

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ  
УНІВЕРСИТЕТ РАДІОЕЛЕКТРОНІКИ

## **РАДІОТЕХНІКА**

**Всеукраїнський  
міжвідомчий науково-технічний збірник**

Засновано в 1965 р.

**В И П У С К 2 0 5**

Харків  
Харківський національний  
університет радіоелектроніки  
2021

## УДК 621.3

Збірник включено до Переліку наукових фахових видань України, категорія "Б", технічні та фізико-математичні науки (затверджено наказами МОНУ від 17.03.2020 № 409; від 02.07.2020 № 886; від 24.09.2020 № 1188) за спеціальностями: 171 – Електроніка; 172 – Телекомунікації та радіотехніка; 173 – Авіоніка; 125 – Кібербезпека; 151 – Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології; 152 – Метрологія та інформаційно-вимірвальна техніка; 153 – Мікро- та наносистемна техніка; 163 – Біомедична інженерія; 105 – Прикладна фізика та наноматеріали.

Сборник включен в Перечень научных профессиональных изданий Украины, категория «Б», технические и физико-математические науки (утверждено приказами МОНУ от 17.03.2020 № 409, от 02.07.2020 № 886, от 24.09.2020 № 1188) по специальностям: 171 – Электроника; 172 – Телекоммуникации и радиотехника; 173 – Авионика; 125 – Кибербезопасность; 151 – Автоматизация и компьютерно-интегрированные технологии; 152 – Метрология и информационно-измерительная техника; 153 – Микро- и наносистемная техника; 163 – Биомедицинская инженерия; 105 – Прикладная физика и наноматериалы.

The collection is included in the List of scientific professional publications of Ukraine, category «Б», technical and physical-mathematical sciences (approved by orders of the Ministry of Education and Science from 17.03.2020 № 409; from 02.07.2020 № 886; from 24.09.2020 № 1188) by specialties: 171 – Electronics; 172 – Telecommunications and Radio Engineering; 173 – Avionics; 125 – Cybersecurity; 151 – Automation and Computer-Integrated Technologies; 152 – Metrology and Information-Measuring Equipment; 153 – Micro- and Nanosystem Technology; 163 – Biomedical Engineering; 105 – Applied Physics and Nanomaterials.

Сайт: [rt.nure.ua](http://rt.nure.ua)

Реєстраційне свідоцтво КВ № 12098-969 ПР від 14. 12. 2006.

За зміст статті відповідальні автори.

### Редакційна колегія

А.І. Лучанинов, *д-р фіз.-мат. наук, проф., ХНУРЕ, Україна (головний редактор)*  
О.Г. Аврунін, *д-р техн. наук, проф., ХНУРЕ, Україна*  
Д.В. Агеев, *д-р техн. наук, проф., ХНУРЕ, Україна*  
В.М. Безрук, *д-р техн. наук, проф., ХНУРЕ, Україна*  
І.М. Бондаренко, *д-р фіз.-мат. наук, проф., ХНУРЕ, Україна*  
І.Д. Горбенко, *д-р техн. наук, проф., ХНУ ім. В.Н. Каразіна, Україна*  
Ю.Є. Гордієнко, *д-р фіз.-мат. наук, проф., ХНУРЕ, Україна*  
К.Ю. Дергачов, *канд. техн. наук, с.н.с., НАУ ім. М.Є. Жуковського «ХАІ», Україна*  
В.О. Дорошенко, *д-р фіз.-мат. наук, проф., ХНУРЕ, Україна*  
І.П. Захаров, *д-р техн. наук, проф., ХНУРЕ, Україна*  
В.М. Карташов, *д-р техн. наук, проф., ХНУРЕ, Україна*  
А.А. Коноваленко, *д-р фіз.-мат. наук, академік НАНУ, РАН, Україна*  
А.С. Кулік, *д-р техн. наук, проф., НАУ ім. М.Є. Жуковського «ХАІ», Україна*  
Л.М. Литвиненко, *д-р фіз.-мат. наук, академік НАНУ, РАН, Україна*  
К.М. Музика, *д-р техн. наук, с.н.с., ХНУРЕ, Україна*  
Є.М. Одаренко, *д-р техн. наук, проф., ХНУРЕ, Україна*  
О.Г. Пашенко, *канд. фіз.-мат. наук, доц., ХНУРЕ, Україна (відповідальний секретар)*  
І.В. Свид, *канд. техн. наук, доц., ХНУРЕ, Україна (заступник головного редактора)*  
В.В. Семенець, *д-р техн. наук, проф., ХНУРЕ, Україна*  
С.І. Тарапов, *д-р фіз.-мат. наук, проф., член-кор. НАНУ, ІРЕ НАНУ, Україна*  
П.Л. Токарський, *д-р фіз.-мат. наук, проф., РАН, Україна*  
О.І. Филипенко, *д-р техн. наук, проф., ХНУРЕ, Україна*  
Г.З. Халімов, *д-р техн. наук, проф., ХНУРЕ, Україна*  
О.М. Цимбал, *д-р техн. наук, доц., ХНУРЕ, Україна*  
О.І. Цопа, *д-р техн. наук, проф., ХНУРЕ, Україна*

