

ПРОБЛЕМА ВЫЯВЛЕНИЯ ГЕНЕТИЧЕСКИХ СВЯЗЕЙ КОМЕТ, АСТЕРОИДОВ И МЕТЕОРОИДОВ

Введение

Фактически связь комет и метеоров была доказана еще в 1862 г. Джованни Скиапарелли (1836 – 1910), когда он заметил, что появившаяся тогда комета 1862 III имеет ту же орбиту, что и поток Персеиды. С тех пор наблюдения выявили много случаев совпадения орбит некоторых метеорных потоков и ассоциаций (МПА) с орбитами комет и астероидов. Это и послужило основанием для предположения, что некоторые кометы и астероиды являются родительскими телами (РТ) метеороидов (метеорных тел), сгруппированных в рои. Процессы в ядрах комет, приводящие к тому, что на орбите кометы появляется рой метеороидов, впервые был описаны Уипплом еще в 50-е годы прошлого столетия. Однако количество МПА, связанных с кометами, значительно меньше общего количества наблюдаемых МПА. Кроме того, орбиты некоторых МПА вообще отличаются от кометных. Их происхождение связывают с распадом астероидов, хотя к настоящему времени отсутствует удовлетворительная модель, объясняющая, как астероид может породить компактный и устойчивый рой.

Обнаружить метеороид за редким исключением можно только тогда, когда он попадает в атмосферу Земли, где в результате абляции порождает ионизированный след – метеор, который можно при определенных условиях зарегистрировать с помощью РЛС, фотокамеры или телевизионной аппаратуры.

По мере накопления данных об орбитах метеороидов, породивших в атмосфере Земли метеор, стало очевидным, что их часто можно объединить в некоторые группы – МПА – связать по их близости (подобию) с орбитами других малых тел Солнечной системы – РТ МПА. Объясняется это тем, что скорость выброса метеороидов с поверхности РТ мала (не превышает десятков метров в секунду), тогда как гелиоцентрическая скорость РТ в большинстве случаев во много раз больше (десятки километров в секунду). Следствием этого является то, что дисперсия элементов орбит метеороидов мала, то есть метеороид на какое-то время «запоминает» орбиту РТ. Совокупность таких метеороидов называют метеороидным роем, генетически связанным с соответствующим РТ. Следует подчеркнуть, что переход от распределений элементов орбит метеоров к распределениям элементов орбит метеороидов требует учета факторов селективности метода наблюдения (физического, геометрического, астрономического, аппаратного) и выполняется обычно весовым методом. Это достаточно сложная задача и мы здесь ее касаться не будем.

С течением времени дисперсия потока относительно РТ растет [1] и поток сливается со спорадическим фоном (обычно за $10^3 - 10^4$ лет).

Из отмеченного следует, что, во-первых, РТ потока несет информацию о средней орбите потока и, во-вторых, средняя орбита потока содержит информацию о его РТ, причем, и это важно, даже о том РТ, которое еще не обнаружено.

Настоящая работа посвящена анализу тех задач, которые необходимо решить для выявления связей МПА с кометами (точнее с ядрами комет) и астероидами. В качестве первичных данных используем выборки элементов орбит комет, орбиты которых сближаются с орбитой Земли (NEC) и астероидов, орбиты которых сближаются с орбитой Земли (NEA).

К первичным данным относятся результаты многолетних измерений орбит индивидуальных метеоров в Харькове (более 150 тыс. орбит индивидуальных метеоров).

Задача №1. Для того чтобы выявить связи МПА с гипотетическими РТ, необходимо решить задачу кластерного анализа (КА).

Задача №2. Принципиальным вопросом любого КА выборки многомерных переменных (в нашем случае это пространство элементов орбит метеороидов и РТ) является выбор той

или иной численной меры – функции расстояния между объектами (в нашем случае это эллиптические орбиты соответствующих малых тел Солнечной системы). То, что эта задача далеко не простая, говорит тот факт, что в настоящее время исследователями, занимающимися этой проблемой, предложено до десятка таких функций, каждая из которых активно отстаивается одними и столь же активно критикуется другими. Следует заметить, что термин «функция расстояния» математически является некорректным, поскольку пространство элементов орбит не является метрическим (не выполняется неравенство треугольника [2]).

Задача №3. Выбор порогового значения функции расстояния.

Задача №4. Как ни странно, это разработка методики расчета средних орбит МПА.

1. Модель образования МПА и ее основные характеристики важные для решения проблемы генетических связей МПА с кометами и астероидами

Здесь приведем в кратком изложении результаты, полученные в Харькове еще в восьмидесятых годах прошлого века. Принципиальное отличие настоящей модели от той, которая описана в работах [3, 4], состоит в том, что в качестве РТ метеороидных (и метеорных) потоков рассматриваются не только кометы (NEC), но и астероиды (NEA).

Примем, что большинство мелких (масса $M < 1$ г) метеороидов в Солнечной системе являются продуктами дезинтеграции астероидов и ядер комет. Нужно подчеркнуть, что в рамках проблемы, рассматриваемой в настоящей работе, происхождение самих комет и, что важно, NEA нас не интересует. Для нас важно, что в Солнечной системе существуют источники (РТ) постоянного пополнения межпланетного метеороидного облака – кометы и NEA.

Современные представления о природе ядер комет позволяют в общих чертах описать процесс формирования МПА кометного происхождения. Сложнее с NEA, если, конечно, не рассматривать все те NEA, с которыми связаны надежно выявленные МПА, как «высохшие» ядра комет, хотя некоторые из них такими с высокой вероятностью являются.

Структура метеорного комплекса устанавливается в результате компромиссного взаимодействия двух противодействующих факторов: *концентрации* (выброс метеороидов из РТ, увеличение плотности роя) и *рассеяния* (рассеивание роя под воздействием гравитационных и негравитационных возмущений). Будем рассматривать РТ (комету или астероид) как некоторую систему, генерирующую метеороиды.

