ЧИСЕЛЬНИЙ МЕТОД ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНИХ РЕЖИМІВ ПО БАГАТОНИТКОВІЙ ЛІНІЙНІЙ ДІЛЯНЦІ ГАЗОПРОВОДУ

Гусарова Ірина Григоріївна
ORCID ID: 0000-0002-1421-0864
канд. тех. наук, доцент, професор кафедри прикладної математики
Харківський національний університет радіоелектроніки
Полятикін Андрій Олександрович
здобувач вищої освіти факультету інформаційно-аналітичних технологій та менеджменту
Харківський національний університет радіоелектроніки
Україна

Незважаючи на те, що останнім часом велика увага приділяється скрапленому газу, проблема транспортування природнього газу достатньо актуальна у нашій країні, тому що Україна є транспортером природного газу в країни Європи та транспортує газ для власного споживання. Відкритим залишається питання щодо безпечного транспортування газу без втрат, особливо це важливо у нештатних та аварійних ситуаціях.

Метою роботи є розглядання чисельного методу, який запропоновано для моделювання нестаціонарного неізотермічного режиму течії газу (НН РТГ) по багатониткової лінійної (БЛ) ділянки газопроводу (ДГ). Цей метод враховує особливості структури ДГ, що розглядається.

Розглядаємо багатониткову лінійну ділянку газопроводу, яка складається з декількох ділянок трубопроводу заданої довжини та діаметру, які прокладені паралельно. На границях ділянки задається тиск або масова витрата газу, та температура газу, що поступає на ДГ. На границях ділянки здійснюється різка зміна граничних умов, яка пов’язана з аварійною або нештатною ситуацією. Необхідно оцінити параметри газового потоку за певний час.

Будемо вважати, що БЛ ДГ має два вузла, які позначимо 1 та 2, де 1 та 2 – це вхід та вихід ДГ відповідно, та m ділянок трубопроводу довжиною L^i та діаметром D^i, $i = \overline{1,m}$, які йдуть з вузла 1 до вузла 2.

Вважаємо, що режим течії газу (РТГ) по БЛ ДГ нестаціонарний та неізотермічний (НН), через різкі зміни граничних умов на границях ДГ.

Параметри газового потоку на кожній i-й ДГ ($i = \overline{1,m}$) можна описати за допомогою функцій $G^i(x,t)$, $P^i(x,t)$, $T^i(x,t)$ – масової витрати, тиску та температури газу, як функцій часу, що задані в області

$$\Lambda^i = \left\{(x,t): x \in \left[0, L^i\right], t \in [0, T_{max}]\right\},$$

де:

T_{max} – кінцевий час процесу, що розглядається.

На вході будемо мати заданий тиск та температуру газу, а на виході масову витрату газу.

Розглянемо граничні умови, для першого вузла:

$$\begin{cases} P_{\text{вуз}}^{(1)}(t) = P^{(1)}(t), \\ T_{\text{вуз}}^{(1)}(t) = T^{(1)}(t), \text{при } G_{\text{вуз}}^{(1)}(t) > 0, \end{cases} \tag{1}$$

для другого вузла:

$$\begin{cases} G_{\text{вуз}}^{(2)}(t) = G^{(2)}(t), \\ T_{\text{вуз}}^{(2)}(t) = T^{(2)}(t), \text{при } G_{\text{вуз}}^{(2)}(t) < 0, \end{cases} \tag{2}$$

де:

$P^{(1)}(t), T^{(1)}(t), G^{(2)}(t), T^{(2)}(t)$ – *задані функції;*

$G_{\text{вуз}}^{(2)}(t), T_{\text{вуз}}^{(2)}(t)$ – *масова витрата та температура у другому вузлі;*

$G_{\text{вуз}}^{(1)}(t), P_{\text{вуз}}^{(1)}(t), T_{\text{вуз}}^{(1)}(t)$ – *масова витрата, тиск і температура у першому вузлі.*

Крім того, вважаємо, що задані початкові умови.

