Харьковский национальный университет радиоэлектроники

Академия наук прикладной радиоэлектроники

ПРИКЛАДНАЯ РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

Научно-технический журнал

Адрес редакции:
Редакция журнала «Прикладная радиоэлектроника»
Харьковский национальный университет радиоэлектроники
просп. Ленина, 14, 61166, Харьков, Украина
Тел.: + 38 (057) 702 10 57
Факс: + 38 (057) 702 10 13
E-mail: are@kture.kharkov.ua
http://www.anpre.org.ua

СОДЕРЖАНИЕ

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 621.396.96:621.271.029.65

ДАЛЬНОСТЬ ДЕЙСТВИЯ СИСТЕМ АКУСТИЧЕСКОЙ РАЗВЕДКИ

В.И. ЛУЦЕНКО, И.В. ЛУЦЕНКО, А.В. СОБОЛЯК

Оценена дальность действия систем акустической разведки, использующих собственное излучение наземных (транспортных средств, людей) и аэродинамических (самолеты и вертолеты) объектов. Рассмотрено влияние на спектры излучения атмосферы и подстилающей поверхности. Для типовых объектов разведки получены значения множителя затухания для различных метеорологических условий.

Ключевые слова: дальность действия, акустическая разведка, аэродинамические объекты, собственное излучение.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время все больший интерес проявляется к активно-пассивным средствам радио [1–8] и акустической разведки [9–13]. Это связано с тем, что активно-пассивные системы используют существующие электромагнитные поля для подсветки объектов и приема, отраженных от них полей для их обнаружения и идентификации. В пассивных системах используют собственные тепловые или акустические излучения объектов для их выявления. Поэтому в отличие от активных систем радио- и звуко-гидролокации активно-пассивные и пассивные системы себя не демаскируют и поэтому обладают существенно большей живучестью. В последнее время, более чем через 80 лет с момента возникновения, снова возрос интерес к акустическим системам разведки. Первоначально их использовали в системе ПВО для обнаружения самолетов и наведения на них прожекторов и зенитных орудий [14, 15]. Затем, из-за возрастания скоростей самолетов и существенного снижения, получаемых при этом точностей наведения, а также в связи с появлением альтернативных методов, использующих для решения этих задач радиоволны [15], интерес к пассивным акустическим системам обнаружения и целеуказания исчез на длительное время. Однако сейчас из-за большей скрытности и живучести активно-пассивных комплексов, наблюдается очередной всплеск интереса к ним, в том числе, и к пассивным системам акустической разведки и целеуказания. Их пытаются использовать для обнаружения гусеничной и колесной наземной техники [11, 12], аэродинамических объектов [16]. Предпринимаются попытки их применения для обнаружения отдельных людей и групп, поиска и определения местоположения снайпера после произведенного выстрела, в рамках антитеррористических операций [10], а также для анализа возникновения экстремальных ситуаций в местах большого скопления людей.

Дальность действия активно-пассивных радиосистем, пассивных акустических систем и точность оценивания координат в значительной степени зависит от уровня излучаемых полей, их спектральных характеристик, а также от параметров среды распространения и подстилающей поверхности, которые до настоящего времени пока изучены недостаточно. Целью настоящей работы является разработка методик и на их основе оценка дальности действия пассивных акустических систем при обнаружении гусеничных и колесных объектов наземной техники, аэродинамических объектов (самолетов и вертолетов), а также выстрелов из стрелкового оружия и орудий.

1. ОЦЕНКА ДАЛЬНОСТИ ДЕЙСТВИЯ АКУСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Уровни шумов различных источников. Уровни шума различных источников оцениваются в относительных единицах относительно порогового уровня слышимости, который условно принят в 10^{-12} Вт/м^2 на стандартном (от точечного источника) расстоянии в 1 м. Уровень звука (шума) измеряется в децибелах (дБ). Самый тихий звук, который может различить ухо, – примерно 4 дБ, а самый громкий, который способно выдержать – немногим более 150 дБ. При более сильных ударных волнах (около 200 дБ) начинается разрыв легких, а при уровне около 210 дБ наступает смертельный исход [27]. Типовые значения уровней шума некоторых источников по литературным данным приведены в табл. 1. Помимо интенсивности шумового сигнала, излучаемого источником, на дальность его обнаружения влияет распределение мощности по частотам (спектр), а также высота расположения источника шума относительно поверхности Земли.

Высота расположения источника акустического шума. Для работающего двигателя, определяется, в основном, положением выхлопной трубы. Для гусеничной техники составляет 1,1...1,2 м у современных систем и 1,3...1,5 м у модернизированных изделий [21]. Для колесной техники высота расположения около 1м. Другим источником акустических сигналов является установленное на них вооружение. Высота стволов пушек 1,4...2,0 м для гусеничной и 2,5...3,0 м для колесной техники [21]. Высота размещения приемных микрофонов может составлять от 1,6 до 2 м [21].

Затухание звука в атмосфере. При распространении в атмосфере звук испытывает затухание. Наиболее надежные данные по октавным затуханиям сигнала в атмосфере в зависимости от ее параметров приведены в [23]. Они и будут использоваться в дальнейшем при расчетах. Зависимость погонного затухания для разных частот, полученная по представленным данным, показана на рис. 1.

Видно, что возрастание температуры и влажности уменьшает погонное затухание звука при распространении в атмосфере. Уже при использовании для аппроксимации затухания звука в атмосфере параболических зависимостей:

$$\gamma\left[\frac{\text{дБ}}{\text{км}}\right] = A + B_1 f + B_2 f^2 \qquad (1)$$

удается получить хорошие результаты.

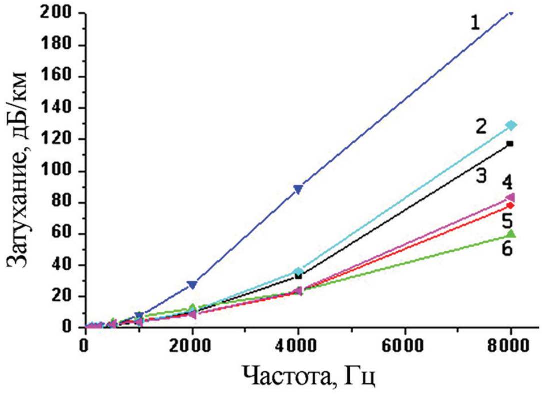


Рис. 1. Зависимость погонного затухания при распространении акустического сигнала в атмосфере от температуры t °С и относительной влажности η:
1–t = 15 °С, η = 20 %; 2–t = 15 °С, η = 50 %; 3–t = 10 °С, η = 70 %; 4–t = 15 °С, η = 80 %; 5–t = 20 °С, η = 70 %; 6–t = 30 °С, η = 70 %

Коэффициенты аппроксимации приведены в табл. 2.

Таблица 1

Уровни шума

Источник шума	Уровень звукового давления, дБ	Плотность мощности звука, Вт/м^2	Полоса частот, Гц	Примечание	Источник информации
Полная тишина 0	0	10^{-12}		Угнетает	25
Шелест листвы	1 0	10^{-11}		Звуковой комфорт	25
Шопот	2 0	10^{-10}			25
Дождь	50...70		25–1000		25
Обычный разговор	60				25
Шаги человека	60...65	10^{-6}...3 10^{-6}	500–10000		9
Ветер	65–77	3 10^{-6}...5 10^{-5}	20–1000	Максимальный уровень	9
Неподвижная техника Гусеничная колесная	 65–72 60–65		 30–2000 30–2000	 На расстоянии 100м	 9 9
Подвижная гусеничная техника	80–89		15–1000	На расстоянии 100м	9
Самолёт на старте	140 100	10^2 10^{-2}		Рядом На расстоянии 100м	16 24
Аэродинамические объекты Вертолет самолет	 82–89 72–74		 100–2000 100–2000	 При пролете При пролете	 9 9
Ударная волна пули	70–100		~600–2000	На расстоянии 100м	20
Максимальный уровень звука при выстреле из винтовки, из пушки.	 159 188			 Рядом Рядом	 10 10

Таблица 2

Коэффициенты в регрессионных зависимостях погонного затухания

Температура, °С	Влажность, %	A	A1	B1	B2	R	SD
10	70	0,314	0,1	0,00161	1,622E-6	0,99996	0,2945
20	70	0,768	0,1	0,00199	9,489E-7	0,9990	0,9793
30	70	0,397	0,1	0,00488	3,060E-7	0,997	1,369
15	20	–4,616	0,3	0,0172	1,097E-6	0,9958	5,47
15	50	0,602	0,1	0,00168	1,796E-6	0,9999	0,390
15	80	0,644	0,1	0,00157	1,086E-6	0,9996	0,672

Здесь A, B1, B2 – коэффициенты параболической регрессии, R – коэффициент корреляции уравнения регрессии с экспериментальными данными, SD – среднеквадратичная ошибка аппроксимации.

При практическом использовании полученных аппроксимаций значение постоянной составляющей, определяющее затухание сигнала на низких частотах целесообразно брать из экспериментальных данных – приведенный в табл. 1 коэффициент А 1. Получаемое при этом расхождение с аппроксимацией будет давать небольшую дополнительную погрешность на высоких частотах. Для оценки спектров источников звука на некотором удалении необходимо знать как исходный спектр излучения, так и дисперсные свойства среды распространения, а также учитывать влияние подстилающей поверхности.

Спектры объектов акустической разведки. В качестве объектов акустической разведки для бронетанковой техники могут выступать: наземные транспортные средства; аэродинамические объекты (самолеты и вертолеты), а также артиллерийские и ракетные системы. Наземные и воздушные объекты, представляющие опасность для бронетанковой техники, излучают звук в достаточно широкой полосе, однако в спектрах присутствуют спектральные компоненты, связанные с работой двигательной установки (частоты кратные частоте вращения коленчатого вала двигателя – лопастей винтов или лопаток турбин и компрессоров, рис. 2).

Характер их сигнала квазистационарный. При выстреле же сигнал существенно не стационарен. Использовать описание его в виде разложения по гармоничемским функциям (спектра Фурье) – рис. 2, 3, *в* необходимо с большой осторожностью.

Поскольку детальная структура спектра достаточно изрезана, то при проведении расчетов дальности обнаружения и разрешающей способности удобно пользоваться моделью аппроксимации спектра с неким фиктивным параметром, характеризующим его эффективную ширину [22]. Вследствие изрезанности и изменчивости спектра флуктуаций амплитуд в качестве меры его ширины целесообразно использовать достаточно устойчивую характеристику: полосу частот, в которой заключена заданная доля полной средней мощности.

Она находится в результате решения уравнения:

$$\alpha = P(\delta F) = \frac{\int_0^{\delta F} S(F)\,dF}{\int_0^{\infty} S(F)\,dF}\,, \qquad (2)$$

где $\alpha = P(\delta F)$ – заданная доля полной средней мощности флуктуаций; $S(F)$ – спектр флуктуаций амплитуды.

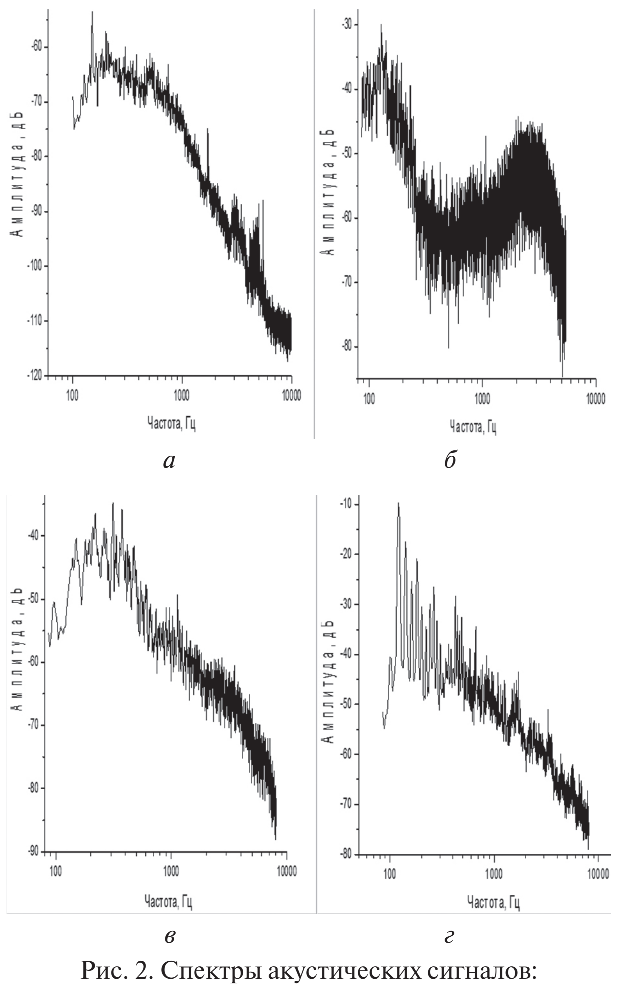


Рис. 2. Спектры акустических сигналов:
а – вертолет МИ-2; *б* – самолет FALCON;
в – выстрел орудия; *г* – дизель 800 об./мин

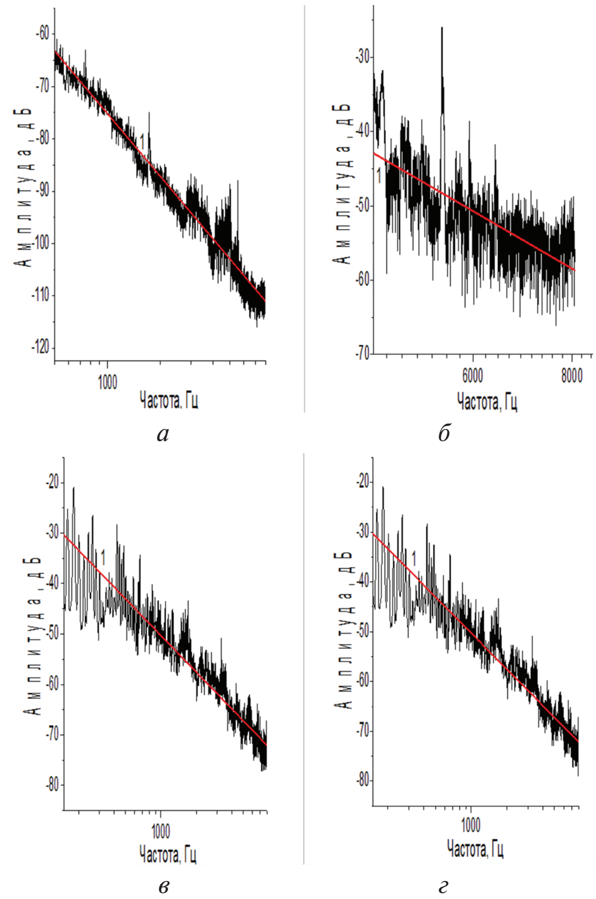


Рис. 3. Аппроксимация ВЧ части спектра акустических сигналов:
а – вертолет МИ-2; *б* – самолет Jet 4500...8000 Гц;
в – выстрел орудия150...8000 Гц;
г – дизель 800 об./мин; 1 – линия регрессии

В частности, в теории сигналов часто используется т. н. эффективная ширина полосы Δf_e, определяемая как:

$$P\left(\delta F = \Delta f_e\right) = \tfrac{1}{2}. \qquad (3)$$

То есть Δf_e – это полоса частот, в которой сосредоточена половинная мощность излучения.