Пусть в момент времени t система находилась в состоянии x , где x – количество метеороидов, выброшенных из РТ к этому моменту. Тогда в момент $t + \Delta t$ система будет находиться в состоянии x с вероятностью

$$P_x(t + \Delta t) = (1 - \lambda_x \Delta t) P_x(t) + \lambda_{x-1} \Delta t P_{x-1}(t), \quad (1)$$

где $\lambda_x \Delta t$ – вероятность перехода системы в состояние $x + 1$ на интервале времени $(t, t + \Delta t)$.

В первом приближении можно принять, что вероятность перехода системы за время $(t, t + \Delta t)$ пропорциональна числу метеороидов x в момент t , то есть

$$\lambda_x = \lambda x, \quad x > 1, \quad \lambda > 0. \quad (2)$$

Условие (2) позволяет в качестве модели порождения метеороидов в результате дезинтеграции РТ выбрать простой или линейный процесс рождения. Тогда число метеороидов x за время t описывается распределением Юла – Фарри [7]:

$$P_x(t) = \begin{cases} e^{-\lambda t} (1 - e^{-\lambda t})^{x-1}, & x = 1, 2, \dots, \\ 0 & , x = 0. \end{cases} \quad (3)$$

Учтем, что нарастающий характер процесса ограничен некоторым временем t , зависящим от химического состава РТ, его структуры, орбиты, по которой оно движется вокруг Солнца и др. В простейшем случае можно принять, что вероятность прекращения интенсивного выброса метеороидов постоянна в каждый момент времени. Это приводит к показательному распределению случайной величины t с параметром μ :

$$P(t) = \mu e^{-\mu t}. \quad (4)$$

Стационарное распределение интенсивности метеороидных роев, порождаемых описанным механизмом, найдем усреднением (3) по t :

$$P(x) = \int_0^{\infty} P_x(t)P(t)dt = \alpha B(x, \alpha + 1). \quad (5)$$

Здесь $B(x, \alpha + 1)$ – бета-функция, $\alpha = \mu/\lambda$ – характеристический показатель.

Воспользовавшись формулами из [3, 4, 8], получаем, что при $x \rightarrow \infty$ имеет место асимптотическая сходимость (5) к закону Ципфа – Парето вида

$$P(x) = A/x^{1+\alpha}. \quad (6)$$

Ясно, что рассмотренная модель, приводящая к гиперболическому распределению интенсивности метеороидных роев в результате взаимодействия двух противодействующих факторов концентрации и рассеивания является упрощенной. На самом деле механизмы образования и эволюции метеороидных роев много сложнее и некоторые из них пока неизвестны. Однако, и это важно, все возможные процессы формирования метеороидных роев можно разделить на две группы: процессы, приводящие к концентрации, и процессы, приводящие к рассеянию. Таким образом, можно ожидать, что переход к более сложным моделям образования и эволюции метеороидного комплекса не должен изменить вид закона (6).

В астрономии это не единственный пример проявления закономерностей такого вида. Распределение тел Солнечной системы, в частности метеороидов, по массе также подчиняется обратностепенному закону вида $P(M) \sim M^{-s}$, где s – параметр распределения. Его проявление также можно качественно объяснить действием двух отмеченных механизмов.

При анализе таких распределений можно использовать два подхода: частотный и ранговый. Если r – ранг элемента в выборке, то ранговое распределение имеет вид

$$W(r) = B/r^\beta, \quad r \geq 1, \quad (7)$$

причем $\beta = \alpha^{-1}$, $B = (A/\alpha)^{1/\alpha}$.

Наличие взаимосвязи частотного и рангового распределений является проявлением единой структурной закономерности сложных систем, которую и называют законом Ципфа – Парето.

В литературе, где анализируется закон Ципфа – Парето [9, 10 и др.], отмечаются некоторые его свойства, противоречащие традиционному гауссовому представлению о вероятностной природе окружающего мира. Формально негауссов характер этого закона вытекает из обращения в бесконечность моментов распределения, кроме первых k , где $k < \alpha$. Тогда, если $\alpha < 2$, требования применимости центральной предельной теоремы теории вероятностей не выполняются и для описания таких закономерностей нужно использовать аппарат предельных (устойчивых) распределений [11]. Применение на практике устойчивых негауссовых распределений связано с серьезными математическими трудностями, поскольку в явном виде известны только два из них: распределение Коши ($\alpha = 1$) и распределение для случая ($\alpha = 0.5$). Однако уже из самого факта существования глубокой взаимозависимости между эмпирическими закономерностями функционирования сложных систем и теорией устойчивых негауссовых распределений можно сделать вывод о том, что закон Ципфа – Парето, совпадающий по форме с асимптотикой, определяющей сходимость к устойчивым негауссовым распределениям, играет в теории сложных систем ту же роль, что и закон Гаусса в задачах с конечной дисперсией.

Таким образом, исходя из самых общих качественных представлений о происхождении и эволюции метеороидов, получена модель вероятностной структуры метеороидного комплекса, отражающая его системную природу. В [4, 8] приведены результаты экспериментальной проверки описанной модели.

