УДК 621.39.519.27

Л. М. ЛЮБЧИК, А. С. МАЗМАНИШВИЛИ

СТАТИСТИКА ИНТЕГРАЛЬНЫХ ФУНКЦИОНАЛОВ, СОДЕРЖАЩИХ КВАДРАТИЧНЫЕ ФОРМЫ ОТ КОМПОНЕНТ ГАРМОНИЧЕСКОГО СТОХАСТИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА

Для многих этапов работы радиотехнических устройств характерным является преобразование сигналов, в том числе и случайных процессов, в типовом звене с нелинейными и инерционными свойствами. Известно лишь небольшое число точных решений задачи о нахождении функции распределения процесса на выходе типового звена, полученных при некоторых специальных предложениях о нелинейности характеристики и о статических свойствах случайного процесса на входе [1]. К числу этих задач относится задача об определении функции распределения случайной величины

$$\eta = \frac{1}{T}\int_0^T dt\xi^2(t) \tag{1}$$

средней мощности нормального эргодического случайного процесса $\xi(t)$ за конечное время усреднения T. Ранее такая задача была подвергнута численному анализу для случая, когда $\xi(t)$ — нормальный марковский шум [2]. В работе [3] получена производящая функций случайной величины (1), когда $\xi(t)$ является суперпозицей произвольного детерминированного сигнала и нормального марковского шума.

Нормальный марковский процесс является результатом воздействия случайного процесса, обладающего свойствами белого шума, на дифференцирующую цепочку первого порядка. Результатом воздействия белого шума на дифференцирующую цепочку второго порядка (RLC — колебательный контур) является гармонический стохастический процесс (ГС-процесс). Рассмотрим статистику интегральных функционалов, определенных на компонентах ГС-процесса.

Уравнение для ГС-процесса имеет вид [1] $\ddot{x}+2\beta\dot{x}+\omega^2 x=f(t)$ (2), где β, ω — декремент и частота; $f(t)$ порождающий процесс, обладающий свойствами белого шума с интенсивностью σ и корреляционной функцией

$$<f(t)f(t')> = \sigma\delta(t-t'). \tag{3}$$

Наиболее общий вид рассматриваемых интегральных функционалов следующий:

$$F = \int_0^T dt\,[a\dot{x}^2(t) + 2b\dot{x}(t)\,x(t) + cx^2(t)]. \tag{4}$$

Здесь a, b, c — произвольные параметры. Исчерпывающая информация о статической структуре функционала F содержится в производящей функции

$$Q(a, b, c) = \left\langle \exp\left\{-\int_0^T dt\,[a\dot{x}^2(t) + 2b\dot{x}(t)x(t) + cx^2(t)]\right\}\right\rangle \tag{5}$$

— математическом ожидании от $\exp(-F)$ по всем возможным реализациям ГС-процесса.

Статистические характеристики двухкомпонентного марковского процесса $(\dot{x}, x)$ полностью описываются с помощью переходной плотности распределения вероятностей $w(x, \dot{x}, t; x_0, \dot{x}_0, 0)$, уравнение для которой можно составить согласно методике [1],

$$\frac{\partial}{\partial t} w = -\dot{x}\frac{\partial w}{\partial x} + \omega^2 x \frac{\partial w}{\partial \dot{x}} + 2\beta \frac{\partial}{\partial \dot{x}}(\dot{x}w) + \frac{\sigma}{2}\frac{\partial^2 w}{\partial \dot{x}^2} \tag{6}$$

с начальным условием $w(x, \dot{x}, 0; x_0, \dot{x}_0, 0) = \delta(x - x_0)\delta(\dot{x} - \dot{x}_0)$.

