УДК 62.506.2

Ю. И. ЗОЗУЛЯ

СОГЛАСОВАНИЕ БИОЛОГИЧЕСКИХ И ТЕХНИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ И СИСТЕМ

На пути к изучению естественных и искусственных самоорганизующих систем одной из наиболее сложных представляется задача о согласовании частей целостной бионической системы, включающей в себя как биологические, так и технические элементы и системы. Сложность этой задачи состоит в определении необходимых и достаточных условий согласования, при которых достигается единство качественно различных частей целостной бионической системы.

В современной литературе по теории систем анализируется в основном согласование (координирование) целей [1] и «положительных результатов» [2] деятельности отдельных частей целостной системы. При этом предполагается, что функции подсистем сложных биологических и технических систем, обладающих иерархической структурой, «наиболее естественно интерпретируются как поиск и принятие решений» [1, с. 101]. В результате эти подсистемы рассматриваются как решающие системы (системы принятия решения), для которых достаточно точно должны быть определены решаемые задачи. Применительно к бионическим системам выполнение последнего требования вызывает значительные трудности, поскольку число разнокачественных элементов в таких системах велико и решаемые ими задачи пока не удается априорно достаточно четко сформулировать, чтобы провести направленный эксперимент для определения конкретных параметров этих задач.

Более продуктивным в данном отношении является подход к описанию сложных систем с помощью соотношений «вход — выход». В рамках этого подхода, опираясь на метод многоуровневого анализа нелинейных динамических систем [3] или метод группового учета аргумента [4], можно с необходимой степенью точности определить параметры соотношений «вход — выход», представляемых априорно в наиболее общей интегральной форме.

Поскольку «всякая система, формализованная посредством моделей «вход — выход», может быть представлена в виде решающей системы, и наоборот» [1, с. 101], условия согласования в виде ограничений на соотношения «вход — выход» согласуемых подсистем могут дополнить условия согласования целевых функций (функций качества) этих подсистем [1] и позволят выработать достаточно гибкий общий метод согласования биологических и технических элементов и систем.

Условия согласования

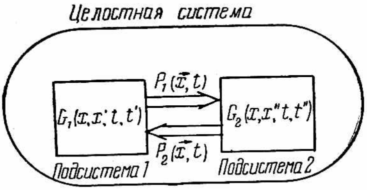
Существует множество синонимов понятия согласование: единство, гармония, координация, консолидация, дуальная взаимозависимость, взаимосодействие, взаимное дополнение, взаимная компенсация, взаимопонимание и др. [1, 2, 5]. Во всех этих синонимах без исключения отражен в з а и м н ы й, с и м м е т р и ч н ы й характер процесса согласования частей целого. Между частями объекта существует взаимное соответствие, они дополняют друг друга до единого целого, т. е. существует симметрия частей относительно целого.

Для любой фиксированной части объекта остальные части являются дополнением, поэтому условия согласования подсистем единой целостной системы можно изучить на примере наиболее простой системы, состоящей из двух подсистем (см. рисунок). Взаимодействуя, они образуют один замкнутый контур, по которому циркулируют сигналы. Преобразования сигналов, которые осуществляют эти подсистемы, можно описать в общем виде нестационарной интегральной формой [3]

$$P_1(\vec{x},\ t) = \iiint\limits_{R^3} \int\limits_{-\infty}^{t} G_1(\vec{x},\ \vec{x}',\ t,\ t')\, P_2(\vec{x}',\ t')\, dt' d\vec{x}'; \tag{1}$$

$$P_2(\vec{x},\ t) = \iiint\limits_{R^3} \int\limits_{-\infty}^{t} G_2(\vec{x},\ \vec{x}'',\ t,\ t'')\, P_1(\vec{x}'',\ t'')\, dt'' d\vec{x}'', \tag{2}$$

где $P_1(\vec{x},\ t)$, $P_2(\vec{x},\ t)$ — входные и выходные сигналы; $G_1(\vec{x},\ \vec{x}',\ t,\ t')$, $G_2(\vec{x},\ \vec{x}'',\ t,\ t'')$ — функции влияния (ядра) нестационарных математических моделей нелинейных подсистем. Тогда исследование взаимного соответствия и симметрии между согласуемыми подсистемами может быть сведено к изучению такого соответствия и симметрии между интегральными преобразованиями (1) и (2).