Как показано в работе [10] и отмечалось выше, системный подход к ранговым распределениям вида (7) позволяет не только объяснить получаемые в эксперименте закономерности, но и обнаружить связь между числом кластеров в выборке с объемом последней и обращение в единицу заполнения самых мелких кластеров. Первое из свойств позволяет более строго обосновать выбор порогового значения функций расстояния (*задача №3*) при выполнении КА; второе – подчеркнуть, что все метеоры – и так называемые потоковые, и спорадические – подчиняются одной и той же закономерности распределения численности кластеров, вытекающей из механизмов их образования и эволюции. Иными словами, МПА не являются какой-то аномалией в распределении метеороидов в пространстве, но представляют собой неотделимую, обеспечивающую условия стационарности и устойчивости метеороидного комплекса. Отсюда следует, что оценки процентного соотношения потоковых и спорадических метеоров, которые широко используются и обсуждаются в литературе по метеорной астрономии, вероятно, не имеют объективного содержания, а являются следствием принятой процедуры КА, в частности порогового значения объема кластера, который уже трактуется как МПА. Отметим важный для метеорной астрономии вообще и для задач, рассмотренных в данной работе, аспект, вытекающий из свойств ранговых распределений. Суть его в том, что в сколь угодно большой, но ограниченной по объему выборке, невозможно обнаружить представителей всех или почти всех кластеров. Если объем выборки k и $k \gg 1$ увеличить в l раз, во столько же раз в среднем должно возрасти заполнение кластера, если зафиксировать его ранг, или число кластеров с фиксированным заполнением. Этим объясняется получаемая в экспериментах связь количества выделенных МПА с объемом выборки. Таким образом, если метеороидный комплекс обладает системной природой, кратко описанной выше, то ставится под сомнение оценки числа МПА, орбиты которых пересекаются с орбитой Земли.

2. Алгоритмы КА результатов наблюдения метеоров наземными методами (Задача №1)

КА не только раскрывает истинный порядок, регулярность, собственную структуру данных, но и подгоняет их под некоторую модель, соответствующую особенностям его алгоритма. Чтобы ослабить влияние алгоритма кластеризации на результат, необходимо выбрать тот из алгоритмов, который лучше всего соответствует, во-первых, цели и, во-вторых, экспериментальным данным, подлежащим обработке. В некоторых случаях обработку экспериментальных данных проводят несколькими методами как, например, в статье [8], посвященной проверке адекватности модели, кратко описанной в разд. 1.

Обзор методов КА приведен в работах [4, 12, 14]. В зависимости от критерия оценки предпочтение отдается трем основным методам: односвязывающему, полносвязывающему и методу k средних. Первый из них слишком «мягок», второй – слишком «строг», а третий занимает промежуточное положение. Каждый из этих методов можно реализовать различными способами. В работе [8] для выявления структуры метеороидного комплекса использованы соответственно следующие: алгоритм цепного отображения, максиминного расстояния и алгоритм ФОРЕЛЬ [13].

Для выявления МПА, потенциальными РТ которых являются астероиды и ядра комет, мы использовали два алгоритма КА выборок орбит индивидуальных метеороидов, в основе которых лежит метод k средних «без учителя» (А1) и КА тех же выборок «с учителем» (А2). В качестве «учителя» в данном случае выступает выборка орбит потенциальных РТ МПА.

Алгоритм А1

Подробное описание многошаговой процедуры поиска МПА в выборке орбит метеоров из уникальной базы, полученной по многолетним измерениям в Харькове, со всеми промежуточными результатами приведено в [14]. Метод использует в качестве основных функций расстояния D и Dr -критерии (см. ниже), является развитием двухшаговой процедуры выявления МПА, предложенной в [15], и базируется на самых общих принципах КА, сформули-

рованных в [12]: случайный выбор центров гипотетических кластеров и многократно повторяемый поиск группировок.

Для выявления кластеров использовалась следующая процедура, базирующаяся на известном в анализе данных алгоритме ФОРЕЛЬ [13]. В качестве решающих функций в нем используются гиперсферы. Алгоритм состоит в следующем. Задается радиус гиперсферы D_{Π} , равный пороговому значению соответствующего критерия. Центр ее $D_0^{(1)}$ совпадает с любой, выбранной случайно орбитой исходной выборки. Определяются орбиты, для которых $D_{i0}^{(1)} < D_{\Pi}$, где $D_{i0}^{(1)}$ расстояние между гипотетическим центром кластера на первом шаге и i -й из N отобранных орбит. Затем центр гиперсферы смещается в центр тяжести $D_0^{(2)}$ точек орбит, попавших на предыдущем шаге в гиперсферу. Центр тяжести $D_0^{(2)}$ рассчитывается весовым методом, как это предложено делать в [25]. Вновь определяются точки-орбиты, для которых, как и на предыдущем шаге, $D_{i0}^{(2)} < D_{\Pi}$. Процедура повторяется до тех пор, пока не перестанут изменяться координаты центра тяжести $D_0^{(j)}$ или это изменение, оцениваемое величиной критерия, рассчитываемого для $D_0^{(j)}$ и $D_0^{(j+1)}$, не станет меньше некоторого порогового значения D_{cl} . При этом положение гиперсферы в пространстве элементов орбит зафиксировано в области локального или главного экстремума плотности точек-орбит исходного пространства. Гиперсфера с центром в точке $D_0^{(j)}$ и представляет собой кластер (таксон) S . После этого орбиты, составляющие кластер S , из исходной выборки исключаются и переписываются в выборку группированных (предположительно потоковых) орбит, если заполнение кластера S не меньше некоторого заданного порогового значения N_{Π} , или в выборку предположительно спорадических орбит, если заполнение кластера равно 1. Точки, через которые гиперсфера проходила на пути к конечному положению, но которые к моменту останова гиперсферы "выпали" из нее, а также точки, попавшие в кластер с заполнением больше 1, но меньше N_{Π} , сохраняются в анализируемой выборке. Поиск заканчивается, когда в анализируемой выборке останутся только те орбиты, которые при заданных D_{Π} и N_{Π} не могут быть отнесены ни к группированным, ни к спорадическим. Затем опять случайным образом выбирается следующая орбита из выборки и все повторяется сначала и так далее до тех пор, пока исходная выборка не будет полностью вычерпана. Ясно, что результаты такого анализа зависят от случайного выбора начальных орбит. Чтобы исключить (или ослабить) эту зависимость разработана многошаговая процедура, подробно описанная в [14]. Здесь остановимся только на основной идее.

