{33}\lambda_i^2)dT + \\ + (\Phi_1 b_{21}b_{32}\lambda_i^2 + \Phi_1 b_{31}\lambda_i + \Phi_3 - \Phi_3 b_{11}\lambda_i - \Phi_3 b_{12}b_{21}\lambda_i^2)dx = 0.$$

Позначимо  $\sqrt{\alpha ST}$  як  $a$  і також підставимо відомі значення матриць  $B$ ,  $\Phi$  та значення кореня  $\lambda_1$ :

$$0 = \left( \frac{-a^2 \cdot \left(-2\frac{T}{W}\right) \cdot a^2 PW}{2C_p TP^2 + 2a^4 W^2} - \left(2\frac{TP}{W^2} + a^2\frac{T}{P}\right) \right) dW + \\ + \left( \frac{-\left(1 - \frac{a^2 W^2}{P^2}\right) \cdot \left(2\frac{TP}{W^2} + a^2\frac{T}{P}\right) \cdot a^2 PW}{2C_p TP^2 + 2a^4 W^2} - \left(-2\frac{T}{W}\right) + \frac{2\frac{a^2 W}{P} \cdot \left(-2\frac{T}{W}\right) \cdot a^2 PW}{2C_p TP^2 + 2a^4 W^2} \right) dP + \\ + \left( -\left(2\frac{a^2 W}{P} + 2C_p\frac{TP}{a^2 W}\right) + \frac{2\frac{a^2 W}{P} \cdot \left(2\frac{a^2 W}{P} + 2C_p\frac{TP}{a^2 W}\right) \cdot a^2 PW}{2C_p TP^2 + 2a^4 W^2} + \right. \\ \left. + \frac{a^2 \cdot \left(2\frac{a^2 W}{P} + 2C_p\frac{TP}{a^2 W}\right) \cdot \left(1 - \frac{a^2 W^2}{P^2}\right) \cdot (a^2 WP)^2}{(2C_p TP^2 + 2a^4 W^2)^2} \right) dT + \\ + \left( \left(-W|W|\beta\frac{ST}{P}\right) \left( \frac{a^2 \cdot (a^2 WP)^2 \left(-2\frac{T}{W}\right)}{(2C_p TP^2 + 2a^4 W^2)^2} + \frac{a^2 WP \cdot \left(2\frac{TP}{W^2} + a^2\frac{T}{P}\right)}{2C_p TP^2 + 2a^4 W^2} \right) + \right. \\ \left. + \left( 2\beta|W|\frac{ST^2}{P} - \frac{8KPT(T - T_{zp})}{a^2 DW^2} \right) \left( 1 - \frac{a^6 \left(1 - \frac{a^2 W^2}{P^2}\right) W^2 P^2}{(2C_p TP^2 + 2a^4 W^2)^2} - \frac{2a^2 W \cdot a^2 P \frac{W}{P}}{2C_p P^2 T + 2a^4 W^2} \right) \right) dx$$

та покроково скорочуємо дане рівняння:

$$\begin{aligned}
0 = & T \left( \frac{a^4 P}{C_p T P^2 + a^4 W^2} - \frac{a^2 W^2 + 2P^2}{W^2 P} \right) dW + \\
& + T \left( - \frac{\frac{a^2}{2} \cdot \left( \frac{2P^2 + a^2 W^2}{W} \right) \cdot \left( \frac{P^2 - a^2 W^2}{P^2} \right)}{C_p T P^2 + a^4 W^2} - \frac{2a^4 W}{C_p T P^2 + a^4 W^2} + \frac{2}{W} \right) dP + \\
& + \left( \left( \frac{a^6 W^2 (P^2 - a^2 W^2)}{(2C_p T P^2 + 2a^4 W^2)^2} + \frac{2a^4 W^2}{2C_p T P^2 + 2a^4 W^2} - 1 \right) \left( 2 \frac{C_p T P}{a^2 W} + 2 \frac{a^2 W}{P} \right) \right) dT + \\
& + \left( \left( \frac{(2P^2 + a^2 W^2) \cdot a^2}{2W (C_p T P^2 + a^4 W^2)} + \frac{-a^6 W P^2}{2(C_p T P^2 + a^4 W^2)^2} \right) \left( -\beta W |W| \frac{ST^2}{P} \right) + \right. \\
& \left. + \left( - \frac{a^6 W^2 (P^2 - a^2 W^2)}{(2C_p T P^2 + 2a^4 W^2)^2} - \frac{a^4 W^2}{C_p T P^2 + a^4 W^2} + 1 \right) \left( 2\beta \frac{ST^2 |W|}{P} - \frac{8KPT (T - T_{zp})}{a^2 DW^2} \right) \right) dx, \\
0 = & -T \left( \frac{2C_p T P^4 + a^4 W^2 P^2 + a^2 C_p W^2 T P^2 + a^6 W^4}{PW^2 (C_p T P^2 + a^4 W^2)} \right) dW + \\
& + T \left( \frac{4C_p T P^4 + a^6 W^4 - 2a^2 P^4 + a^4 P^2 W^2}{2P^2 W (C_p T P^2 + a^4 W^2)} \right) dP + \\
& + \left( \left( \frac{-4C_p^2 T^2 P^4 - a^8 W^4 + a^6 P^2 W^2 - 4a^4 C_p W^2 T P^2}{2(C_p T P^2 + a^4 W^2)^2} \right) \left( \frac{C_p T P^2 + a^4 W^2}{a^2 P W} \right) \right) dT + \\
& + \left( \left( \frac{-a^4 C_p W^2 T P^2 - 2a^2 C_p T P^4 - a^6 P^2 W^2 - a^8 W^4}{(C_p T P^2 + a^4 W^2)^2} \right) \left( \beta |W| \frac{ST^2}{2P} \right) + \right. \\
& \left. + \left( \frac{4a^4 C_p W^2 T P^2 - a^6 W^2 P^2 + a^8 W^4 + 4C_p^2 P^4 T^2}{(C_p T P^2 + a^4 W^2)^2} \right) \left( \beta |W| \frac{ST^2}{2P} - \frac{2KPT (T - T_{zp})}{a^2 DW^2} \right) \right) dx.
\end{aligned}$$

Після спрощення складових, які містять  $dx$ , отримуємо вираз 1-ї сім'ї характеристик:

$$\begin{aligned}
 dt &= \bar{\lambda}_1 dx, \\
 &-T \left( \frac{2C_p TP^4 + a^4 W^2 P^2 + a^2 C_p W^2 TP^2 + a^6 W^4}{W^2 P (C_p TP^2 + a^4 W^2)} \right) dW + \\
 &+ T \left( \frac{4C_p TP^4 + a^4 P^2 W^2 - 2a^2 P^4 + a^6 W^4}{2WP^2 (C_p TP^2 + a^4 W^2)} \right) dP + \\
 &+ \left( \left( \frac{-4a^4 C_p W^2 TP^2 - 4C_p^2 T^2 P^4 - a^8 W^4 + a^6 W^2 P^2}{2(C_p TP^2 + a^4 W^2)^2} \right) \left( \frac{C_p TP^2 + a^4 W^2}{a^2 PW} \right) \right) dT + \\
 &+ \left( \frac{3a^4 C_p W^2 TP^2 + 4C_p^2 T^2 P^4 - 2a^6 W^2 P^2 - 2a^2 C_p TP^4}{(C_p TP^2 + a^4 W^2)^2} \left( \beta |W| \frac{ST^2}{2P} \right) - \right. \\
 &\left. - \frac{4C_p^2 T^2 P^4 + 4a^4 C_p W^2 TP^2 - a^6 W^2 P^2 + a^8 W^4}{(C_p TP^2 + a^4 W^2)^2} \frac{2KPT(T - T_{cp})}{a^2 DW^2} \right) dx = 0.
 \end{aligned}$$

Аналогічно підставляємо корінь  $\lambda_2$  у вихідне рівняння для отримання виразу 2-ї сім'ї характеристик:

$$\begin{aligned}
 &\left( - \left( a^2 \frac{T}{P} + 2 \frac{TP}{W^2} \right) - \frac{a^2 \cdot \left( -2 \frac{T}{W} \right)}{a^2 \frac{W}{P} + a} \right) dW + \\
 &+ \left( \frac{2a^2 \frac{W}{P} \cdot \left( -2 \frac{T}{W} \right)}{a^2 \frac{W}{P} + a} - \frac{\left( 2 \frac{TP}{W^2} + a^2 \frac{T}{P} \right) \cdot \left( 1 - a^2 \frac{W^2}{P^2} \right)}{a^2 \frac{W}{P} + a} - \left( -2 \frac{T}{W} \right) \right) dP +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left( \frac{2a^2 \frac{W}{P} \cdot \left( 2C_p \frac{TP}{a^2 W} + 2a^2 \frac{W}{P} \right)}{a^2 \frac{W}{P} + a} \left( 2C_p \frac{TP}{a^2 W} - 2a^2 \frac{W}{P} \right) + \right. \\
& \quad \left. + \frac{a^2 \cdot \left( 1 - \frac{a^2 W^2}{P^2} \right) \left( 2C_p \frac{TP}{a^2 W} + 2a^2 \frac{W}{P} \right)}{\left( a^2 \frac{W}{P} + a \right)^2} \right) dT + \\
& + \left( \left( \frac{2 \frac{TP}{W^2} + a^2 \frac{T}{P}}{a^2 \frac{W}{P} + a} + \frac{a^2 \cdot \left( -2 \frac{T}{W} \right)}{\left( a^2 \frac{W}{P} + a \right)^2} \right) \left( -\beta W |W| \frac{ST}{P} \right) + \right. \\
& \quad \left. + \left( -\frac{a^2 \cdot \left( 1 - \frac{a^2 W^2}{P^2} \right)}{\left( a^2 \frac{W}{P} + a \right)^2} - \frac{2 \frac{a^2 W}{P}}{a^2 \frac{W}{P} + a} + 1 \right) \left( 2\beta |W| \frac{ST^2}{P} - \frac{8KTP(T - T_{cp})}{a^2 DW^2} \right) \right) dx = 0.
\end{aligned}$$

Скорочуємо:

$$\begin{aligned}
& \left( -\left( \frac{a^2 W^2 + 2P^2}{W^2 P} \right) T + 2a \frac{TP}{W(aW + P)} \right) dW + \\
& + \left( 2 \frac{T}{W} - 4a \frac{T}{aW + P} - \frac{(2TP^2 + a^2 W^2 T) \cdot (P^2 - a^2 W^2)}{aP^2 W^2 (aW + P)} \right) dP + \\
& + \left( \frac{-\left( \frac{2C_p TP}{a^2 W} + \frac{2a^2 W}{P} \right) (aW + P) + 2 \left( \frac{2C_p TP}{a^2 W} + \frac{2a^2 W}{P} \right) aW}{aW + P} \right) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left. + \frac{(P^2 - a^2W^2) \left( \frac{2C_p TP}{a^2W} + \frac{2a^2W}{P} \right)}{(aW + P)^2} \right) dT + \\
& + \left( \left( \frac{a^2W^2T + 2TP^2}{aW(aW + P)} - 2 \frac{TP^2}{(aW + P)^2} \right) \left( -\beta|W| \frac{ST}{P} \right) + \right. \\
& \left. + \left( -\frac{(P^2 - a^2W^2)^2}{(aW + P)^2} - \frac{2aW}{aW + P} + 1 \right) \left( 2\beta|W| \frac{ST^2}{P} - \frac{8KTP(T - T_{zp})}{a^2DW^2} \right) \right) dx = 0, \\
& - \frac{(a^2W^2P + 2P^3 + a^3W^3)T}{W^2P(aW + P)} dW + \\
& + 0 \cdot dT + T \left( \frac{2}{W} - \frac{4a}{aW + P} + \frac{a^4W^4 + a^2W^2P^2 - 2P^4}{aP^2W^2(aW + P)} \right) dP + \\
& + \left( \left( \frac{a^3W^3T + 2P^3T + a^2PW^2T}{aW(aW + P)^2} \right) \left( -\beta|W| \frac{ST}{P} \right) + 0 \right) dx = 0, \\
& - \frac{T(a^3W^3 + 2P^3 + a^2W^2P)}{W^2P(aW + P)} dW + T \left( \frac{-a^2P^2W^2 - 2P^4 + 2aP^3W + a^4W^4}{aP^2W^2(aW + P)} \right) dP + \\
& - \beta|W|ST^2 \frac{a^2PW^2 + 2P^3 + a^3W^3}{aPW(aW + P)^2} dx = 0.
\end{aligned}$$