Подставив (2) в (1) и выполнив простые преобразования, получим соотношение

$$P_1(\vec{x},\ t) = \iiint\limits_{R^3} \int\limits_{-\infty}^{t} \left[\iiint\limits_{R^3} \int\limits_{t''}^{t} G_1(\vec{x},\ \vec{x}',\ t,\ t')\, G_2(\vec{x}',\ \vec{x}'',\ t',\ t'')\, dt' d\vec{x}' \right] \times$$
$$\times P_1(\vec{x}'',\ t'')\, dt'' d\vec{x}''. \tag{3}$$

Это равенство выполняется при любых $P_1(\vec{x},\ t)$, если

$$\iiint\limits_{R^3} \int\limits_{t''}^{t} G_1(\vec{x},\ \vec{x}',\ t,\ t')\, G_2(\vec{x}',\ \vec{x}'',\ t',\ t'')\, dt' d\vec{x}' =$$
$$= \delta(\vec{x} - \vec{x}'')\, \delta(t - t''). \tag{4}$$

При этом между преобразованиями (1) и (2) устанавливаются взаимно-однозначное соответствие и симметрия относительно тождественного преобразования. Условие (4) может быть выполнено только в том случае, если

$$G_1(\vec{x},\ \vec{x}',\ t,\ t') = G_1(\vec{x},\ \vec{x}',\ t)\, \delta(t - t'); \tag{5}$$

$$G_2(\vec{x},\ \vec{x}'',\ t,\ t'') = G_2(\vec{x},\ \vec{x}'',\ t)\, \delta(t - t'')$$

$$\iiint\limits_{R^3} G_1(\vec{x}, \vec{x}', t)\, G_2(\vec{x}', \vec{x}'', t)\, d\vec{x}' = \delta(\vec{x} - \vec{x}''), \qquad (6)$$

поскольку при $t'' \to t$ путем интегрирования в левой части соотношения (4) по множеству меры нуль необходимо получить значение, отличное от нуля.

Из (5) следует, что симметрия преобразований (1) и (2) относительно тождественного требует безынерционности согласуемых подсистем. Это условие может быть выполнено лишь при согласовании биологических и технических систем, обладающих образной памятью, поскольку каждая из них может компенсировать свою инерционность за счет предсказания поведения другой системы, с которой она согласуется. Для подсистем, не имеющих образной памяти, необходимо ослабить требование (4), рассматривая симметрию согласуемых подсистем с точностью до сдвига во времени (задержки) t_3:

$$\iiint\limits_{R^3} \int\limits_{t''}^{t} G_1(\vec{x}, \vec{x}', t, t')\, G_2(\vec{x}', \vec{x}'', t', t'')\, dt' d\vec{x}' = \delta(\vec{x} - \vec{x}'')\, \delta(t - t' - t_3). \qquad (7)$$

Тогда для сигналов, циркулирующих в контуре, образованном согласованными подсистемами, запишем уравнения

$$P_1(\vec{x}, t) = P_1(\vec{x}, t - t_3); \qquad (8)$$

$$P_2(\vec{x}, t) = P_2(\vec{x}, t - t_3),$$

которые указывают на периодический характер этих сигналов.

Таким образом, согласование инерционных подсистем без образной памяти сводится к образованию на их основе осциллятора, или колебательного контура. Обратно, целостная система, состоящая из согласованных инерционных подсистем без образной памяти, является осциллятором. В этом случае

$$G_1(\vec{x}, \vec{x}', t, t') = G_1(\vec{x}, \vec{x}', t)\, \delta(t - t' - t_1); \qquad (9)$$

$$G_2(\vec{x}, \vec{x}'', t, t'') = G_2(\vec{x}, \vec{x}'', t)\, \delta(t - t'' - t_2);\ t_1 + t_2 = t_3.$$

Достаточное количество примеров таких целостных систем рассмотрено в физике.