Для аппроксимации спектра в высокочастотной области можно использовать фрактальные зависимости вида [22]:

$$S(f) = S_0\left(1+\left(\frac{f}{\Delta f}\right)^n\right)^{-1}, \qquad (4a)$$

где Δf – ширина спектра, S_0 – значение спектральной плотности на нулевых частотах, а n – показатель степени, характеризующий скорость его убывания. На рис. 3 в двойном логарифмическом масштабе приведены спектры некоторых типов объектов, а в табл. 3 – результаты их аппроксимации зависимостью вида:

Таблица 3

Коэффициенты аппроксимации ВЧ части спектра

Тип объекта	Полоса частот, Гц	a	b	R	$n = -\frac{b}{10}$
Вертолет Ми-24	500...8000	44,0	-39,7	-0,972	3,97
Дизель 800 об/мин	500...8000	22,3	-24,2	-0,941	2,42
Дизель 2000 об./мин	150...2000	30,34	-26.4	-0,887	2,64
Т-34	100...8000	8.27	-20,29	-0,897	2,03
Выстрел	150...8000	2,5	-17,5	-0,922	1,75
Выстрел 200 мм.	150...8000	45,77	-24,49	-0,944	2,45
Выстрел	400...6000	10,5	-22,2	-0,857	2,22
Самолет Jet (1-ый горб) от 540 до 2500 Гц	500...2500	55,22	-33,24	-0,800	3,32
Самолет Jet (2-ой горб) от 4510 Гц	4500..8000	183,25	-62,1	0,731	6,21

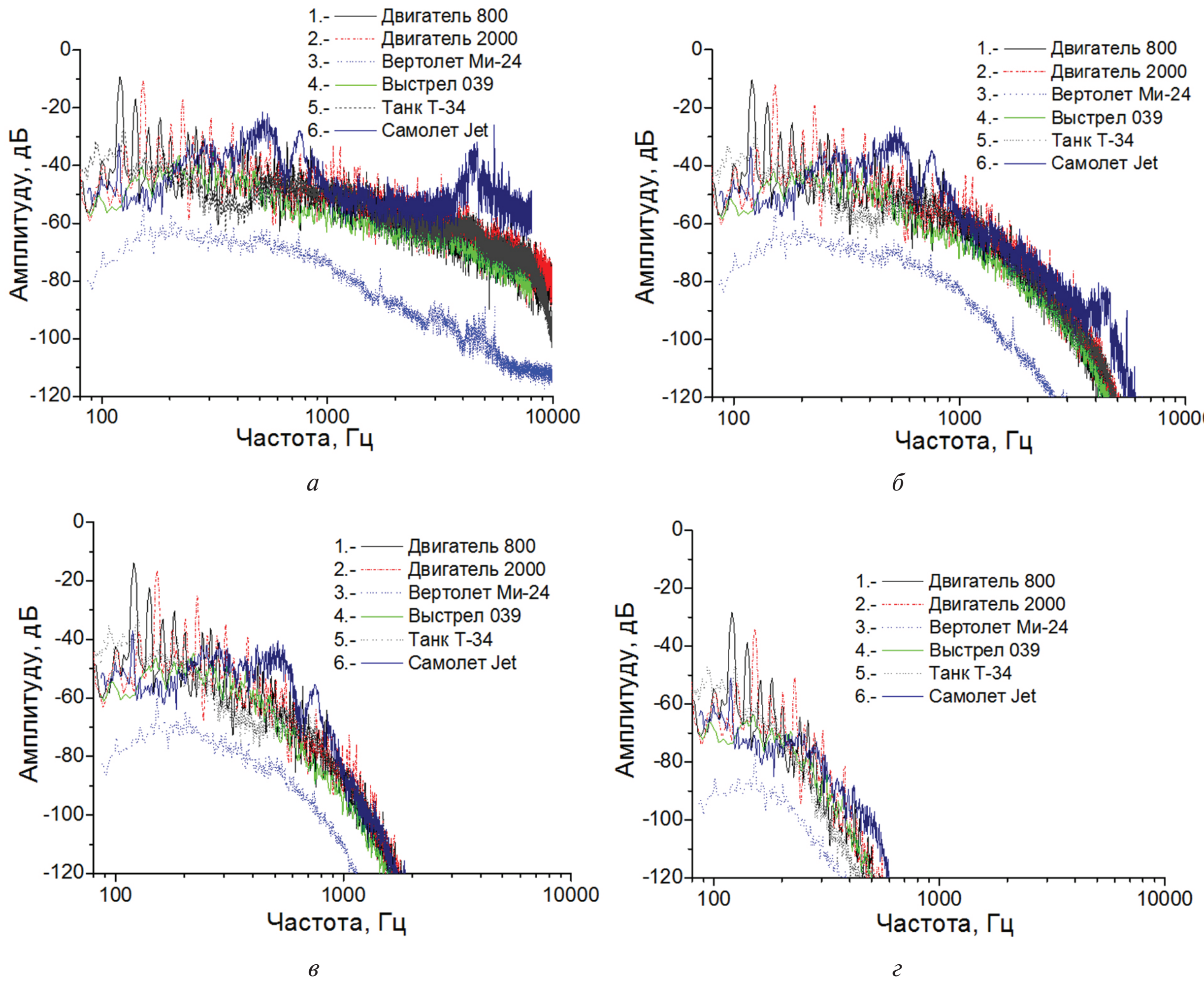


Рис. 4. Спектры акустических сигналов на разных удалениях от источников при распространении в атмосфере: *а* – возле источника; *б* – дальность 0,5 км; *в* – дальность 2 км; *г* – дальность 8 км; 1 – дизельный двигатель 800 об./мин; 2 – дизельный двигатель 2000 об./мин; 3 – вертолет Ми-24; 4 – звук выстрела; 5 – танк Т-34; 6 – самолет Jet

$$\lg S(f) \approx a + b\lg(f) . \qquad (4б)$$

Видно, что для большинства объектов (наземная техника, звук выстрела), скорость убывания спектральной плотности близка к $n \approx 2$.

Только для воздушных объектов (вертолетов и самолетов) она несколько выше $n \geq 3$.

Это означает, что спектры пульсаций акустического давления, во многих случаях, можно аппроксимировать выражением:

$$S(f) = S_0 \frac{1}{1+\left(\frac{f}{\Delta f}\right)^2} , \qquad (5 а)$$

а корреляционные функции:

$$\rho(\tau) = \sigma_S^2 \exp\left(-\left|\frac{\tau}{\tau_{05}}\right|\right), \qquad (5 б)$$

где $\sigma_S^2 = S_0 \Delta f$, а $\tau_{05} = \frac{1}{2\pi\Delta f}$.

Для оценки дальности действия акустических систем разведки необходимо знать значения интегрального ослабления шума источника разведки за счет атмосферы и подстилающей поверхности. Для этого можно ввести понятие интегрального множителя ослабления, который учитывает влияние поверхности и атмосферы на ослабление сигнала конкретного источника шума. Пусть спектр источника звука $S_r(f,R,h_r,h_T)$, находящегося на высоте h_T и удалении от приемника R , который расположен на высоте h_r . Интегральное значение множителя ослабления $L(\bullet)$ акустического сигнала до приемника, расположенного на высоте h_r , и дальности R от источника звука, находящегося на высоте h_T за счет атмосферы $L_0(f,R)$ и подстилающей поверхности $V(f,R,h_r,h_T)$ при распространении на расстояние R и его спектр $S_r(f,R,h_r,h_T)$ определяются соотношением:

$$L(R,h_r,h_T) = \frac{\int_0^\infty S_r(f,R,h_r,h_T)df}{\int_0^\infty S_r(f,R=0,h_r,h_T)df} = \frac{\int_0^\infty S_T(f)\, L_0(f,R)\, V(f,R,h_r,h_T)df}{\int_0^\infty S_T(f)df} . \qquad (6)$$

На рис. 4 приведены спектры излучения некоторых источников шума, рассчитанные на разных удалениях от них при распространении в атмосфере. Влияние поверхности раздела при этом не учитывалось, т.е. $V(f,R,h_r,h_T) \approx 1$. При расчетах использовались данные по затуханию звука в атмосфере [23, 24].

Они получены для случая наиболее сильного затухания сигнала, которое наблюдается при небольших температурах воздуха (15 град) и влажности (20 %). Сильнее трансформируются спектры более широкополосных источников звука – реактивного самолета и звука выстрела. Меньше – более узкополосных – вертолета и дизельного двигателя. С возрастанием дальности снижаются различия в спектрах излучения разных источников.

Это связано с тем, что наиболее сильно затухают высокочастотные компоненты спектра. Помимо снижения интегральной интенсивности излучения, спектры излучения для всех источников при этом сужаются (рис. 4, *а–г*) и на больших удалениях становятся похожи (рис. 4, *г*), в то же время вблизи источника излучения различия между ними существенно больше (рис. 4, *а*).

Ширина спектра $\Delta f_e\,(R,h_r,h_T,\alpha)$ на уровнях полной мощности α с учетом выражений (2, 6) при этом определится из соотношения:

$$\frac{\int_0^{\Delta f_e} S_r(f,R,h_r,h_T)df}{\int_0^\infty S_r(f,R,h_r,h_T)df} = \alpha . \qquad (7)$$

В табл. 4 представлены значения эффективной ширины спектра излучения некоторых источников шума, зафиксированные на разных уровнях мощности α %, а на рис. 5 – изменения нормированной ширины спектра на различных удалениях от них при распространении в атмосфере с достаточно низкой температурой и влажностью, т.е. для случая наибольших затуханий.

Таблица 4

Эффективная ширина спектра некоторых источников акустического шума

Тип объекта	Ширина спектра, Гц		
Уровень полной мощности	50%	90%	99%
Вертолет Ми-24	358	827,7	1626,7
Самолет Jet	572	4666	6391,3
Дизельный двигатель 800 об./мин.	121	199,2	1251
Танк Т-34	181,7	1349,9	4522,6
Выстрел орудия	315	834,4	3658

Видно, что наибольшей шириной спектра, в которой содержится половина излучаемой мощности, обладают воздушные объекты (самолеты и вертолеты), а также звук выстрела. Наземные объекты имеют существенно меньшую ширину спектра акустического излучения. На больших уровнях (90% и 99% мощности) тенденция сохраняется. Хотя разница в ширине спектра уменьшается. На рис. 5 представлены расчетные значения эффективной ширины спектра излучения различных источников на разных удалениях.

Следует отметить, что для большинства объектов разведки достаточно быстро происходит сужение спектра из-за существенно более сильного затухания высоких частот – рис. 5. Уже на дистанциях в 1...2 км эффективная ширина по уровню 50% уменьшается для большинства объектов в 1,5...2 раза, а на уровнях 90% и 99% в 2...6

раз и 3...10 раз соответственно. Исключение составляют объекты наземной техники, для которых большая часть мощности сосредоточена на низких частотах и поэтому на уровне 50% сужения спектра даже на удалениях в 8 км практически не происходит, а на уровнях 90% и 99% он сужается в 1,5 и 6 раз соответственно. Сужение эффективной ширины спектра источника с дальностью будет приводить к ухудшению разрешающей способности и, как следствие, ухудшению точности систем акустической разведки. Причем, как видно из приведенных данных, это ухудшение может быть весьма значительным (до 1 порядка).

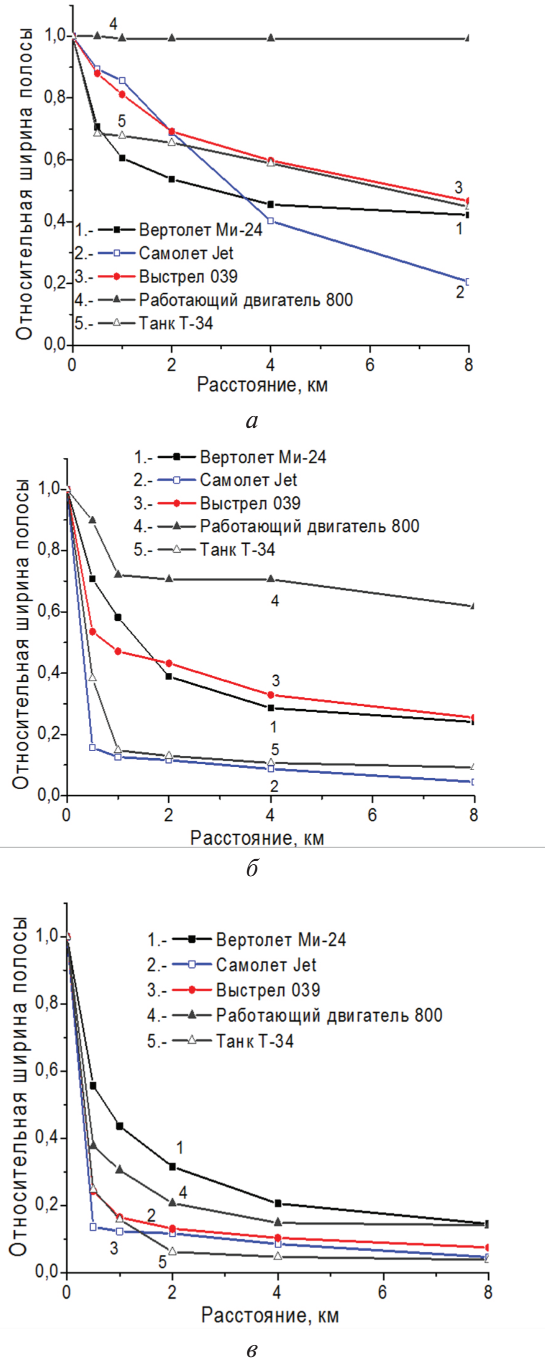


Рис. 5. Зависимость эффективной ширины спектра на разных уровнях мощности: *а* – 50%, *б* – 90%, *в* – 99%; 1– вертолет Ми-24, 2 – Самолет Jet, 3 – выстрел орудия, 4 – дизельный двигатель 800 об./мин, 5 – танк Т-34

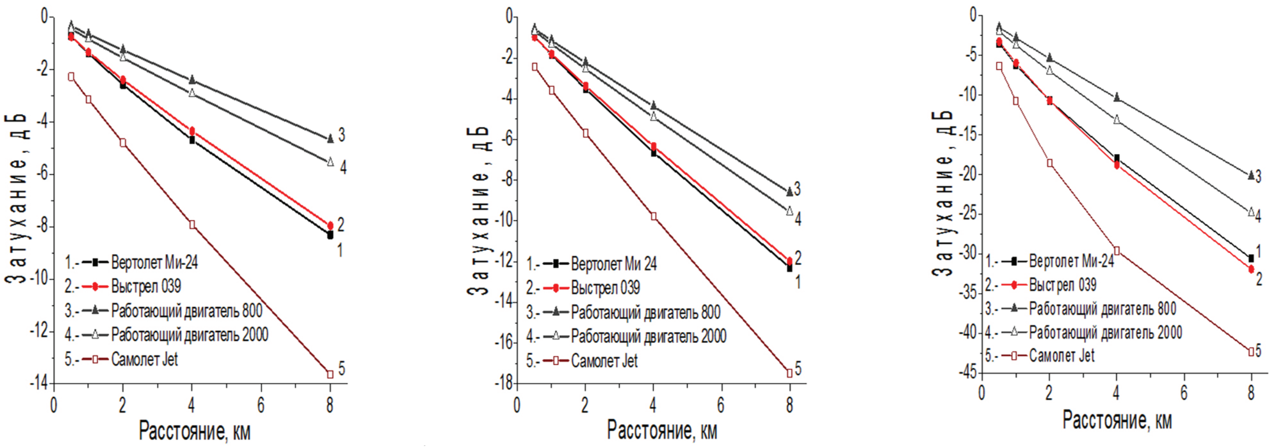
В силу изрезанности спектра источников шума и их широкополосности для оценки дальности обнаружения удобно пользоваться интегральной интенсивностью источника шума и интегральным ослаблением (6).

Используя реальные спектры источников звука, данные по затуханию сигналов в атмосфере [23, 24] на основании соотношений (6), получены значения интегральных ослаблений акустического поля различных источников излучения на различных дальностях за счет распространения в атмосфере при разной ее температуре и влажности, которые приведены на рис. 6.