Зрештою отримуємо вираз для 2-ї сім'ї характеристик:

$$dt = \bar{\lambda}_2 dx,$$

$$\begin{aligned}
& -T \frac{(a^2W^2P + a^3W^3 + 2P^3)}{PW^2(aW + P)} dW + T \left( \frac{-a^2P^2W^2 + a^4W^4 + 2aP^3W - 2P^4}{aP^2W^2(aW + P)} \right) dP - \\
& - \beta|W| \frac{T^2S(a^2W^2P + a^3W^3 + 2P^3)}{aPW(aW + P)^2} dx = 0,
\end{aligned}$$

$$+\beta|W|\frac{T^2S(a^2W^2P - a^3W^3 + 2P^3)}{aWP(-aW + P)^2}dx = 0.$$

Аналогічно підставляємо корінь  $\lambda_3$  для отримання виразу 3-ї сім'ї характеристик:

$$\begin{aligned} & \left( -\left( a^2 \frac{T}{P} + 2 \frac{TP}{W^2} \right) - \frac{a^2 \cdot \left( -2 \frac{T}{W} \right)}{a^2 \frac{W}{P} - a} \right) dW + \\ & + \left( \frac{2a^2 \frac{W}{P} \cdot \left( -2 \frac{T}{W} \right)}{a^2 \frac{W}{P} - a} - \frac{\left( 2 \frac{TP}{W^2} + a^2 \frac{T}{P} \right) \cdot \left( 1 - a^2 \frac{W^2}{P^2} \right)}{a^2 \frac{W}{P} - a} - \left( -2 \frac{T}{W} \right) \right) dP + \\ & + \left( \frac{2a^2 \cdot \left( 2C_p \frac{TP}{a^2W} + 2a^2 \frac{W}{P} \right) \cdot \frac{W}{P}}{a^2 \frac{W}{P} - a} - \left( 2C_p \frac{TP}{a^2W} + 2a^2 \frac{W}{P} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{a^2 \cdot \left( 1 - a^2 \frac{W^2}{P^2} \right) \cdot \left( 2C_p \frac{TP}{a^2W} + 2a^2 \frac{W}{P} \right)}{\left( a^2 \frac{W}{P} - a \right)^2} \right) dT + \\ & + \left( \left( \frac{a^2 \frac{T}{P} + 2 \frac{TP}{W^2}}{a^2 \frac{W}{P} - a} + \frac{a^2 \cdot \left( -2 \frac{T}{W} \right)}{\left( a^2 \frac{W}{P} - a \right)^2} \right) \left( -\beta W |W| \frac{ST}{P} \right) + \right. \\ & \left. + \left( -\frac{a^2 \cdot \left( 1 - a^2 \frac{W^2}{P^2} \right)}{\left( a^2 \frac{W}{P} - a \right)^2} - \frac{2a^2W}{a^2 \frac{W}{P} - a} + 1 \right) \left( 2\beta|W|\frac{T^2S}{P} - \frac{8KTP(T - T_{cp})}{a^2DW^2} \right) \right) dx = 0. \end{aligned}$$

Скорочуємо вираз:

$$\begin{aligned}
& \left( -\left( \frac{a^2 W^2 T + 2TP^2}{W^2 P} \right) + 2a \frac{PT}{W(aW - P)} \right) dW + \\
& + \left( 2 \frac{T}{W} - 4a \frac{T}{aW - P} - \frac{(2TP^2 + a^2 W^2 T) \cdot (P^2 - a^2 W^2)}{aW^2 P^2 (aW - P)} \right) dP + \\
& + \left( \frac{2aW \cdot \left( 2C_p \frac{TP}{a^2 W} + 2a^2 \frac{W}{P} \right)}{aW - P} - \left( 2C_p \frac{TP}{a^2 W} + 2a^2 \frac{W}{P} \right) + \right. \\
& \quad \left. + \frac{(P^2 - a^2 W^2) \cdot \left( 2C_p \frac{TP}{a^2 W} + 2a^2 \frac{W}{P} \right)}{(aW - P)^2} \right) dT + \\
& + \left( \left( \frac{a^2 W^2 T + 2TP^2}{PW^2 \left( a^2 \frac{W}{P} - a \right)} + \frac{P^2 \left( -2 \frac{T}{W} \right)}{(aW - P)^2} \right) \left( -\beta W |W| \frac{ST}{P} \right) + \right. \\
& \left. + \left( -\frac{-a^2 W^2 + P^2}{(aW - P)^2} - \frac{2aW}{aW - P} + 1 \right) \left( 2\beta |W| \frac{ST^2}{P} - \frac{8KTP(T - T_{cp})}{a^2 DW^2} \right) \right) dx = 0, \\
& T \frac{(-a^3 W^3 + a^2 PW^2 + 2P^3)}{PW^2 (aW - P)} dW + \\
& + T \left( \frac{-2aWP^3 - 2P^4 - a^2 W^2 P^2 + a^4 W^4}{aW^2 P^2 (aW - P)} \right) dP + \\
& + \left( 2C_p \frac{TP}{a^2 W} + 2a^2 \frac{W}{P} \right) \left( \frac{P^2 - a^2 W^2}{(aW - P)^2} + \frac{2aW}{aW - P} - 1 \right) dT + \\
& + \left( \left( \frac{-a^2 W^2 P + a^3 W^3 - 2P^3}{aW (aW - P)^2} \right) \left( -\beta |W| \frac{ST^2}{P} \right) + 0 \right) dx = 0.
\end{aligned}$$

Скоротивши вираз, отримуємо рівняння для 3-ї сім'ї характеристик:

$$dt = \bar{\lambda}_3 dx,$$

$$-T \frac{(a^2 W^2 P - a^3 W^3 + 2P^3)}{PW^2(P - aW)} dW - T \left( \frac{-a^2 W^2 P^2 - 2P^4 - 2aWP^3 + a^4 W^4}{aW^2 P^2 (P - aW)} \right) dP +$$

$$+\beta |W| \frac{ST^2 (a^2 W^2 P + 2P^3 - a^3 W^3)}{aWP(P - aW)^2} dx = 0.$$

Отже, отримали наступні диференціальні співвідношення:

$$dt = \bar{\lambda}_1 dx,$$

$$-T \left( \frac{2C_p TP^4 + a^6 W^4 + a^4 W^2 P^2 + a^2 C_p W^2 TP^2}{PW^2 (C_p TP^2 + a^4 W^2)} \right) dW +$$

$$+T \left( \frac{a^4 P^2 W^2 + 4C_p TP^4 - 2a^2 P^4 + a^6 W^4}{2WP^2 (C_p TP^2 + a^4 W^2)} \right) dP +$$

$$+ \left( \left( \frac{-4a^4 C_p W^2 TP^2 - 4C_p^2 T^2 P^4 - a^8 W^4 + a^6 W^2 P^2}{2(C_p TP^2 + a^4 W^2)^2} \right) \left( \frac{C_p TP^2 + a^4 W^2}{a^2 PW} \right) \right) dT +$$

$$+ \left( \frac{4C_p^2 T^2 P^4 - 2a^2 C_p TP^4 + 3a^4 C_p W^2 TP^2 - 2a^6 P^2 W^2}{(C_p TP^2 + a^4 W^2)^2} \left( \beta |W| \frac{ST^2}{2P} \right) - \right.$$

$$\left. - \frac{4C_p^2 T^2 P^4 + 4a^4 C_p W^2 TP^2 + a^8 W^4 - a^6 W^2 P^2}{(C_p TP^2 + a^4 W^2)^2} \frac{2KPT(T - T_{zp})}{a^2 DW^2} \right) dx = 0;$$

$$dt = \bar{\lambda}_2 dx,$$

$$-T \frac{(a^3 W^3 + a^2 W^2 P + 2P^3)}{PW^2(aW + P)} dW + T \left( \frac{2aP^3 W - 2P^4 - a^2 P^2 W^2 + a^4 W^4}{aP^2 W^2 (aW + P)} \right) dP -$$

$$\begin{aligned}
& -\beta|W| \frac{(a^2W^2P + 2P^3 + a^3W^3)ST^2}{aPW(aW + P)^2} dx = 0; \\
& dt = \bar{\lambda}_3 dx, \\
& -T \frac{(a^2W^2P - a^3W^3 + 2P^3)}{PW^2(P - aW)} dW - T \left( \frac{-2aWP^3 - 2P^4 - a^2W^2P^2 + a^4W^4}{aW^2P^2(P - aW)} \right) dP + \\
& +\beta|W| \frac{(-a^3W^3 + a^2W^2P + 2P^3)ST^2}{aWP(P - aW)^2} dx = 0.
\end{aligned}$$

## 2.2 Алгоритм розв'язання системи рівнянь математичної моделі перехідного режиму течії газу по ділянці трубопроводу з урахуванням кінетичної енергії

Для розв'язання отриманих диференціальних рівнянь характеристик використовуємо метод Масо, тобто змінюємо ці диференціальні рівняння на відповідні різниці. Важливо відзначити, що корені  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$  розміщені в порядку зростання модулів їх значень.

З метою обчислення параметрів газового потоку, які залежать від зміни граничних умов перехідного режиму течії газу, використовуємо алгоритм методу Масо. Даний алгоритм починається з таких кроків:

а) розділяємо відрізок  $[0, L]$  на  $N$  частин, отримуючи точки  $x_i$ ,  $i = \overline{1, N+1}$ . Таким чином, для кожної точки  $i$  на  $k$ -у часовому шарі розрахункової сітки, показаної на рис. 2.1., визначаємо наступні параметри:  $(x_i, t_i, W_i(x_i, t_i), P_i(x_i, t_i), T_i(x_i, t_i))$ ;

б) позначаємо як  $k_{\max}$  кількість часових шарів, які необхідно обчислити.

На даному етапі докладніше розглянемо запропоновану процедуру обчислення параметрів газового 1-ї точки на парному часовому шарі ( $k + 1 = 2, 4, \dots$ ) завдяки параметрам 2-ї точки на непарному часовому шарі з урахуванням

граничних умов на початку ділянки. Іншими словами, розглянемо метод визначення параметрів газового потоку в вузлах сітки, які зображені на рис. 2.2.

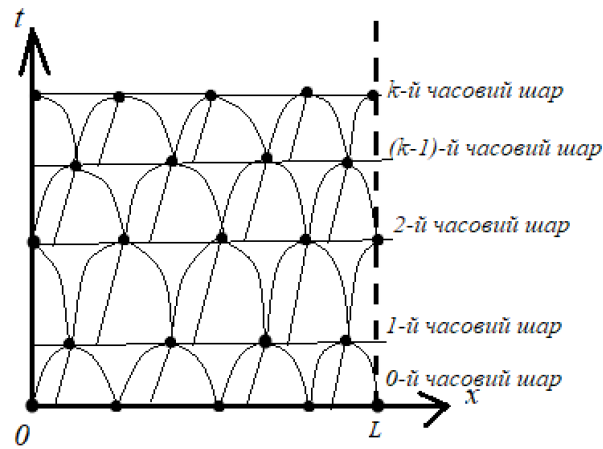


Рисунок 2.1 – Розрахункова сітка

Крок 1. Вважаємо, що задані наступні граничні умови:

$$P(0,t) = P^0(t), T(0,t) = T^0(t).$$

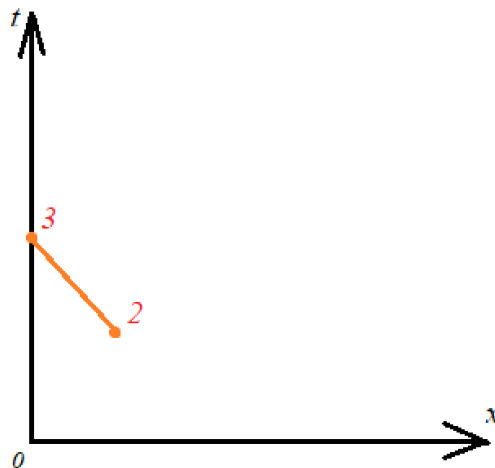


Рисунок 2.2 – Схема знаходження параметрів точки 3 на початку ДТ

Крок 2. Беремо параметри точки 2  $(x_2, t_2, W_2(x_2, t_2), P_2(x_2, t_2), T_2(x_2, t_2))$  на непарному часовому шарі, і знаходимо параметри точки 3 (рис 2.2)  $(x_3, t_3, W_3(x_3, t_3), P_3(x_3, t_3), T_3(x_3, t_3))$  на наступному (вже парному) часовому шарі.