На *первом шаге* рассчитываются несколько вариантов (в [14] таких вариантов было 7) КА исходной выборки, отличающиеся друг от друга случайным выбором $D_0^{(1)}$. О выборе параметров D_{Π} , D_{cl} и N_{Π} см. в [14]. Подчеркнем только, что и здесь, и при выполнении последующих шагов процедуры задача существенно упрощается при использовании модели, рассмотренной в разд. 1.

На *втором шаге* с целью уменьшения вероятности появления ложных группировок проводится КА кластеров, выявленных на первом шаге. В [14] эти новые кластеры названы кластерами второго порядка в отличие от тех, что выявлены на первом шаге. Сам процесс поиска кластеров второго порядка использует алгоритм, примененный на первом шаге. На этом шаге также рассчитывается несколько вариантов таксономии. Очевидно, что если в каком-либо варианте таксономии некоторый кластер первого порядка проявился случайно, то вероятность его проявления и в других вариантах мала. Этот очевидный факт и позволяет уменьшить количество случайных кластеров.

На *третьем шаге* находятся кластеры третьего порядка. В этом случае в качестве исходной выборки используется массив центров кластеров второго порядка, все остальное, за исключением параметров алгоритма, повторяет поиск на втором шаге. Можно отметить, что для таксономии кластеров третьего порядка процедура поиска практически сошлась. В принципе на этом можно было бы и остановиться, однако мы включили в алгоритм поиска МПА еще один шаг *четвертый*. На этом шаге анализа алгоритм ФОРЕЛЬ работает в режиме КА с учителем. Исходной является выборка орбит индивидуальных метеоров базы ХНУРЭ, в качестве обучающей выступает множество центров кластеров третьего порядка, выявленных на предыдущем шаге.

На этом, по нашему мнению, возможности КА практически исчерпаны, хотя, варьируя параметры алгоритма на каждом шаге процедуры, можно получить оценки числа потоков, несколько отличающиеся друг от друга. Однако эти отличия при разумных значениях параметров не превышают 15%.

Как следует из приведенного алгоритма КА выборки орбит индивидуальных метеоров, на каждом шаге процедуры необходимо рассчитывать «среднюю» орбиту МПА.

Методика расчета средних орбит МПА (Задача 4)

Задача, на первый взгляд настолько простая, что авторы каталогов орбит МПА, как правило, не считают необходимым останавливаться на этом. Редким исключением является, например, работа [16], автор которой указывает, что элементы «средних» орбит МПА рассчитаны как арифметические средние по выборке. Существуют, однако, признаки, которые позволяют предположить, что и другие исследователи поступают так же. Полученные таким методом средние значения элементов орбит и рассматриваются как элементы «средней» орбиты МПА. Парадокс заключается в том, что орбита МПА и орбита, элементы которой рассчитаны как средние значения по выборке, это в общем случае разные орбиты. Источники ошибок при определении орбит МПА можно пояснить на примере.

Пусть перигелийное расстояние q_m , полученное усреднением по выборке

$$q_m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N q_i, \quad (8)$$

где q_i – перигелийное расстояние i -й из N орбит, отнесенных к данному МПА.

Оценка q_p , рассчитанная по формуле

$$q_p = a_m(1 - e_m), \quad (9)$$

где

$$a_m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a_i, \quad e_m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e_i, \quad (10)$$

a_i , e_i – большая полуось и эксцентриситет i -й из N орбит, отнесенных к тому же МПА.

В общем случае $q_m \neq q_p$, поскольку, как известно, для любых двух случайных величин X и Y математическое ожидание

$$M\{XY\} = M\{X\}M\{Y\} + K_{XY}, \quad (11)$$

где K_{XY} – центральный смешанный момент второго порядка. И только в случае, когда X и Y некоррелированы, $K_{XY} = 0$. Вернемся к примеру. Обозначим $X = a$ и $Y = 1 - e$, учтем, что орбиты метеороидов рассчитываются по результатам наблюдения метеорных следов в атмосфере Земли. В этом случае большие полуоси орбит и их эксцентриситеты не являются некоррелированными и, следовательно, в расчетах нужно пользоваться формулой (11). Это один из источников погрешности. В работе [17] приведены и другие примеры источников погрешностей. В результате часто оказывается, что орбита МПА, полученная усреднением элементов орбит, вообще не пересекается с орбитой Земли. Для того чтобы метеор можно

было наблюдать с Земли, расстояние до одного из узлов орбиты метеороида, породившего его, с учетом эллиптичности орбиты Земли должно удовлетворять условию

$$0.983 \leq R = q(1+e)/(1 \pm e \cos \omega) \leq 1.017 \text{ а. е.} \quad (12)$$

Здесь ω – аргумент перигелия орбиты, пересекающейся с орбитой Земли. Знак “+” соответствует восходящему, а знак “-” нисходящему узлу орбиты. Очевидно, что для каждого из метеороидов МПА это условие выполняется и, естественно, должно выполняться и для орбиты соответствующего МПА при условии, что она рассчитана правильно. Если в (12) подставить элементы орбит МПА из опубликованных каталогов, то можно убедиться, что для многих МПА это условие не выполняется, т. е. «орбита МПА» не пересекается с орбитой Земли. Это значит, что она рассчитана неверно.

В каталоге из статьи [15] орбит, у которых $|R-1| > 0.12$ а. е., 45 из 275 (16%), а «средняя орбита» потока PI AQUARIDS, рассчитанная по 31 орбите метеороидов, отнесенных автором к этому потоку, имеет $R_a = 0.10$ а.е. и $R_d = 1.06$ а. е. Ясно, что 45 – это минимальное число обнаруженных ошибок. На самом деле их гораздо больше (практически все 275), если учесть, что в зависимости от времени года диапазон граничных значений неравенства (12) может уменьшаться вплоть до нуля.