Моделювати структуру БЛ ДГ будемо за допомогою орієнтованого графу, який має дві вершини, які позначимо 1 та 2, де 1 та 2 – це вхід та вихід ДГ відповідно, та m дуг відповідних m ділянкам трубопроводу (ДТ) довжиною L^i та діаметром D^i, $i = \overline{1,m}$, які йдуть з вузла 1 до вузла 2. Тоді математична модель нестаціонарного неізотермічного режиму течії газу по БЛ ДГ заданої структури матиме вигляд [1, 2, 3]:

$$\frac{\partial \varphi^i(x,t)}{\partial t} + B^i\left(x,t,\varphi^i(x,t)\right)\frac{\partial \varphi^i(x,t)}{\partial x} = \Phi^i\left(x,t,\varphi^i(x,t)\right), i = \overline{1,m}, \tag{3}$$

у цих рівняннях за визначні параметри беруться $G^i(x,t)$, $P^i(x,t)$, $T^i(x,t)$ – масова витрата, тиск, температура на i-й ділянці трубопроводу, тобто

$$\varphi^i(x,t) = \left(G^i(x,t), P^i(x,t), T^i(x,t)\right),$$

елементи матриць $B^i\left(x,t,\varphi^i(x,t)\right)$, $\Phi^i\left(x,t,\varphi^i(x,t)\right)$ указані у роботі [1].

Умови узгодження в вузлах БЛ ДГ мають вигляд:

$$\sum_{i=1}^{m} G^i(0,t) = G_{\text{вуз}}^{(1)}(t), \tag{4}$$

$$P^i(0,t) = P_{\text{вуз}}^{(1)}(t), i = \overline{1,m}, \tag{5}$$

$$\sum_{i=1}^{m} G^i\left(L^i,t\right) = G_{\text{вуз}}^{(2)}(t), \tag{6}$$

$$P^i\left(L^i,t\right) = P_{\text{вуз}}^{(2)}(t), i = \overline{1,m}, \tag{7}$$

$$T^i(0,t) = T_{\text{вуз}}^{(1)}(t), \text{ якщо } G^i(0,t) > 0, i = \overline{1,m}, \tag{8}$$

$$T^i\left(L^i,t\right) = T_{\text{вуз}}^{(2)}(t), \text{ якщо } G^i\left(L^i,t\right) < 0, i = \overline{1,m}, \tag{9}$$

де:

$G_{\text{вуз}}^{(1)}(t), G_{\text{вуз}}^{(2)}(t)$ – *масова витрата у відповідному вузлі;*

$P_{\text{вуз}}^{(1)}(t), P_{\text{вуз}}^{(2)}(t)$ – *тиск у відповідному вузлі;*

$T_{\text{вуз}}^{(1)}(t), T_{\text{вуз}}^{(2)}(t)$ – *температура у відповідному вузлі.*

Система взаємопов’язаних квазілінійних диференціальних рівнянь у частинних похідних (3) – (9) доповнюється граничними умовами (1) – (2) та початковими умовами.

Метод скінченних різниць базується на побудові дискретної просторово-часової сітки, заміні континуальних похідних у початкових диференціальних рівняннях на еквівалентні їм скінченно-різницеві вирази.

Апроксимація рівнянь системи проводиться за неявною скінченно-різницевою схемою, визначеною на чотири-точковому шаблоні [2, 4, 5], який має перший порядок по часовій і другий по просторовій змінним.

Для отримання чисельного розв’язку системи (3) розіб'ємо відрізок $[0, L_i]$ для кожної i-ї ДГ ($i = \overline{1,m}$), на N_i частин, а інтервал часу $[0, T_{max}]$ на $K = T_{max}/\Delta t$ часових шарів, де T_{max} – інтервал часу, на якому проводиться розрахунок НН РТГ.

Позначимо крок за просторовою координатою за Δ, крок за часовою координатою за τ, $\mathrm{N_i}$ – кількість частин, на які розбивається i-а ділянка.