Точка 3 знаходиться на осі ординат, тому  $x_3 = 0$ , а отже

$$t_3^{(1)} = t_2 - \overline{\lambda}_{32} x_2.$$

Точка  $t_3^{(1)}$  є точкою перетину прямої, яка проведена з точки 2 та віссю ординат.

Крок 3. Оскільки на початку ділянки задані параметри газового потоку, такі як тиск і температура у вигляді функцій часу, то при відомому параметрі  $t_3$  можна знайти  $T_3(x_3, t_3)$  та  $P_3(x_3, t_3)$  з граничних умов:

$$T_3^{(1)} = T^0(t_3^{(1)}),$$

$$P_3^{(1)} = P^0(t_3^{(1)}).$$

Крок 4. Беремо відрізок, який поєднує точку 2 та точку 3 як характеристику та використовуючи диференціальне співвідношення вздовж характеристики, запишемо рівняння для визначення першого наближення  $W(x, t)$  в точці 3, тобто визначимо

$W_3^{(1)}$ :

$$\begin{aligned} & -T_2 \frac{(a^2 W_2^2 P_2 - a^3 W_2^3 + 2P_2^3)}{P_2 W_2^2 (P_2 - aW_2)} (W_3^{(1)} - W_2) - \\ & -T_2 \left( \frac{-2aW_2 P_2^3 - 2P_2^4 - a^2 W_2^2 P_2^2 + a^4 W_2^4}{aW_2^2 P_2^2 (P_2 - aW_2)} \right) (P_3^{(1)} - P_2) + \\ & + \beta |W_2| \frac{(-a^3 W_2^3 + a^2 W_2^2 P_2 + 2P_2^3) S T_2^2}{aW_2 P_2 (P_2 - aW_2)^2} (x_3^{(1)} - x_2) = 0. \end{aligned}$$

Зробимо наступні позначення:

$$M_2^{(1)} = -T_2 \frac{(a^2 W_2^2 P_2 - a^3 W_2^3 + 2P_2^3)}{P_2 W_2^2 (P_2 - aW_2)},$$

$$N_2^{(1)} = -T_2 \left( \frac{-2aW_2 P_2^3 - 2P_2^4 - a^2 W_2^2 P_2^2 + a^4 W_2^4}{aW_2^2 P_2^2 (P_2 - aW_2)} \right),$$

$$C_2^{(1)} = \beta |W_2| \frac{(-a^3 W_2^3 + a^2 W_2^2 P_2 + 2P_2^3) S T_2^2}{aW_2 P_2 (P_2 - aW_2)^2}, \quad PP_2^{(1)} = 0.$$

Тоді наше рівняння приймає вигляд:

$$M_2^{(1)} (W_3^{(1)} - W_2) + N_2^{(1)} (P_3^{(1)} - P_2) + C_2^{(1)} (x_3^{(1)} - x_2) = 0.$$

Крок 5. Припустимо  $l=1$ . Після знаходження параметрів точки 3:  $(x_3, t_3^{(l)}, W_3^{(l)}, P_3^{(l)}, T_3^{(l)})$ , виконаємо її уточнення наступним методом.

Розрахуємо значення  $\overline{\lambda_{33}^{(l)}}$  за формулою:

$$\overline{\lambda_{33}^{(l)}} = \frac{1}{\alpha \frac{T_3^{(l)} W_3^{(l)} S}{P_3^{(l)}} - \sqrt{\alpha T_3^{(l)} S}}.$$

Крок 6. Знаходимо величину

$$\overline{\lambda_{32}^{(l+1)}} = \frac{(\overline{\lambda_{33}^{(l)}} + \overline{\lambda_{32}^{(l)}})}{2}.$$

Крок 7. Підставляючи цю величину для точки 2 отримуємо:

$$M_2^{(l+1)} = -\frac{1}{2} \left( T_2 \frac{(a^2 W_2^2 P_2 - a^3 W_2^3 + 2P_2^3)}{P_2 W_2^2 (P_2 - aW_2)} + T_3^{(l)} \frac{(a^2 W_3^{(l)2} P_3^{(l)} - a^3 W_3^{(l)3} + 2P_3^{(l)3})}{P_3^{(l)} W_3^{(l)2} (P_3^{(l)} - aW_3^{(l)})} \right),$$

$$\begin{aligned}
N_2^{(l+1)} &= -\frac{1}{2} \left( T_2 \left( \frac{-2aW_2P_2^3 - 2P_2^4 - a^2W_2^2P_2^2 + a^4W_2^4}{aW_2^2P_2^2(P_2 - aW_2)} \right) + \right. \\
&\quad \left. + T_3^{(l)} \left( \frac{-2aW_3^{(l)}P_3^{(l)3} - 2P_3^{(l)4} - a^2W_3^{(l)2}P_3^{(l)2} + a^4W_3^{(l)4}}{aW_3^{(l)2}P_3^{(l)2}(P_3^{(l)} - aW_3^{(l)})} \right) \right), \\
C_2^{(l)} &= \frac{\beta}{2} \left( |W_2| \frac{(-a^3W_2^3 + a^2W_2^2P_2 + 2P_2^3)ST_2^2}{aW_2P_2(P_2 - aW_2)^2} + \right. \\
&\quad \left. + |W_3^{(l)}| \frac{(-a^3W_3^{(l)3} + a^2W_3^{(l)2}P_3^{(l)} + 2P_3^{(l)3})ST_3^{(l)2}}{aW_3^{(l)}P_3^{(l)}(P_3^{(l)} - aW_3^{(l)})^2} \right), \\
PP_2^{(l+1)} &= 0.
\end{aligned}$$

Крок 8. Знайдемо координату уточненої точки 3 за формулою:

$$t_3^{(l+1)} = t_2 - \overline{\lambda_{32}^{(l+1)}} x_2.$$

Крок 9. Використовуючи цю формулу та граничні умови, знаходимо значення  $T_3^{(l+1)}$  та  $P_3^{(l+1)}$ :

$$T_3^{(l+1)} = T^0(t_3^{(l+1)}),$$

$$P_3^{(l+1)} = P^0(t_3^{(l+1)}).$$

Крок 10. Значення  $W_3^{(l+1)}$  знаходимо з рівняння

$$M_2^{(l+1)}(W_3^{(l+1)} - W_2) + N_2^{(l+1)}(P_3^{(l+1)} - P_2) + PP_2^{(l+1)}(T_3^{(l+1)} - T_2) - C_2^{(l+1)}x_2 = 0.$$

Крок 11. Якщо вірні наступні твердження  $|W_3^{(l+1)} - W_3^{(l)}| < \varepsilon$  та  $|t_3^{(l+1)} - t_3^{(l)}| < \varepsilon$ , то значення  $W_3^{(l+1)}$ ,  $P_3^{(l+1)}$ ,  $T_3^{(l+1)}$ ,  $t_3^{(l+1)}$ ,  $x_3$  знайдені (це будуть параметри першої точки на наступному  $k+1$ -у часовому шарі) і можна переходити до пошуку параметрів останньої  $N+1$ -ї точки на наступному  $k+1$ -ому часовому шарі, в іншому ж випадку беремо  $l=l+1$  та повертаємось до кроку 5.

Далі розглянемо випадок знаходження параметрів  $N+1$ -ї точки  $(x_{N+1}, t_{N+1}, W_{N+1}(x_{N+1}, t_{N+1}), P_{N+1}(x_{N+1}, t_{N+1}), T_{N+1}(x_{N+1}, t_{N+1}))$  на парному часовому шарі ( $k+1=2, 4, \dots$ ), по параметрам  $N+1$ -ї точки на попередньому непарному  $k$ -у часовому шарі та по параметрам  $N+1$ -ї точки на попередньому парному  $(k-1)$ -у часовому шарі з урахуванням граничних умов на кінці ділянки. Алгоритм знаходження викладений нижче.

Вважаємо, що на кінці ділянки задані граничні умови:

$$G(L, t) = G^L(t).$$

Крок 1. Беремо параметри точки 1  $(x_1, t_1, W_1(x_1, t_1), P_1(x_1, t_1), T_1(x_1, t_1))$  на  $k$ -у часовому шарі, і параметри точки 2  $(x_2, t_2, W_2(x_2, t_2), P_2(x_2, t_2), T_2(x_2, t_2))$  на  $(k-1)$ -у часовому шарі, знаходимо параметри третьої точки  $(x_3, t_3, W_3(x_3, t_3), P_3(x_3, t_3), T_3(x_3, t_3))$  на наступному  $k+1$ -у (парному) часовому шарі. Точка 3 знаходиться на осі ординат, тому  $x_3 = L$ , окрім цього, так як на кінці ділянки задана витрата, як функції часу, то при відомому параметрі  $t_3$  можна знайти  $W_3(x_3, t_3)$  з граничних умов. Представлення знаходження параметрів точки 3 зображено на рис. 2.3.

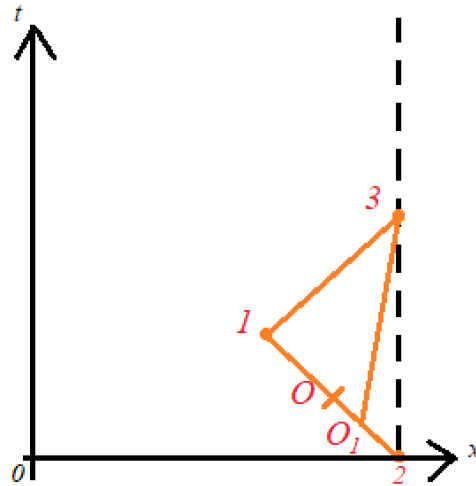


Рисунок 2.3 – Схема знаходження параметрів  $t_3$  на кінці ДТ

Крок 2. Позначимо через точку  $O$  середину відрізка, який з'єднує точку 1 та точку 2. Координати цієї точки знаходимо по формулах:

$$x_0 = \frac{1}{2}(x_1 + x_2), \quad t_0 = \frac{1}{2}(t_1 + t_2),$$

$$W_0 = \frac{1}{2}(W_1 + W_2), \quad P_0 = \frac{1}{2}(P_1 + P_2), \quad T_0 = \frac{1}{2}(T_1 + T).$$

Крок 3. Оскільки точка 3 знаходиться на осі ординат, то  $x_3 = L$ . Знаходимо другу координату  $t_3^{(1)}$ :

$$t_3^{(1)} = t_1 + \overline{\lambda_{11}}(L - x_1),$$

оскільки точка 3 є точкою перетину прямої, проведеної з точки 1, та віссю ординат.

Крок 4. Знайдемо нові координати точки  $O_1 = (x_0^{(1)}, t_0^{(1)})$ :

$$\begin{cases} t_3^{(1)} - t_0^{(1)} = \overline{\lambda_{20}}(L - x_0^{(1)}), \\ t_1 - t_0^{(1)} = \frac{t_2 - t_1}{x_2 - x_1}(x_1 - x_0^{(1)}). \end{cases}$$

Крок 5. Введемо позначення вигляду:

$$v^{(1)} = \frac{x_0^{(1)} - x_1}{x_2 - x_0^{(1)}} = \frac{t_1 - t_0^{(1)}}{t_0^{(1)} - t_2}.$$

Крок 6. Визначимо значення  $P(x,t)$ ,  $W(x,t)$ ,  $T(x,t)$  у точці  $O_1$  за формулою:

$$\begin{cases} P_0^{(1)} = \frac{P_1 + v^{(1)}P_2}{1 + v^{(1)}}; \\ W_0^{(1)} = \frac{W_1 + v^{(1)}W_2}{1 + v^{(1)}}; \\ T_0^{(1)} = \frac{T_1 + v^{(1)}T_2}{1 + v^{(1)}}. \end{cases}$$

Крок 7. Знаходимо перше наближення  $W(x,t)$  з граничних умов:

$$W_3^{(1)} = \frac{G^L(t_3^{(1)})}{S},$$

де  $S$  – площа перерізу труби.