Видно, что наибольшие затухания наблюдаются в атмосфере при низких температурах и малой влажности. Так при дальности до источника излучения 8км интегральное значение множителя ослабления атмосферы акустического шума, излучаемого объектами техники, при температуре 10 град и влажности 20% может достигать 40 дБ для реактивных самолетов, 20 дБ для вертолетов и звука выстрела и около10 дБ для дизельных двигателей наземных объектов техники. Возрастание температуры до 20 град. и влажности до 70% приводит к снижению затухания при распространении до 14 дБ для самолета, 12 дБ для вертолета и звука выстрела и до 8..9 дБ для дизельных двигателей. При иных значениях температур и влажностей затухания имеют промежуточные значения. Наиболее сильно затухает шум реактивного самолета, несколько меньше – вертолета и звука выстрела. Слабее всего затухает шум работающего дизельного двигателя, у которого значительная доля мощности излучения приходится на низкие частоты. Интегральное затухание для всех типовых источников, как видно из рис. 6, удовлетворительно аппроксимируется линейной зависимостью:

$$L[\text{дБ}] \approx \gamma_0 + \gamma_1 R[\text{км}]. \qquad (7)$$

Коэффициенты аппроксимации приведены в табл. 5. Они получены методом наименьших квадратов (МНК). В ней приведены коэффициенты аппроксимации для различных источников излучения, а также для дизельного двигателя при различных оборотах. Возрастание количества оборотов от 800об/мин., которые соответствуют режиму холостого хода до 2000об/мин – номинальный режим работы приводит не только к пропорциональному количеству оборотов увеличения частот, связанных с ними спектральных составляющих, но и возрастанию спектральной плотности высокочастотных компонент (рис. 5, *а*). В связи с большим затуханием высокочастотных компонент звука при распространении в атмосфере, для режимов с большим количеством оборотов двигателя будет характерно и большее интегральное затухание акустического излучения в атмосфере. Это проявляется в больших значениях коэффициентов γ_1 – характеризующих наклон зависимости затухания от даль-



а *б* *в*

Рис. 6. Затухание акустического излучения в атмосфере: *а* – температура 10, влажность 70%; *б* – температура 20, влажности 70%; *в* – температуре 15, влажности 20%; 1 – вертолет Ми-24, 2 – выстрел орудия, 3 – дизельный двигатель 800 об./мин, 4 – дизельный двигатель 2000 об./мин, 5- Самолет Jet

ности. При практических расчетах необходимо учитывать, что рядом с источником излучения затухание должно быть равно 0. Поэтому коэффициент γ_0 при проведении практических расчетов целесообразно брать $\gamma_0 \approx 0$.

При распространении акустического сигнала вблизи земной поверхности, помимо учета поглощения в атмосфере, необходимо учитывать влияние отражения сигнала от поверхности земли. Остановимся на этом моменте подробнее.

Влияние земной поверхности на затухание звука. Интерференция сигналов, приходящих непосредственно от источника шума в приемник и после отражения от поверхности земли с находящимися на ней элементами растительности, может приводить к интерференционному ослаблению принимаемого звукового давления.

При падении плоской звуковой волны на плоскую границу раздела двух сред с плотностями ρ, ρ_1 и скоростями распространения c, c_1 коэффициент отражения F определится через импеданс падающей Z и прошедшей во вторую среду Z_1 волн [28]:

$$F_0 = \frac{Z_1 - Z}{Z_1 + Z}, \qquad (8, а)$$

где $Z = \rho c / \cos\theta, Z_1 = \rho_1 c_1 / \cos\theta_1$.

При нормальном падении волны на плоскую границу $\theta = \theta_1$ имеем

$$F_0 = \frac{\rho_1 c_1 - \rho c}{\rho_1 c_1 + \rho c}. \qquad (8, б)$$

Коэффициент отражения зависит не от скоростей звука и плотностей сред в отдельности, а от их произведений $\rho_1 c_1$, ρc, называемых волновым сопротивлением или характеристическим импедансом сред [28, 29]. В случае, когда коэффициент преломления $n = \frac{c_1}{c} \neq 1$, а $\theta \to \pi/2$ (скользящее падение), получаем: $F_0 \to -1$. Если F_0 – коэффициент отражения от гладкой поверхности, то коэффициент зеркального отражения для неровной поверхности из того же материала можно представить как [30, 31]:

$$F = F_0 \rho_S. \qquad (9)$$

Коэффициент отражения ρ_S определяет среднеквадратичное значение поля, возникающее в результате отражения без учета сильных возмущений, значительными неровностями поверхности. Его значение для акустических полей можно определить по аналогии со значением для электромагнитных полей [30]:

$$\rho_S^2 = \exp\left\{-\left(\frac{4\pi\sigma_h \sin\psi}{\lambda}\right)^2\right\}. \qquad (10)$$

Таблица 5

Коэффициенты линейной регрессии аппроксимации зависимости интегрального затухания в атмосфере от дальности для различных источников шума

Источник звука	Коэффициенты аппроксимации	Самолет Jet	Вертолет Ми-24	Выстрел	Дизельный двигатель 800 об/мин.	Дизельный двигатель 2000 об/мин.
температура=10, влажность=70%	γ_0	-1,66	-0,43	-0,39	-0,078	-0,17
	γ_1	-1,51	-1,00	-0,96	-0,58	-0,68
температура=20, влажность=70%	γ_0	-1,60	-0,39	-0,36	-0,073	-0,15
	γ_1	-2,00	-1,50	-1,46	-1,069	-1,18
температура=15, влажность=20%	γ_0	-6,94	-2,79	-2,40	-0,32	-0,72
	γ_1	-4,69	-3,55	-3,78	-2,49	-3,03

В этой формуле σ_h – обозначает среднеквадратичное значение высот неровностей поверхности, ψ – угол переотражения, а λ – длина волны.

В тех случаях, когда реальная поверхность заменяется при расчетах плоской поверхностью, угол переотражения будет равен:

$$\psi \approx \frac{h_T + h_r}{R} \tag{11}$$

где h_T – высота источника, h_r – высота приемника R – расстояние между ними.

Тогда множитель ослабления поверхности акустического сигнала в рамках двухлучевой модели:

$$V = \sqrt{1 + 2F\cos\left(\frac{4\pi h_T h_r}{\lambda R}\right) + F^2} \tag{12}$$

При $\left(\frac{4\pi h_T h_r}{\lambda R}\right) \to 0$. $F_0 \to -1$, и $F \approx -1 + \delta$, тогда

$$V \approx 2\rho_S \left|\sin\left(\frac{2\pi h_T h_r}{\lambda R}\right)\right| \approx 2\rho_S \left(\frac{2\pi h_T h_r}{\lambda R}\right). \tag{13}$$

Множитель ослабления интенсивности (мощности) акустического сигнала с учетом, что $\rho_S \approx 1$, можно записать:

$$V^2 \approx 4\sin^2\left(\frac{2\pi h_T h_r}{\lambda R}\right) \approx 4\left(\frac{2\pi h_T h_r}{\lambda R}\right)^2 = 4\left(\frac{2\pi h_T h_r f}{AR}\right)^2. \tag{14}$$

Первый максимум поля будет располагаться на дальности:

$$R = \frac{4 h_T h_r f}{c}, \tag{15}$$

где f, c – частота и скорость распространения звука в воздухе.

Используя для расчетов множителя ослабления поверхности раздела выражения (8–12), можно определить спектр сигнала акустического источника излучения $S_r(f, R, h_r, h_T)$ на дальности R с учетом потерь при распространении в атмосфере $L(f, R)$ и влияния подстилающей поверхности Земли $V(f, R, h_r, h_T)$:

$$S_r(f, R, h_r, h_T) = S_T(f)\, L(f, R)\, V(f, R, h_r, h_T). \tag{16}$$

С учетом (16) и (6) можно определить интегральный множитель ослабления $V_1(\bullet)$ акустического сигнала за счет атмосферы и подстилающей поверхности при распространении на расстояние R.

Значения множителя ослабления поверхности на разных частотах для различной степени шероховатости и при разных высотах расположения источника звука приведены на рис. 7.

Они рассчитаны с использованием соотношений (9–12). Высота в 50 м характерна для низколетящих самолетов и вертолетов, а 1...1.5 м – соответствуют высоте расположения источника звука для объектов наземной техники. Видно, что при увеличении степени шероховатости поверхности уменьшается глубина интерференционных провалов. Для более высокочастотных компонент звука разрушение зеркального механизма рассеяния происходит раньше, чем для низкочастотных компонент.

Из приведенных данных следует, что интерференционное ослабление звука поверхностью земли необходимо учитывать для наземной техники и низколетящих (с высотами 50...100 м) летательных аппаратов. При больших высотах полета им можно пренебречь для дистанций, на которых может осуществляться акустическое обнаружение.

Видно, что возрастание среднеквадратичной высоты неровностей приводит к более раннему разрушению интерференционной структуры поля. Для объектов гусеничной и колесной техники (высота источника звука 1...2 м) уже с дальностей в единицы метров для низких частот звука, десятки метров для средних и сотни метров для высоких частот начинается интерференционная область. В ней множитель ослабления поверхности квадратично убывает с дистанцией. В этой зоне шероховатость поверхности не влияет на его значение. На дальностях более километра обнаружение объектов наземной техники осуществляется в зоне глубокого интерференционного замирания сигнала. В силу существенно большей широкополосности источников акустического шума по сравнению с объектами радиолокационного наблюдения значительно отличается и влияние поверхности раздела на различные участи спектра излучаемого шума. Сильнее за счет поверхности подавляются низкочастотные компоненты и меньше высокочастотные. Это необходимо учитывать при оценке интегрального множителя ослабления для каждого конкретного источника шума.

Результаты оценки интегральных значений множителя ослабления поверхности для различных источников шума показаны на рис. 8.

Видно, что для воздушных объектов затухание сигнала из-за влияния поверхности раздела невелико, в тоже время для объектов наземной техники оно может превышать 25 дБ и это необходимо учитывать при расчетах.

Дальность действия систем акустической разведки. Эквивалентный уровень звукового давления с подветренной стороны $P_1(R)$ на приемнике в логарифмическом масштабе можно рассчитывать для каждого точечного источника в логарифмическом масштабе с учетом уравнения радиолокации и соотношений (6), который может быть записан в виде:

$$P_1(R) = P_0 + G - L, \tag{17}$$

где P_0 – уровень звуковой мощности точечного источника шума относительно опорного значения звуковой мощности, равного 1 пВт, дБ; G – поправка, учитывающая направленность точечного источника шума и показывающая, насколько отличается эквивалентный уровень звукового давления точечного источника шума в заданном направлении от уровня звукового

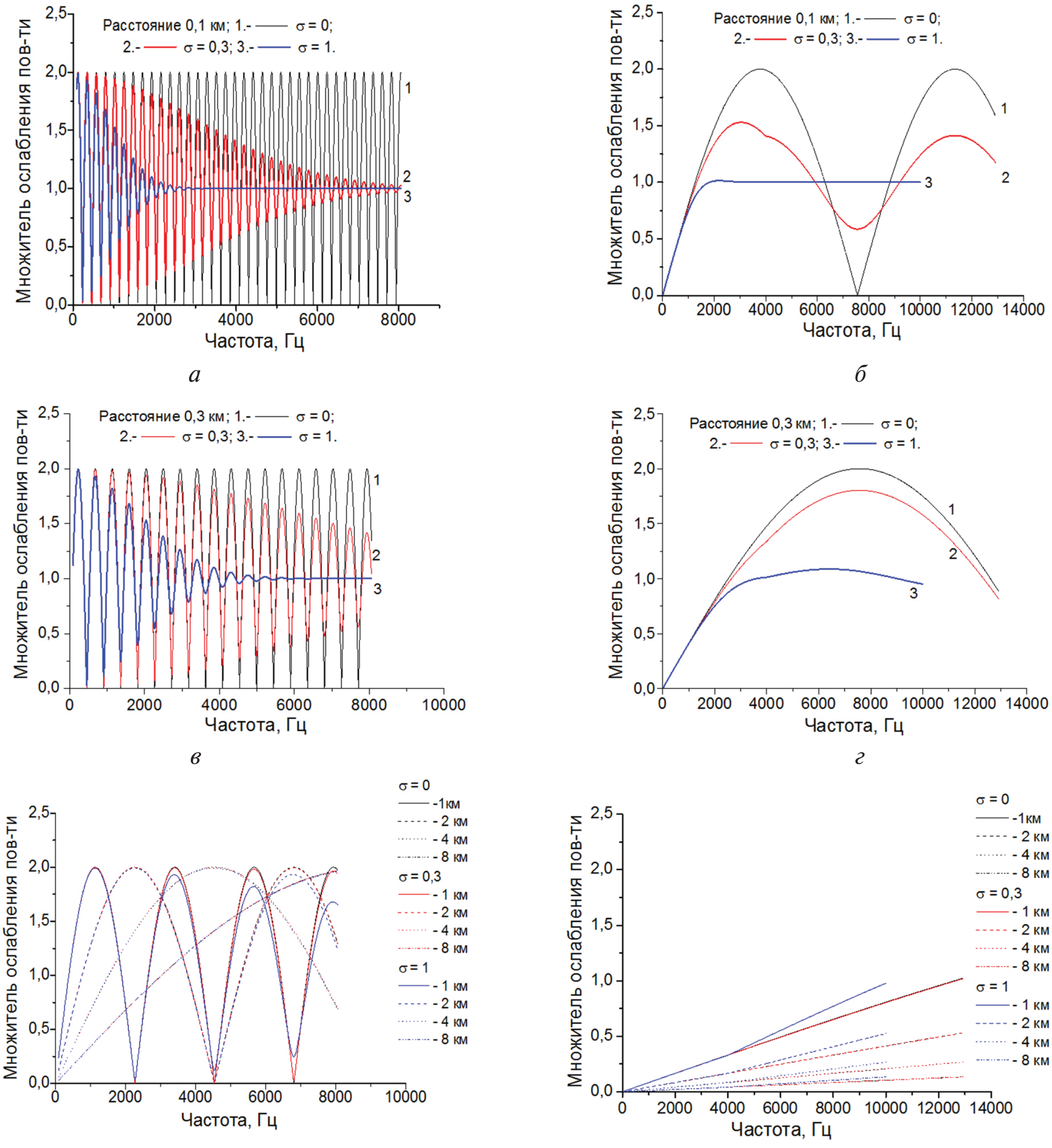


Рис. 7. Зависимости множителя ослабления поверхности на разных дистанциях от источника звука для разных частот в зависимости от степени шероховатости поверхности:
а, *б*, *д* – летательные аппараты с высотой полета 50 м, наземная техника – *в*, *г*, *е*; *а*, *в* – дальность 0,1 км; *б*, *г* – дальность 0,3 км; *д*, *е* – дальности 1...8 км; 1 – $\sigma \approx 0$, 2 – $\sigma \approx 0{,}3$ м, 3 – $\sigma \approx 1$ м

давления ненаправленного точечного источника шума с тем же уровнем звуковой мощности P_0, дБ. L – затухание при распространении звука от точечного источника шума к приемнику с учетом влияния всех факторов, дБ.

Затухание $L(R)$ в формуле (17) рассчитывают по формуле (18)

$$L(R) = L_{div}(R) + L_{atm}(R) + V_{gr}(R,h_r,h_T) + \\ + L_{bar} + L_{misc}\,, \qquad (18)$$

где $L_{div}(R)$ – затухание из-за геометрической дивергенции (из-за расхождения энергии при излучении в свободное пространство); $L_{atm}(R)$ – затухание из-за звукопоглощения атмосферой; $V_{gr}(R,h_r,h_T)$ – затухание из-за влияния земли; L_{bar} – затухание из-за экранирования; L_{misc} – затухание из-за влияния прочих эффектов.