В каталоге, приведенном в монографии [18] соответствующее число составляет 38 из 195 (19.5%). Здесь отклонение орбит некоторых МПА достигают 0.12 а. е., а у орбиты МПА №73 (8 орбит) превышает 0.8 а.е. (вероятно допущена опечатка).

В каталоге [19] из 820 МПА 168 не удовлетворяют условию (12) и т.д.

Чтобы исключить возникающие при усреднении ошибки вычисления орбит МПА, по нашему убеждению, нужно использовать следующий алгоритм. Усреднение по выборке проводить на начальном этапе расчета средней орбиты МПА и только тех переменных, которые нужны для последующих расчетов. Так, при расчете орбит МПА из харьковского каталога усредняются по выборке орбит метеороидов, принадлежащих МПА, только внеатмосферная скорость v_∞ , долгота апекса Земли λ_a в момент наблюдения соответствующего метеора, прямое восхождение α и склонение δ радианта. Для этих величин можно рассчитать оценки стандартных отклонений. При усреднении угловых величин (λ_a , α , δ) используются формулы из монографии [21]. Выборочное круговое среднее направление r , например, прямого восхождения находится решением системы уравнений:

$$\begin{cases} C = r_\alpha \cos \alpha \\ S = r_\alpha \sin \alpha, \end{cases} \quad (13)$$

где $C = \sum_{j=1}^N W_j \cos \alpha_j / \sum_{j=1}^N W_j$, $S = \sum_{j=1}^N W_j \sin \alpha_j / \sum_{j=1}^N W_j$, W_j – весовой коэффициент, например тот, который предложен в [15]. В первом приближении можно принять $W_j = 1$.

Выборочное круговое среднее направление

$$r_\alpha = \sqrt{C^2 + S^2}. \quad (14)$$

Если $r_\alpha = 0$, выборочное среднее направление в полуинтервале $[0, 2\pi)$ однозначно не определяется.

Наконец выборочная круговая дисперсия

$$V_\alpha = 1 - r_\alpha. \quad (15)$$

После получения средних можно воспользоваться известными формулам астрометрии (см., например, [23]) и последовательно вычислить для МПА геоцентрические координаты радиантов (λ, β), радиус-вектор Земли и орбитальную скорость Земли, эклиптикальные гелиоцентрические (истинные) координаты радианта (λ', β'), гелиоцентрическую скорость

потока v_h , наклонение i орбиты МПА, большую полуось a , эксцентриситет e , перигелийное расстояние q , аргумент перигелия ω орбиты МПА, долготу восходящего узла Ω и другие параметры орбиты.

Рассмотренный алгоритм выделения МПА из выборки орбит индивидуальных метеоров имеет ряд достоинств, но и не лишен определенных недостатков. К достоинствам можно отнести то, что он априори никак не связан ни с известными МПА, ни с потенциальными РТ. Он выявляет неоднородности в структуре выборки и интерпретирует их в соответствии с основной идеей КА как МПА. Это значит, что по полученной с его помощью таксономии, во-первых, можно выявить еще неизвестные МПА и, во-вторых, неизвестные РТ. Недостаток этого алгоритма заключается в том, что в общем случае орбита МПА отличается от орбиты его РТ. Объясняется это тем, что как сама выборка МПА, так и его орбита зависят от условий пересечения орбит с орбитой Земли и избирательности самого метода регистрации.

Алгоритм А2

Идея этого алгоритма КА состоит в том, чтобы в качестве средних орбит для выявления МПА использовать орбиты потенциальных РТ. В этом случае процедура КА предельно упрощается. В качестве базового алгоритма, как и в алгоритме А1, использовался алгоритм ФОРЕЛЬ. Отличие состоит в том, что в данном случае используется обучающая выборка, в качестве которой и выступают орбиты NEA и NEC. При этом мы исходили из предположения, что метеороидные рои, РТ которых являются NEA и NEC, имеют максимальную плотность на орбитах РТ, то есть средние орбиты роев близки или даже совпадают с орбитами РТ. В этом случае не нужна многошаговая процедура КА, не требуется вычислять среднюю орбиту МПА, она априори известна. Кроме этого, использование алгоритма А2 позволяет существенно уменьшить как объем обучающей выборки (NEA и NEC), так и объем выборки орбит метеороидов из базы ХНУРЭ. Чтобы пояснить это, рассмотрим данные о выборке NEA из таблицы.

На 15.12.2009 было известно 6626 NEA.

Алгоритм А2 можно представить так:

Дано: выборка NEO (обучающая), выборка орбит метеоров (исследуемая), функция расстояния, пороговое значение критерия D_{Π} .

| | NEA | МЕТ. |
|---------------|------|--------|
| ALL | 6626 | 159019 |
| $D_{\Pi}=0.3$ | 5369 | 65952 |
| $D_{\Pi}=0.2$ | 3699 | 36524 |
| $D_{\Pi}=0.1$ | 1306 | 6062 |

Последовательность выполнения КА: из обучающей выборки отобрать орбиту некоторого NEO, воспользоваться алгоритмом ФОРЕЛЬ и для заданного значения D_{Π} провести поиск метеора в базе ХНУРЭ. Если в базе не найдено ни одного такого метеора, то соответствующий NEO из обучающей выборки можно исключить. Таким же образом отсеивается и для остальных NEO из выборки. Очевидно, что с уменьшением значения D_{Π} количество исключенных объектов увеличивается, а объем обучающей выборки уменьшается. В таблице приведены количества NEA, для которых найден хотя бы один метеор в исследуемой выборке при различных значениях D_{Π} . В качестве функции расстояния использован D -критерий Саутуорта, Хокинса (см. разд. 3). При выявлении генетических связей, как правило $D_{\Pi} < 0.2$. При этом объем обучающей выборки уменьшается почти в два раза. Этот же метод можно использовать и для «чистки» базы орбит метеоров. Для этого достаточно в качестве обучающей выборки использовать орбиты метеоров, а в качестве исследуемой выборки использовать «почищенную» выборку NEO. Результат прореживания приведен в таблице, столбец МЕТ. Можно отметить, что рабочий объем выборки метеоров уменьшился более чем в четыре раза. Это позволило резко уменьшить время КА.