### Міжнародна редакційна колегія

Boris Chichkov (*Німеччина*), Marianna Ivashina (*Швеція*), Konstantyn Markov (*Німеччина*),  
Georgiy Sevskiy (*Німеччина*), Larysa Titarenko (*Польща*), Vitaliy Zhurbenko (*Данія*)

Відповідальні випускові: *І.Д. Горбенко, д-р техн. наук, проф., І.В. Свид, канд. техн. наук, доц.*  
Технічний секретар *О.С. Полякова.*

Рекомендовано Вченою радою Харківського національного університету радіоелектроніки,  
протокол №6/15-1 від 02.07.2021.

*Адреса редакційної колегії: Харківський національний університет радіоелектроніки (ХНУРЕ),  
просп. Науки, 14, Харків, 61166, тел. (0572) 7021-397.*

*Збірник «Радіотехніка» включено до Каталогу передплатних видань України,  
передплатний індекс 08391.*

ЗБІРНИК НАУКОВИХ ПРАЦЬ  
**РАДІОТЕХНІКА**  
Випуск 205  
Українською, російською, та англійською мовами

СБОРНИК НАУЧНЫХ ТРУДОВ  
**РАДИОТЕХНИКА**  
Выпуск 205  
На украинском, русском и английском языках

COLLECTION OF SCIENTIFIC PAPERS  
**RADIOTECHNIKA**  
Issue 205  
In Ukrainian, Russian and English

*Коректор Л.І. Сащенко*

Підп. до друку 05.07.2021. Формат 60x90/8. Папір офсет. Гарнітура Таймс. Друк. ризограф.  
Ум. друк. арк. 10,9. Обл.-вид. арк. 9,36. Тираж 300 прим. Зам. № 464. Ціна договір.

Харківський національний університет радіоелектроніки (ХНУРЕ)  
Просп. Науки, 14, Харків, 61166.

Оригінал-макет підготовлено і збірник надруковано у ПФ „Колегіум”, тел. (057) 703-53-74.  
Свідоцтво про внесення суб’єкта видавничої діяльності до Державного реєстру видавців.  
Сер. ДК №1722 від 23.03.2004.

# ЗМІСТ

## МЕТОДИ ТА АЛГОРИТМИ КРИПТОГРАФІЧНОГО ЗАХИСТУ ІНФОРМАЦІЇ

<i>І.Д. Горбенко, О.Г. Качко, О.В. Потій, А.М. Олексійчук, Ю.І. Горбенко, М.В. Єсіна, І.В. Стельник, В.А. Пономар</i> Основні положення та результати порівняння властивостей електронних підписів постквантового періоду на алгебраїчних решітках	5
<i>А.М. Олексійчук, О.С. Шевчук</i> Оцінки ефективності атак на основі підібраних відкритих текстів на криптосистему Рао-Нама над скінченною абелевою групою	22
<i>О.О. Кузнецов, Г.В. Кононченко</i> Стеганографічні методи в векторній графіці	32
<i>М.В. Єсіна, Б.С. Шахов</i> Аналіз апаратних реалізацій алгоритмів електронного підпису qTesla, Crystals-Dilithium і MQDSS на різних рівнях безпеки	42
<i>В.В. Вілігура</i> Аналіз формальних моделей управління доступом і особливості їх застосування для баз даних (рос.)	53
<i>В.А. Кулібаба</i> Процеси та методи вибору загальносистемних параметрів та аналіз стійкості проти атак сторонніми каналами для алгоритму направленої шифрування та інкапсуляції ключів стандарту ДСТУ 8961:2019 (англ.)	71
<i>Д.В. Гармаш</i> Властивості багатовимірною алгоритму Rainbow та його здатність протистояти різноманітним методам криптоаналізу і атаці сторонніми каналами	79
<i>Г.А. Малєєва</i> Аналіз захищеності постквантового алгоритму електронного підпису Rainbow від потенційних атак	85
<i>Є.В. Котух, О.В. Северинов, А.В. Власов, Л.С. Козіна, А.О. Теницька, Е. О. Зарудна</i> Методи побудови та властивості логарифмічних підписів	94