Решение уравнения (6) имеет вид [1]

$$w(x, \dot{x}, t; x_0, \dot{x}_0, 0) = \frac{\nu_1 - \nu_2}{\sqrt{2\pi\Delta}} \exp\left\{(\nu_1 + \nu_2)t - \right.$$

$$\left. - \frac{p}{\Delta} y_1^2 e^{2\nu_2 t} + \frac{h}{\Delta} y_1 y_2 e^{\nu_1 t + \nu_2 t} - \frac{q}{\Delta} y_2^2 e^{2\nu_1 t}\right\}, \tag{7}$$

где

$$\nu_{1,2} = \beta \pm \sqrt{\beta^2 - \omega^2}; \quad \Delta = 4pq - h^2;$$

$$p = \frac{\sigma}{4\nu_1}(e^{2\nu_1 t} - 1); \quad h = \frac{\sigma}{\nu_1 + \nu_2}(e^{\nu_1 t + \nu_2 t} - 1), \quad q = \frac{\sigma}{4\nu_2}(e^{2\nu_2 t} - 1),$$

$$y_1 = (\dot{x} + \nu_1 x) - (\dot{x}_0 + \nu_1 x_0) e^{-\nu_2 t}, \quad y_2 = (\dot{x} + \nu_2 x) - (\dot{x}_0 + \nu_2 x_0) e^{-\nu_1 t}.$$

Из соотношения (7) следует одномоментная равновесная плотность распределения вероятностей

$$w(x_0, \dot{x}_0, 0) = \frac{2\beta\omega}{\pi\sigma} \exp\left(-\frac{2\beta\omega^2}{\sigma} x_0^2 - \frac{2\beta}{\sigma}\dot{x}_0^2\right). \tag{8}$$

Математическое ожидание (5) является функциональным интегралом. Одним из эффективных методов нахождения значений функционального интегрирования является метод усреднения по винеровской мере [4; 5].

Основной принцип этого метода — сведение к параболическому дифференциальному уравнению. Его можно использовать при нахождении среднего (5) по мере, базирующейся на ГС-процессе (2).

Введем рекуррентную последовательность функций [7] $\psi_k(x, \dot{x}, t; x_0, \dot{x}_0)$, таких, что

$$\psi_{k+1}(x, \dot{x}, t; x_0, \dot{x}_0) = \int_0^t d\tau \int_{-\infty}^{\infty} dx' \int_{-\infty}^{\infty} d\dot{x}'\, w(x, \dot{x}, t; x', \dot{x}', \tau) \times$$

$$\times (a\dot{x}'^2 + 2b\dot{x}'x' + cx'^2)\psi_k(x', \dot{x}', \tau; x_0, \dot{x}_0), \tag{9}$$

где $k = 0, 1, 2, \ldots$, причем

$$\psi_0(x, \dot{x}, t; x_0, \dot{x}_0) = w(x, \dot{x}, t; x_0, \dot{x}, 0). \tag{10}$$

Тогда, после разложения $\exp(-F)$ в ряд, найдем

$$Q(a, b, c) = \int_{-\infty}^{\infty} dx_0 \int_{-\infty}^{\infty} d\dot{x}_0 w(x_0, \dot{x}_0, 0)\, Q_0(a, b, c; x_0, \dot{x}_0); \tag{11}$$

$$Q_0(a, b, c; x_0, \dot{x}) = \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} d\dot{x} \psi(x, \dot{x}, t; x_0, \dot{x}_0)\big|_{t=T}. \tag{12}$$

Здесь
$$\psi(x, \dot{x}, t; x_0, \dot{x}_0) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k} \psi_k(x, \dot{x}, t; x_0, \dot{x}_0) - \tag{13}$$

математическое ожидание вида (5), но с фиксированными значениями ГС-процесса $(x, \dot{x})$ на границах временного интервала $(0, t)$.

Из соотношений (9), (10) следует, что ψ-функция (13) удовлетворяет параболическому дифференциальному уравнению

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} = -\dot{x}\frac{\partial\psi}{\partial x} + \omega^2 x \frac{\partial\psi}{\partial \dot{x}} + 2\beta \frac{\partial}{\partial \dot{x}}(\dot{x}\psi) +$$

$$+ \frac{\sigma}{2}\frac{\partial^2\psi}{\partial \dot{x}^2} - (a\dot{x}^2 + 2b\dot{x}x + cx^2)\psi \tag{14}$$

с начальным условием $\psi(x, \dot{x}, 0; x_0, \dot{x}_0) = \delta(x - x_0)\,\delta(\dot{x} - \dot{x}_0)$.