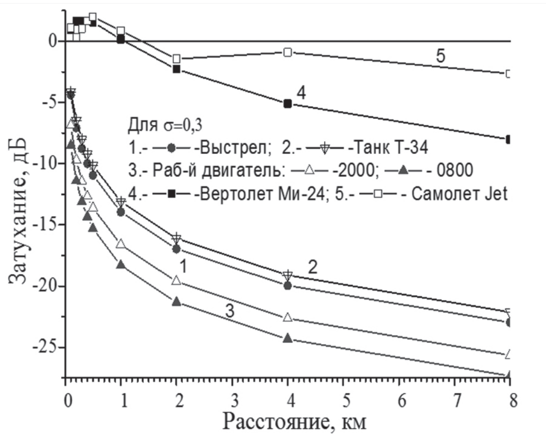


Рис. 8. Влияние поверхности раздела на затухание звука: 1 – выстрел орудия; 2 – танк Т-34; 3 – дизельный двигатель: 2000 об./мин, 800 об./мин; 4 – вертолет Ми-24; 5 – Самолет Jet

Затухание из-за геометрической дивергенции $L_{div}(R)$. Затухание из-за геометрической дивергенции (затухание в свободном пространстве из-за расхождения звуковой энергии) $L_{div}(R)$, дБ, происходящее в результате сферического распространения звука точечного источника шума в свободном звуковом поле, рассчитывают по формуле:

$$L_{div}(R)\,[\text{дБ}] = 20\lg(\boldsymbol{d} / \boldsymbol{d_0}), \tag{19}$$

где $\boldsymbol{d}$ – расстояние от источника шума до приемника, м; $\boldsymbol{d_0}$ – опорное расстояние (обычно используется $\boldsymbol{d_0} = 1$ м).

С использованием данных об уровне шумов различных источников (табл. 6) и рассчитанных выше значений интегральных множителей ослабления атмосферы и подстилающей поверхности оценены дальности обнаружения объектов акустического излучения при различных метеоусловиях и внешних помехах. Они приведены в табл. 6. При расчетах полагалось, что для обнаружения необходимо превышение полезного сигнала над шумами примерно на 10 дБ.

Анализ показывает, что воздушные объекты, даже летящие на малых высотах (50 м), могут обнаруживаться при отсутствии помех или слабых помехах на дальностях более 8 км и только при низкой температуре и влажности дальность снижается до 5 км. При значительных помехах, создаваемых ветром и дождем, дальность обнаружения существенно падает и может быть менее 1 км. Звуки выстрела при слабых помехах или их отсутствии могут быть обнаружены на удалениях более 8 км, а при сильных шумах за счет ветра или дождя обнаруживаются на дальностях 6..7 км, а при плохих метеоусловиях дальность может упасть до 3 км. Объекты наземной техники при отсутствии помех могут обнаруживаться на удалениях в 4…6 км. В то же время при сильном ветре и дожде она будет менее 0,5 км. Дальности обнаружения оценены для нейтрального режима распространения звука (малых значений скорости ветра $V \leq 1$ м/с и градиентов температур $g \leq 1$ град/км), а также без учета турбулентности в пограничном слое атмосферы. Учет влияния этих факторов на дальность действия акустических систем будет предметом рассмотрения в дальнейшем.

Таблица 6

Расчетные дальности обнаружения для разных атмосферных условий и типов внешних помех

	Самолет Jet			Вертолет Ми-24			Выстрел		
	Влияние атмосферы и поверхности			Влияние атмосферы и поверхности			Влияние атмосферы и поверхности		
	Без помехи	шелест листвы	ветер, дождь	Без помехи	шелест листвы	ветер, дождь	Без помехи	шелест листвы	ветер, дождь
темп.=10, вл.=70%	>8 км	>8 км	1,76 км	>8 км	>8 км	0,9 км	>8 км	>8 км	7,45 км
темп.=20, вл.=70%	>8 км	>8 км	1,7 км	>8 км	>8 км	0,87 км	>8 км	>8 км	6,5 км
Темп.=15, вл.=20%	7,3 км	5,7 км	1 км	7,7 км	5,93 км	0,66 км	>8 км	>8 км	3,4 км
	Влияние атмосферы			Влияние атмосферы			Влияние атмосферы		
темп=10, вл=70%	>8 км	>8 км	1,88 км	>8 км	>8 км	0,89 км	>8 км	>8 км	>8 км
темп=20, вл=70%	>8 км	>8 км	1,77 км	>8 км	>8 км	0,86 км	>8 км	>8 км	>8 км
темп=15, вл=20%	>8 км	>8 км	0,95 км	>8 км	>8 км	0,63 км	>8 км	>8 км	8,1 км
	Enginework0800			Enginework2000			Т-34		
	Влияние атмосферы и поверхности			Влияние атмосферы и поверхности			Влияние атмосферы и поверхности		
	Без помехи	шелест листвы	ветер, дождь	Без помехи	шелест листвы	ветер, дождь	Без помехи	шелест листвы	ветер, дождь
темп=10, вл=70%	>8 км	7,5 км	<0,5 км	>8 км	7,58 км	<0,5 км	>8 км	7 км	<0,5 км
темп=20, вл=70%	>8 км	6,4 км	<0,5 км	>8 км	=6,5 км	<0,5 км	>8 км	6,1 км	<0,5 км
темп=15, вл=20%	=6,44 км	4,3 км	<0,5 км	=5,9 км	=4 км	<0,5 км	=6,2 км	4 км	<0,5 км
	Влияние атмосферы			Влияние атмосферы			Влияние атмосферы		
темп=10, вл=70%	>8 км	>8 км	0,94 км	>8 км	>8 км	0,93 км	>8 км	>8 км	0,88 км
темп=20, вл=70%	>8 км	>8 км	0,91 км	>8 км	>8 км	0,9 км	>8 км	>8 км	0,85 км
темп=15, вл=20%	>8 км	>8 км	0,8 км	>8 км	>8 км	0,75 км	>8 км	>8 км	0,7 км

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Из-за дисперсионных свойств атмосферы при увеличении расстояния до приемника происходит деформация спектра принимаемого сигнала. Поскольку сильнее затухают более высокочастотные компоненты звука, то происходит сужение его спектра. Причем снижение влажности и понижение температуры приводят к увеличению погонного затухания, наиболее сильно на высоких частотах.

2. Интерференционные явления при отражении звука от поверхности земли наиболее сильно сказываются на низких частотах, снижая интенсивность принятого сигнала. Шероховатость же поверхности сильнее сказывается на высоких частотах, где она приводит к снижению коэффициента отражения и, как следствие, уменьшению интерференционного влияния поверхности на интенсивность принимаемого сигнала.

3. Эффективная ширина спектра источников акустического шума, являющихся объектами акустической разведки сужается с увеличением дальности до источника. Изменения эффективной ширины спектра на уровне значимости 90% могут достигать 10 раз. Это будет приводить к ухудшению точности определения его местоположения.

4. Разработана методика оценки дальности обнаружения источников акустического излучения в условиях влияния затухания в атмосфере и интерференционного ослабления земной поверхностью для нейтрального режима распространения в атмосфере. Теоретически показана возможность обнаружения объектов наземной и воздушной техники по их акустическому излучению на удалениях в несколько километров.

5. Показана возможность описания спектров источников шума фрактальными зависимостями. Показано, что, в большинстве случае скорость убывания спектральной плотности на крыльях спектра не превышает $n \approx 2$.

Литература

[1] *Седышев Ю.Н.* Бистатические шумовые радиолокаторы с когерентной пространственно– временной обработкой эхо-сигналов и активных помех / Ю.Н. Седышев, П.Ю. Седышев В.А. Тютюнник // Прикладная радиоэлектроника, Харьковский национальный Университет Радиоэлектроники (ХНУРЭ). – Т. 1. – № 2.– 2002.– С. 189–194.

[2] *Лобочко С.Е.* Построение системы обнаружения с использованием излучения УКВ и ТВ–передатчиков / С.Е. Лобочко // Международная научная конференция «Излучение и рассеяние ЭМВ» ИРЭМВ*2003, труды конференции, Таганрог, 2003. – С. 287–290.

[3] *Луценко И.В.* Бистатические РЛС с подсветкой ионосферными сигналами связных станций коротковолнового диапазона / И.В. Луценко, И.В. Попов, В.И. Луценко // Радиофизика и электроника: Сборник научных трудов / НАН Украины. Ин-т радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова. – Харьков. – 2007. – Т. 12, № 1.– С. 193–204.

[4] *Lutsenko I.V.* Illumination of Air Environment Using Radiation of SW Broadcasting stations / I.V. Lutsenko, V.I. Lutsenko, I.V. Popov // The 5-th European Radar Conference, 30–31 October 2008: conf. proceedings.– Amsterdam, 2008.– P. 396–399.

[5] *Луценко И.В.* Использование электромагнитных полей источников гражданского назначения для диагностики тропосферы и освещения воздушной обстановки / И.В. Луценко // 3 Международный радиоэлектронный форум «Прикладная радиоэлектроника. Состояние и перспективы развития» (МРФ 2008), Международная конференция «Современные перспективные системы радиолокации, радиоастрономии и спутниковой навигации» (СРРСН-2008) 22-24 октября, Харьков 2008 г.: сб. научн. тр. – Харьков, 2008. – Т. 1., Ч. 2.– С. 184–188.

[6] *Попов И. В.* Освещение воздушной обстановки с использованием излучения вещательных станций КВ диапазона / И.В. Попов, В.И. Луценко, И.В. Луценко // "Современные проблемы радиоэлектроники" Сборник научных трудов. Под редакцией Громыко А.И., Сарафанова А.В. – М.: Радио и связь, 2006. – С. 25–28.

[7] *Вичкань А.В.* Пассивная когерентная радиолокация в коротковолновом диапазоне. Часть 1. Обнаружение воздушных целей. / А.В. Вичкань, П.А. Мельяновский, А.И. Шуть // Радиофизика и электроника. – 2010. – Т. 15, № 1. – С. 72–77.

[8] *Виленчик Л.С.* Основы пассивной коротковолновой радиолокации Л.С. Виленчик П.А. Мельяновский, В.Н. Минаев // Радиотехника. – 2009, 311. – С. 61–66.

[9] *Коршикова Ж.С.* Алгоритмы пеленгации и распознавания локализованных источников широкополосных излучений на фоне распределенных в пространстве помех: автореф. дис. на соискание научн. степени кандидата технических наук: спец. 05.13.01 Системный анализ, управление и обработка информации (в технических системах) / Ж.С. Коршикова. – М., 2010. – 16 с.

[10] *Красько А.С.* Поддержка принятия решений по обеспечению общественной безопасности на городских территориальных объектах на основе оперативного анализа аудиоинформации: автореф. дис. на соискание научн. степени канлилата технических наук: спец. 05.13.10 – Управление в социальных и экономических системах / А.С. Красько. – Уфа, 2011. – 16 с.

[11] *Смирнов В.* Маскировка подвижных наземных объектов в современных условиях // Электронный ресурс. – http: samlib.ru/s/smirnow_wasilij/masikirovka.shtml. – 2013

[12] *Анипко О.Б.* Комплексная проблема поиска и обнаружения наземных целей для их поражения вооружением, установленным на объектах бронетехники / О.Б. Анипко, И.Ю. Бирюков, Ю.М. Бусяк // Збірник наукових праць Академії внутрішніх військ МВС України. 2011. – Вип. 2 (18). – С. 43–47.

[13] *Мокрушин Д.* Акустические системы обнаружения / Д. Мокрушин // Электронный рессурс. – http://twower.livejournal.com/502014.html?thread=14595326.

[14] Акустические радары времен Второй мировой войны // Электронный ресурс.– http://ww2history.ru/3901-akusticheskie-radary-vremen-vtorojj-mirovojj.html

[15] *Лобанов М.М.* Развитие советской радиолокационной техники / М.М. Лобанов // М.: Воениздат, 1982. – 240 с.

[16] *Самохин В.Ф.* Шум ГТД (Введение в авиационную акустику) / В.Ф. Самохин // Московский авиационный институт. – М.: 2007. –152 с.

[17] *Бирюков И.Ю.* Акустическая компонента разведки наземных целей. Проблемы и решения / И.Ю. Бирюков // Харьков: Збірник наукових праць СНУЯЕтаП 2013. – С. 98–104.

[18] *Дивизинюк М.* О проблеме расчета дальности приема акустической информации с открытых площадок / М. Дивизинюк, Ю. Гончаренко, Д. Гончаренко // Правове, нормативне та метрологічне забезпечення захисту інформації в Україні. – 2012, 1 (23). – С. 29–35.

[19] Системы обнаружения снайперов противника // Электронный ресурс.– http://newsmilitary.narod.ru/VH-antisniperteh.html

[20] *Карлов В.Д.* Применение мощных сверхширокополосных акустических импульсов в системах радиоакустического зондирования / В.Д. Карлов, Ю.Н. Ульянов, В.Л. Мисайлов, Н.Г. Максимова // Системи обробки інформації, 2010, випуск 6 (87). – С. 95–100.

[21] *Веретенников А.И.* Харьковское конструкторское бюро по машиностроению имени А.А. Морозова / А.И. Веретенников, И.И. Рассказов, К.В. Сидоров, Е.И. Решетило под ред. М.Д. Борисюка. – Харьков, 2007. – 188 с.

[22] *Кириченко В. А.* Экспериментальное определение информативных признаков для радиолокационного распознавания наземных и надводных объектов / В. А. Кириченко, В. И. Луценко // Техника миллиметровых и субмиллиметровых радиоволн: Сборник научных трудов / НАН Украины. Ин-т радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова. – Харьков, 1993.– С. 5–18.

[23] Шум затухание звука при распространении на местности, часть 2. Общий метод расчета. Межгосударственный стандарт, ГОСТ 31295.2-2005 (ИСО 9613 –2:1996). – М.: Стандартинформ, 2006. – 42 с.

[24] Шум. Расчётная модель Руководство пользователя / ООО «ЭКОцентр», Soft.eco-c.ru. – 2012. – 19 с. Транспортный шум – экологическая проблема № 1 для крупных городов.

[25] Транспортный шум – экологическая проблема № 1 для крупных городов / Электронный ресурс.

[26] Ломова Е.И. Экологические проблемы крупных городов / Е.И. Ломова// Электронный ресурс http://festival.1september.ru/articles/584295/.

[27] Акустическое оружие / Электронный ресурс http://alexsnews.com/ploxoe/2012/01/akusticheskoe-oruzhie/

[28] *Исаакович М.А.* Общая акустика. М.А. Исакович. Учебное пособие. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1973. – 495 с.

[29] *Бреховских Л.М.* Акустика слоистых сред / Л.М. Бреховских, О.А. Годин // М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. –416 с.

[30] *Бартон Д.* Справочник по радиолокационным измерениями / Д. Бартон, Г. Вард / Пер с англ. под ред. М.М. Вейсберна. – М.: Сов. Радио, 1976. – 392 с.

[31] Справочник по радиолокации / Под. ред. М. Сколника. – М.: Сов. радио, 1976, Т. 1. – 455 с.

[32] *О.В. Кудрявцев.* Сравнительный анализ акустических способов пеленгации // Электронный ресурс. http://sound-theory.ru/Articles/sravnitelnyj_analiz_metodov_pelengacii.pdf.

Поступила в редколлегию 20.04.2015

Луценко Владислав Иванович, доктор физ.-мат. наук, старший научный сотрудник, старший научный сотрудник, Институт радиофизики и электроники им. А.Я. Усикова НАН Украины. Научные интересы: распространение и рассеяние радиоволн, дистанционное зондирование природных сред, радиолокация.