## ФІЗИКА ПРИЛАДІВ, ЕЛЕМЕНТІВ І СИСТЕМ

<i>Аль-Судані Хайдер Алі</i> Принципи побудови гіроскопа на базі фотонно-кристалічних волокон з фотонною забороненою зоною (рос.)	100
<i>К.С. Яцун</i> Модифікація активної області резонансно-тунельного діоду	108
<i>В.В. Рапін</i> Похибка методів малого параметру при вирішенні укорочених рівнянь синхронізованого автогенератора (рос.)	113

## АНТЕНИ ТА ПРИСТРОЇ МІКРОХВИЛЬОВОЇ ТЕХНІКИ

<i>В.В. Должиков</i> Поздовжній розподіл інтенсивності поля круглої сфокусованої апертури (рос.)	118
--	-----

## РАДІОЛОКАЦІЯ І РАДІОНАВІГАЦІЯ

<i>В.В. Жирнов, С.В. Солонська</i> Метод перетворення символічних радарних відміток малопомітних рухомих об'єктів на основі ефекту Тальбота (рос.)	129
<i>В.М. Карташов, В.О. Посошенко, В.В. Воронін, В.І. Колесник, А.І. Капушта, М.В. Рибников, Є.В. Першин</i> Методи виявлення-розпізнавання радіолокаційних, акустичних, оптичних і інфрачервоних сигналів безпілотних літальних апаратів (рос.)	138
<i>І.В. Свид, І.І. Обод, О.С. Мальцев, М.Г. Ткач, С.В. Старокожєв, А.О. Глуценко, В.С. Чумак</i> Метод підвищення завадозахищеності радіолокаційних систем ідентифікації «свій-чужий» при дії навмисних корельованих завад	154

## РАДІОТЕХНІЧНІ ПРИСТРОЇ ТА ЗАСОБИ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙ

<i>Ю.Ю. Коляденко, М.О. Чурсанов</i> Моделі поширення сигналів мереж зв'язку 5 G (рос.)	161
---	-----

## РАДІОТЕХНІЧНІ СИСТЕМИ

<i>С.П. Сергієнко, В.Г. Крижановський, Д.В. Чернов, Л.В. Загорулько</i> Ефективні режими роботи радіозакладних пристроїв для потайного знімання інформації у полі шумових завад	169
<i>О.О. Кузнецов, О.А. Смирнов, Т.Ю. Кузнецова</i> Шумоподібні дискретні сигнали для асинхронних систем кодового поділу радіоканалів (рос.)	175

РЕФЕРАТИ	184
----------	-----

# CONTENT

## METHODS AND ALGORITHMS OF CRYPTOGRAPHIC PROTECTION OF INFORMATION

<i>I.D. Gorbenko, O.G. Kachko, O.V. Potii, A.M. Oleksiychuk, Yu.I. Gorbenko, M.V. Yesina, I.V. Stelnyk, V.A. Ponomar</i> Basic principles and results of comparison of electronic signatures properties of the postquantum period based on algebraic lattices	5
<i>A.N. Alekseychuk, O.S. Shevchuk</i> Evaluation of effectiveness of chosen-plaintext attacks on the Rao - Nam cryptosystem over a finite Abelian group	22
<i>A.A. Kuznetsov, Г.В. Кононченко</i> Steganographic methods in vector graphics	32
<i>M.V. Yesina, B.S. Shahov</i> Analysis of hardware implementations of electronic signature algorithms qTesla, Crystals-Dilutium and MQDSS at different levels of security	42
<i>V.V. Vilihura</i> Analysis of formal models for access control and specific features of their applicability to databases	53
<i>V.A. Kulibaba</i> Processes and methods for selecting system-wide parameters and analysis of resistance against third-party channel attacks for the key encapsulation mechanism DSTU 8961:2019	71
<i>D.V. Harmash</i> Properties of the Rainbow multi-variant algorithm and its ability to resist various crypto-analysis methods and attack by outside channels	79
<i>G.A. Maleeva</i> Analysis of security of post-quantum algorithm of Rainbow electronic signature against potential attacks	85
<i>E.V. Kotukh, O.V. Severinov, A.V. Vlasov, L.S. Kozina, A.O. Tenytska, E.O. Zarudna</i> Methods of construction and properties of logariphmic signatures	94