Решение уравнения (14) при $a=b=c=0$ описывается выражением (7). Чтобы привести уравнение (14) к уравнению (6), воспользуемся подстановкой

$$\psi(x, \dot{x}, t; x_0, \dot{x}_0) = \Phi(x, \dot{x}, t; x_0, \dot{x}_0)\times \tag{15}$$

$$\times \exp\{\mu t - A(\dot{x}^2 - \dot{x}_0^2) - 2B(x\dot{x} - x_0\dot{x}_0) - C(x^2 - x_0^2)\},$$

в которой μ, A, B, C — некоторые константы. Подставив (15) в (14), после переруппировки коэффициентов при производной по $\dot{x}$ получим

$$\frac{\partial\Phi}{\partial t} = -\dot{x}\frac{\partial\Phi}{d_x} + (\omega^2 - 2\sigma B)\, x\frac{\partial\Phi}{\partial \dot{x}} + (2\beta - 2\sigma A)\frac{\partial}{\partial \dot{x}}(\dot{x}\Phi) +$$

$$+ \frac{\sigma}{2}\frac{\partial^2\Phi}{\partial \dot{x}^2} + \Phi\{-\mu + \sigma A + \dot{x}^2(2B - 4\beta A + 2\sigma A - a) + \tag{16}$$

$$+ 2x\dot{x}(C - \omega^2 A - 2\beta B + 2\sigma AB - b) - x^2(2\sigma B^2 - 2\omega^2 B - c)\}.$$

Это уравнение для Φ имеет те же начальнные условия, что и выражение (14). Оно имеет вид (6), если соответствующим подбором величин A, B, C обратить в нуль значение фигурной скобки в уравнении (16). Ясно, что $\mu=\sigma A$. Приравняв коэффициенты при $\dot{x}^2$, $x\dot{x}$, x^2 к нулю, найдем

$$A=\frac{\beta-r}{\sigma},\quad B=\frac{\omega^2-\Omega^2}{2\sigma},\quad C=b+\frac{\beta\omega^2-r\Omega^2}{\sigma},\tag{17}$$

где
$$\Omega=(\omega^4+2\sigma c)^{1/4},\quad r=\left(\beta^2+\frac{\sigma a+\Omega^2-\omega^2}{2}\right)^{1/2}.\tag{18}$$

Стохастический „осциллятор“, для „плотности распределения“ $\Phi(x, \dot{x}, t; x_0, \dot{x}_0)$ которого получено уравнение (16) без фигурной скобки, обладает аналогично (6) «частотой» $\Omega=(\omega^2-2\sigma B)^{1/2}$ и «декрементом» $r=\beta-\sigma A$ согласно соотношениям (17), (18). Если $a=c=0$ и в функционале (4) содержится лишь член $x(t)\dot{x}(t)$, то в этом частном случае $F=bx^2(T)-bx^2(0)$, и функциональный интеграл (11) сводится к простой четырехкратной квадратуре

$$Q(0,b,0)=\iiiint\limits_{-\infty}^{\infty} dx\,d\dot{x}\,dx_0\,d\dot{x}_0\,w(x_0,\dot{x}_0,0)\times$$
$$\times\exp(-bx^2+bx_0^2)w(x,\dot{x},T;x_0,\dot{x}_0,0),\tag{19}$$

поскольку ψ-функция переходит в w-функцию (7). В общем случае функциональный интеграл $Q(a, b, c)$ находится согласно формулам (11), (12), в которых выражение для ψ-функции принимает следующий вид:

$$\psi(x,\dot{x},t;x_0,\dot{x}_0)=\exp\{\sigma At-A(\dot{x}^2-\dot{x}_0^2)-$$
$$-2B(x\dot{x}-x_0\dot{x}_0)-C(x^2-x_0^2)\}\frac{\rho_1-\rho_2}{2\pi\sqrt{D}}\exp\Big\{(\rho_1+\rho_2)\times\tag{20}$$
$$\times t-\frac{P}{D}z_1^2e^{2\rho_2 t}+\frac{H}{D}z_1z_2e^{\rho_1 t+\rho_2 t}-\frac{Q}{D}z_2^2e^{2\rho_1 t}\Big\},$$