Следует подчеркнуть, что результаты КА по алгоритмам А1 и А2 дополняют друг друга и позволяют сделать важные, на наш взгляд, выводы о динамических (генетических) связях малых тел Солнечной системы.

3. Функции расстояния между орбитами тел Солнечной системы

Принципиальным и необходимым для выполнения КА является выбор некоторой функции расстояния, которая позволяет определить расстояние между двумя объектами пространства эйлеровых элементов орбит. Орбита метеора может быть описана с помощью пяти элементов: $\{a, e, i, \omega, \Omega\}$ и, следовательно, отображена точкой в пятимерном фазовом пространстве, координатами которой и являются эти элементы. Пусть теперь есть два метеора A и B , каждый со своим набором элементов орбит и, следовательно, отображаемых в фазовом пространстве двумя точками. Различие орбит этих двух метеоров можно оценить по разности значений их координат (соответствующих элементов орбит), то есть, как $x_j(A) - x_j(B)$, где j принимает значения от 1 до 5. Тогда функцию расстояния между этими двумя орбитами можно представить в виде

$$D(A, B) = \left\{ \sum_{j=1}^5 c_j^2 [x_j(A) - x_j(B)]^2 \right\}^{1/2}. \quad (16)$$

В (16) c_j – функция переменных (в данном случае элементов орбит), зависящая от геометрии фазового пространства (подробнее об этом см. в [22]). Фактически c_j это некоторые весовые множители и именно ими и отличаются одна от другой функции расстояния, которые используются при отборе метеоров потоков. Мы использовали в расчетах несколько из них, но рассмотрим только две. Выбор именно их объясняется универсальностью – они хорошо работают как для МПА, потенциальными РТ которых являются и кометы, и астероиды.

D-критерий Саутурта, Хокинса

В качестве пространства, в котором ищется функция расстояния орбит двух тел Солнечной системы, использовано пятимерное пространство элементов орбит. В этом случае функция расстояния (16) между орбитами A и B принимает вид [22]:

$$D_{AB} = \left\{ (e_A - e_B)^2 + (q_A - q_B)^2 + \left(2 \sin \frac{I_{AB}}{2} \right)^2 + \left(\frac{e_A + e_B}{2} \right) \cdot \Psi \right\}^{1/2}, \quad (17)$$

$$\text{где } \sin \frac{I_{AB}}{2} = \left(\sin \frac{i_A - i_B}{2} \right)^2 - \sin i_A \cdot \sin i_B \left(\sin \frac{\Omega_A - \Omega_B}{2} \right)^2;$$

$$\Psi = 4 \sin^2 \left[\frac{\omega_A - \omega_B}{2} \pm \arcsin \frac{\cos \frac{i_A + i_B}{2}}{\cos \frac{I_{AB}}{2}} \cdot \sin \frac{\Omega_A - \Omega_B}{2} \right].$$

Здесь знак минус соответствует случаю, когда $|\Omega_A - \Omega_B| > 180^\circ$, I_{AB} – угол между плоскостями, в которых лежат орбиты A и B .

D-критерий нашел широкое применение при КА больших выборок орбит индивидуальных метеоров. Одной из причин этого является то, что функция расстояние D_{AB} для родственных орбит определяет величину сил, преобразующих одну орбиту в другую и значение D_{AB} , меньшее некоторого предельного D_{Π} , может служить признаком общего происхождения объектов.

Следует подчеркнуть, что Саутурт и Хокинс разработали методику отбора МПА по данным фотографических измерений. Поскольку фотографический метод обеспечивает высокую точность результатов, они полагали, что ошибки измерений меньше, чем разброс орбит отдельных метеороидов в МПА, связанный с действием возмущений со стороны планет или других сил, которые приводят к постепенному разрушению МПА. Поэтому полученный

ими разброс элементов орбит в МПА они считали реальным. Однако, как замечают авторы монографии [18], для разных типов орбит одни и те же различия в каком-нибудь из элементов приводят к неодинаковым изменениям орбит. Например, при очень малом эксцентриситете изменение расстояния перигелия от узла не приводит к существенному разделению орбит в пространстве. Аналогично при очень малом наклоне i малосущественны изменения ω и Ω , если величина $\varpi = \Omega + \omega$ остается постоянной. Кроме того, точность радиолокационных измерений радиантов и скоростей индивидуальных метеоров ниже, чем фотографических, и разброс элементов орбит метеорных тел потока, полученный из радионаблюдений, объясняется главным образом ошибками измерений, а не реальным разнообразием орбит отдельных тел в потоке. Исходя из этого авторы работы [18] сделали такой вывод: метод выявления потоков, разработанный Саутуортом и Хокинсом, неприменим для выборок орбит, полученных при радиолокационных наблюдениях. Однако уже в 1976 г. была опубликована статья [15], в которой приведены результаты КА выборки 19698 орбит радиометеоров. Выявлено 275 МПА. В качестве функции расстояния использован D -критерий. К настоящему времени опубликовано много работ, в которых использован D -критерий при выделении МПА из спорадического фона радиометеоров. Теперь уже не вызывает сомнений, что с помощью этого критерия можно с успехом решать проблему выявления МПА.