Анализ условий согласования

Условия (4) и (7) связывают функции влияния математических моделей согласованных систем. Дальнейший анализ этих условий сводится к изучению соотношения (6), устанавливающего связь между пространственными компонентами функций влияния, т. е. к исследованию класса функций, удовлетворяющих (6).

Известно, что преобразование Фурье устанавливает взаимно-однозначное соответствие между обобщенными функциями медленного роста [6, с. 136], так что

$$\delta(\vec{x}-\vec{x}'')=\iiint\limits_{R^3} e^{-2\pi i \sum\limits_{m=1}^{3}(x_m-x''_m)x'_m}\, d\vec{x}'. \tag{10}$$

Это соотношение сохраняется при произвольном линейном преобразовании переменных интегрирования

$$\delta(\vec{x}-\vec{x}'')=$$

$$=\iiint\limits_{R^3}\prod_{m=1}^{3}\alpha_m(\vec{x},\vec{x}'',t)\,e^{-2\pi i (x_m-x''_m)\left[\alpha_m(\vec{x},\vec{x}'',t)x'_m+\beta_m(\vec{x},\vec{x}'',t)\right]}\,d\vec{x}'. \tag{11}$$

Разделяя подынтегральное выражение на две компоненты при $\alpha_m(\vec{x},\vec{x}'',t)=\alpha_m(t)$, $\beta_m(\vec{x},\vec{x}'',t)=\beta_m(\vec{x},t)+\beta_m(\vec{x}'',t)$, получаем уравнение, аналогичное (6):

$$\delta(\vec{x}-\vec{x}'')=\iiint\limits_{R^3}\prod_{m=1}^{3}\left\{\sqrt{\alpha_m(t)}\,e^{-2\pi i\left[\alpha_m(t)x_m x'_m+x_m\beta_m(\vec{x},t)\right]}\right\}\times$$

$$\times\prod_{m=1}^{3}\left\{\sqrt{\alpha_m(t)}\,e^{2\pi i\left[\alpha_m(t)x''_m x'_m+x''_m\beta_m(\vec{x}'',t)\right]}\right\}d\vec{x}'. \tag{12}$$

Его можно обобщить, если умножить или разделить под интегралом каждую из компонент на одинаковую функцию:

$$\delta(\vec{x}-\vec{x}'')=\iiint\limits_{R^3}a(\vec{x},t)\,b(\vec{x}',t)\,e^{-i[\nu(\vec{x},t)+\mu(\vec{x}'t)]}\times$$

$$\times\prod_{m=1}^{3}\left\{\sqrt{\alpha_m(t)}\,e^{-2\pi i\alpha_m(t)x_m x'_m}\right\}[a(\vec{x}'',t)\,b(\vec{x}',t)]^{-1}\times$$

$$\times e^{i[\nu(\vec{x}'',t)+\mu(\vec{x}',t)]}\prod_{m=1}^{3}\left\{\sqrt{\alpha_m(t)}\,e^{2\pi i\alpha_m(t)x''_m x'_m}\right\}d\vec{x}'. \tag{13}$$

Сопоставив (6) и (13), запишем

$$G_1(\vec{x},\vec{x}',t)=a(\vec{x},t)\,b(\vec{x}',t)\,e^{-i[\nu(\vec{x},t)+\mu(\vec{x}',t)]}\times$$

$$\times\prod_{m=1}^{3}\left\{\sqrt{\alpha_m(t)}\,e^{-2\pi i\alpha_m(t)x''_m x'_m}\right\}; \tag{14}$$

$$G_2(\vec{x}',\vec{x}'',t)=[a(\vec{x}'',t)\,b(\vec{x}',t)]^{-1}\,e^{i[\nu(\vec{x}'',t)+\mu(\vec{x}'',t)]}\times$$

$$\times\prod_{m=1}^{3}\left\{\sqrt{\alpha_m(t)}\,e^{2\pi i\alpha_m(t)x''_m x'_m}\right\}. \tag{15}$$

Эти формулы являются обобщением ядер известных интегральных голографических кодов [7], включающих преобразования Фурье и Френеля.