## PHYSICS OF INSTRUMENTS, ELEMENTS AND SYSTEMS

<i>Al-Sudani Haider Ali Muse</i> Principles of constructing gyroscopes based on photonic crystal (band-gap) fibers	100
<i>K.S. Yatsun</i> Modification of active region of resonant tunnel diode	108
<i>V.V. Rapin</i> Error of small parameter methods in solving shortened equations of a synchronized oscillator	113

## ANTENNAS AND MICROWAVE DEVICES

<i>V.V. Dolzhikov</i> Longitudinal distribution of the field intensity of a circular focused aperture	118
---	-----

## RADIOLOCATION AND NAVIGATION

<i>V. Zhyrnov, S. Solonskaya</i> Method for transforming symbolic radar marks of low-noticeable moving objects based on the Talbot effect	129
<i>V.M. Kartashov, V.A. Pososhenko, V.V. Voronin, V.I. Kolesnik, A.I. Kapusta, N.V. Rybnikov, E.V. Pershin</i> Methods for detection-recognition of radar, acoustic, optical and infrared signals of unmanned aerial vehicles	138
<i>I.V. Svyd, I.I. Obod, O.S. Maltsev, M.G. Tkach, S.V. Starokozhev, A.O. Hlushchenko, V.S. Chumak</i> Method for increasing noise immunity of radar "friend or foe" identification systems under the action of intentional correlated interference	154

## RADIO ENGINEERING DEVICES AND TELECOMMUNICATION METHODS

<i>Yu.Yu. Kolyadenko, N.A. Chursanov</i> 5 G communication network signal propagation models	161
--	-----

## RADIO ENGINEERING SYSTEMS

<i>S.P. Serhiienko, V.G. Krizhanovski, D.V. Chernov, L.V. Zahoruiko</i> Effective modes of operation of radio-bombing devices for covert information gathering in the field of noise interference	169
<i>A.A. Kuznetsov, O.A. Smirnov, T.Y. Kuznetsova</i> Noise-like discrete signals for asynchronous code division radio systems	175

ABSTRACTS	184
-----------	-----

В.В. РАПИН, д-р техн. наук

## ПОГРЕШНОСТЬ МЕТОДОВ МАЛОГО ПАРАМЕТРА ПРИ РЕШЕНИИ УКРОЧЕННЫХ УРАВНЕНИЙ СИНХРОНИЗИРОВАННОГО АВТОГЕНЕРАТОРА

### Введение

Развитие современных систем и устройств радиотехники, связи, радиолокации, навигации и информационно-измерительных комплексов невозможно без широкого использования автоколебательных систем, которые находят многочисленное и разнообразное применение, часто определяя предельные возможности по наиболее важным параметрам. Это обусловлено их способностью выполнять различные функции, такие как усиление и демодуляция амплитудно-модулированных, фазо-модулированных и частотно-модулированных сигналов, умножение и деление частоты, фильтрацию сигналов и различного рода преобразования, например малых изменений частоты в фазовый сдвиг [1 – 9]. Введение фазовой обратной связи в синхронизированных автогенераторах позволило реализовать потенциальные возможности таких устройств, что привело не только к улучшению известных характеристик, например к сокращению длительности переходных процессов, но и появлению совершенно новых свойств в системах синхронизированных автогенераторов [10 – 12]. Появление дифференциальных автогенераторов еще больше расширило сферу применения автоколебательных устройств [13, 14]. Однако их исследование представляет довольно сложную задачу с математической точки зрения. Появление в последнее время таких методов как метод квазималого параметра и комбинированного метода малого параметра позволило существенно продвинуться в этом направлении [15]. Однако еще недостаточно изучены особенности этих методов. Таким образом, целью статьи является исследование погрешностей этих методов и особенности их применения.

### Модель синхронизированного автогенератора

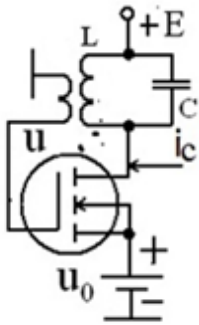


Рис. 1. Схема автогенератора

Рассмотрим, для определенности, синхронизированный на основном тоне одноконтурный LC автогенератор, представленный на рис. 1, для исследования которого использовались указанные методы. Модель автогенератора получена при традиционных упрощающих предположениях: добротность контура автогенератора  $Q$  велика, смещение  $u_0$  фиксированное, транзистор является безынерционным элементом с большим входным сопротивлением. Его нелинейная характеристика аппроксимируется полиномом четвертой степени  $i = a_0 + a_1 u_y + a_2 u_y^2 + a_3 u_y^3 + a_4 u_y^4$ , где  $u_y$  управляющее напряжение  $u_y = u + u_0$ . В этом случае  $u = A \cos(\omega_c t + \varphi)$  напряжение на затворе транзистора, сигналом синхронизации является ток  $i_c = I_c \cos(\omega_c t + \varphi_c)$ . Используя законы Кирхгофа, дифференциальное уравнение автогенератора можно представить в виде

$$\frac{d^2 u}{d\tau^2} - \varepsilon(1 - 2\beta u - 3\gamma u^2 - 4\delta' u^3) \frac{du}{d\tau} + \frac{\omega_0^2}{\omega_c^2} u = R\delta K \frac{di_c}{d\tau}, \quad (1)$$