Луценко Ирина Владиславовна, канд. физ.-мат. наук, научный сотрудник, Институт радиофизики и электроники им. А.Я. Усикова НАН Украины. Научные интересы: дистанционное зондирование тропосферы Земли с использованием излучения наземных и спутниковых радиосистем, исследование обратного рассеяния радиоволн СВЧ и КВЧ подстилающими поверхностями, гидрометеорами и антропогенными образованиями.

Соболяк Александр Васильевич, начальник отдела электрооборудования, Государственное предприятие Харьковское конструкторское бюро по машиностроению им. А.А. Морозова. Научные интересы: радиолокация, разработка радиотехнических систем и комплексов в акустическом и радиодиапазонах.

УДК 621.396.96:621.271.029.65

Дальність дії систем акустичної розвідки / В.І. Луценко, І.В. Луценко, О.В. Соболяк // Прикладна радіоелектроніка: наук.-техн. журнал. — 2015. — Том 14. — № 2. — С. 125–136.

У статті оцінено дальність дії систем акустичної розвідки, що використовують власне випромінювання наземних (транспортних засобів, людей) і аеродинамічних (літаки і вертольоти) об'єктів. Розглянуто вплив на спектри випромінювання атмосфери і підстилаючої поверхні. Для типових об'єктів розвідки отримано значення множника загасання для різних метеорологічних умов.

Ключові слова: дальність дії, акустична розвідка, аеродинамічні об'єкти, власне випромінювання.

Табл.: 6. Іл.: 8. Бібліогр.: 32 найм.

UDC 621.396.96:621.271.029.65

The range of action of acoustic intelligence systems / V.I. Lutsenko, I.V. Lutsenko, A.V. Sobolyak // Applied Radio Electronics: Sci. Journ. — 2015. — Vol. 14. — № 2. — P. 125–136.

The paper estimates the range of action of acoustic intelligence systems which use intrinsic radiation of land (vehicles, people) and aerodynamic (planes and helicopters) objects. Influence on spectra of the atmosphere radiation and underlying surface is considered. Values of attenuation factor for standard objects under observation in different meteorological conditions are obtained.

Keywords: range of action, acoustic intelligence system, aerodynamic objects, intrinsic radiation

Tab.: 6. Fig.: 8. Ref.: 32 items.

UDK 621.396

TOWARDS THE VIRTUAL REMOTE SENSING LABORATORY: MULTI-SCALE DESCRIPTIVE EXPERIMENT DESIGN REGULARIZATION PARADIGMS

YURIY SHKVARKO, ISRAEL YÁÑEZ, AND JOEL AMAO

We address the unified intelligent descriptive experiment design regularization (DEDR) methodology for (near) real time formation/enhancement/reconstruction/post-processing of the remote sensing (RS) imagery acquired with different thinned stationary multi-sensor arrays and/or a synthetic aperture radar and present the elaborated "Virtual RS Laboratory" (VRSL) software that provides the end-user with efficient computational tools to perform numerical simulations of different collaborative RS imaging problems in the context of the proposed intelligent experiment design paradigm. In addition, we address a new approach for super-resolution feature-enhanced recovery of microwave RS imagery via multi-scale iterative reconstruction (MSIR) image post-processing. Computer simulation examples are reported to illustrate the usefulness of the elaborated VRSL for system-level and algorithmic-level optimization of high-resolution image formation, enhancement, fusion and post-processing tasks performed with the real-world RS imagery.

Keywords: experiment design, remote sensing imagery, simulation software, multi-scale iterative reconstruction, super-resolution.

INTRODUCTION

The innovative contribution of this study is threefold. First, we address a unified intelligent descriptive experiment design regularization (DEDR) methodology for (near) real time formation/enhancement/reconstruction/post-processing of the remote sensing (RS) imagery acquired with different types of sensors, in particular, the conventional 2-D cross-shaped stationary array [1, 2], the virtually synthesized thinned array radar/radiometer (STAR) multi-sensor system [2, 3], and the fractional synthetic aperture radar (F-SAR) [4–11].

Second, we present the elaborated "Virtual Remote Sensing Laboratory" (VRSL) software that provides the end-user with efficient computational tools for performing numerical simulations of different collaborative RS imaging problems in the context of intelligent experiment design paradigm. The scientific challenge is to develop and investigate via the VRSL an intelligent signal processing (SP) perspective for collaborative RS data acquisition, adaptive processing and information fusion for the purposes of high-resolution (HR) and super-resolution (SR) RS imaging, search, discovery, discrimination, mapping and problem-oriented analysis of spatially distributed physical remote sensing signature fields. The end-user oriented VRSL software is elaborated directly to assist in system-level and algorithmic-level optimization of such multi-sensor collaborative high-resolution image formation, enhancement, fusion and post-processing tasks performed with the real-world RS imagery.

The third part presents the description of the concept of SR imaging in RS applications. SR imaging has been recently approached from two different perspectives [12–15]. The first one suggests to collaboratively process multiple RS images formed by the available repeated observations of the RS scene performed with the same low resolution (LR) sensing instruments [12, 13]. The second one proposes to perform aggregation of the same scene imagery acquired with different sensor systems [12–14]. The predominant challenge of this study is to feature a new framework for approaching the SR image recovery performances. We suggest to accomplish this task by combining the DEDR inspired HR image enhancement paradigm [5, 6] with the second-level SR recovery stage, at which an additional virtual shrinkage of the LR/HR system point spread function (PSF) operator is performed. This leads to the multi-scale iterative reconstructive (MSIR) image post-processing procedure. The conceptual innovative idea consists in a proposition for filling in the null space of the LR/HR system kernel PSF operator incorporating projections onto the nested refined convex resolution frames and performing the DEDR-MSIR image reconstruction in an implicit iterative mode at each refined resolution greed frame. We feature the differences between the proposed DEDR-MSIR resolution enhancement framework and the most competing celebrated Papoullis-Gerchberg (P-G) [7] method adapted for the feature enhanced RS imaging.

I. DEDR PHENOMENOLOGY

The DEDR is a methodology that unifies the family of the previously developed nonparametric high-resolution RS imaging techniques [1–8] via generalization of their regularization optimization formalism. Such unified formalism allows involving into the DEDR different regularization and computation paradigms that enables one to modify the existing techniques via incorporation of some controllable algorithmic-level "degrees of freedom" as well as design a variety of efficient aggregated/fused data/image processing methods. The data/image processing tasks that may be performed applying the DEDR methodology can be mathematically formalized in the terms of the following unified optimization problem [5, 6]

$$\hat{\mathbf{v}} = \underset{\mathbf{v}}{\operatorname{argmin}}\ E\left(\mathbf{v}|\lambda\right) \tag{1}$$

of minimization of the aggregated cost (objective) function

$$E(\mathbf{v}|\lambda) = -H(\mathbf{v}) + (1/2)\sum_{m=1}^{M}\lambda_m J_m(\mathbf{v}) + (1/2)\lambda_{M+1}J_{M+1}(\mathbf{v}) \quad (2)$$

with respect to the desired K-D image vector $\mathbf{v}$ for the assigned (or adjusted) values of M+1 regularization parameters that compose a vector of the controllable algorithmic "degrees of freedom" λ. In a particular employed method, the proper selection/adjustment of vector λ is associated with the parametric-level optimization of the SP optimization procedure. In (2), $H(\mathbf{v}) = -\sum_{k=1}^{K} v_k \ln v_k$ represents the image entropy [10], $\{J_m(\mathbf{v})\}$ compose a set of particular non-parametric cost functions incorporated into the optimization, and $J_{M+1}(\mathbf{v})$ represents the additional regularizing stabilizer [10] that controls specific metrics properties of the desired image. The data acquisition model is defined by the set of equations, $\mathbf{u}^{(m)} = \mathbf{F}^{(m)}\mathbf{v} + \mathbf{n}^{(m)}$ for M methods/systems to be aggregated/fused, i.e. m = 1, ..., M, where $\mathbf{F}^{(m)}$ represent the system/method degradation operators usually referred to as the imaging system point spread function (PSF) matrix-form operators, and vectors $\mathbf{n}^{(m)}$ represent noises in the actually acquired images, respectively.

Different RS imaging methods incorporate different definitions for corresponding employed costs $\{J_m(\mathbf{v})\}$ [1–8]. For the deterministic constrained least squares (CLS) method [5], $J_m(\mathbf{v}) = \|\mathbf{u}^{(m)} - \mathbf{F}^{(m)}\mathbf{v}\|^2$, are associated with partial error functions. For the weighted CLS (WCLS) method [6], the costs incorporate the user/defined weight matrices $\{\mathbf{W}_m\}$ as additional "degrees of freedom", i.e. $J_m(\mathbf{v}) = \|\mathbf{u}^{(m)} - \mathbf{F}^{(m)}\mathbf{v}\|^2_{\mathbf{W}_m}$. The unified DEDR paradigm incorporates into the unified optimization problem (1), (2) also other robust and more sophisticated statistical methods, among them are: the rough conventional matched spatial filtering (MSF) approach [5–7]; the descriptive maximum entropy (ME) technique [10]; the robust spatial filtering (RSF) method [6], the robust adaptive spatial filtering (RASF) technique [9], the fused Bayesian-DEDR regularization (FBR) method [10]; etc. These were detailed in our previous studies [1, 2, 5, 6, 9, 13]. The DEDR methodology unifies all such non-parametric parametrically controlled SP techniques by presenting their generalized conditional optimization formalism (1), (2). It is important to note that due to the non-linearity of the objective functions (2) the solution of the parametrically controlled fusion-optimization problem (1), (2) will require extremely complex (NP-complex [15]) algorithms and result in the technically intractable computational schemes if solve these problems employing the standard direct minimization techniques [7, 8, 14, 15]. For this reason, we propose to apply the neural network (NN) based maximum entropy (ME) regularized MENN computing for solving the aggregated DEDR optimization problems (1), (2) detailed in our previous studies [5, 6, 10]. Because of the specific computational capabilities the framework of the MENN is very convenient for fusion/optimization design [4, 10, 12].

II. VRSL SOFTWARE

The purpose of the elaborated VRSL software is to implement computationally all considered DEDR-related methods (MSF, CLS, WCLS, ME, RSF, RASF, FBR, etc) to perform the RS image formation/reconstruction/enhancement tasks with or without method and/or sensor system fusion. The VRSL software was created in the MATLAB V.11 computational environment. The VRSL aggregates interactive computational tools that offer to the user different options of acquisition and processing of any image in the JPEG, TIFF, BMP and PNG format as a test input image, application of different system-level effects of image degradation with a particular simulated RS system, simulation of random noising effects with different noise intensities and distributions. Next, various RS image enhancement/fusion/reconstruction/post-processing tasks can be simulated in an interactive mode applying different DEDR-related algorithms to the degraded noised images, and the quantitative performance enhancement characteristics attained in every particular simulated scenario can then be computed. The user has options to display on the screen all simulated processed RS scene images along with the related protocols of analysis of the corresponding image enhancement/reconstruction performance quality metrics. All qualitative and quantitative results obtained at different simulation stages can be saved in JPEG, TIFF, BMP and PNG formats for further administration. Fig. 1 shows the designed user interface window of the elaborated VRSL.

III. SIMULATIONS – PART I

The simulations of the DEDR-related algorithms (in particular, the MSF, RSF, RASF and FBR) were carried out in two dimensions for two different RS imaging systems.

A. Imaging with stationary sensor arrays (Cross-shaped and Y-shaped STAR geometries)

First, we undertook an extensive study of the DEDR-based optimization of the conventional cross-shaped (X-shaped) [1] and the Y-shaped (so-called STAR) sensor array [2, 3] geometries that provide the desirable overall angular point spread function (PSF) of a multi-sensor imaging system. The PSF cross-sections in the x-y imaging scene provide explicit information on the spatial resolution cells achievable with different DEDR-configured sensor arrays that employ the conventional MSF method [5–7] for RS image formation. The developed VRSL provides a possibility to perform also the DEDR-specified optimization of the sensor array configuring experiment design (ED) stage of the problem for different numbers of sensors and inter-element spacing and also for different array geometries. In the reported here simulations, the X-shaped and Y-shaped (STAR) arrays [1–3] were tested. The simulations were performed

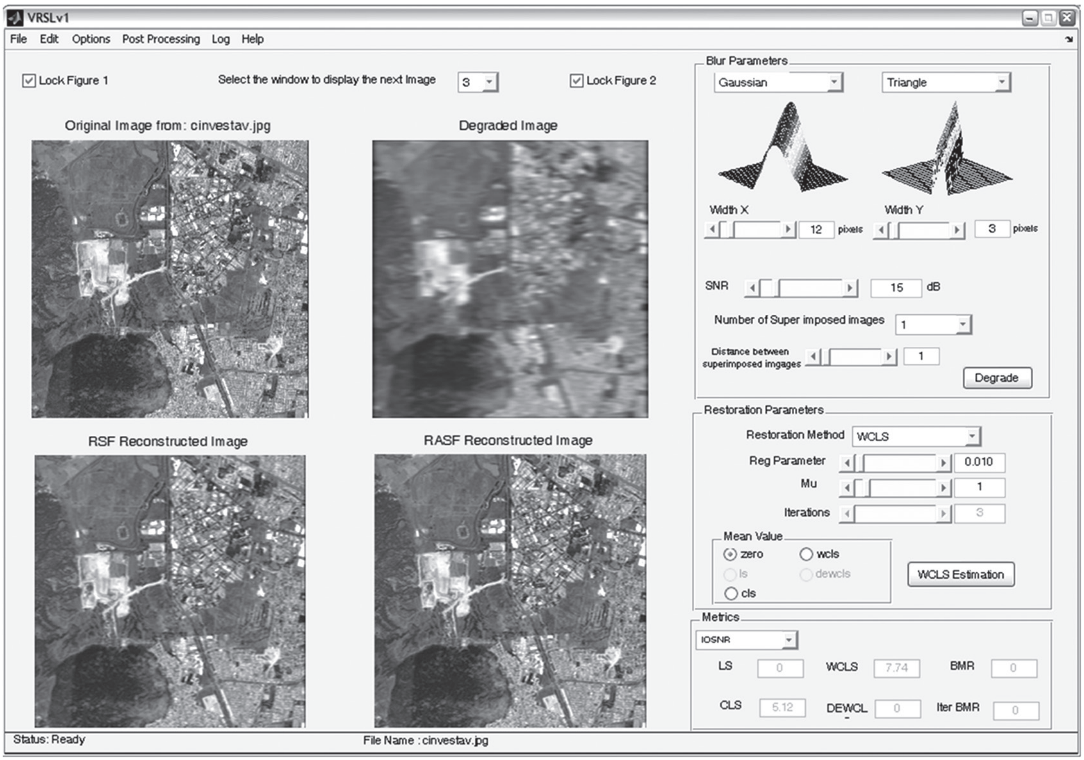
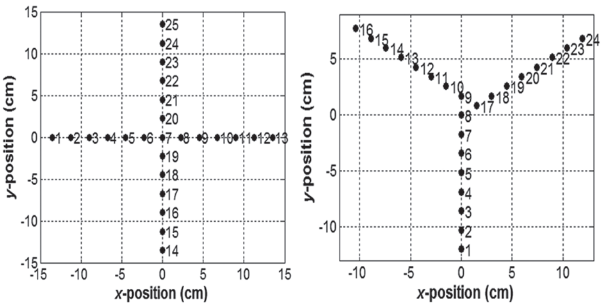


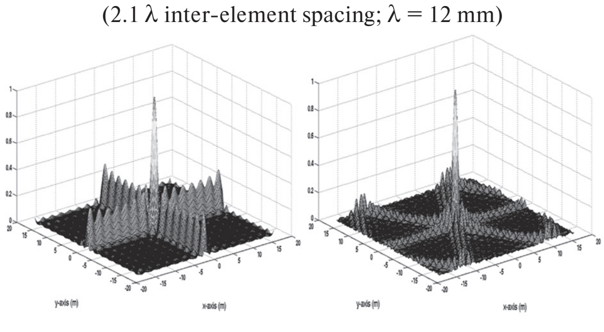
Fig. 1. Graphical user interface of the elaborated VRSL

with the elaborated VRSL software and are indicative of the usefulness of the ED-oriented optimization of the multi-target scene imaging tasks via configuring of the sensor arrays employed in the particular RS imaging systems. Figs 2, 3 and 4 present the DEDR-optimized multi-target scene imaging protocols as specified in the figure captions.