Крок 8. Беремо відрізки, які поєднують відповідно точки 1 і 3, та точки  $O_1$  та 3, а також використовуючи диференціальні співвідношення вздовж характеристик, напишемо систему рівнянь для визначення перших наближень для значень  $P(x,t)$  та  $T(x,t)$  в точці 3:

$$\begin{aligned}
& -T_1 \left( \frac{a^4 P_1^2 W_1^2 + a^6 W_1^4 + 2C_p P_1^4 T_1 + a^2 W_1^2 P_1^2 C_p T_1}{(a^4 W_1^2 + C_p P_1^2 T_1) P_1 W_1^2} \right) (W_3^{(1)} - W_1) + \\
& + T_1 \left( \frac{-2a^2 P_1^4 + a^6 W_1^4 + a^4 W_1^2 P_1^2 + 4C_p P_1^4 T_1}{2P_1^2 W_1 (a^4 W_1^2 + C_p P_1^2 T_1)} \right) (P_3^{(1)} - P_1) + \\
& + \left( \frac{a^4 W_1^2 + C_p P_1^2 T_1}{a^2 W_1 P_1} \right) \left( \frac{-a^8 W_1^4 - 4a^4 W_1^2 P_1^2 T_1 C_p - 4C_p^2 P_1^4 T_1^2 + a^6 P_1^2 W_1^2}{2(a^4 W_1^2 + C_p P_1^2 T_1)^2} \right) (T_3^{(1)} - T_1) + \\
& + \left( \frac{\beta T_1^2 S |W_1|}{2P_1} \right) \frac{-2a^6 P_1^2 W_1^2 - 2a^2 P_1^4 T_1 C_p + 3a^4 W_1^2 P_1^2 T_1 C_p + 4C_p^2 P_1^4 T_1^2}{(a^4 W_1^2 + C_p P_1^2 T_1)^2} - \\
& - \frac{2KPT_1(T_1 - T_{zp})}{Da^2 W_0^{(1)2}} \frac{4a^4 W_1^2 P_1^2 T_1 C_p + a^8 W_1^4 + 4C_p^2 P_1^4 T_1^2 - a^6 P_1^2 W_1^2}{(a^4 W_1^2 + C_p P_1^2 T_1)^2} (L - x_1) = 0, \\
& - \frac{T_0^{(1)} (2P_0^{(1)3} + a^2 P_0^{(1)} W_0^{(1)2} + a^3 W_0^{(1)3})}{W_0^{(1)2} P_0^{(1)} (P_0^{(1)} + aW_0^{(1)})} (W_3^{(1)} - W_0^{(1)}) + \\
& + T_0^{(1)} \left( \frac{-2P_0^{(1)4} + a^4 W_0^{(1)4} + 2aW_0^{(1)} P_0^{(1)3} - a^2 W_0^{(1)2} P_0^{(1)2}}{aW_0^{(1)2} P_0^{(1)2} (P_0^{(1)} + aW_0^{(1)})} \right) (P_3^{(1)} - P_0^{(1)}) - \\
& - \frac{ST_0^{(1)2} \beta (2P_0^{(1)3} + a^2 P_0^{(1)} W_0^{(1)2} + a^3 W_0^{(1)3}) |W_0^{(1)}|}{aW_0^{(1)} P_0^{(1)} (P_0^{(1)} + aW_0^{(1)})^2} (L - x_0^{(1)}) = 0.
\end{aligned}$$

Крок 9. Припустимо, що  $l=1$ . Після знаходження параметрів точки 3  $(L, t_3^{(l)}, W_3^{(l)}, P_3^{(l)}, T_3^{(l)})$  виконаємо її уточнення наступним чином. Обчислимо значення  $\overline{\lambda_{13}^{(l)}}$ ,  $\overline{\lambda_{23}^{(l)}}$ :

$$\overline{\lambda_{13}^{(l)}} = \frac{1}{2C_p \frac{P_3^{(l)}}{\alpha S W_3^{(l)}} + 2\alpha \frac{S W_3^{(l)} T_3^{(l)}}{P_3^{(l)}}}, \quad \overline{\lambda_{23}^{(l)}} = \frac{1}{\sqrt{\alpha S T_3^{(l)}} + \alpha S T_3^{(l)} \frac{W_3^{(l)}}{P_3^{(l)}}}.$$

Крок 10. Знаходимо величини

$$\overline{\lambda_{11}^{(l+1)}} = \frac{1}{2}(\overline{\lambda_{11}} + \overline{\lambda_{13}^{(l)}}), \quad \overline{\lambda_{20}^{(l+1)}} = \frac{1}{2}(\overline{\lambda_{20}^{(l)}} + \overline{\lambda_{23}^{(l)}}).$$

Крок 11. Для точки 1 отримуємо наступні формули:

$$\begin{aligned} M_1^{(l+1)} &= \frac{1}{2} \left( -T_1 \left( \frac{a^4 P_1^2 W_1^2 + a^6 W_1^4 + 2C_p P_1^4 T_1 + a^2 W_1^2 P_1^2 C_p T_1}{(a^4 W_1^2 + C_p P_1^2 T_1) P_1 W_1^2} \right) - \right. \\ &\quad \left. -T_3^{(l)} \left( \frac{a^4 P_3^{(l)2} W_3^{(l)2} + a^6 W_3^{(l)4} + 2C_p P_3^{(l)4} T_3^{(l)} + a^2 W_3^{(l)2} P_3^{(l)2} C_p T_3^{(l)}}{(a^4 W_3^{(l)2} + C_p P_3^{(l)2} T_3^{(l)}) P_3^{(l)} W_3^{(l)2}} \right) \right), \\ N_1^{(l+1)} &= \frac{1}{2} \left( T_1 \left( \frac{-2a^2 P_1^4 + a^6 W_1^4 + a^4 W_1^2 P_1^2 + 4C_p P_1^4 T_1}{2P_1^2 W_1 (a^4 W_1^2 + C_p P_1^2 T_1)} \right) + \right. \\ &\quad \left. +T_3^{(l)} \left( \frac{-2a^2 P_3^{(l)4} + a^6 W_3^{(l)4} + a^4 W_3^{(l)2} P_3^{(l)2} + 4C_p P_3^{(l)4} T_3^{(l)}}{2P_3^{(l)2} W_3^{(l)} (a^4 W_3^{(l)2} + C_p P_3^{(l)2} T_3^{(l)})} \right) \right), \\ PP_1^{(l+1)} &= \frac{1}{2} \left( \left( \frac{a^4 W_1^2 + C_p P_1^2 T_1}{a^2 W_1 P_1} \right) \left( \frac{-a^8 W_1^4 - 4a^4 W_1^2 P_1^2 T_1 C_p - 4C_p^2 P_1^2 T_1^2 + a^6 P_1^2 W_1^2}{2(a^4 W_1^2 + C_p P_1^2 T_1)^2} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \left( \frac{a^4 W_3^{(l)2} + C_p P_3^{(l)2} T_3^{(l)}}{a^2 W_3^{(l)} P_3^{(l)}} \right) \left( \frac{-a^8 W_3^{(l)4} - 4a^4 W_3^{(l)2} P_3^{(l)2} T_3^{(l)} C_p - 4C_p^2 P_3^{(l)2} T_3^{(l)2} + a^6 P_3^{(l)2} W_3^{(l)2}}{2(a^4 W_3^{(l)2} + C_p P_3^{(l)2} T_3^{(l)})^2} \right) \right), \\ C_1^{(l+1)} &= \frac{1}{2} \left( \left( \frac{\beta T_1^2 S |W_1|}{2P_1} \right) \frac{-2a^6 P_1^2 W_1^2 - 2a^2 P_1^4 T_1 C_p + 3a^4 W_1^2 P_1^2 T_1 C_p + 4C_p^2 P_1^4 T_1^2}{(a^4 W_1^2 + C_p P_1^2 T_1)^2} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{2KPT_1 (T_1 - T_{ep})}{Da^2 W_1^2} \frac{4a^4 W_1^2 P_1^2 T_1 C_p + a^8 W_1^4 + 4C_p^2 P_1^4 T_1^2 - a^6 P_1^2 W_1^2}{(a^4 W_1^2 + C_p P_1^2 T_1)^2} + \right. \\ &\quad \left. + \left( \frac{\beta T_3^{(l)2} S |W_3^{(l)}|}{2P_3^{(l)}} \right) \frac{-2a^6 P_3^{(l)2} W_3^{(l)2} - 2a^2 P_3^{(l)4} T_3^{(l)} C_p + 3a^4 W_3^{(l)2} P_3^{(l)2} T_3^{(l)} C_p + 4C_p^2 P_3^{(l)4} T_3^{(l)2}}{(a^4 W_3^{(l)2} + C_p P_3^{(l)2} T_3^{(l)})^2} - \right. \end{aligned}$$

$$\frac{2KP_3^{(l)}T_3^{(l)}(T_3^{(l)} - T_{cp})}{Da^2W_3^{(l)2}} \left( 4a^4W_3^{(l)2}P_3^{(l)2}T_3^{(l)}C_p + a^8W_3^{(l)4} + 4C_p^2P_3^{(l)4}T_3^{(l)2} - a^6P_3^{(l)2}W_3^{(l)2} \right) \frac{1}{\left( a^4W_3^{(l)2} + C_pP_3^{(l)2}T_3^{(l)} \right)^2}.$$

Крок 12. Для точки  $0_1$  отримуємо:

$$M_{0_1}^{(l+1)} = \frac{1}{2} \left( -\frac{T_0^1 \left( 2P_0^{1^3} + a^2P_0^1W_0^1 + a^3W_0^{1^3} \right)}{W_0^{1^2}P_0^1(P_0^1 + aW_0^1)} - \frac{T_3^{(l)} \left( 2P_3^{(l)3} + a^2P_3^{(l)}W_3^{(l)} + a^3W_3^{(l)3} \right)}{W_3^{(l)2}P_3^{(l)}(P_3^{(l)} + aW_3^{(l)})} \right),$$

$$N_{0_1}^{(l+1)} = \frac{1}{2} \left( T_0^1 \left( \frac{-2P_0^{1^4} + a^4W_0^{1^4} + 2aW_0^1P_0^{1^3} - a^2W_0^{1^2}P_0^{1^2}}{aW_0^{1^2}P_0^1(P_0^1 + aW_0^1)} \right) + \right.$$

$$\left. + T_3^{(l)} \left( \frac{-2P_3^{(l)4} + a^4W_3^{(l)4} + 2aW_3^{(l)}P_3^{(l)3} - a^2W_3^{(l)2}P_3^{(l)2}}{aW_3^{(l)2}P_3^{(l)2}(P_3^{(l)} + aW_3^{(l)})} \right) \right),$$

$$PP_{0_1}^{(l+1)} = 0,$$

$$C_{0_1}^{(l+1)} = \frac{1}{2} \left( -\frac{ST_0^{1^2}\beta(2P_0^{1^3} + a^2P_0^1W_0^{1^2} + a^3W_0^{1^3})|W_0^1|}{aW_0^1P_0^1(P_0^1 + aW_0^1)^2} - \frac{ST_3^{(l)2}\beta(2P_3^{(l)3} + a^2P_3^{(l)}W_3^{(l)2} + a^3W_3^{(l)3})|W_3^{(l)}|}{aW_3^{(l)}P_3^{(l)}(P_3^{(l)} + aW_3^{(l)})^2} \right).$$