Dr-критерий Друммонда

В принципе функция расстояния двух орбит A и B Dr_{AB} описывается той же формулой (16), что и D_{AB} . Отличается только функция c_j , зависящая от геометрии фазового пространства. Функция расстояния между орбитами A и B имеет вид [20]:

$$Dr_{AB}^2 = \left(\frac{e_A - e_B}{e_A + e_B} \right)^2 + \left(\frac{q_A - q_B}{q_A + q_B} \right)^2 + (I/180^0)^2 + \left[\left(\frac{e_A + e_B}{2} \right) (\Theta/180^0) \right]^2, \quad (18)$$

где

$$I = \arccos[\cos i_A \cos i_B + \sin i_A \sin i_B \cos(\Omega_A - \Omega_B)],$$

$$\Theta = \arccos[\sin \beta_A^* \sin \beta_B^* + \cos \beta_A^* \cos \beta_B^* \cos(\lambda_A^* - \lambda_B^*)],$$

$$\beta^* = \arcsin(\sin i \cdot \sin \omega) - \text{эклиптикальная широта перигелия орбиты},$$

$$\lambda^* = \Omega + \arctg(\cos i \cdot \tg \omega) - \text{эклиптикальная долгота перигелия орбиты. Если } \cos \omega < 0, \text{ прибавить к } \lambda^* 180^0.$$

Среди некоторых ученых, занимающихся проблемой выявления МПА, бытует мнение, что Dr -критерий является только несколько модифицированным D -критерием, то есть свойства этих критериев аналогичны.

Однако функции расстояния (17) и (18) и соответствующие критерии имеют несколько принципиальных отличий.

1. Dr -критерий в отличие от D -критерия не учитывает возмущения и эволюцию орбит. Поэтому, как подчеркивает автор, только анализ истории индивидуальных орбит тел, между орбитами которых ищется связь, может подтвердить ее наличие или отсутствие.

2. Если в (17) разные слагаемые имеют разные размерности, то в (18) все компоненты являются безразмерными.

3. Как отмечено выше, для разных типов орбит одни и те же различия в каком-нибудь из элементов приводят к неодинаковым изменениям орбит. В Dr -критерии, вместо $(q_A - q_B)$, как в D -критерии, используется величина $(q_A - q_B)/(q_A + q_B)$. Такая нормировка приводит к увеличению значимости одного и того же значения разности $(q_A - q_B)$ для малых перигелийных расстояний по сравнению с орбитами с большими перигелийными расстояниями.

То же самое касается введения в Dr -критерий величины $(e_A - e_B)/(e_A + e_B)$. Это приводит к тому, что увеличивается вес разности эксцентриситетов орбит A и B с малыми эксцентриситетами.

4. В Dr_{AB} все компоненты являются линейными в своих диапазонах и каждый дает приблизительно одинаковый вклад в Dr_{AB} .

5. Максимальный вклад каждой из трех первых компонент Dr_{AB} равен 1. Максимальное значение весового коэффициента при Θ равно 0.25. Это позволило сравнивать не только эллиптические, но и гиперболические и круговые орбиты. Таким образом, величина Dr_{AB} для орбит любых типов всегда лежит в диапазоне значений $[0, \sqrt{3.25} \approx 1.8]$.

$$\ln n = 4.13 - 0.59 \ln N$$

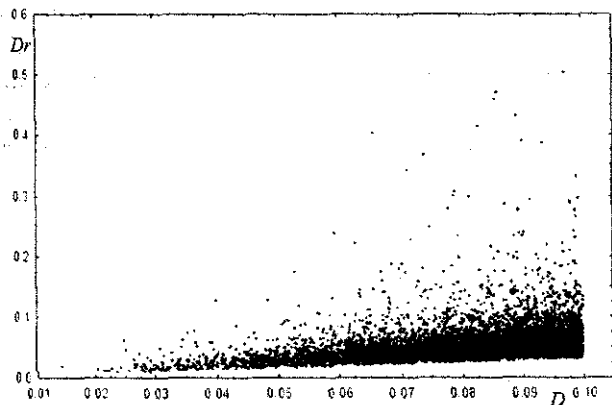


Рис. 1

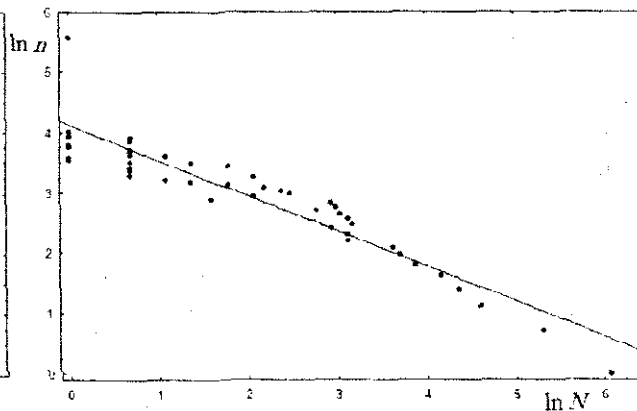


Рис. 2

Выводы, которые можно сделать из приведенного сравнения особенностей D и Dr -критериев сводятся к тому, что одни типы орбит лучше разделяются с помощью одного, тогда как другие – с помощью другого. Демонстрацией этого факта может служить график, приведенный на рис. 1 – точечная диаграмма, отображающая соотношения оценок D и Dr -критериев, полученного при поиске связей МПА, выявленных с помощью алгоритма А2. Отметим, что поиск осуществлялся с помощью D -критерия при пороговом значении $D_{\Pi} = 0.1$. Для выявленных связей были рассчитаны и значения Dr -критерия, приведенные на рисунке. В [20] показано, что $D = 0.25$ соответствует в среднем $Dr = 0.105$. Тогда пороговому значению $D_{\Pi} = 0.1$ соответствует $Dr \approx 0.04$. Как следует из анализа рис. 1, подавляющее количество МПА укладываются в этот диапазон. В то же время значительное число МПА не удовлетворяют этой оценке. Более того, для многих МПА при $D \leq 0.1$ значение Dr существенно больше 0.105.