где
$$\rho_{1,2}=r\pm\sqrt{r^2-\Omega^2};\quad D=4PQ-H^2;$$
$$P=\frac{\sigma}{4\rho_1}(e^{2\rho_1 t}-1);\quad H=\frac{\sigma}{2r}(e^{2rt}-1);\quad Q=\frac{\sigma}{4\rho_2}(e^{2\rho_2 t}-1);$$
$$z_1=(\dot{x}+\rho_1x)-(\dot{x}_0+\rho_1x_0)e^{-\rho_2 t};\quad z_2=(\dot{x}+\rho_2x)-(\dot{x}_0+\rho_2x_0)e^{-\rho_1 t},$$

а остальные обозначения приведены в (17), (18). Объединив (11), (12), (20), получим для производящей функции $Q(a, b, c)$ выражение в виде простой шестикратной квадратуры

$$Q(a,b,c)=\frac{\rho_1-\rho_2}{\pi^2}\iiint\!\!\!\iiint\limits_{-\infty}^{\infty} du_1\,du_2\,dx\,d\dot{x}\,dx_0\,d\dot{x}_0\,w\times$$

$$\times (x_0, \dot{x}_0, 0) \exp \Big\{ \sigma A T - A (\dot{x}^2 - \dot{x}_0^2) - 2B (x\dot{x} - x_0\dot{x}_0) -$$

$$- C (x^2 - x_0^2) - \frac{\sigma}{\rho_2} u_1^2 (1 - e^{-2\rho_2 T}) - \frac{\sigma}{r} u_1 u_2 (1 - e^{-2rT}) - \qquad (21)$$

$$- \frac{\sigma}{\rho_1} u_2^2 (1 - e^{-2\rho_1 T}) + 2iu_1 [(\dot{x} + \rho_1 x) - (\dot{x}_0 + \rho_1 x_0) \times$$

$$\times e^{-\rho_2 T}] + 2iu_2 [(\dot{x} + \rho_2 x) - (\dot{x}_0 + \rho_2 x_0) e^{-\rho_1 T}] \Big\}.$$

Благодаря гауссовому виду подынтегрального выражения относительно всех шести переменных интегрирования квадратура (21) берется до конца (удобно сначала брать интегралы по x, $\dot{x}$ и x_0, $\dot{x}_0$). Представление (21) для производящей функции, кроме того, удобно при выполнении численных расчетов вследствие наличия демпфирующих множителей типа $\exp(-2\rho_1 T)$.

Особый интерес представляет случай $a = b = 0$, поскольку случайная величина [1; 6]

$$\chi = \int_0^T dt x^2 (t) \qquad (22)$$

описывает интеграл от квадрата перемещения $x(t)$ стохастического затухающего осциллятора (2), аналогом для которого может служить изменение заряда в колебательном RLC-контуре. Плотность распределения вероятностей $P(\chi)$ этой случайной величины есть обратное преобразование Лапласа

$$P(\chi) = \int \frac{dc}{2\pi i} \exp (c\chi) \, Q(0, 0, c). \qquad (23)$$

В целях нахождения $P(\chi)$ в квадратуре (21) выполним интегрирование по паре переменных ГС-процесса $x, \dot{x}$ и по другой паре переменных x_0, $\dot{x}_0$ с весом $w(x_0, \dot{x}_0, 0)$ (8). Обозначив результаты этих интегрирований через $J_T(u_1, u_2)$ и $J_0(u_1, u_2)$, найдем

$$Q(0, 0, c) = \frac{2\beta\omega (\rho_1 - \rho_2) e^{(\beta - r)T}}{\pi^3 \sigma} \iint_{-\infty}^{\infty} du_1 du_2 J_T(u_1, u_2) J_0(u_1, u_2) \times$$

$$\times \exp \Big\{ -\frac{\sigma}{\rho_2} u_1^2 (1 - e^{-2\rho_1 T}) - \frac{\sigma}{r} u_1 u_2 (1 - e^{-2rT}) - \frac{\sigma}{\rho_1} u_2^2 (1 - e^{-2\rho_2 T}) \Big\}. \qquad (24)$$