Крок 13. Знаходимо координати уточнених точок 0 та 3 за формулами:

$$t_3^{(l+1)} = t_1 + \overline{\lambda_{11}^{(l+1)}} \cdot (L - x_1), \quad \begin{cases} t_3^{(l+1)} - t_0^{(l+1)} = \lambda_{20}^{(l+1)} \cdot (x_3^{(l+1)} - x_0^{(l+1)}), \\ t_1 - t_0^{(l+1)} = \frac{t_2 - t_1}{x_2 - x_1} \cdot (x_1 - x_0^{(l+1)}). \end{cases}$$

Крок 14. Обчислимо значення для  $v^{(l+1)}$ ,  $W_0^{(l+1)}$ ,  $T_0^{(l+1)}$ ,  $P_0^{(l+1)}$  за формулами:

$$v^{(l+1)} = \frac{x_0^{(l+1)} - x_1}{x_2 - x_0^{(l+1)}}, \quad \begin{cases} W_0^{(l+1)} = \frac{W_1 + v^{(l+1)}W_2}{1 + v^{(l+1)}}; \\ P_0^{(l+1)} = \frac{P_1 + v^{(l+1)}P_2}{1 + v^{(l+1)}}; \\ T_0^{(l+1)} = \frac{T_1 + v^{(l+1)}T_2}{1 + v^{(l+1)}}. \end{cases}$$

Крок 15. Знаходимо наближення  $W(x, t)$  з граничних умов:

$$W_3^{(l+1)} = \frac{G^L(t_3^{(l+1)})}{S}.$$

Крок 16. Використовуючи попередні формули, знаходимо значення  $P_3^{(l+1)}$ ,  $T_3^{(l+1)}$ , розв'язуючи систему рівнянь

$$\begin{cases} M_1^{(l+1)}(W_3^{(l+1)} - W_1) + N_1^{(l+1)}(P_3^{(l+1)} - P_1) + PP_1^{(l+1)}(T_3^{(l+1)} - T_1) + C_1^{(l+1)}(L - x_1) = 0, \\ M_{0_1}^{(l+1)}(W_3^{(l+1)} - W_0^{(l+1)}) + N_{0_1}^{(l+1)}(P_3^{(l+1)} - P_0^{(l+1)}) + PP_{0_1}^{(l+1)}(T_3^{(l+1)} - T_0^{(l+1)}) + \\ + C_{0_1}^{(l+1)}(L - x_0^{(l+1)}) = 0. \end{cases}$$

Крок 17. Якщо виконуються рівності

$$\left| P_3^{(l+1)} - P_3^{(l)} \right| < \varepsilon, \quad \left| T_3^{(l+1)} - T_3^{(l)} \right| < \varepsilon, \quad \left| t_3^{(l+1)} - t_3^{(l)} \right| < \varepsilon,$$

то параметри точки 3  $(L, t_3^{(l)}, W_3^{(l)}, P_3^{(l)}, T_3^{(l)})$  знайдені (це буде  $N+1$  точка на  $k+1$ -у часовому шарі), і переходимо до кроку 16 основного алгоритму. В інакшому ж випадку беремо  $l = l + 1$  та переходимо до кроку 9.

## Висновки за розділом 2

У другому розділі даної кваліфікаційної роботи був обраний явний метод характеристик для розв'язання системи рівнянь математичної моделі перехідного режиму течії газу по ДТ з урахуванням кінетичної енергії, описана основна суть цього методу, а також був розроблений за методом характеристик алгоритм знаходження параметрів газового потоку при перехідному режиму течії по ДТ при заданих граничних умовах.

Використовуючи викладену в розділі 2 інформацію можна починати розробляти програмний продукт для чисельного обчислення параметрів газового потоку для знаходження більш точних значень цих параметрів та аналізу поведінки течії газу при перехідному режимі, а також досягнення головної мети даної кваліфікаційної роботи – оцінки часу поширення хвилі збурення перехідного процесу.

## 3 ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ

### 3.1 Система комп'ютерної алгебри Mathematica 10.0

Розглянемо систему комп'ютерної алгебри Mathematica 10.0 [7], розроблену компанією Wolfram Research. Mathematica 10.0 – це потужний програмний продукт, який поєднує в собі високопродуктивні обчислення, графічне відображення та можливість розробки програмних продуктів в інтерактивному середовищі. Наведемо нижче основні характеристики Mathematica 10.0.

1. Високопродуктивні обчислення: Mathematica 10.0 володіє потужними алгоритмами для чисельних та символьних обчислень. Це дозволяє вирішувати широкий спектр математичних завдань, від простих арифметичних операцій до складних символьних виразів.

2. Графічне відображення: система має розширені засоби візуалізації, що дозволяють будувати якісні графіки, графіки функцій, діаграми та інші візуальні елементи.

3. Програмування в Mathematica: версія 10.0 надає можливості розробки програмних продуктів за допомогою власної мови програмування Wolfram Language. Це відкриває широкі можливості для автоматизації обчислень та розробки власних алгоритмів.

4. Графічний інтерфейс та взаємодія: Mathematica 10.0 має інтуїтивно зрозумілий графічний інтерфейс, що полегшує взаємодію користувача з системою. Вона також підтримує інтерактивне введення команд, що спрощує використання для користувачів будь-якого рівня.

Mathematica 10.0 використовується як для вирішення математичних задач, від простих обчислень до складних аналітичних досліджень, так і для моделювання фізичних та інженерних систем, що дозволяє аналізувати різні аспекти їх функціонування.

### 3.2 Алгоритм розв'язання задачі комп'ютерного моделювання перехідних режимів течії газу по ділянці трубопроводу з урахуванням кінетичної енергії

Алгоритм розв'язання задачі комп'ютерного моделювання перехідних режимів течії газу по ДТ з урахуванням кінетичної енергії має включати наступні кроки та етапи:

Етап 1. Визначення початкових та граничних умов:

а) задати технічні параметри трубопроводу: довжина ділянки, діаметр труби, товщина стінок і далі;

б) встановити початкові умови для параметрів газу (тиск, температура, витрата) та граничні умови на границях ділянки.

Етап 2. Розбиття ділянки на точки розбиття: визначити кількість та розташування точок розбиття ДТ для апроксимації параметрів газу.

Етап 3. Задання фізичних параметрів газу: визначити фізичні характеристики газу (газова константа, масова теплоємність) для врахування кінетичної енергії.

Етап 4. Моделювання гідродинамічних рівнянь:

а) застосувати гідродинамічні рівняння для опису течії газу, включаючи закони збереження маси, кількості руху та енергії;

б) врахувати кінетичну енергію газу, використовуючи відповідні додаткові члени у рівняннях.

Етап 5. Використання методу характеристик: застосувати метод характеристик для чисельного розв'язання системи гіперболічних рівнянь в частинних похідних, що виникають при моделюванні течії газу.

Етап 6. Розрахунок перехідних процесів: визначити часові шари для розрахунку параметрів газового потоку на різних етапах перехідного режиму.

Етап 7. Апроксимація результатів: апроксимувати отримані результати за допомогою чисельних методів для покращення точності та зменшення обчислювального навантаження.

Етап 8. Аналіз результатів:

- а) перевірити коректність отриманих результатів, порівняти їх з експериментальними даними або аналітичними рішеннями;
- б) здійснити аналіз впливу різних параметрів на динаміку перехідного режиму.

Етап 9. Створення програмного продукту: реалізувати алгоритм у вигляді програмного продукту для зручного та ефективного використання.

Етап 10. Оптимізація та масштабування: здійснити оптимізацію алгоритму та перевірити його масштабованість для обробки великих обсягів даних чи складних конфігурацій трубопроводів.

### 3.3 Опис програми

Для ефективного розв'язання завдання, що стоїть перед цією кваліфікаційною роботою, було розроблено спеціалізований програмний продукт. Він призначений для обчислення та визначення ключових параметрів газового потоку під час перехідного процесу на ДТ на кожному часовому шарі. Отримані значення залежать від початкового розподілу параметрів газу. За допомогою методу характеристик стало можливим точне відстеження часу розповсюдження перехідного процесу.

Для перевірки правильності функціонування обраного методу та розробленого програмного продукту, були проведені тестування на різноманітних прикладах. Це дозволило переконатися в адекватності роботи методу та програмного забезпечення в різних умовах та сценаріях, що можуть зустрічатися у практичній реалізації.

Згідно з алгоритмом задачі комп'ютерного моделювання перехідних режимів течії газу по ДТ з урахуванням кінетичної енергії, викладеному в підрозділі 3.2, для визначення параметрів перехідного режиму транспорту газу за допомогою методу характеристик, були задані технічні параметри

трубопроводу, фізичні характеристики газу та початкові умови. Використовувався стаціонарний розподіл як початковий стан.

Для даного дослідження розглядалася лінійна ділянка трубопроводу, на якій враховувались такі фізичні характеристики труби:

- довжина ділянки  $L = 7$  км;
- внутрішній діаметр ділянки газопроводу  $D = 1200$  мм;
- товщина стінок труби  $\delta = 10$  мм;
- коефіцієнт ефективності ділянки  $E = 0,95$ ;
- коефіцієнт теплопередачі від труби до ґрунту  $k_T = 1,4 \frac{\text{ккал}}{\text{м}^2 \cdot \text{год} \cdot \text{К}}$ .

А також враховувалися наступні фізичні параметри газу та характеристики навколишнього середовища:

- питома теплоємність газу  $C_p = 0,655952 \frac{\text{ккал}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$ ;
- коефіцієнт стислості газу  $z_H = 0,9$ ;
- температура ґрунту на глибині закладання газопроводу  $t_{gp} = 10$  °С;
- відносна щільність газу по повітрю  $\Delta = 0,604707$ .

Як початкові умови для експерименту, встановили тиск газу рівний  $P_H = 80,56$  атм, температуру –  $t_H = 39$  °С, та комерційну витрату –  $q = 84,6$  млн м<sup>3</sup>/добу.

Після задання необхідних вихідних даних реалізуємо алгоритм розрахунку необхідних параметрів газового потоку згідно з методикою, описаною в підрозділі 2.2.

Результати розрахунків значень параметрів отримуємо в точках розбиття ДТ на кожному часовому шарі, що дозволяло докладно вивчити характеристики газу на різних відрізках цієї ділянки у залежності від часу.

Програмну реалізацію наведено в додатку А.

### Висновки за розділом 3

У третьому розділі даної кваліфікаційної роботи було детально розглянуто можливості та переваги системи комп'ютерної алгебри Mathematica 10.0, описаний алгоритм розв'язання задачі комп'ютерного моделювання перехідних режимів течії газу по ДТ з урахуванням кінетичної енергії, за допомогою якого ми забезпечили надійні та точні результати моделювання перехідних режимів течії газу по ДТ, а також було подано опис програми, розробленої на основі алгоритму.

Програма успішно реалізує розрахунки параметрів газового потоку в умовах перехідних режимів течії газу, враховуючи кінетичну енергію. Вона є потужним інструментом для виконання аналізу та прогнозування динаміки газотранспортних систем.

## 4 РЕЗУЛЬТАТИ ОБЧИСЛЮВАЛЬНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ ТА ЇХ АНАЛІЗ

### 4.1 Обчислювальний експеримент для стаціонарного режиму

Для проведення розрахунків також обиралася кількість точок розбиття для даної ДТ та відповідні для них кількості часових шарів:  $n_1 = 7$  і  $\kappa_1 = 1200$ ,  $n_2 = 14$  і  $\kappa_2 = 2400$ ,  $n_3 = 28$  і  $\kappa_3 = 4800$ . Результати розрахунків наведемо з точністю  $\varepsilon = 10^{-6}$ .

Розрахунок параметрів стаціонарного режиму течії газового потоку на ДТ при  $n_i$ ,  $\kappa_i$ ,  $i = 1, 2, 3$  на останньому часовому шарі наведено в табл. 4.1 – 4.3.

Порівняння отриманих результатів, а саме значень параметрів на останніх часових шарах при  $n_i$ ,  $\kappa_i$ ,  $i = 1, 2, 3$  на кінці ДТ та час їх розрахунку і виводу результатів наведено у табл. 4.4 та 4.5 відповідно.