На рис. 2 приведено распределение интенсивности МПА, выявленных в выборке метеоров ХНУРЭ с помощью алгоритма А2 (n – количество МПА, N – объем МПА). Можно отметить, что распределение, приведенное на рис. 2, хорошо согласуется с распределением Ципфа – Парето и не противоречит модели, рассмотренной в разд. 1, и всем выводам, которые из этого следуют.

Как подчеркивают авторы работы [24], у критериев, в основу которых положены элементы орбит $\{q, e, i, \omega, \Omega\}$, есть существенный недостаток. Эти элементы являются динамическими инвариантами только при решении проблемы двух тел. Орбиты же метеороидов предположительно астероидного происхождения претерпевают существенные изменения за время жизни ($\sim 10^4$ лет) из-за вековых возмущений [5, 6, 24 и др.]. Поэтому было получено несколько новых функций расстояния и новых алгоритмов самого КА для решения этой проблемы. Мы их здесь не рассматриваем.

Список литературы: 1. Крамер Е.Н., Шестака И.С. Метеорные рои и струйные потоки // Метеорные исслед. 1984 №11. С. 72-80. 2. Волощук Ю.И. Сигнали та процеси у радіотехніці. Т. 1. Харків: «Компанія СМІТ», 2003. 580 с. 3. Волощук Ю.И., Кащеев Б.Л. Исследование структуры метеорного комплекса вблизи орбиты Земли. I. Описание модели // Астрон. вестн. 1985. Т. 19. №4. С. 331-336. 4. Волощук Ю.И., Кащеев Б.Л., Кручиненко В.Г. Метеоры и метеорное вещество. Киев: Наук. думка, 1989. 296 с. 5. Babadzhanov P.B., Odrubov Yu.V. Dynamics and relationships between interplanetary bodies. 1. Comet Machholz and its meteor showers. In Meteoroids and their Parent Bodies (J. Stohl and I.P. Williams, eds.). 1993, p. 49- 52. Slovak Academy of Sciences, Bratislava. 6. Froeschle' Cl., Gonezi R., Rickman, New results on the connection between comet P/Machholz and the Quadrantid meteor stream: Poynting-Robertson drag and chaotic motion. In Meteoroids and their Parent Bodies (J. Stohl and I.P. Williams), eds.). 1999, p. 269- 272. Slovakian Academy of Sciences, Bratislava. 7. Баруча-Рид А.Т. Элементы теории марковских процессов и их приложений. М.: Наука, 1969. 511 с. 8. Волощук Ю.И., Кащеев Б.Л., Назаренко Н.Б. Исследование структуры метеорного комплекса вблизи орбиты Земли. II. Оценка пространственно-вероятностных характеристик. // Астрон. вестн. 1986. Т. 20. №1. С. 50-60 9. Петров В.М., Яблонский А.И. Математика и социальные процессы (Гиперболические процессы и их применения). М.: Знание, 1980. 64 с. 10. Шрейдер Ю.А., Шаров А.А. Системы и модели. М.: Радио и связь, 1982. 152 с. 11. Гнеденко Б.В., Колмогоров А.Н. Предельные распределения для сумм независимых случайных величин. Л.-М.: Гостехиздат, 1949. 264 с. 12. Айвазян С.А., Бухштабер В.М., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика: Классификация и снижение размерности: Справ. изд. М.: Финансы и статистика, 1989. 607 с. 13. Загоруйко Н.Г. Методы распознавания и их применение. М.: Сов. радио, 1972. 206 с. 14. Волощук Ю.И., Кащеев Б.Л., Подоляка В.А. Метеорный комплекс вблизи орбиты Земли: спорадический фон, потоки, ассоциации. I. Методика выделения потоков и ассоциаций из выборок орбит индивидуальных метеоров большого объема // Астрон. вестн. 1995. Т. 29. №5. С.439-449. 15. Sekanina Z. Statistical model of meteor streams. IV. A study of radio streams from the synoptic year // Icarus. 1976. V. 27. P. 265-321. 16. Jopek T.J. TV meteor streams searching /Eds. Stohl J., Williams I.P. // Meteoroids and their Parent Bodies. Astron. Inst., Slovac. Acad. Sci., Bratislava, 1993. P. 269-272. 17. Волощук Ю.И., Кащеев Б.Л. Методика расчета средних орбит метеорных потоков // Астрон. вестн. 1999. Т. 33. №4. С.345-369. 18. Кащеев Б.Л., Лебединец В.Н., Лагутин М.Ф. Метеорные явления в атмосфере Земли. М.: Наука. 1967. 260 с. 19. Лебединец В.Н., Корпусов В.Н., Соснова А.К. Потоки радиометеоров // Тр. ИЭМ. 1972. Вып. 1(34). С. 88-171. 20. Drummond J. D. A Test of Comet and Meteor Showers Assosiations // Icarus. 1981, 45, p. 545 - 553. 21. Мардуа К. Статистический анализ угловых наблюдений. М.: Наука, 1978. 240 с. 22. Southworth R.D., Hawkins G.S. Statistics of Meteor Streams // Smithson. Contribs. Astrophys. 1963, №7. P. 261-285. 23. Загребин Д.В. Введение в астрометрию. М.: Наука, 1966, 403 с. 24. Jopek T, J., Valsecchi G. B., Froeschle' Cl. Asteroid Meteoroid Streams // Asteroids III. 2002. P. 645 -652.

Харьковский национальный
университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 08.01.2010