Таким чином, отримано систему нелінійних алгебраїчних рівнянь, а розв’язком цієї системи рівнянь є вектор

$$\varphi^k = \left(\varphi_0^{k,1}, \dots, \varphi_{N_1}^{k,1}, \dots, \varphi_0^{k,m}, \dots, \varphi_{N_m}^{k,m}\right) =$$

$$= \left(G_0^{k,1}, P_0^{k,1}, T_0^{k,1}, \dots, G_{N_1}^{k,1}, P_{N_1}^{k,1}, T_{N_1}^{k,1}, \dots, G_0^{k,m}, P_0^{k,m}, T_0^{k,m}, \dots, G_{N_m}^{k,m}, P_{N_m}^{k,m}, T_{N_m}^{k,m}\right).$$

Дана система, яка включає ці рівняння для ДГ може бути вирішена методом Ньютона, а отримана в результаті лінійна система для рівнянь для k-го часового шару та s-ї ітерації записується в наступному вигляді:

$$\left[\frac{\partial \psi^{k,i}}{\partial \varphi_0^{k,i}}\right]_{\varphi^{k,(s-1)}} \delta\varphi_0^{k,s,i} + \frac{1}{\Delta_i} B_0^{k,(s-1),i} \delta\varphi_1^{k,s,i} = \psi_0^{k,(s-1),i}, i = \overline{1,m} \tag{10}$$

$$-\frac{1}{2\Delta_i} B_j^{k,(s-1),i} \delta\varphi_{j-1}^{k,s,i} + \left[\frac{\partial \psi^{k,i}}{\partial \varphi_j^{k,i}}\right]_{\varphi^{k,(s-1)}} \delta\varphi_j^{k,s,i} + \frac{1}{2\Delta_i} B_j^{k,(s-1),i} \delta\varphi_{j+1}^{k,s,i} =$$

$$= \psi_j^{k,(s-1),i}, j = \overline{1, N_\iota - 1}, i = \overline{1,m}, \tag{11}$$

$$\left[\frac{\partial \psi^{k,i}}{\partial \varphi_{N_i}^{k,i}}\right]_{\varphi^{k,(s-1)}} \delta\varphi_{N_i}^{k,s,i} + \frac{1}{\Delta_i} B_{N_i}^{k,(s-1),i} \delta\varphi_{N_i-1}^{k,s,i} = \psi_{N_i}^{k,(s-1),i}, i = \overline{1,m} \tag{12}$$

де:

$\delta\varphi_0^{k,s,i}, \dots, \delta\varphi_{N_i}^{k,s,i}$ *– компоненти вектору поправок до невідомих змінних;*

$\psi_0^{k,(s-1),i}, \dots, \psi_{N_i}^{k,(s-1),i}$ *– компоненти вектору нев'язок;*

$\left[\frac{\partial \psi^{k,i}}{\partial \varphi_0^{k,i}}\right]_{\varphi^{k,(s-1)}}, \dots, \left[\frac{\partial \psi^{k,i}}{\partial \varphi_{N_i}^{k,i}}\right]_{\varphi^{k,(s-1)}}$ *– елементи матриці Якобі* $\left[\frac{\partial \psi^k}{\partial \varphi^k}\right]_{\varphi^{k,(s-1)}}$.

Враховуючи граничні умови на початку ділянок, покладемо для $s = 0$

$$P_0^{k,0,i} = P^{(1)}(k \cdot \tau), i = \overline{1,m},$$

$$T_0^{k,0,i} = T^{(1)}(k \cdot \tau), i = \overline{1,m}.$$

Тоді, враховуючи граничні умови на початку та на кінці ділянок, умови узгодження (4) – (9) приймають вид

$$\delta P_0^{k,s,i} = 0, i = \overline{1,m}, \tag{13}$$

$$\sum_{i=1}^{m} \delta G_{N_i}^{k,s,i} = G^{(2)}(k \cdot \tau) - G^{(2)}\big((k-1) \cdot \tau\big), \tag{14}$$