Таблиця 4.1 – Стаціонарний режим течії газу по ДТ при  $n_1 = 7$  і  $\kappa_1 = 1200$

Просторова змінна $x$ (км)	Часова змінна $t$ (с)	Витрата газу $q$ (млн м <sup>3</sup> /добу)	Тиск $P$ (атм)	Температура $T$ (°C)
0	860,754391	84,638126	80,56	39
0,004278	860,748290	84,638090	80,558774	38,999616
0,008556	860,742164	84,638041	80,557548	38,999238
1,006923	860,742060	84,627537	80,270591	38,913665
2,006025	860,741957	84,617119	79,982459	38,828223
3,005747	860,741854	84,607009	79,693175	38,742801
5,003038	857,896317	84,590853	79,112317	38,570671
7	855,051928	84,6	78,527924	38,385696

Таблиця 4.2 – Стаціонарний режим течії газу по ДТ при  $n_2 = 14$  і  $\kappa_2 = 2400$ 

Просторова змінна $x$ (км)	Часова змінна $t$ (с)	Витрата газу $q$ (млн м <sup>3</sup> /добу)	Тиск $P$ (атм)	Температура $T$ (°C)
0	860,770673	84,628871	80,56	39
0,002137	860,767628	84,628864	80,559388	38,999806
0,004275	860,764577	84,628855	80,558776	38,999613
0,006412	860,761519	84,618844	80,558164	38,999420
...	...	...	...	...
2,505754	860,758207	84,615195	79,838960	38,779563
3,005665	860,758158	84,612437	79,694353	38,735800
4,004356	859,335123	84,606957	79,404704	38,648555
5,002989	857,912371	84,601695	79,114049	38,561459
6,001545	856,489925	84,597699	78,822403	38,473938
7	855,067809	84,6	78,529869	38,383242

Таблиця 4.3 – Стаціонарний режим течії газу по ДТ при  $n_3 = 28$  і  $\kappa_3 = 4800$ 

Просторова змінна $x$ (км)	Часова змінна $t$ (с)	Витрата газу $q$ (млн м <sup>3</sup> /добу)	Тиск $P$ (атм)	Температура $T$ (°C)
0	860,780117	84,617069	80,56	39
0,001068	860,778596	84,617067	80,559694	38,999903
0,002136	860,777074	84,617065	80,559389	38,999806
...	...	...	...	...
1,506422	860,767758	84,612930	80,127667	38,865291
1,756215	860,767734	84,612240	80,055756	38,843017
...	...	...	...	...
6,001564	856,499212	84,600413	78,823746	38,467094
6,500796	855,788104	84,599422	78,677629	38,422989
7	855,077087	84,6	78,531289	38,378095

Таблиця 4.4 – Порівняння отриманих значень параметрів на останньому часовому шарі при  $n_i$ ,  $\kappa_i$ ,  $i = 1, 2, 3$  на кінці ДТ та комерційної витрати  $q_0$  (млн м<sup>3</sup>/добу) на початку ДТ

	$n_1 = 7$ , $\kappa_1 = 1200$	$n_2 = 14$ , $\kappa_2 = 2400$	$n_3 = 28$ , $\kappa_3 = 4800$
Часова змінна $t$ (с)	855,051928	855,067809	855,077087
Витрата газу $q_0$	84,6381264	84,6288718	84,6170689
Тиск $P$ (атм)	78,527924	78,529869	78,531289
Температура $T$ (°C)	38,385696	38,383242	38,378095

Таблиця 4.5 – Час розрахунку та виведення параметрів газового потоку

	$n_1 = 7$ , $\kappa_1 = 1200$	$n_2 = 14$ , $\kappa_2 = 2400$	$n_3 = 28$ , $\kappa_3 = 4800$
Час розрахунку параметрів газового потоку (хв)	1,292448	4,422135	18,571094
Час виведення результатів (хв)	3	8.890625	30,281250

Аналізуючи результати, можна побачити, що для даної ділянки  $L = 7$  км значення отриманих параметрів газового потоку при різних кількостях точок розбиття ділянки та кількості часових шарів є дуже близькими. Натомість час розрахунку параметрів і час виведення результатів при  $n_3 = 28$  і  $\kappa_3 = 4800$  є занадто великим, тому робимо висновок, достатньо брати  $n_1 = 7$  і  $n_2 = 14$  точок розбиття, максимально рекомендоване значення точок розбиття –  $n_3 = 28$ , проводити експеримент з ще більшими значеннями точок розбиття і часових шарів не раціонально по витраті часу на обчислення. Часовий проміжок розрахунку стаціонарного режиму складає у всіх трьох випадках 855 с, тобто 14,25 хвилин.

## 4.2 Результати обчислювального експерименту для нестационарного режиму

Тепер розглянемо випадок перехідного режиму течії газу по ДТ при  $n_i$ ,  $\kappa_i$ ,  $i = 1, 2, 3$  і проаналізуємо зміну значень параметрів газового потоку від зміни кількостей точок розбиття і часових шарів.

Перехідний режим течії газу обумовлюється важливою подією, а саме підключенням значного споживача газу через 3 хвилини від початку експерименту, і значення комерційної витрати після цього було збільшено до нового показника:  $q = 98,6$  млн  $\text{м}^3$ /добу. Це провокує випробування алгоритму, який використовує метод характеристик, за умови, що відбувається зміна значення комерційної витрати наприкінці розглянутої ДТ. Такий підхід дозволяє з'ясувати, як алгоритм реагує та адаптується до зміни у вхідних параметрах, що може відбутися у реальних умовах експлуатації.

Розглянемо перший випадок, коли  $n_1 = 7$  і  $\kappa_1 = 1200$ .

За умовами експерименту, підключення споживача відбувається через 3 хвилини від початку дослідження. Виходячи з даних, які ми отримали при дослідженні стаціонарного режиму, 180-та секунда течії газу досягається на 252-у часовому шарі, тобто в нашому випадку перехідний режим починається на 252-у часовому шарі.

Результати розрахунку параметрів газового потоку при  $n_1 = 7$  і  $\kappa_1 = 1200$  на 250-у (до перехідного режиму), 252-у (під час перехідного режиму), на 280-у (після перехідного режиму) та на 1200-у часових шарах наведені в табл. 4.6 – 4.9.

Графічне зображення отриманих значень параметрів газового потоку на початку та кінці ДТ при  $n_1 = 7$  і  $\kappa_1 = 1200$  зображено лінійно на рис. 4.1 та рис. 4.2 відповідно.

Таблиця 4.6 – Параметри газового потоку на 250-у часовому шарі на ДТ  
при  $n_1 = 7$  і  $\kappa_1 = 1200$

Просторова змінна $x$ (км)	Часова змінна $t$ (с)	Витрата газу $q$ (млн м <sup>3</sup> /добу)	Тиск $P$ (атм)	Температура $T$ (°C)
0	180,151256	84,638156	80,56	39
0,004255	180,145188	84,638121	80,558781	38,999617
1,002614	180,145142	84,627632	80,271831	38,914035
2,001704	180,145099	84,617214	79,983706	38,828595
3,001411	180,145057	84,607101	79,694431	38,743175
4,001623	180,145016	84,597864	79,404033	38,657474
5,002245	180,144975	84,590836	79,112549	38,570770
7	177,299553	84,6	78,527924	38,385698

Таблиця 4.7 – Параметри газового потоку на 252-у часовому шарі на ДТ  
при  $n_1 = 7$  і  $\kappa_1 = 1200$

Просторова змінна $x$ (км)	Часова змінна $t$ (с)	Витрата газу $q$ (млн м <sup>3</sup> /добу)	Тиск $P$ (атм)	Температура $T$ (°C)
0	180,157325	84,638182	80,56	39
0,998343	180,157328	84,627725	80,273060	38,914402
1,997416	180,157334	84,617306	79,984944	38,828963
2,997106	180,157341	84,607191	79,695678	38,743545
3,997301	180,157351	84,597946	79,405289	38,657850
4,997905	180,157362	84,590898	79,113814	38,571157
5,998831	180,157373	84,589157	78,821317	38,481771
7	180,157857	98,6	78,131949	30,309619

Тривимірне зображення отриманих значень параметрів газового потоку по ДТ при  $n_1 = 7$  і  $\kappa_1 = 1200$  зображено на рис. 4.3 – 4.5.

Таблиця 4.8 – Параметри газового потоку на 280-у часовому шарі на ДТ  
при  $n_1 = 7$  і  $\kappa_1 = 1200$

Просторова змінна $x$ (км)	Часова змінна $t$ (с)	Витрата газу $q$ (млн м <sup>3</sup> /добу)	Тиск $P$ (атм)	Температура $T$ (°C)
0	200,513115	97,136238	80,56	39
0,984921	200,513914	95,920940	80,167835	39,504646
1,969285	200,514668	95,448552	79,787486	39,650473
2,952833	200,515413	95,509139	79,413029	39,533006
3,935333	200,516176	95,939128	79,039941	39,233255
4,916613	200,516978	96,632316	78,665229	38,806656
5,896541	200,517832	97,530272	78,287081	38,285541
7	200,519662	98,6	77,856958	37,680864

Таблиця 4.9 – Параметри газового потоку на 1200-у часовому шарі на ДТ  
при  $n_1 = 7$  і  $\kappa_1 = 1200$

Просторова змінна $x$ (км)	Часова змінна $t$ (с)	Витрата газу $q$ (млн м <sup>3</sup> /добу)	Тиск $P$ (атм)	Температура $T$ (°C)
0	864,465886	98,671567	80,56	39
0,004257	864,459787	98,671496	80,558340	38,999675
0,008514	864,453662	98,671399	80,556680	38,999362
0,993615	864,454472	98,651236	80,171048	38,930797
1,976584	864,455276	98,631349	79,784445	38,862416
2,958593	864,456084	98,612013	79,396394	38,793994
5,041958	861,297854	98,582270	78,566987	38,644671
7	858,497797	98,6	77,780339	38,483001

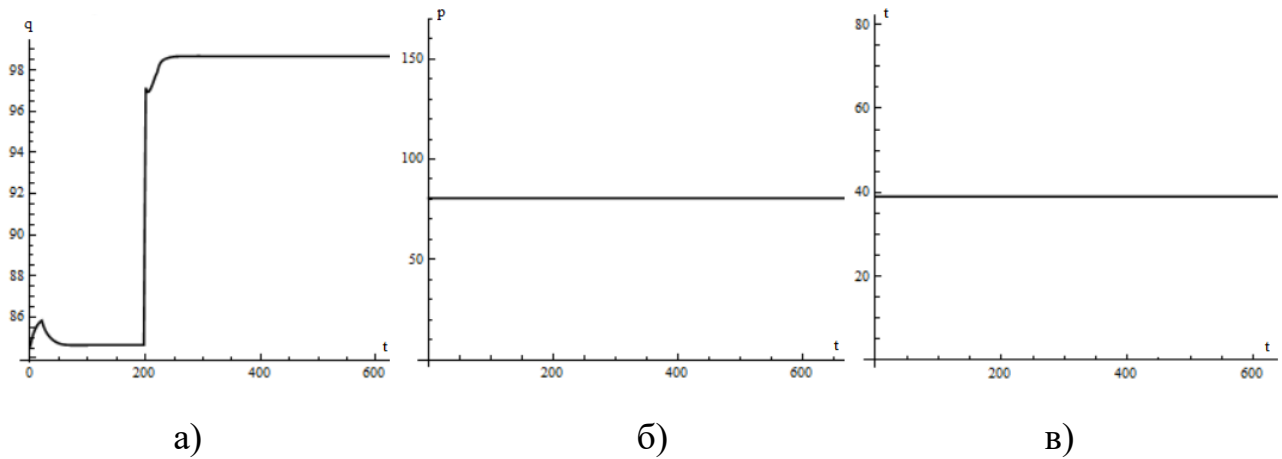


Рисунок 4.1 – Графічне зображення: а) параметру витрати газу  $q$  (млн м<sup>3</sup>/добу); б) тиску  $P$  (атм); в) температури  $T$  (°C)