Здесь

$$J_T(u_1, u_2) = \pi (AC - B^2)^{-1/2} \times$$

$$\times \exp \Big\{ - \frac{A(\rho_1 u_1 + \rho_2 u_2)^2 - 2B(\rho_1 u_1 + \rho_2 u_2)(u_1 + u_2) + C(u_1 + u_2)^2}{AC - B^2} \Big\}. \qquad (25)$$

Выражение для $J_0(u_1, u_2)$ получим из соотношения (25), если в этой формуле выполним следующие замены:

$$A \to A_0 = \frac{\beta + r}{\sigma}; \quad B \to B_0 = \frac{\Omega^2 - \omega^2}{2\sigma}; \quad C \to C_0 = \frac{r\Omega^2 + \beta\omega^2}{\sigma}. \qquad (26)$$

Отметим, что в частном случае, когда $w(x_0, \dot{x}_0, 0) = \delta(x_0)\delta(\dot{x}_0)$, интегралы по x_0, $\dot{x}_0$ в (21) снимаются, $J_0(u_1, u_2) = \pi$. В общем (безусловном) случае запишем

$$Q(0, 0, c) = \frac{2\beta\omega(\rho_1 - \rho_2)e^{(\beta - r)T}}{\sigma\sqrt{D_0 D_T D_u}}, \qquad (27)$$

где $\quad D_0 = A_0C_0 - B_0^2, \quad D_T = AC - B^2, \quad D_u = D_{11}D_{22} - D_{12}^2; \qquad (28)$

D_{11}, D_{12}, D_{22} — коэффициенты квадратичной формы $D_{11}u_1^2 + 2D_{12}u_1u_2 + D_{22}u_2^2$, образующейся в показателе подынтегральной экспоненты в (24),

$$D_{11} = \frac{\sigma}{\rho_2}(1 - e^{-2\rho_2 T}) + D_T^{-1}(A\rho_1^2 - 2B\rho_1 + C) +$$
$$+ D_0^{-1}(A_0\rho_1^2 - 2B_0\rho_1 + C_0)e^{-2\rho_2 T};$$

$$2D_{12} = \frac{\sigma}{r}(1 - e^{-2rT}) + D_T^{-1}(A\rho_1\rho_2 - 2Br + C) +$$
$$+ D_0^{-1}(A_0\rho_1\rho_2 - 2B_0r + C_0)e^{-2rT}; \qquad (29)$$

$$D_{22} = \frac{\sigma}{\rho_1}(1 - e^{-2\rho_1 T}) +$$
$$+ D_T^{-1}(A\rho_2^2 - 2B\rho_2 + C) + D_0^{-1}(A_0\rho_2^2 - 2B_0\rho_2 + C_0)e^{-2\rho_1 T}.$$

Результат (27) легко обобщается на случай, когда $a \neq 0$ и $b \neq 0$, если в (27) определить $C_0 = \dfrac{r\Omega^2 + \beta\omega^2}{\sigma} - b$ и воспользоваться выражениями (17), (18).

Движение зарядов в RLC-колебательном контуре, возбужденном широкополосным шумом, можно описать на основе уравнения (2). Аналогично функционалу (22) (временной интеграл от квадрата текущего заряда) построим функционал

$$\eta = \int_0^T dt\, \dot{x}^2(t), \qquad (30)$$

связанный с интегралом от квадрата текущего электрического тока $\dot{x}(t)$. Плотность распределения вероятностей $P(\eta)$ этой случайной величины

$$P(\eta)=\int\frac{da}{2\pi i}\exp(a\eta)\,Q(a,0,0). \tag{31}$$

Ее можно найти с помощью (21), если в этом выражении положить $b=c=0$. При этом $\Omega=\omega$, $r=(\beta^2+\sigma a/2)^{1/2}$ **(32)**. Тогда

$$B=0;\quad C=\frac{\beta-r}{\sigma}\omega^2=A\omega^2. \tag{33}$$

Результат интегрирования в соотношении (21) зависит от вида весовой функции $w(x_0,\dot{x}_0,0)$. В равновесном случае, когда исходное состояние распределено в соответствии с (8), после вычисления шестикратного интеграла (21) найдем

$$Q(a,0,0)=\frac{4r\beta\exp(\beta T)}{\left\{(r_1^2e^{rT}-r_2^2e^{-rT})^2-\left(2r_1r_2\dfrac{\sin\left(T\sqrt{\omega^2-r^2}\right)}{\sqrt{\omega^2-r^2}}\right)^2\right\}^{1/2}}, \tag{34}$$