где  $\tau = \omega_c t$ ,  $\varepsilon = \delta\alpha$  – малый параметр,  $\alpha = KR\alpha_0 - 1$ ,  $\alpha_0' = -\alpha_0 + 1/(KR)$ ,  $\beta = \beta_0/\alpha_0'$ ,  $\gamma = \gamma_0/\alpha_0'$ ,  $\delta' = \delta_0/\alpha_0'$ ,  $\alpha_0' = -\alpha_0 + 1/(KR)$ ,  $\alpha_0 = a_1 + 2a_2 u_0 + 3a_3 u_0^2 + 4a_4 u_0^3$ ,  $\beta_0 = a_2 + 3a_3 u_0 + 6a_4 u_0^2$ ,  $\gamma_0 = a_3 + 4a_4 u_0$ ,  $\delta_0 = a_4$ ,  $\delta = 1/Q$ ,  $\omega_0$  – резонансная частота контура,  $R$  – резонансное сопротивление контура,  $K = M/L$  – коэффициент положительной обратной связи,  $L$  и  $M$  – индуктивность контура и взаимная индуктивность.

Пусть  $|d\varphi_c/d\tau| \ll 1$ ,  $\omega_c \approx \omega_0$  и  $I_c = const$ . Выражение  $u = A \cos(\omega_c t + \varphi)$  это решение уравнения (1), где  $A$  и  $\varphi$  медленно меняющиеся функции времени. Тогда моделью автогенератора являются укороченные уравнения, полученные из уравнения (1) методом усреднения:

$$\frac{dA}{d\tau} + \frac{\varepsilon}{2} \left( \frac{3}{4} \gamma A^3 - A \right) = \frac{\varepsilon}{2} \frac{KRI_c}{\alpha} \cos(\theta^0),$$

$$\frac{d\theta^0}{d\tau} + \frac{\varepsilon}{2} \frac{KRI_c}{\alpha A} \sin(\theta^0) = -\left( \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right) - \frac{d\varphi_c}{d\tau}.$$

Далее эти уравнения будут использоваться в более удобной безразмерной форме

$$\frac{dy}{d\tau} + \frac{\varepsilon}{2} (y^3 - y) = \frac{\varepsilon B}{2\alpha} \cos(\theta^0),$$

$$\frac{d\theta^0}{d\tau} + \frac{\varepsilon B}{2\alpha} \sin(\theta^0) = -\left( \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right) - \frac{d\varphi_c}{d\tau}. \quad (2)$$

где  $y = A/A_0$  – безразмерная амплитуда,  $A$  и  $A_0 = \sqrt{4/(3\gamma)}$  это амплитуды сигналов автогенератора, работающего в режиме синхронизации и авономном режиме соответственно,  $\theta^0 = \varphi - \varphi_c$ ,  $B_{1(y)} = B/\alpha > 0$ ,  $B_{2(y)} = B/(\alpha y) > 0$ ,  $B = I_c/I_0$ ,  $I_0 = A_0/(KR)$ ,  $\Delta\omega/\omega_0 = (\omega_c - \omega_0)/\omega_0 \ll 1$ .

Для решения уравнений (2) и используются указанные методы, которые основаны на методе малого параметра, но имеют свою специфику, поскольку малый параметр в уравнениях (2) отсутствует.

### Метод квазималого параметра

Данный метод представляет собой традиционный метод малого параметра, когда последний вводится в уравнения искусственно.