на початку ДТ при  $n_1 = 7$ ,  $\kappa_1 = 1200$

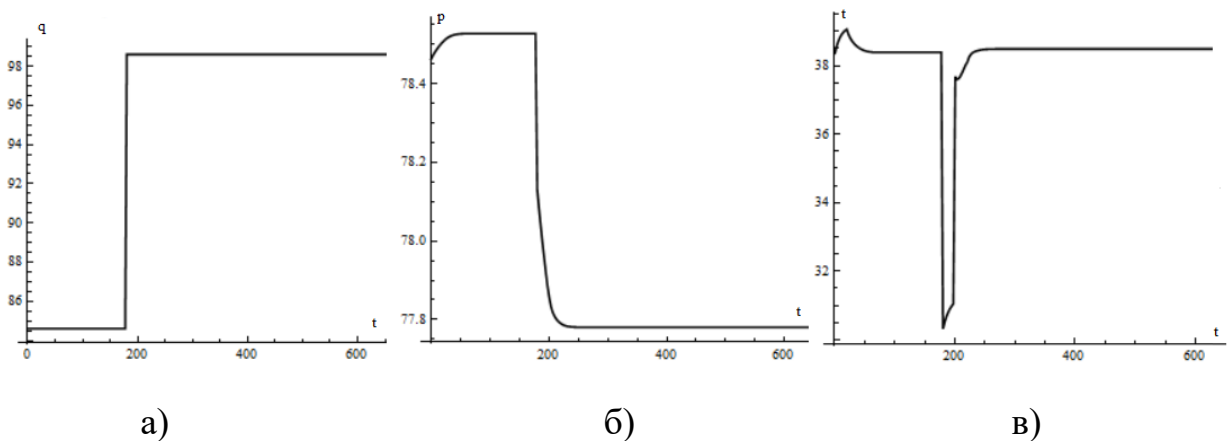


Рисунок 4.2 – Графічне зображення: а) параметру витрати газу  $q$  (млн м<sup>3</sup>/добу); б) тиску  $P$  (атм); в) температури  $T$  (°C)

на кінці ДТ при  $n_1 = 7$  і  $\kappa_1 = 1200$

Так на рисунку 4.3 показана зміна комерційної витрати газу в залежності від просторової змінної  $x$  та часової змінної  $t$ . Так на рисунку 4.4 показана зміна тиску газу в залежності від просторової змінної  $x$  та часової змінної  $t$ . Так на рисунку 4.5 показана зміна температури газу в залежності від просторової змінної  $x$  та часової змінної  $t$ .

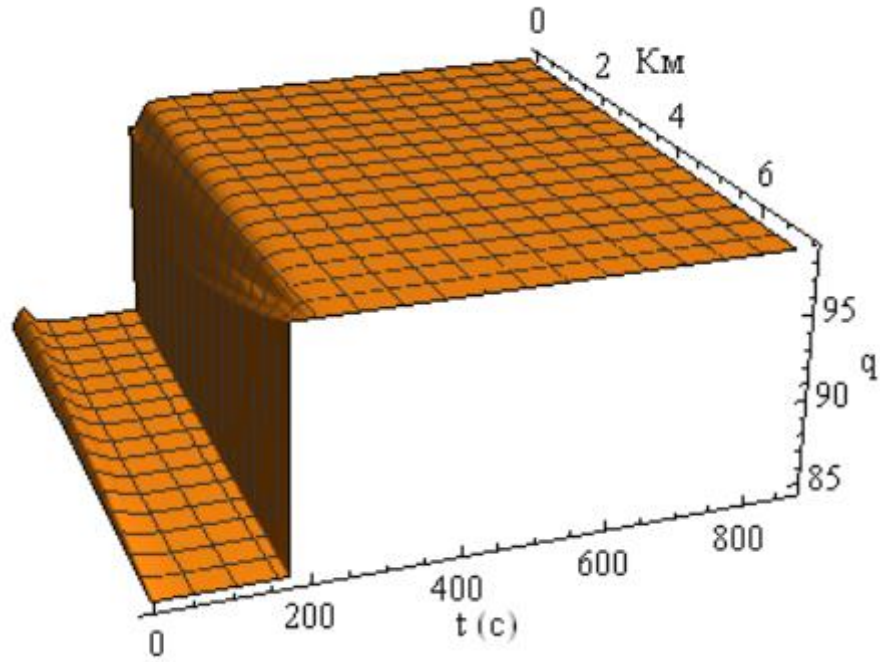


Рисунок 4.3 – Графічне зображення параметру витрати газу  $q$  (млн  $\text{м}^3/\text{добу}$ )

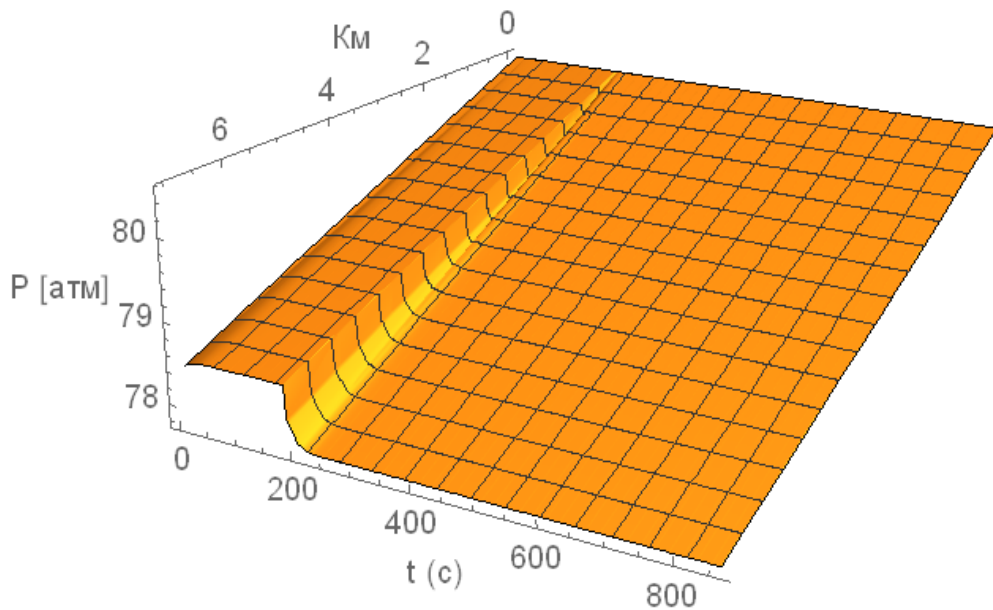


Рисунок 4.4 – Графічне зображення параметру тиску  $P$  (атм)

Тепер розглянемо, які значення параметрів отримаємо при перехідному, якщо кількість точок розбиття  $n_2 = 14$  і кількість часових шарів  $\kappa_2 = 2400$ .

Перехідний режим у цьому випадку починається з парного 504-го часового шару.

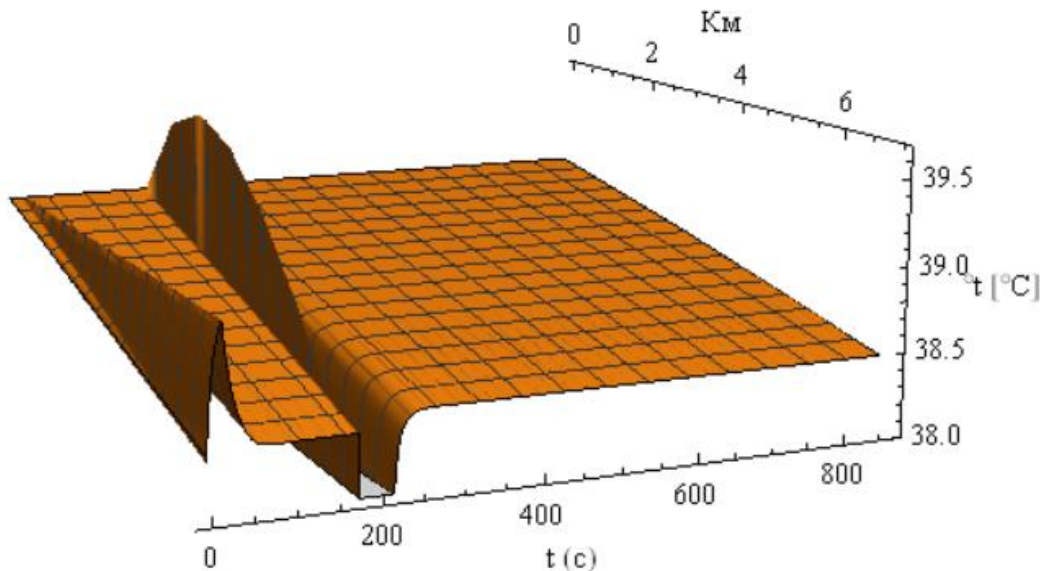


Рисунок 4.5 – Графічне зображення параметру температури  $T$  ( $^{\circ}\text{C}$ )

Результати розрахунку параметрів на 502-у (до перехідного режиму), 504-у (під час перехідного режиму), на 560-у (після перехідного режиму) та на 2400-у часових шарах наведені в табл. 4.10 – 4.13.

Таблиця 4.10 – Параметри газового потоку на 502-у часовому шарі на ДТ при  $n_2 = 14$  і  $\kappa_2 = 2400$

Просторова змінна $x$ (км)	Часова змінна $t$ (с)	Витрата газу $q$ (млн $\text{м}^3$ /добу)	Тиск $P$ (атм)	Температура $T$ ( $^{\circ}\text{C}$ )
0	180,159006	84,628844	80,56	39
0,002123	180,155982	84,628837	80,559392	38,999807
0,501206	180,155971	84,626142	80,416277	38,955756
1,000475	180,155960	84,623431	80,272861	38,911763
...	...	...	...	...
4,999962	180,155897	84,601692	79,114932	38,561722
5,500407	180,155891	84,599379	78,968894	38,517993
6,000932	180,155884	84,597679	78,822583	38,473986
7	178,732932	84,6	78,529870	38,383217

Таблиця 4.11 – Параметри газового потоку на 504-у часовому шарі на ДТ  
при  $n_2 = 14$  і  $\kappa_2 = 2400$

Просторова змінна $x$ (км)	Часова змінна $t$ (с)	Витрата газу $q$ (млн м <sup>3</sup> /добу)	Тиск $P$ (атм)	Температура $T$ (°C)
0	180,162037	84,628850	80,56	39
0,499079	180,162039	84,626166	80,416887	38,955944
0,998344	180,162040	84,623455	80,273473	38,911951
1,497782	180,162043	84,620733	80,129762	38,868014
...	...	...	...	...
5,498237	180,162083	84,599400	78,969527	38,518184
5,998758	180,162089	84,597694	78,823219	38,474181
6,499348	180,162096	84,597347	78,676655	38,429493
7	180,162339	98,6	78,133890	30,307832

Таблиця 4.12 – Параметри газового потоку на 560-у часовому шарі на ДТ  
при  $n_2 = 14$  і  $\kappa_2 = 2400$

Просторова змінна $x$ (км)	Часова змінна $t$ (с)	Витрата газу $q$ (млн м <sup>3</sup> /добу)	Тиск $P$ (атм)	Температура $T$ (°C)
0	200,528549	97,369218	80,56	39
0,492380	200,528954	95,925370	80,343051	39,648526
0,984734	200,529326	95,010216	80,138312	40,050512
1,477011	200,529677	94,520005	79,942881	40,247053
...	...	...	...	...
5,406903	200,532599	96,660813	78,466088	38,831863
5,896746	200,533025	97,201183	78,279241	38,527915
6,386241	200,533469	97,766377	78,090886	38,214682
7	200,534846	98,6	77,850592	37,763903

Таблиця 4.13 – Параметри газового потоку на 2400-у часовому шарі на ДТ  
при  $n_2 = 14$  і  $\kappa_2 = 2400$

Просторова змінна $x$ (км)	Часова змінна $t$ (с)	Витрата газу $q$ (млн м <sup>3</sup> /добу)	Тиск $P$ (атм)	Температура $T$ (°C)
0	864,484573	98,654783	80,56	39
0,002128	864,481527	98,654768	80,559172	38,999834
0,004256	864,478475	98,654749	80,558343	38,999670
0,006384	864,475416	98,654726	80,557514	38,999507
0,008513	864,472351	98,654699	80,556685	38,999346
...	...	...	...	...
2,960487	864,474788	98,623095	79,397835	38,782486
4,064941	862,715131	98,613632	78,959829	38,700913
5,043455	861,315993	98,603591	78,569726	38,629429
6,021792	859,916963	98,595813	78,177768	38,557042
7	858,518001	98,6	77,784103	38,479211

Розглянемо третій випадок, коли кількість точок розбиття  $n_3 = 28$  і кількість часових шарів  $\kappa_3 = 4800$ .