Поскольку функции $\prod_{m=1}^{3}\left[\sqrt{\alpha_m(t)}\, e^{2\pi i k_m \alpha_m(t) x_m x'_m}\right]$ образуют ортонормальную тригонометрическую систему, возможно дальнейшее обобщение (14) и (15) путем формирования из них рядов

$$G_1(\vec{x}, \vec{x}', t) = a(\vec{x}, t)\, b(\vec{x}', t)\, e^{-i[\nu(\vec{x}, t)+\mu(\vec{x}', t)]} \times \\ \times \prod_{m=1}^{3}\left\{\sum_{k_m=1}^{\infty} c_{k_m}(t)\, e^{-2\pi i k_m \alpha_m(t) x_m x'_m}\right\}, \tag{16}$$

$$G_2(\vec{x}', \vec{x}'', t) = [a(\vec{x}'', t)\, b(\vec{x}', t)]^{-1}\, e^{i[\nu(\vec{x}'', t)+\mu(\vec{x}', t)]} \times \\ \times \prod_{m=1}^{3}\left\{\sum_{k_m=1}^{\infty} c_{k_m}(t)\, e^{2\pi i k_m \alpha_m(t) x''_m x'_m}\right\} \tag{17}$$

при

$$\prod_{m=1}^{3}\sum_{k_m=1}^{\infty}\frac{c^2_{k_m}(t)}{k_m \alpha_m(t)} = 1. \tag{18}$$

Последнее требование выполняется, например, в случае преобразования Уолша.

Из преобразований с ядрами (16) и (17) можно сформировать произвольные кратные преобразования вида

$$G_1(\vec{x}, \vec{x}', t) = \underbrace{\iiint_{R^3} \ldots \iiint_{R^3}}_{n-1} G^1_{p1}(\vec{x}, \vec{x}''', t)\, G^2_{p2}(\vec{x}''', \vec{x}^{\mathrm{IV}}, t) \ldots \\ \ldots G^n_{pn}(\vec{x}^{n+1}, \vec{x}', t)\, d\vec{x}''' \ldots d\vec{x}^{n+1}; \tag{19}$$

$$G_2(\vec{x}', \vec{x}'', t) = \underbrace{\iiint_{R^3} \ldots \iiint_{R^3}}_{n-1} G^n_{qn}(\vec{x}', \vec{x}^{n+1}, t) \ldots \\ \ldots G^2_{q2}(\vec{x}^{\mathrm{IV}}, \vec{x}''', t)\, G^1_{q1}(\vec{x}''', \vec{x}'', t)\, d\vec{x}^{n+1} \ldots d\vec{x}''', \tag{20}$$

где p_j, $q_j \in \{1, 2\}$, $p_j + q_j = 3$;

$$G^j_1(\vec{x}, \vec{x}', t) = a_j(\vec{x}, t)\, b_j(\vec{x}', t)\, e^{-i[\nu_j(\vec{x}, t)+\mu_j(\vec{x}', t)]} \times \\ \times \prod_{m=1}^{3}\left\{\sum_{k_m=1}^{\infty} c^j_{k_m}(t)\, e^{-2\pi i k_m \alpha^j_m(t) x_m x'_m}\right\}; \tag{21}$$

$$G^j_2(\vec{x}', \vec{x}'', t) = [a_j(\vec{x}'', t)\, b_j(\vec{x}', t)]^{-1}\, e^{i[\nu_j(\vec{x}'', t)+\mu_j(\vec{x}', t)]} \times \\ \times \prod_{m=1}^{3}\left\{\sum_{k_m=1}^{\infty} c^j_{k_m}(t)\, e^{2\pi i k_m \alpha^j_m(t) x''_m x'_m}\right\} \tag{22}$$

при

$$\prod_{m=1}^{3} \sum_{k_m=1}^{\infty} \frac{c_{k_m}^{2j}(t)}{k_m a_m^{j}(t)} = 1.$$