Преобразуем уравнения с целью выделения членов, создающих трудности при решении. Переходим к переменной составляющей безразмерной амплитуды колебаний путем использования подстановки  $y = y_0(1 - \Delta)$ , где  $y_0$  значение безразмерной амплитуды колебаний при нулевой частотной расстройке, а  $\Delta$  является переменной составляющей этой амплитуды. Тригонометрические функции разлагаем в ряд Тейлора. Перепишем систему (2), группируя малые нелинейные члены, создающие трудности при решении, умножаем их на некоторое число  $\mu$ , и делим на число  $\nu$ , в итоге полагая, что  $\mu = \nu = 1$ .

$$\frac{d\Delta}{d\tau} + \frac{\varepsilon}{2} (3y_0^2 - 1)\Delta = \frac{\varepsilon}{2} (\theta^0)^2 + \mu \left\{ \xi \sum_{i=3}^{\infty} (-1)^{i-1} \frac{(\theta^0)^{2(i-1)}}{(2(i-1))!} + \frac{\varepsilon}{2} y_0^2 \Delta^2 (3 - \Delta) \right\} / \nu,$$

$$\frac{d\theta^0}{d\tau} + \xi \theta^0 = -\left( \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right) - \frac{d\varphi_c}{d\tau} - \mu \xi \left\{ \sum_{i=2}^{\infty} (-1)^{i-1} \frac{(\theta^0)^{2i-1}}{(2i-1)!} + \left( \sum_{i=1}^{\infty} \Delta^i \right) \left[ \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^{i-1} \frac{(\theta^0)^{2i-1}}{(2i-1)!} \right] \right\} / \nu.$$

Решение этой системы уравнений ищем в виде рядов

$$\Delta = \sum_{i=0}^{\infty} \mu^i \Delta_i \quad \text{и} \quad \theta^0 = \sum_{i=0}^{\infty} \mu^i \theta_i^0$$

Поскольку данное решение является приближенным, а информационным параметром является сдвиг фазы, то для оценки погрешности использовалась невязка по этому параметру. Изменение невязки в полосе синхронизации в зависимости от числа учтенных членов ряда показано на рис. 2, где  $\delta_0$  – невязка решения в первом приближении,  $\delta_1$  – невязка, учитывающая поправки первого порядка,  $\delta_2$  – невязка, учитывающая поправки первого и второго порядка, и  $\delta_3$  – невязка, учитывающая поправки всех трех порядков.

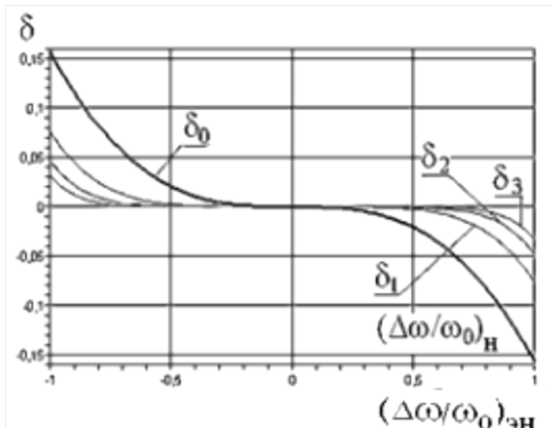


Рис. 2. Изменение невязки в методе квазималого параметра

### Комбинированный метод малого параметра

Решение уравнений (2) комбинированным методом малого параметра (КМПП) основано на использовании особенности функционирования автогенератора в режиме синхронизации, заключающийся в том, что для автогенератора, синхронизированного на основном тоне, амплитуду колебаний можно считать установившейся при любом мгновенном значении сдвига фазы, т.е. в уравнениях (2) производной  $dy/d\tau$  можно пренебречь, и они принимают вид

$$y^3 - y = \frac{B}{\alpha} \cos(\theta^0),$$

$$\frac{d\theta^0}{d\tau} + \frac{\varepsilon B}{2y\alpha} \sin(\theta^0) = -\left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right) - \frac{d\varphi_c}{d\tau}.$$

Представляем безразмерную амплитуду колебаний также в виде  $y = y_0(1 - \Delta)$  и проделываем те же преобразования, что и ранее. Однако малый параметр  $\Delta_s$  определяется исходя

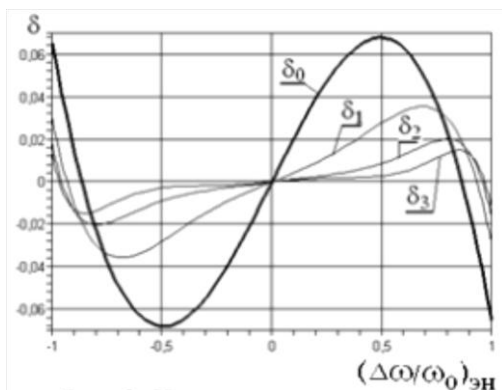


Рис. 3. Изменение невязки в методе КМПП

$(\Delta\omega/\omega_0)_{нн}$  представляет частотную расстройку. В методе квазималого параметра уравнения первого приближения это линейные дифференциальные уравнения полученные путем линеаризации исходных нелинейных дифференциальных уравнений в окрестности нулевой частотной расстройки. Эти уравнения и вносят основной вклад в сумму ряда, представляющего решение. Для сдвига фазы и стационарного режима это выражение

$$\theta_0 = -\frac{1}{\xi} \left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)_{нн} \quad (3)$$