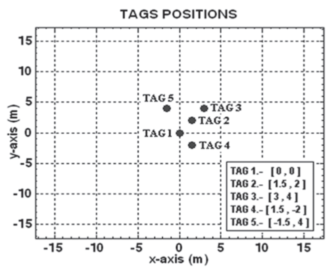
a *b*

Fig. 2. X-shaped (Cross) and Y-shaped (STAR) geometries:
a – 33-element X-array; *b* – 24-element Y-array.
(2.1 λ inter-element spacing; λ = 12 mm)

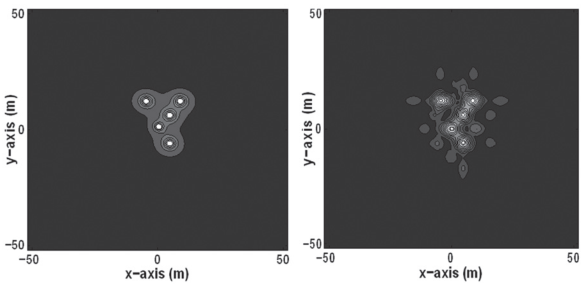


a *b*

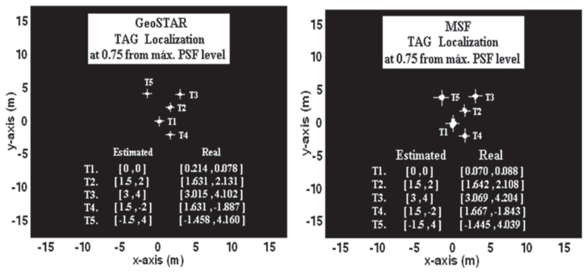
Fig. 3. Point Spread Functions (PSF) for 2.1 λ inter-element spacing: *a* – X-shaped array; *b* – Y-shaped STAR array (λ = 12 mm)



a



b *c*



d *e*

Fig. 4. Multi-target scene imaging protocols: *a* – Multi-target scene specification; *b* – Y-(STAR)-array scene image in *x*-*y* plane at the 30 m range gate; *c* – X-array image of the same scene in *x*-*y* plane; *d* – Y-(STAR)-array targets localization protocol of the same scene; *e* – X-array targets localization protocol of the same

B. Enhancement of SAR Imagery

The second class of the simulation experiments that we report in this paper relates to enhancement of the RS images acquired with different fractional SAR (F-SAR) imaging systems characterized by the PSF of a Gaussian "bell" shape in both directions of the 2-D scene (in particular, of 16 pixel width at 0.5 from its maximum for the 512-by-512 BMP pixel-formatted scene). The chi-squared additive noise of 5 dB SNR was incorporated to test the performances of the particular employed enhancement method. The initial test scene is displayed in Fig. 5. The qualitative simulation results for three different DEDR-related enhancement/reconstruction procedures are shown in Fig. 6 The quantitative measure of improvement in the output signal-to-noise ratio (IOSNR) is defined as the ratio of the corresponding squared ℓ_2 error norms (in the [dB] scale).

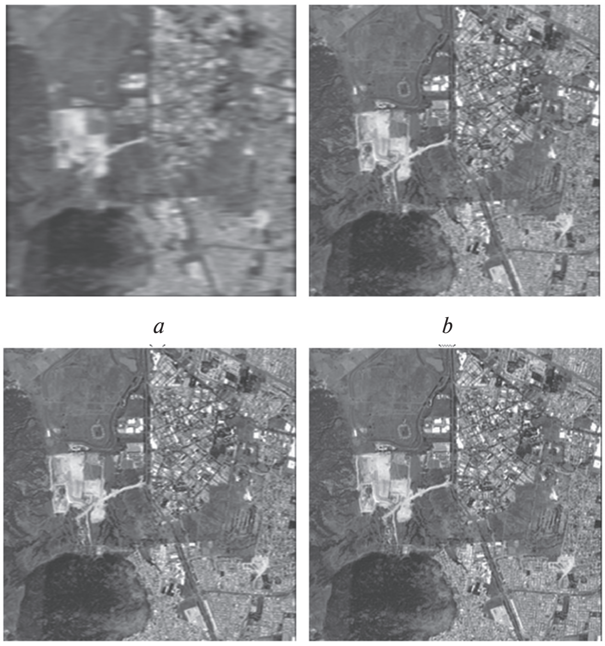
$$\mathrm{IOSNR} = 10\log_{10}\left(\left\| \mathbf{q} - \hat{\mathbf{b}} \right\|^2 \Big/ \left\| \hat{\mathbf{b}} - \mathbf{b} \right\|^2 \right) \qquad (3)$$

where $\mathbf{b}$ represents the original SSP frame, $\mathbf{q}$ is the low-resolution speckle-corrupted MSF image [5, 6], and $\hat{\mathbf{b}}$ represents the recovered SSP estimate.

Fig. 5. Original test scene [17] (not observable with the simulated F-SAR system that employs the conventional MSF image formation method)

IV. SUPER-RESOLUTION PARADIGM FOR RS IMAGING

Here, we feature a new approach for RS imaging via performing the imaging system kernel point spread function (PSF) operator refinement-based multi-scale iterative reconstructive (MSIR) image post-processing, as required for emerging feature enhanced RS missions, and demonstrate its effectiveness via VRSL-based simulations. The HR image is first reconstructed from the initial LR image employing the statistically optimal minimum risk inspired DEDR framework. Next, to approach the overall SR imaging performances we incorporate into the DEDR method the additional post-processing stage aimed at filling in the null space of the HR imaging system PSF operator via performing the corresponding projections onto the nested refined resolution greed frames. We feature the differences between the proposed DEDR-MSIR resolution refinement approach and the most competing celebrated Papoullis-Gerchberg (G-P) [7] SR method adapted for the feature enhanced RS imaging and demonstrate the advantages of the unified DEDR-MSIR approach for SR image recovery [13].



a *b*

c *d*

Fig. 6. Simulation results for F-SAR image formation and enhancement with three different methods at 5dB SNR:
a – MSF-formed degraded speckled F-SAR image;
b – RSF reconstructed image [5] (IOSNR = 5.12 dB);
c – RASF reconstructed image [6] (IOSNR = 7.64 dB);
d – $\ell_2 - \ell_1$ structured DEDR reconstructed image [12] (IOSNR = 7.95 dB)

The multi-scale iterative reconstruction (MSIR) approach is defined by the iterative system that is a modification of [12, 13]

$$\hat{\mathbf{b}}_{[0]}^{(m=1)} = \mathbf{g} = \hat{\mathbf{b}}_{MSF}; \quad \hat{\mathbf{b}}_{[0]}^{(m=2)} = \hat{\mathbf{b}}_{DEDR} \qquad (4)$$

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{b}}_{[i]} = \mathcal{T}^{-1}(\mathcal{P}(\mathcal{T}(\mathcal{W}(\mathcal{T}^{-1}(\mathcal{M}(\mathcal{B}(\mathcal{T}(\hat{\mathbf{b}}_{[i-1]})))))))\\ +\mathcal{M}(\mathcal{B}(\mathcal{T}(\mathbf{b}_{[i-1]})))) \quad i = 1,\ldots I\end{aligned} \qquad (5)$$

The innovative idea of (4), (5) consists in an attempt to super-resolve the SSP on the significantly denser resolution pixel greed frame required to represent the fine RS image details. Here, as previously, $\hat{\mathbf{b}}_{[i]}$ denotes the SSP reconstruction at the *i*th iteration step. The operators $\mathcal{T}$ and $\mathcal{T}^{-1}$ represent the Fourier and inverse Fourier transforms, respectively, $\mathcal{B}$ is the up-scaling operator specified by the employed scaling (nesting greed) factor denoted by symbol β, $\mathcal{M}$ represents the zero padding operator that expands the $\mathcal{T}$-spectrum by factor β; $\mathcal{P}$ is the projection operator that preserves the a priori spectral information; ∂ is a delay that synchronizes the upper and lower loop operations (see Fig. 7); $\mathcal{W}$ is the robust (Tikhonov) variant of a spatial Wiener filter [7] addressed in [5] as a robust spatial filter (RSF).

To feature the MSIR methodology, in Fig. 7, we present the algorithmic flow chart of the procedure (4), (5). According to (4), first, the LR input image $\hat{\mathbf{b}}_{[0]}^{(1)} = \mathbf{g}$ or the HR image $\hat{\mathbf{b}}_{[0]}^{(2)} = \hat{\mathbf{b}}_{\mathrm{DEDR}}$ is transformed to the frequency domain via the Fourier transform operator $\mathcal{T}$. The next step consists in up-scaling the transformed data employing operator $\mathcal{B}$ with the

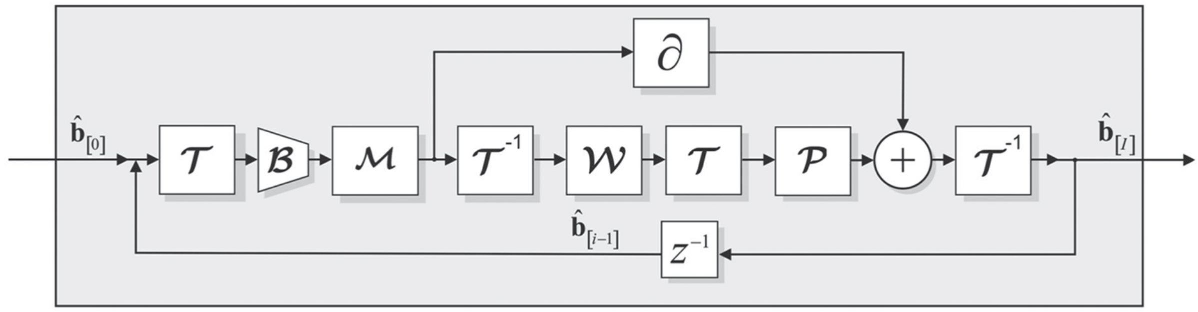


Fig. 7. Algorithm flowchart of the multi-stage DEDR-related iterative reconstruction (MSIR)

nesting factor β ($\beta = 3$ in our development). Next, zero padding is perform (application of operator $\mathcal{M}$). The upper branch on the MSIR flowchart in Fig. 7 serves to preserve the a priori data in the spectrum, initially formed by $\hat{\mathbf{b}}_{[0]}^{(m=1,2)}$ and posteriorly up-scaled by factor β and super-resolved at each iteration.

After the reconstructive filtering step, with the robust Tikhonov filter version or adaptive Wiener filter variant [6, 7], performed in the block labeled by $\mathcal{W}$ in Fig. 7, and corresponding Fourier transform (block labeled by $\mathcal{T}$), the projector $\mathcal{P}$ is applied. It acts over the filtered resolution enhanced image, zeroing out all spectrum components in the nested Fourier domain that correspond to the initial SSP estimates recovered from the orthogonal complement to the null space of the particular employed matrix-form PSF operator at the input image formation stage. Those are updated after each iteratively computed SR estimate. In this so-called observation (consistency) domain [7], the a priori HR Fourier spectrum components are next restored using the output of the upper processing branch as presented in Fig. 7. Last, the Fourier spectrum with recovered consistency domain information regarding the observed SSP spectrum is inversely transformed to generate the output SR image.

V. SIMULATIONS – PART II

In this Section we report some simulation results with corresponding discussions. The simulation results of enhancement of F-SAR imagery applying the DEDR-MSIR are reported in Figure 8. The test 4096x4096 pixel-framed HR scene of Figure 8 (*a*) borrowed from the real world SAR imagery [17] relates to the hypothetical full focused SAR imaging mode. The observable LR speckle corrupted RS image of the same scene presented in Figure 8(*b*) corresponds to the single look F-SAR mode for the typical MSF operational scenario specifications, the same as in the comparative previous studies [5, 6, 9] as specified in the figure captions. Figs. 8 (*c*) thru 8 (*f*) report the feature-enhanced radar imaging results obtained with different compared DEDR-related techniques and DEDR-MIR as specified in the Figure captions. These results verify that the best perceptual F-SAR image enhancement performances as well as the quantitative measures evaluated via the peak signal-to-noise ratio (PSNR) metric (an extension of the mean squared error (MSE)) and the structural similarity index measure (SSIM) [16] and the speeded-up convergence rate are attained using the addressed DEDR-MSIR technique. The MSE is specified as [6, 14]

$$\mathrm{MSE}\left(\mathbf{b},\hat{\mathbf{b}}_I\right) = \frac{1}{JK}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K}\left(b_{jk} - \hat{b}_{I_{jk}}\right)^2 \tag{6}$$

where $\mathbf{b}$ represents the original SSP frame and $\hat{\mathbf{b}}_I$ is the recovered SSP image. Next, the PSNR and SSIM are defined as follows [16]

$$\mathrm{PSNR}[\mathrm{dB}] = 10\log_{10}\left\{\frac{1}{\mathrm{MSE}\left(\mathbf{b},\hat{\mathbf{b}}_{\mathrm{I}}\right)}\right\} \tag{7}$$

$$\mathrm{SSIM}\left(\mathbf{b},\hat{\mathbf{b}}_I\right) = \frac{\left(2\mu_{\mathbf{b}}\mu_{\hat{\mathbf{b}}_I} + C_1\right)\left(2\sigma_{\mathbf{b}\hat{\mathbf{b}}_I} + C_2\right)}{\left(\mu_{\mathbf{b}}{}^2 + \mu_{\hat{\mathbf{b}}_I}{}^2 + C_1\right)\left(\sigma_{\mathbf{b}}{}^2 + \sigma_{\hat{\mathbf{b}}_I}{}^2 + C_2\right)} \tag{8}$$

where, as in (8), $\mathbf{b}$ represents the original SSP frame and $\hat{\mathbf{b}}$ is the SSP estimate. In (8), we have adopted $C_1 = 1\mathrm{e}^{-4}$ and $C_2 = 9\mathrm{e}^{-4}$ following the specifications suggested in [16]. In (8), the image luminance is estimated as the mean intensity

$$\mu_{\mathbf{x}} = \frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K} x_k; \tag{9}$$

the standard deviation

$$\sigma_{\mathbf{x}} = \left(\frac{1}{K-1}\sum_{k=1}^{K}\left(x_k - \mu_x\right)^2\right)^{\frac{1}{2}} \tag{10}$$

is used as an estimate of the image contrast, and the structure comparison is performed via evaluating the covariance between the corresponding compared images [16].

$$\sigma_{\mathbf{x},\mathbf{y}}^2 = \frac{1}{K-1}\sum_{k=1}^{K}\left(x_k - \mu_x\right)\left(y_k - \mu_y\right). \tag{11}$$

The SSIM possesses the following important properties [16]:

1. Symmetry $\mathrm{SSIM}(\mathbf{x},\mathbf{y}) = \mathrm{SSIM}(\mathbf{y},\mathbf{x})$;
2. Boundedness
$\mathrm{SSIM}(\mathbf{x},\mathbf{y}) \le 1. \mathrm{SSIM}(\mathbf{x},\mathbf{y}) = \mathrm{SSIM}(\mathbf{y},\mathbf{x})$.
3. Unique maximum $\mathrm{SSIM}(\mathbf{x},\mathbf{y}) = 1$ if and only if $(\mathbf{x} = \mathbf{y})$.