Перехідний режим для таких значень починається з парного 1008-го часового шару.

Результати розрахунку параметрів на 1006-у (до перехідного режиму), 1008-у (під час перехідного режиму), на 1120-у (після перехідного режиму) та на 4800-у часових шарах наведені в табл. 4.14 – 4.17.

Занесемо отримані значення параметрів газового потоку  $t$ ,  $P$ ,  $T$  на останньому часовому шарі при кожному  $n_i$ ,  $\kappa_i$ ,  $i = 1, 2, 3$  та комерційної витрати  $q_0$  на початку ДТ для зручності порівняння та аналізу у табл. 4.18, а час розрахунку і виведення результатів у табл. 4.19.

Таблиця 4.14 – Параметри газового потоку на 1006-у часовому шарі на ДТ  
при  $n_3 = 28$  і  $\kappa_3 = 4800$

Просторова змінна $x$ (км)	Часова змінна $t$ (с)	Витрата газу $q$ (млн м <sup>3</sup> /добу)	Тиск $P$ (атм)	Температура $T$ (°C)
0	180,163157	84,616890	80,56	39
0,001060	180,161647	84,616888	80,559697	38,999904
0,250587	180,161644	84,616210	80,488241	38,977544
0,500162	180,161642	84,615528	80,416710	38,955200
...	...	...	...	...
5,749539	180,161624	84,601019	78,897413	38,489227
5,999812	180,161624	84,600375	78,824259	38,467169
6,250104	180,161625	84,599806	78,751035	38,445087
6,500416	180,161625	84,599398	78,677741	38,422932
7	179,450077	98,6	78,531291	38,377984

Таблиця 4.15 – Параметри газового потоку на 1008-у часовому шарі на ДТ  
при  $n_3 = 28$  і  $\kappa_3 = 4800$

Просторова змінна $x$ (км)	Часова змінна $t$ (с)	Витрата газу $q$ (млн м <sup>3</sup> /добу)	Тиск $P$ (атм)	Температура $T$ (°C)
0	180,164672	84,616891	80,56	39
0,249526	180,164672	84,616216	80,488545	38,977639
0,499099	180,164673	84,615534	80,417015	38,955295
0,748720	180,164673	84,614851	80,345408	38,932963
...	...	...	...	...
6,249018	180,164727	84,599811	78,751353	38,445184
6,499328	180,164730	84,599402	78,678060	38,423029
6,749656	180,164734	84,599335	78,604703	38,400703
7	180,164856	98,6	78,135312	30,302877

Таблиця 4.16 – Параметри газового потоку на 1120-у часовому шарі на ДТ  
при  $n_3 = 28$  і  $\kappa_3 = 4800$

Просторова змінна $x$ (км)	Часова змінна $t$ (с)	Витрата газу $q$ (млн м <sup>3</sup> /добу)	Тиск $P$ (атм)	Температура $T$ (°C)
0	200,536668	97,467322	80,56	39
0,246114	200,536875	96,106483	80,435109	39,626311
0,492284	200,537064	95,061051	80,318121	40,110454
0,738492	200,537241	94,339678	80,209230	40,441862
...	...	...	...	...
6,141832	200,541241	97,477048	78,188210	38,406400
6,386540	200,541468	97,768895	78,094301	38,246432
6,631163	200,541701	98,063650	77,999934	38,085818
7	200,542848	98,6	77,855172	37,799294

Таблиця 4.17 – Параметри газового потоку на 4800-у часовому шарі на ДТ  
при  $n_3 = 28$  і  $\kappa_3 = 4800$

Просторова змінна $x$ (км)	Часова змінна $t$ (с)	Витрата газу $q$ (млн м <sup>3</sup> /добу)	Тиск $P$ (атм)	Температура $T$ (°C)
0	864,492325	98,632582	80,56	39
0,001061	864,490807	98,632578	80,559587	38,999917
0,002122	864,489287	98,632574	80,559174	38,999834
0,003184	864,487766	98,632569	80,558762	38,999751
...	...	...	...	...
5,044550	861,327583	98,606458	78,571663	38,618979
5,533501	860,628620	98,603707	78,376179	38,582409
6,022382	859,929654	98,601064	78,180222	38,545839
6,511209	859,230667	98,599043	77,983792	38,509025
7	858,531636	98,6	77,786936	38,470865

Таблиця 4.18 – Порівняння отриманих значень параметрів на останньому часовому шарі при  $n_i$ ,  $\kappa_i$ ,  $i = 1, 2, 3$  на кінці ДТ та комерційної витрати  $q_0$  на початку ДТ

	$n_1 = 7$ , $\kappa_1 = 1200$	$n_2 = 14$ , $\kappa_2 = 2400$	$n_3 = 28$ , $\kappa_3 = 4800$
Часова змінна $t$ (с)	858,497797	858,518001	858,531636
Витрата газу $q_0$ (млн м <sup>3</sup> /добу)	98,6715669	98,6547834	98,6325823
Тиск $P$ (атм)	77,780339	77,784103	77,786936
Температура $T$ (°C)	38,483001	38,479211	38,470865

Таблиця 4.19 – Час розрахунку та виведення параметрів газового потоку

	$n_1 = 7$ , $\kappa_1 = 1200$	$n_2 = 14$ , $\kappa_2 = 2400$	$n_3 = 28$ , $\kappa_3 = 4800$
Час розрахунку параметрів газового потоку (хв)	1,246875	4,074219	16,046094
Час виведення результатів (хв)	3,171875	8,265625	25,687500

#### Висновки за розділом 4

У четвертому розділі даної кваліфікаційної роботи були проведені обчислювальні експерименти комп'ютерного моделювання перехідного режиму течії газу по ДТ з урахуванням кінетичної енергії для досягнення головної мети кваліфікаційної роботи – розрахунку оцінки часу поширення хвилі збурення в умовах перехідного режиму.

Аналізуючи отримані результати можна зробити висновок, що при  $n_1 = 7$ ,  $\kappa_1 = 1200$  час поширення хвилі збурення в умовах нашого експерименту рівний 20,312442 с, при  $n_2 = 14$ ,  $\kappa_2 = 2400$  – 20,323426 с, а при  $n_3 = 28$ ,  $\kappa_3 = 4800$  – 20,329109 с, тобто можна сказати, що час поширення хвилі збурення в умовах нашого експерименту дорівнює 20,3 с. При різній кількості точок розбиття та кількості часових шарів отримали дуже близькі значення параметрів, проте при збільшенні кількості точок розбиття ділянки та кількості часових шарів значно збільшувався витрачений на обчислення та виведення результатів час.

## ВИСНОВКИ

У даній кваліфікаційній роботі були вирішені важливі задачі, пов'язані із дослідженням та моделюванням перехідних режимів течії газу по ДТ. Початково проводився комплексний аналіз системи та виявлення проблем, пов'язаних з моделюванням перехідних режимів течії газу по ДТ з урахуванням кінетичної енергії.

У результаті цього аналізу була обрана відповідна математична модель, яка враховує особливості течії газу, зокрема кінетичну енергію. Для розв'язання системи рівнянь гіперболічного типу в частинних похідних, яка описує цю математичну модель, був використаний оптимальний метод – явний метод характеристик, який добре підходить для поставленої задачі – розрахунку часу поширення хвилі збурення перехідного режиму.

Основним результатом цієї кваліфікаційної роботи стало розроблення відповідного алгоритму, призначеного для обчислення параметрів газового потоку в умовах перехідного режиму течії газу по даній ДТ при заданих граничних умовах.

У рамках даного дослідження було створено програмний продукт, який виконував розрахунки необхідних параметрів газового потоку на ДТ. Щоб переконатися у правильності і надійності роботи цього програмного забезпечення, його функціональність і точність були перевірені на тестових прикладах.

Після виконання розрахунків параметрів газового потоку відбувся аналіз отриманих результатів обчислювального експерименту за різних умов – при різній кількості точок розбиття ДТ та різної кількості часових шарів. Було встановлено, що при математичній моделі, яка враховує кінетичну енергію, метод характеристик хоча і дає час поширення хвилі збурення, але на це витрачається багато розрахункового часу ЕОМ, тому потрібно уважно підходити до вибору компромісу між точністю отриманих результатів і розрахунковим часом на ЕОМ.

Мета дослідження була досягнута: було застосовано метод характеристик для розв'язання системи рівнянь математичної моделі перехідного режиму течії газу по ДТ з урахуванням кінетичної енергії та знайдено час поширення хвилі збурення для розглянутого режиму.

Отримані результати мають практичне значення при проектуванні та експлуатації газотранспортної системи. Вони надають уявлення про роботу системи трубопроводу у перехідному режимі течії газу з урахуванням кінетичної енергії, дозволяючи прогнозувати виникнення надзвичайних або аварійних ситуацій та, отже, зменшувати їх кількість. Ця інформація може слугувати основою для поліпшення управління газотранспортною системою та автоматизації процесу постачання газу споживачам.

## ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Гусарова І. Г., Костенко М. Ю. Застосування методу характеристик при моделюванні нестационарних режимів течії газу по ділянці трубопроводу. *26-ий Міжнародний молодіжний форум «Радіоелектроніка та молодь у XXI столітті»*: зб. матеріалів форуму (м. Харків, 2022 р.). Т. 7, 8. Харків : ХНУРЕ, 2022. С. 27-28.

2. Гусарова І. Г., Костенко М. Ю. Комп'ютерне моделювання нестационарних режимів з використанням методу характеристик. *Ricerche scientifiche e metodi della loro realizzazione: esperienza mondiale e realtà domestiche*: Raccolta di articoli scientifici «ΛΟΓΟΣ» con gli atti della IV Conferenza scientifica e pratica internazionale, Bologna, 29 settembre, 2023. Bologna-Vinnitsia : Associazione Italiana di Storia Urbana & Piattaforma scientifica europea, 2023. P.126-130.

3. Kostenko M. Application of the Method Characteristics at Computer Modeling Transient Regimes of Gas Flow Along the Pipeline Section Pipeline. *Learning & Teaching: after War and during Peace*: Conference Proceedings of II International Scientific & Practical Conference, Kharkiv, Ukraine, 10 November, 2023. Kharkiv : KNPU, 2023. P. 208.

4. Гусарова І. Г., Костенко М. Ю. Особливості моделювання перехідних режимів з використанням методу характеристик. *Scientific practice: modern and classical research methods*: Collection of scientific papers «ΛΟΓΟΣ» with Proceedings of the V International Scientific and Practical Conference, Boston, December 22, 2023. Boston-Vinnitsia : Primedia eLaunch & European Scientific Platform, 2023. P. 195–198.

5. Husarova I. H., Tevyashev A. D., Tevyasheva O. A. Mathematical modeling of non-stationary gas flow modes along a linear section of a gas transmission system. *Mathematical Modeling and Computing*. 2022. Vol. 9, № 2. P. 416-430.

6. Гусарова И. Г., Ягупова Ю. В. Использование метода характеристик при моделировании нестационарных режимов течения газа по участку

трубопровода. *VI Международная научно-практическая конференция «Проблемы и перспективы развития ИТ-индустрии»*: тезисы докладов (г. Харьков, 2014 г.). Харьков : ХНЭУ, 2014. С. 225.

7. Wolfram Mathematica: The world's definitive system for modern technical computing. URL : <https://www.wolfram.com/mathematica/> (дата звернення: 30.11.2023).