где  $\xi = \varepsilon B / (2\alpha y_0) = \varepsilon(y_0^2 - 1) / 2$

из процедуры аппроксимации фазовой характеристики синхронизированного автогенератора выражением, представляющим первое приближение. Изменение невязки в полосе синхронизации в зависимости от числа учтенных членов ряда, представляющего решение, показано на рис 3.

В комбинированном методе малого параметра уравнения первого приближения получены методом аппроксимации исходных нелинейных дифференциальных уравнений. Для сдвига фазы и стационарного режима это

$$\theta_0 = -\frac{1}{\xi(1 - \Delta_s)} \left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)_{нн} \quad (4)$$

Легко видеть, что в данном случае малое значение невязки получается уже при использовании решения в первом приближении.

## Сравнение методов решения укороченных уравнений

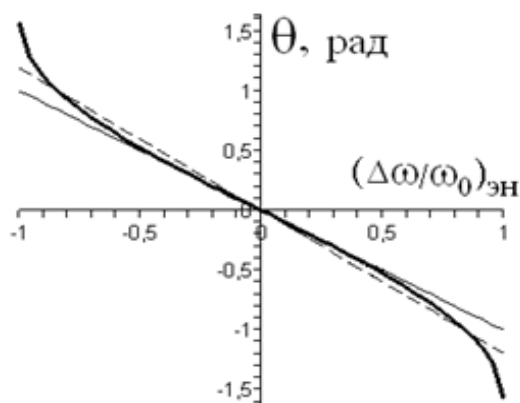


Рис. 4. Фазовая характеристика и первые приближения методов

Сравнение кривых, представленных на рис. 2, 3 говорит о том, что процесс последовательного приближения в обоих случаях является сходящимся, однако комбинированный метод малого параметра позволяет существенно, в 2,5 раза, снизить максимальную величину невязки.

На рис. 4 представлены фазовая характеристика автогенератора и первые приближения рассматриваемых методов. Фазовая характеристика описывается выражением

$$\theta^0 = \arcsin[-(\Delta\omega/\omega_0)_{\text{эн}}/\xi].$$

В методе квазималого параметра решение в первом приближении фактически является линейризацией фазовой характеристики, которая хорошо описывает процессы в достаточно узком диапазоне расстроек в центре полосы синхронизации, поскольку практически совпадает с ней. В центре полосы синхронизации, когда расстройка равна нулю, значение приведенного выражения также равняется нулю, т.е. совпадает со значением фазовой характеристики в этой точке. Очевидно, что погрешность здесь также равна нулю. Погрешность этого метода является непрерывной функцией расстройки  $(\Delta\omega/\omega_0)_{\text{эн}}$ .

Первым приближением в комбинированном методе малого параметра является соотношение (4), которое представляет собой аппроксимацию фазовой характеристики синхронизированного автогенератора и воспроизводит ее с большей точностью во всей полосе расстроек, что существенно уменьшает невязку и позволяет обойтись без поправок при исследовании процесса синхронизации практически во всей полосе синхронизации. Однако особенностью этого метода является поведение погрешности в области малых расстроек. При нулевой расстройке значение этой функции также равно нулю, как и значение фазовой характеристики, что означает нулевое значение погрешности. Рассмотрим теперь значение погрешности при приближении расстройки к нулю справа. Запишем выражение для правостороннего предела:

$$\begin{aligned} \delta &= \lim_{\substack{\Delta\omega \\ \omega_0} \rightarrow 0^+} \left[ -\frac{1}{\xi(1-\Delta_s)} \left( \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right)_{\text{эн}} - \arcsin\left(-\frac{1}{\xi} \left( \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right)_{\text{эн}}\right) \right] / \left[ \arcsin\left(-\frac{1}{\xi} \left( \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right)_{\text{эн}}\right) \right] = \\ &= \lim_{\substack{\Delta\omega \\ \omega_0} \rightarrow 0^+} \left[ -\frac{1}{\xi(1-\Delta_s)} \left( \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right)_{\text{эн}} + \frac{1}{\xi} \left( \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right)_{\text{эн}} \right] / \left[ -\frac{1}{\xi} \left( \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right)_{\text{эн}} \right] = \frac{\Delta_s}{1-\Delta_s} \end{aligned}$$

Для левостороннего предела получаем аналогичное выражение. Очевидно, что в данном случае предел этой функции при стремлении независимой переменной к нулю существует, но не равен значению этой функции в этой точке. Из этого факта следует, что функция, представляющая погрешность, не является непрерывной. При нулевой расстройке она имеет разрыв. Разрыв такого вида, т.е. с существующим общим пределом, относится к категории устранимых разрывов.