VI. CONCLUSIONS AND DISCUSSIONS

The presented study establishes a foundation to assist in understanding the basic implementation and computational aspects of the multi-level DEDR-based optimization of the RS image acquisition, enhancement, reconstruction and post-processing tasks as required for environmental resource management with the use of multi-sensor RS data. To accomplish computationally and simulate the DEDR-specified constrained numerical optimization tasks we developed and reported the end-user-oriented VRSL software [13] that provides the necessary tools for numerical simulation and analysis of different DEDR-related RS image formation/enhancement/reconstruction/fusion techniques that implement the proposed unified experiment design methodology. The reported simulation results are illustrative of the VRSL usefulness and capabilities in computer simulations of different RS imaging problems employing different experiment design-motivated algorithmic-level DEDR optimization (including the perspective SR post-processing tasks) performed with the real-world RS imagery. The DEDR strategy does not require a priori knowledge of the data signal statistical distributions and is aimed at the optimal balancing of the adaptive resolution enhancement over the spatially selective composite noise suppression (both additive noise and multiplicative speckle).

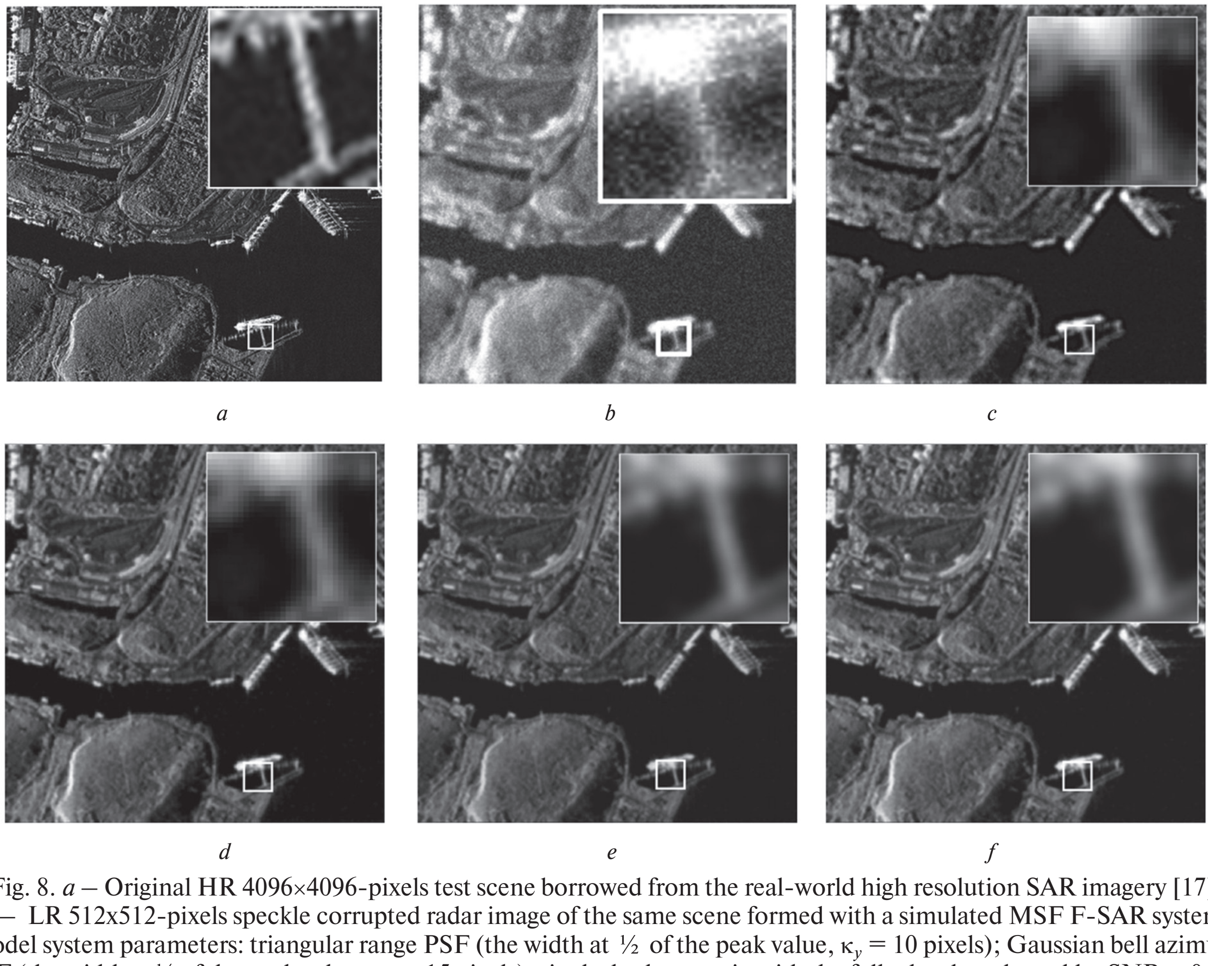
References

[1] *Espadas V.E. and Shkvarko Y.V.*, "Descriptive Experiment Design Framework for High Resolution Imaging with Multimode Array Radar Systems", Applied Radio Electronics, (ISSN: 1687-6172), (ISSN: 1727-1290), Vol. 12, No.1, pp. 157-165, 2013.

[2] *Shkvarko Y.V., Espadas V.E., and Castro D.*, "A Competitive Descriptive Regularization MVDR Beamforming Approach for Feature Enhanced Array Radar Imaging", Applied Radio Electronics, (ISSN: 1727-1290), Vol. 13, No.1, pp. 10-19, 2014.

[3] *A.B. Tanner, W.J. Wilson, B.H. Lambrigsten, S.J. Dinardo, S.T. Brown, P.P. Kangaslahti, C.S. Ruf, S.M. Gross, B.H. Lim, S.*, "Initial Results of the Geostationary Synthetic Thinned Arra Radiometer," IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 45, 7, doi:10.1109/TGRS.2007.894060. 2007.

[4] *F.M. Henderson and A. V. Lewis*, Principles and Applications of Imaging Radar, Manual of Remote Sensing, 3d ed., Ed., vol. 3, John Willey and Sons Inc., New York, 1998.



a *b* *c*

d *e* *f*

Fig. 8. *a* – Original HR 4096×4096-pixels test scene borrowed from the real-world high resolution SAR imagery [17]; *b* – LR 512x512-pixels speckle corrupted radar image of the same scene formed with a simulated MSF F-SAR system; model system parameters: triangular range PSF (the width at ½ of the peak value, $\kappa_y = 10$ pixels); Gaussian bell azimuth PSF (the width at ½ of the peak value, $\kappa_x = 15$ pixels); single-look scenario with the fully developed speckle, SNR = 0 dB; *c* – 512x512-pixels image enhanced using the ℓ_2-only structured DEDR method with $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = 0$ [6] (convergence at $I = 15$ iterations, PSNR = 18.7208 dB and SSIM = 0.6879); *d* – 512x512-pixels image enhanced with the most prominent competing $\ell_2 - \ell_2$ structured DEDR technique [12] with $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$ (convergence at $I = 10$ iterations, PSNR = 19.6092 dB and SSIM = 0.7029); *e* – SR 4096×4096-pixels image of the same scene recovered employing the most prominent competing Papoullis-Gerchberg SR method [7] applied on the (d) estimate (convergence at $I = 132$ iterations, PSNR = 21.6348 dB and SSIM = 0.7475); *f* – SR 4096×4096-pixels SR image of the same scene recovered employing the proposed DEDR-MSIR method (4), (5) applied on the (d) HR estimate (convergence at $I = 3$ iterations, PSNR = 21.1013 dB and SSIM = 0.7679)

[5] *Y. V. Shkvarko*, "Unifying experiment design and convex regularization techniques for enhanced imaging with uncertain remote sensing data —Part I: Theory", IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing, vol. 48, No. 1, pp. 82-95, Jan 2010.

[6] *Y.V. Shkvarko*, "Unifying regularization and Bayesian estimation methods for enhanced imaging with remotely sensed data—Part II: Adaptive implementation and performance issues", IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing, vol. 48, No. 1, pp. 96-111, Jan 2010.

[7] *H.H. Barrett, K.J. Myers*, Foundations of Image Science, NY: Willey, 2004.

[8] *J.C. Curlander and R. McDonough*, Synthetic Aperture Radar–System and Signal Processing. NY: Wiley, 1991.

[9] *Y. V. Shkvarko, J. Tuxpan, R.S. Santos, and J.I, Yáñez*, "High-Resolution Imaging With Uncertain Radar Measurement Data: A Doubly Regularized Compressive Sensing Experiment Design Approach", IEEE Int. Symp. Geoscience and Remote Sensing, Munich, Germany, July 2012, pp. 6976-6970, 2012.

[10] *Y. V. Shkvarko, Y. S. Shmaliy, R. Jaime-Rivas and M. Torres-Cisneros*, "System fusion in passive sensing using a modified Hopfield network", Journal of the Franklin Institute, vol. 338, pp. 405–427, 2000.

[11] *D. Erdogmus and J. C. Principe*, "From linear adaptive filtering to nonlinear information processing", IEEE Signal Proc. Magazine, vol. 23, No. 6, pp. 14-33, Nov. 2006.

[12] *Danielyan, A. Foi, V. Katkovnik and K. Egiazaran*, "Spatially Adaptive Filtering in Inverse Imaging: Compressive Sensing, Super Resolution and Upsampling", in Super-Resolution Imaging, P. Milanfar, Ed., B. Raton: CRC Press, pp.123-153, 2011.

[13] *J.I. Yáñez, Y.V. Shkvarko and G.D. Martín del Campo,* "Towards superrsolution recovery of microwave sensor imagery", In Trans. of IEEE Int. Symp. Geoscience and Remote Sensing, Quebec, Canada, July 2014, pp. 6976-6970, 2014.

[14] *Ponomaryov, V., Rosales, A., Gallegos, F., Loboda I.*, Adaptive vector directional filters to process multichannel images, IEICE Trans. Communications E90-B (2), pp. 429–430, 2007.

[15] *Boyd, S., Vandenberghe, L.*, Convex optimization, Cambridge University Press, 2014.

[16] *Alain 3Horé and Djemel Ziou*. "Image quality metrics: PSNR vs. SSIM." 20th International Conference on Pattern Recognition, pp. 2366-2369, 2010.

[17] "TerraSAR-X" imagery, Available at: http://www. astrium-geo.com/ es/570-galeria-de-imagenes?img.

Manuscript received April, 23, 2015

Yuriy V. Shkvarko (M'95–SM'04) received the Dip. Eng. (Hon.) degree in electrical engineering, the Ph.D. degree in radio engineering, and the Dr. Sci. degree in radio physics, radar, and navigation from the Kharkov Aviation Institute, Kharkov, Ukraine, in 1976, 1980, and 1990, respectively. From 1980 to 1991, he was with the Scientific Research Department of the Kharkov Aviation Institute (presently National Aerospace University of Ukraine), as a Research Fellow, a Senior Fellow, and a Chair of the Research Laboratory in information technologies for radar and navigation. From 1991 to 1999, he was a Full Professor with the Department of System Analysis and Control at the Ukrainian National Polytechnic Institute, Kharkov. From 1999 to 2001 he was an Invited Professor with the Guanajuato State University at Salamanca, Mexico. Since 2001, he has been with the Center for Superior Education and Research of the National Polytechnic Institute of Mexico, Guadalajara, Mexico, as a Full Research Professor. He holds 12 patents and has published two books and some 190 international journal and conference papers. His research interests are in applications of signal processing to remote sensing, imaging radar, navigation, and communications, particularly in inverse problems, random fields estimation, robust adaptive spatial analysis, statistical sensor array and multimode remote sensing data processing, and system fusion.

Israel J. Yáñez received the degree of Master in Engineering from the Division of Engineering, University of Guanajuato (UG, 2011); and the degree of Electronics and Communications Engineer from the Faculty of Mechanical, Electrical and Electronics Engineering, University of Guanajuato (UG, 2008). From 2010 to 2011 he was an assistance professor at the Electronics Department, Division of Engineering, at the University of Guanajuato (UG). Presently, he is a Ph.D. student in Electrical Engineering at the Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (Superior Education and Research Center of the National Polytechnic Institute), Guadalajara, Mexico. His thesis advisor is Prof. Yuriy V. Shkvarko (Senior Member IEEE, Regular Member of the Mexican Academy of Sciences). His research interests include digital signal processing applications, remote sensing and imaging radar.

Joel A. Amao Oliva received the degree of Electronics and Communications Engineer from the Division of Electronics and Computer, University of Guadalajara (UdeG, 2012); and the degree of Master in the Sciences of Electrical Engineering from the Telecommunications division at the Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (CINVESTAV, 2014) Guadalajara, Mexico. Presently, he is a Ph.D. student in Electrical Engineering, specializing in Telecommunications, at CINVESTAV. His thesis advisor is Prof. Yuriy V. Shkvarko (Senior Member IEEE, Regular Member of the Mexican Academy of Sciences). His research interests include digital signal processing applications, remote sensing, high resolution imaging and neural networks.

УДК 621.396

К виртуальной лаборатории дистанционного зондирования: реализация концепций многоуровневой регуляризации на основе теории дескриптивного планирования эксперимента / Юрий В. Шкварко, Израэль Х. Яньез, и Хоэль А. Амао // Прикладная радиоэлектроника: научн.-техн. журнал. — 2015. — Том 14. — № 2. — С. 137–144.

В статье развивается концепция многофакторной регуляризации на основе теории дескриптивного планирования эксперимента (РДПЭ) как методология решения обратных задач дистанционного зондирования (ДЗ), связанных с восстановлением, реконструкцией и улучшением качества радиоизображений, формируемых радиолокационными системами (РЛС) различной конфигурации, включая РЛС с сосредоточенными антенными решетками и радиолокаторы с синтезированной апертурой (РСА). Прикладным результатом разработки служит многоуровневое программное обеспечение («software»), выполняющее роль виртуальной лаборатории дистанционного зондирования (ВЛДЗ), предоставляющей пользователю обширные возможности по моделированию и эмуляции широкого класса экспериментов и систем радиовидения на основе различных моделей РДПЭ. Эффективность развитой ВЛДЗ иллюстрируется на примерах численного моделирования задач высокоточной локализации множественных целей в РЛС с антенными решетками различной конфигурации, а также в приложении к сверхразрешающей реконструкции с существенно улучшенными показателями качества радиоизображений протяженных объектов, формируемых РСА. Процедура сверхразрешения реализуется на основе нового метода многошкальной итеративной реконструкции изображения как пост-обработка первичного радиолокационного изображения. Приведенные результаты моделирования на основе ВЛДЗ иллюстрируют возможности последней по модельно-уровневой и системно-уровневой оптимизации различных схем планирования экспериментов ДЗ и характеристик используемых инструментов их технической реализации и вычислительной обработки данных в широком классе практических задач по формированию, восстановлению, комплексированию и многофакторной характеризации изображений радиолокационных сцен, как численно синтезированных, так и реально зарегистрированных существующими и разрабатываемыми средствами РЛС и РСА.

Ключевые слова: дистанционное зондирование, многошкальная итеративная реконструкция радиоизображения, планирование эксперимента, программное обеспечение, сверхразрешение.

Рис.: 8. Библ.: 17 назв.

УДК 621.396

До віртуальної лабораторії дистанційного зондування: реалізація концепцій багаторівневої регуляризації на основі теорії дескриптивного планування експерименту / Юрій В. Шкварко, Ізраель Х. Яньєз, и Хоель А. Амао // Прикладна радіоелектроніка: наук.-техн. журнал. — 2015. — Том 14. — № 2. — С. 137–144.