В частном случае таким способом можно получить однородное интегральное преобразование типа свертки с ядром в виде произвольной шумоподобной функции $G(\vec{x}, t)$:

$$G_1(\vec{x}, \vec{x}', t) = \iiint\limits_{R^3} e^{-2\pi i \sum\limits_{m=1}^{3} x_m x_m'''} \operatorname{sign}[\sigma(\vec{x}''', t)] \times$$

$$\times e^{2\pi i \sum\limits_{m=1}^{3} x_m''' x_m'} d\vec{x}''' = G(\vec{x} - \vec{x}', t); \tag{23}$$

$$G_2(\vec{x}', \vec{x}'', t) = \iiint\limits_{R^3} e^{-2\pi i \sum\limits_{m=1}^{3} x_m' x_m'''} \{\operatorname{sign}[\sigma(\vec{x}''', t)]\}^{-1} \times$$

$$\times e^{2\pi i \sum\limits_{m=1}^{3} x_m''' x_m''} d\vec{x}''' = G(\vec{x}' - \vec{x}''', t); \tag{24}$$

$$\iiint\limits_{R^3} G(\vec{x} - \vec{x}', t)\, G(\vec{x}' - \vec{x}'', t)\, d\vec{x}' = \delta(\vec{x} - \vec{x}''), \tag{25}$$

где $\sigma(\vec{x}''', t)$ — произвольная шумоподобная функция;

$$\operatorname{sign}(u) = \begin{cases} 1, & u > 0, \\ -1, & u < 0. \end{cases}$$

В целом соотношения (19)—(22) определяют множество интегральных преобразований с распределенными ядрами. На выходах согласованных подсистем, выполняющих подобные преобразования сигналов, одновременно или с задержкой $t_з$ можно наблюдать некоторый сигнал и, например, его пространственный Фурье-образ. Такая ситуация возникает при наблюдении различных квантомеханических объектов, например электрона, в результате чего формируются представления о целостной системе (электроне) как о частице и поле одновременно [8].

Системы, осуществляющие интегральные преобразования с распределенными ядрами, обладают высокой надежностью по отношению к неоднородным шумам в связи с тем, что между согласуемыми подсистемами соответственно (4) или (7) устанавливается положительная обратная связь с коэффициентом усиления сигнала в контуре, равным единице. Низкая надежность согласуемых подсистем при наличии положительной обратной связи между ними привела бы к быстрому рассогласованию подсистем и к разрушению целостной системы. В случае использования подсистем с распределенными функциями влияния для разрушения целостной системы необходимы значительные возмущающие (силовые) воздействия, реализация которых требует значительных энергетических затрат. Особенно это характерно для различных целостных систем микромира и распределенных общественных систем.

Задачей дальнейших исследований является применение найденных условий согласования для анализа возможностей согласования существующих биологических и технических элементов и систем, например нейронной сети мозга человека-оператора и ЭЦВМ.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Месарович М., Мако Д., Такахара И.* Теория иерархических многоуровневых систем. М., «Мир», 1973. 344 с.
2. *Анохин П. К.* Биология и нейрофизиология условного рефлекса. М., «Медицина», 1968. 547 с.
3. *Зозуля Ю. И.* Метод многоуровневого анализа нелинейных динамических систем мозга. — В сб.: Проблемы бионики. Вып. 13. Харьков, «Вища школа», 1974, с. 3—14.
4. *Ивахненко А. Г.* Системы эвристической самоорганизации в технической кибернетике. Киев, «Техніка», 1971. 372 с.
5. *Фон Ферстер Г.* От стимула к символу: экономия обработки информации в биологических системах. — В кн.: Кибернетические проблемы бионики. Ч. 1-я. Анализ биологических прототипов. М., «Мир», 1971, с. 62—81.
6. *Владимиров В. С.* Уравнения математической физики. М., «Наука», 1967. 436 с.
7. *Зозуля Ю. И.* Надежные вычисления при наличии шумов в зрительном анализаторе. — В сб.: Проблемы бионики. Вып. 12. Харьков, «Вища школа», 1974, с. 3—11.
8. *Ферми Э.* Квантовая механика. М., «Мир», 1968. 367 с.