### Выводы

Проведен сравнительный анализ двух аналитических методов исследования синхронизированных автогенераторов. Показано, что оба метода могут быть использованы, но метод квазималого параметра требует, как минимум, одну поправку к решению, полученному как первое приближение.

Комбинированный метод малого параметра позволяет обойтись только решением в первом приближении. Однако в данном методе функция, представляющая погрешность, не является непрерывной. Она имеет устранимый разрыв, который можно избежать ее доопределением.

**Список литературы:**

1. Khokhlov R.V. A Method of Analysis in the Theory of Sinusoidal Self-Oscillations // IRE Trans. Circuit Theory. 1960. Vol. 7, № 4. P. 398-413.
2. Ruthroff C.L. Injection-Locked Oscillator FM Receiver Analysis // The B.S.T.J. 1968. № 7. P. 1653 - 1661.
3. Toyosaku Isobe, Power Amplification for FM and PM Signals with Synchronized IMPATT Oscillators // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 1970. Vol. 18, № 11. P. 906 – 911.
4. Daikoku K., Mizushima Y., Properties of Injection Locking in the non-linear oscillator // Intern. Journ. of Electronics. 1974. Vol. 31, № 3. P. 279-292.
5. Biswas B.N., Ray S.K. Discrimination of a Second-Order Injection Synchronized Oscillator Against Interfering Tones // IEEE Trans. Circuits Syst. 1974. Vol. 21, № 3. P. 402- 405.
6. Elwakil A.S., Ozoguz A.S.. On the Generation of Higher Order Chaotic Oscillators via Passive Coupling of Two Identical or Nonidentical Sinusoidal Oscillators // IEEE Trans. Circuits Syst. I. 2006. Vol. 53, № 7. P. 1521 – 1532.
7. Plessas F.C., Papalambrou A., Kalivas G. A 5-GHz Subharmonic Injection-Locked Oscillator and Self-Oscillating Mixer // IEEE Trans. Circuits Syst. II. 2008. Vol. 55, № 7. P. 633- 637.
8. Zhao L., Xiang L., Liu J., Zhou J. Sampled-data group synchronization of coupled harmonic oscillators subject to controller failure // Proc. CCC 34th Chinese. 2015. P. 2309-2314.
9. Rapin V, Munalo A. Self-oscillator tracking filter with nonlinear feedback // Telecommunications and Radio Engineering. 2019. 78 (2). P.161
10. Rapin V. Synchronized oscillators with the phase-negative feedback // IEEE Trans. on circuits and systems Fundamental theory and applications. 2002. Vol. 49, №. 8. P 1242 – 1245
11. Rapin V. On the phase feedback in the synchronized oscillators // Proc. of 2nd IEEE International Conference on Circuits and Systems for Communications, ICCSC, 2004. June 30, Moscow, Russia.
12. Rapin V. New principle of the phase-locked loop operation // Proc. of 5th IEEE International conference on circuits and systems for communications, 2010. Belgrade, Serbia, November 23-25, P. 145-149
13. Antonio Buonomo, Alessandro Lo Schiavo. Analytical Approach to the Study of Injection-Locked Frequency Dividers // IEEE Trans. Circuits Syst. I. 2013. Vol. 60, No. 1. P. 51- 62.
14. Ahmad Mirzaei, Mohammad E. Heidari, Rahim Bagheri. Saeed Chehrazi, Asad A. Abidi. The Quadrature LC Oscillator: A Complete Portrait Based on Injection Locking // IEEE Journal of Solid-State Circuits, 2007. Vol. 42, No. 9. P. 1916-1932.
15. Rapin V.V. Solution of Reduced Equations of Injection-Locked Oscillator // Radioelectronics and Communications Systems 2019. №6. P 271–285.

*Поступила в редколлегию 11.03.2021*

*Сведения об авторе:*

**Рапин Владимир Васильевич** – д-р техн. наук, доцент, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, профессор кафедры информационно-сетевой инженерии (ИСИ), факультет инфокоммуникаций, Украина; e-mail: [vrabin@ukr.net](mailto:vrabin@ukr.net); ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9773-7695>