где $r_1=r+\beta$; $r_2=r-\beta$. Аналогично можно рассмотреть случай начальных условий, когда $w(x_0,\dot{x}_0,0)=\delta(x_0)\,\delta(\dot{x}_0)$,

$$Q(a,0,0)=\frac{2r\exp(\beta T)}{\left\{(r_1e^{rT}+r_2e^{-rT})^2+r_1r_2\left(2r\dfrac{\sin\left(T\sqrt{\omega^2-r^2}\right)}{\sqrt{\omega^2-r^2}}\right)^2\right\}^{1/2}}. \tag{35}$$

Выражения (34), (35) особенно упрощаются при анализе колебательных контуров со средней и тем более высокой добротностью. Пренебрегая вторым слагаемым в знаменателях этих выражений, из выражения (34) получаем

$$Q(a,0,0)=\frac{4r\beta\exp(\beta T)}{(r+\beta)^2e^{rT}-(r-\beta)e^{-rT}}, \tag{36}$$

а из соотношения (35)

$$Q(a,0,0)=\frac{2r\exp(\beta T)}{(r+\beta)e^{rT}+(r-\beta)^2e^{-rT}}. \tag{37}$$

Возможность такого упрощения обусловлена квадратичностью рассматриваемых интегральных функционалов от ГС-процесса.

Производящие функции (19), (27) и (34), (35) исчерпывают информацию о статистических свойствах случайных величин (4), (22) (30). Получить количественные характеристики удается на основе преобразования Лапласа. На рис. 1, 2 представлены результаты численного расчета плотности $P(\chi)$ при $\sigma=10$, $T=1$, $\omega=100$, $\langle\chi\rangle=\sigma T/4\beta\omega^2$ (рис. 1); $w(x_0,\dot{x}_0,0)=\delta(x_0)\,\delta(\dot{x}_0)$, $\sigma=10$, $T=1$, $\omega=100$, $\chi_s=\sigma T/4\beta\omega^2$ (рис. 2), отвечающей производящей функции (27) случайного процесса (22). На рис. 3, 4 — аналогичные зависимости для плотности $P(\eta)$ при $\sigma=10$, $T=1$, $\omega=100$, $<\eta>=\sigma T/4\beta$ (рис. 3); $w(x,\ x_0,\ 0)=\delta(x_0)\delta(\dot{x}_0)$, $\delta=10$, $T=1$, $\omega=100$, $\eta_p=\sigma T/4\beta$ (рис. 4), отвечающие производящим функциям (34), (35) случайного процесса (30). Зависимости для $\beta<0{,}1$ со-

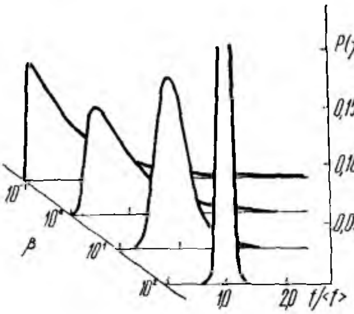

Рис. 1

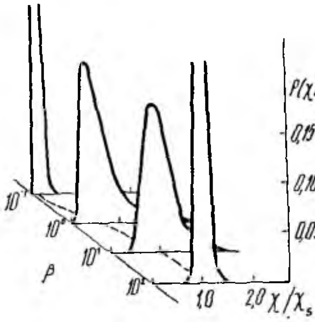

Рис. 2

впадают (до третьей значащей цифры) с представленными на рис. 1, 3 значениями этих функций при $\beta=0{,}1$. Расчеты показали,