$$\delta P_{N_i}^{k,s,i} = \delta P_{N_m}^{k,s,m}, i = \overline{1,m-1}, \tag{15}$$

$$\delta T_0^{k,s,i} = 0, i = \overline{1,m}. \tag{16}$$

Значення параметрів на нульовому часовому шарі ($k = 0$) беруться з початкового розподілу:

$$G_j^{0,i} = G_0^i(j \cdot \Delta, 0), P_j^{0,i} = P_0^i(j \cdot \Delta, 0), T_j^{0,i} = T_0^i(j \cdot \Delta, 0), j = \overline{0, N_\iota}, i = \overline{1,m}. \tag{17}$$

Для знаходження розв'язку системи (10) – (16) зробимо низку перетворень. В рівняннях (10) замінюємо друге та трете рівняння на рівняння (13) та (16) для кожної ділянки. В рівняннях (12) замінюємо друге рівняння на рівняння (15) для кожної ділянки i-ї ділянки, $i = \overline{1,m-1}$. В рівняннях (12) для m-ї ділянки замінюємо перше рівняння на рівняння (14).

Отримана система лінійних рівнянь для k-го часового шару та s-ї ітерації вирішується щодо векторів поправок до невідомих $\delta\varphi_0^{k,s,i}, \ldots, \delta\varphi_{N_i}^{k,s,i}, i = \overline{1,m}$.

Далі розраховуються значення параметрів газового потоку на даній s-ї ітерації за формулою

$$\varphi_j^{k,s,i} = \varphi_j^{k,(s-1),i} - \delta\varphi_j^{k,s,i}, j = \overline{0, N_\iota}, i = \overline{1,m}. \tag{18}$$

Висновки. В роботі використовується метод скінченних різниць з неявною скінченно-різницевою схемою. Далі використовується метод Ньютона. На етапі розв'язання системи лінійних рівнянь запропоновані перетворення, які враховують граничні умови та структуру ДГ. Запропонований чисельний метод дозволяє спростити розрахунок параметрів газового потоку для багатониткової лінійної ділянки газопроводу, враховуючи особливості її структури. Результати даної роботи можуть бути використані в інтелектуальних системах підтримки прийняття рішень щодо врегулювання аварійних та нештатних ситуацій у роботі газопроводів.

Список використаних джерел:

1. Полятикін А. О., НК: Гусарова І. Г. Моделювання нестаціонарних режимів течії газу по багатонитковій лінійній ділянці газопроводу. // *27-й Міжнародний молодіжний форум «Радіоелектроніка та молодь у XXI столітті»*: зб. матеріалів форуму (м. Харків, 10-12 травня 2023 р.). / Т. 7. Харків : ХНУРЕ, 2023. С. 179-180.
2. Husarova, I. H., Tevyashev, A. D., Tevyasheva, O. A. Mathematical modeling of non-stationary gas flow modes along a linear section of a gas transmission system. // *Mathematical Modeling and Computing*, 2022. / Vol. 9, No. 2. pp. 416-430.
3. Мельник М. О. НК: Гусарова І. Г. Моделювання нестаціонарних режимів по ділянці трубопроводу змінного перерізу. // *26-й Міжнародний молодіжний форум «Радіоелектроніка і молодь у XXI столітті»*: зб. матеріалів форуму (м. Харків, 20 грудня 2023 р.). / Т. 7, 8. Харків : ХНУРЕ, 2022. С. 23-24.
4. Селезнев В. Е., Алешин В. В., Клишин Г. С. Методы и технологии численного моделирования газопроводных систем // Москва / Едиториал УРСС, 2002. 488 с.
5. Гусарова І. Г., Соловьев А. М. Застосування методу Бройдена при комп’ютерному моделюванні перехідних режимів течії газу. // *Системи обробки інформації*, 2019 / № 2(157). С. 33-39.