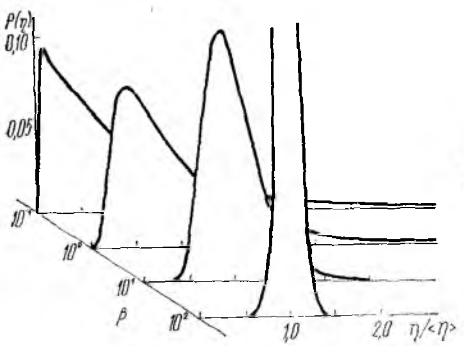

Рис. 3

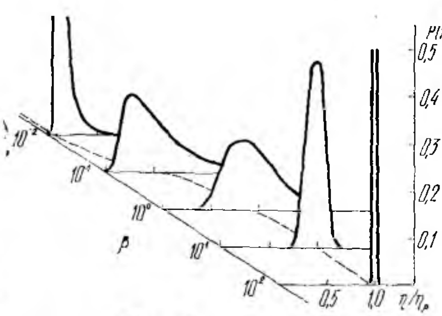

Рис. 4

что от параметра ω результаты почти не зависят (для $10^{-1}\leqslant\omega\leqslant10^{4}$), а отличие проявляется лишь в третьей значащей цифре. Для любого значения частоты ω и $\beta T\gtrsim 1$ функции, найденные при равновесном начальном условии (8), характеризуются пиком в области значений

$$\chi\approx<\chi>=\frac{\sigma T}{4\beta\omega^2};\quad \eta\approx<\eta>=\frac{\sigma T}{4\beta},\tag{38}$$

а по мере изменения декремента β в сторону меньших значений, они становятся все более пологими, т. е. флюктуации случайных величин χ, η — все более заметными. Приближенное выражение для $P(\chi)$ в районе $\chi \approx <\chi>$ можно записать в виде

$$P(\chi)=\sqrt{\frac{\beta T}{2\pi\chi<\chi>}}\exp\left\{-\frac{\beta T}{2}\left(\sqrt{\frac{\chi}{<\chi>}}-\sqrt{\frac{<\chi>}{\chi}}\right)^2\right\}, \quad (39)$$

для $P(\eta)$ асимптотическое выражение аналогично. Область применимости таких выражений, как показал численный анализ, не ограничивается лишь районом пика.

Из результатов численных расчетов вероятностных характеристик случайных величин (22), (30) при начальных нулевых условиях, когда $w(x_0, \dot{x}_0, 0)=\delta(x_0)\delta(\dot{x}_0)$ (рис. 2, 4) следует, что результат регистрации случайной величины χ или η (а в общем случае — случайной стохастической величины (4)) на выходе RLC-цепи существенно зависит от начальных условий. Численные расчеты показали, что по мере уменьшения параметра βT плотности распределения вероятностей приближаются к кривым, описывающим случайную величину с распределением релеевского типа [1]. По мере увеличения параметра βT плотности приближаются к нормальному распределению, скорость сходимости зависит от начальных условий.

Список литературы: 1. *Левин Б. Р.* Теоретические основы статистической радиотехники. — М.: Сов.' радио, 1969. — 702 с. 2. *Слепян Д.* Флуктуации мощности случайного сигнала//Определение параметров случайных процессов. К., 1962. — С. 123—146. 3. *Ласкин Н. В., Мазманишвили А. С.* Статистика отсчетов когерентного сигнала на фоне шума//Укр. физ. журн. — 1983. — 28. — С. 1871—1873. 4. *Кац М.* Вероятность и смежные вопросы в физике. — М.: Мир, 1965. — 406 с. 5. *Фейнман Р., Хибс А.* Квантовая механика и интегралы по траекториям. — М.: Мир, 1968. — 382 с. 6. *Свешников А. А.* Прикладные методы теории случайных функций. — М.: Наука, 1968. — 463 с.

Поступила в редколлегию 15.04.86

УДК 621.396

В. И. ГОСТЕВ, д-р техн. наук, *А. Ю. ЛЫСОВОЛИК*

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ОСНОВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМ АРУ

Системы АРУ относят к особому классу нелинейных параметрических систем автоматического регулирования, анализ которых сложен [1—7]. Для описания динамических свойств систем АРУ обычно определяют реакции систем на типовые сигналы. В качестве таких сигналов используют ступенчатое воздействие, сигналы с гармонической огибающей, с огибающими вида случайной функции и в виде импульсов различной формы. По реакциям систем на типовые воздействия находят некоторые характеристики систем АРУ. Так, при ступенчатом воздействии определяют время установления (время регулирования процессов в системе). При сигна-