У статті розвинуто концепцію багатофакторної регуляризації на основі теорії дескриптивного планування експерименту (РДПЕ) як методологію розв'язання обернених задач дистанційного зондування (ДЗ), пов'язаних з відновленням, реконструкцією і поліпшенням якості радіозображень, які сформовані радіолокаційними системами (РЛС) різної конфігурації, включаючи РЛС із зосередженими антенними решітками і радіолокатори з синтезованою апертурою (РСА). Прикладним результатом розробки є багаторівневе програмне забезпечення («software»), що виконує роль віртуальної лабораторії дистанційного зондування (ВЛДЗ), яка надає користувачеві великі можливості з моделювання і емуляції широкого класу експериментів і систем радіобачення на основі різних моделей РДПЕ. Ефективність розвинутої ВЛДЗ ілюструється на прикладах чисельного моделювання задач високоточної локалізації множинних цілей в РЛС з антенними решітками різної конфігурації, а також у застосуванні до надрозділяючої реконструкції з істотно поліпшеними показниками якості радіозображень протяжних об'єктів, сформованих РСА. Процедура надрозділення реалізується на основі нового методу багатошкальної ітеративної реконструкції зображення як постобробка первинного радіолокаційного зображення. Наведені результати моделювання на основі ВЛДЗ ілюструють можливості останньої за модельно-рівневою і системно-рівневою оптимізацією різних схем планування експериментів ДЗ і характеристик використаних інструментів їх технічної реалізації та обчислювальної обробки даних у широкому класі практичних завдань з формування, відновлення, комплексування і багатофакторної характеризації зображень радіолокаційних сцен, як чисельно синтезованих, так і реально зареєстрованих існуючими засобами РЛС і РСА та такими, що розробляються.

Ключові слова: дистанційне зондування, багатошкальна ітеративна реконструкція радіозображень, планування експерименту, програмне забезпечення, надрозділення.

Рис.: 8. Бібл.: 17 найм.

УДК 621.396

ОПТИМАЛЬНОЕ ОБНАРУЖЕНИЕ В ЗАДАННОЙ ЗОНЕ ОБЗОРА ПРОСТРАНСТВЕННО-ПРОТЯЖЕННОГО ИСТОЧНИКА РАДИОТЕПЛОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

ВУ ТА КЫОНГ, Е. Н. ТИМОЩУК

Синтезировано и исследовано оптимальное обнаружение в заданной зоне обзора пространственно-протяженного источника радиотеплового излучения. Согласно методу обработки сигналов разработана структурная схема оптимального обнаружителя. Исследованы показатели качества обнаружения.

Ключевые слова: оптимальный обнаружитель, пространственно-протяженный объект, качество обнаружения, двухэлементный радиометр.

ВВЕДЕНИЕ

Обнаружение сигнала – одна из важнейших задач статистического синтеза активных и пассивных радиотехнических систем, в результате решения которой принимается гипотеза присутствия или отсутствия сигнала на входе приемного устройства. В отличие от задач обнаружения сигналов в активной радиолокации, в задачах обнаружения сигналов в пассивной радиолокации отсутствуют сведения о форме сигнала. При этом решение задачи оптимального обнаружения сигнала на фоне белого гауссовского шума сводится [1–5] к вычислению взаимной корреляционной функции наблюдений различных каналов и сравнению его с порогом. При аналоговой обработке сигналов корреляционная функция шумов на выходе приемного устройства [5] пропорциональна корреляционной функции импульсной характеристики входного тракта. Поэтому практический интерес представляет решение задачи оптимального обнаружения радиометрических сигналов в предположении, что они наблюдаются в аддитивной смеси с коррелированными шумами.

Цель статьи – статистический синтез и анализ оптимального обнаружения в заданной зоне обзора пространственно-протяженного источника радиотеплового излучения, разработка на его основе структурной схемы двухантенной системы.

1. ГЕОМЕТРИЯ ЗАДАЧИ

Геометрия задачи при использовании двухантенной системы показана на рис. 1. Здесь O'_1 и O'_2 – фазовые центры первой и второй антенн, O' – фазовый центр системы, $R_{\min}$ и $R_{\max}$ – минимальная и максимальная дальности, которые измеряются системой, R_0 – дальность до объекта (дальности R_0, $R_{\min}$ и $R_{\max}$ измеряются от фазового центра системы O'), dS – элементарная площадь области D, $\vec{\vartheta}_0$ – вектор направляющих косинусов, характеризующих направление, в котором пересекаются лучи диаграмм направленности обеих антенн. Предполагается, что системы управления антеннами обеспечивают синхронное перемещение лучей диаграмм направленности вдоль направления, заданного вектором $\vec{\vartheta}_0$.

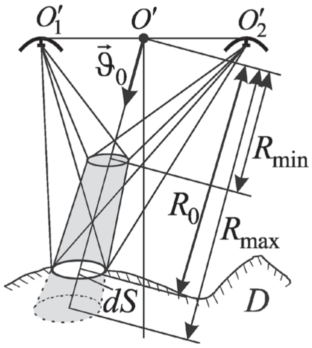


Рис. 1. Геометрия задачи

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И УРАВНЕНИЯ НАБЛЮДЕНИЯ

По сигналам на выходах двух антенн, наблюдаемым в аддитивной смеси с гауссовскими шумами, требуется принять решение о наличии (гипотеза H_1) или отсутствии (гипотеза H_0) сигнала, излученного элементом dS пространственно-протяженного объекта, который может находиться в диапазоне дальностей $[R_{\min}; R_{\max}]$. Предполагается, что главные лепестки обеих диаграмм направленности антенн ориентированы под разными углами так, что их оси пересекаются в центре искомого элемента dS. Условная линия, вдоль которой решается задача обнаружения сигналов от элемента dS, соединяет фазовый центр интерферометра O' с точкой пересечения осей главных лепестков диаграмм направленности. Область, образуемая пересечением диаграмм направленности на разных дальностях, имеет форму усеченного конуса (см. рис. 1).

Уравнения наблюдения, описывающие сигналы на выходах линейных частей приемников (ЛЧП), запишем в виде

$$\begin{aligned} u_1(t) &= \varepsilon s(t) + (1-\varepsilon) s_1(t) + n_1(t) + n_{r1}(t), \\ u_2(t) &= \varepsilon s(t-\tau_{12}) + (1-\varepsilon) s_2(t) + n_2(t) + n_{r2}(t), \end{aligned} \quad (1)$$

где ε – коэффициент, характеризующий наличие или отсутствие элемента dS в области пересечения главных лучей диаграмм направленности антенн ($\varepsilon = 1$ – если обе антенны направлены на один и тот же элемент dS, $\varepsilon = 0$ — если антенны направлены на разные элементы пространственно-протяженного источника), $s(t)$ — полезный сигнал, принимаемый каждой антенной от элемента dS, $s_1(t)$ и $s_2(t)$ — сигналы, принимаемые первой и второй антеннами от разных элементов области D, $n_1(t)$ и $n_2(t)$ — внутренние шумы в первом и втором канале, $n_{r1}(t)$ и $n_{r2}(t)$ — регулирующие шумы [6], мощность которых много меньше мощностей полезного сигнала и внутренних шумов. При синтезе оптимальных алгоритмов эти шумы выполняют роль статистических регуляризаторов решений интегральных уравнений.

В (1) τ_{12} — время запаздывания сигнала, принятого первой антенной, относительно сигнала, принятого второй антенной. Предполагаем, что система ориентирована так, чтобы первая и вторая антенны всегда наблюдают объект под одинаковыми направлениями (см. рис. 1). При этом можно принять $\tau_{12} = 0$.

Полагается, что сигналы и внутренние шумы на входах приемных каналов — это белые взаимно независимые гауссовские процессы с нулевым средним (т.е. $\langle n_i(t_1)\, n_j(t_2)\rangle = \langle n_i(t_1)\, s(t_2)\rangle = \langle s_1(t_1)\, s_2(t_2)\rangle = 0 \;\; (i \neq j)$, где $\langle\cdot\rangle$ — знак статистического усреднения).

Для упрощения и без существенной потери общности решения задачи будем считать, что спектральные плотности мощности (СПМ) сигналов $s(t)$, $s_1(t)$ и $s_2(t)$ одинаковы, т.е. $N_{0s} = N_{0s1} = N_{0s2}$. Аналогичные предположения вводим и для СПМ внутренних шумов $0{,}5N_{0i}$ и СПМ регулирующего шума в разных каналах $0{,}5N_{0r,i}$. Яркостная температура источника T_s° и шумовые температуры приемных устройств T_n°, T_r° связаны с СПМ известными соотношениями

$$N_{0s} = k_B T_s^\circ,\; N_{0i} = N_{0n} = k_B T_n^\circ,\; N_{0r,i} = N_{0r} = k_B T_r^\circ, \quad (2)$$

где k_B — постоянная Больцмана.

3. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Оптимальный алгоритм принятия решений найдем согласно следующему правилу [2]:

$$\begin{aligned} \varepsilon = 1, &\quad P_1 p(\mathbf{u}\,|\,1) > P_0 p(\mathbf{u}\,|\,0), \\ \varepsilon = 0, &\quad P_0 p(\mathbf{u}\,|\,0) > P_1 p(\mathbf{u}\,|\,1), \end{aligned} \quad (3)$$

или

$$\frac{p(\mathbf{u}\,|\,1)}{p(\mathbf{u}\,|\,0)} \mathop{\gtrless} \frac{P_0}{P_1}, \quad (4)$$

где P_0 и P_1 — вероятности отсутствия ($\varepsilon = 0$) и присутствия ($\varepsilon = 1$) элемента dS пространственно-протяженного объекта, $p(\mathbf{u}\,|\,0)$ и $p(\mathbf{u}\,|\,1)$ — условные плотности вероятности (функции правдоподобия) наблюдений $\mathbf{u} = \left\| u_1(t) \;\; u_2(t) \right\|^T$ при условиях отсутствия ($\varepsilon = 0$) и наличия ($\varepsilon = 1$) элемента dS пространственно-протяженного объекта, «^{T}» — знак транспонирования.

В (3) $p(\mathbf{u}\,|\,0)$ и $p(\mathbf{u}\,|\,1)$ для коррелированных гауссовых случайных процессов имеют вид [6]

$$p(\mathbf{u}\,|\,\varepsilon) = k(\varepsilon)\exp\left[-\frac{1}{2}\int_0^T\!\!\int_0^T \mathbf{u}^T(t_1)\mathbf{W}(t_1,t_2,\varepsilon)\,\mathbf{u}(t_2)\,dt_1 dt_2\right], \quad (5)$$

где $\mathbf{W}(t_1,t_2,\varepsilon)$ — матрица, обратная матрице корреляционных функций, определяемая из интегрально-матричного уравнения обращения

$$\int_0^T \mathbf{R}(t_1,t_2,\varepsilon)\mathbf{W}(t_2,t_3,\varepsilon)\,dt_2 = \mathbf{I}\delta(t_1 - t_3), \quad (6)$$

где $\mathbf{R}(t_1,t_2,\varepsilon)$ — матрица корреляционных функций (КМ), $\mathbf{I}$ — единичная матрица, $\delta(t_1 - t_3)$ — дельта-функция.

Можно показать, что элементы этой КМ равны

$$\begin{aligned} R_{11}(t_1 - t_2, 0) &= \langle u_1(t_1,0)u_1(t_2,0)\rangle = \\ &= 0{,}5k_B\left[(T_s^\circ + T_n^\circ)R_h(\tau) + T_r^\circ\delta(\tau)\right], \\ R_{12}(t_1 - t_2, 0) &= \langle u_1(t_1,0)u_2(t_2,0)\rangle = 0, \\ R_{21}(t_1 - t_2, 0) &= \langle u_2(t_1,0)u_1(t_2,0)\rangle = 0, \\ R_{22}(t_1 - t_2, 0) &= \langle u_2(t_1,0)u_2(t_2,0)\rangle = \\ &= 0{,}5k_B\left[(T_s^\circ + T_n^\circ)R_h(\tau) + T_r^\circ\delta(\tau)\right], \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} R_{11}(t_1 - t_2, 1) &= \langle u_1(t_1,1)u_1(t_2,1)\rangle = \\ &= 0{,}5k_B\left[(T_s^\circ + T_n^\circ)R_h(\tau) + T_r^\circ\delta(\tau)\right], \\ R_{12}(t_1 - t_2 + \tau_{12}, 1) &= \\ = \langle u_1(t_1,1)u_2(t_2 - \tau_{12},1)\rangle &= 0{,}5k_B T_s^\circ R_h(\tau + \tau_{12}), \\ R_{21}(t_1 - t_2 - \tau_{12}, 1) &= \\ = \langle u_2(t_1,1)u_1(t_2 + \tau_{12},1)\rangle &= 0{,}5k_B T_s^\circ R_h(\tau - \tau_{12}), \\ R_{22}(t_1 - t_2, 1) &= \langle u_2(t_1,1)u_2(t_2,1)\rangle = \\ &= 0{,}5k_B\left[(T_s^\circ + T_n^\circ)R_h(\tau) + T_r^\circ\delta(\tau)\right], \end{aligned} \quad (8)$$

где $R_h(\tau) = R_h(t_1 - t_2) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t_1 - \tau')h(t_2 - \tau')\,d\tau'$ — автокорреляционная функция импульсной характеристики.

Используя (4), перепишем (5) в виде:

$$\frac{p(\mathbf{u}\,|\,1)}{p(\mathbf{u}\,|\,0)} = \frac{k_1}{k_0}\exp\left[\begin{aligned} &\frac{1}{2}\int_0^T\!\!\int_0^T \mathbf{u}^T(t_1)\,\mathbf{W}(t_1,t_2,0)\,\mathbf{u}(t_2)\,dt_1 dt_2 - \\ &-\frac{1}{2}\int_0^T\!\!\int_0^T \mathbf{u}^T(t_1)\,\mathbf{W}(t_1,t_2,1)\,\mathbf{u}(t_2)\,dt_1 dt_2 \end{aligned}\right] \mathop{\gtrless} \frac{P_0}{P_1}. \quad (9)$$

Полагая, что $u_1(t)$ и $u_2(t)$ — стационарные случайные процессы, найдем вид (9) в спектральной области

$$\frac{k_1}{k_0}\exp\left[\begin{aligned} &\frac{1}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \dot{\mathbf{u}}^+(j\omega)\,\mathbf{G}_W(\omega,0)\,\dot{\mathbf{u}}(j\omega)\,d\omega - \\ &-\frac{1}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \dot{\mathbf{u}}^+(j\omega)\,\mathbf{G}_W(\omega,1)\,\dot{\mathbf{u}}(j\omega)\,d\omega \end{aligned}\right] \mathop{\gtrless} \frac{P_0}{P_1}, \quad (10)$$

где $\dot{\mathbf{u}}(j\omega) = \left\| \dot{U}_1(j\omega) \;\; \dot{U}_2(j\omega) \right\|^T$, $\dot{\mathbf{u}}^+(j\omega) = \left[\dot{\mathbf{u}}^*(j\omega)\right]^T$, $\dot{U}_i(j\omega) = F\{u_{iT}(t)\}$ — образ Фурье усеченной интервалом $(0,T)$ реализации случайного процесса $u(t)$, $\mathbf{G}_W(\omega,\varepsilon) = \mathbf{G}^{-1}(\omega,\varepsilon)$, $\mathbf{G}(\omega,\varepsilon)$ — матрица СПМ наблюдений, «*» – символ комплексного сопряжения, «$^+$» – эрмитово сопряжение, $F\{\cdot\}$ – оператор прямого преобразования Фурье функции, стоящей под знаком аргумента, $\omega = 2\pi f$.

В соответствии с теоремой Винера-Хинчина найдем матрицы СПМ в виде

$$\mathbf{G}(\omega,0) = \begin{Vmatrix} G_{1\Sigma}(\omega,0) & 0 \\ 0 & G_{2\Sigma}(\omega,0) \end{Vmatrix}, \qquad (11)$$

$$\mathbf{G}(\omega,1) = \begin{Vmatrix} G_{1\Sigma}(\omega,1) & G_s(\omega) \\ G_s(\omega) & G_{2\Sigma}(\omega,1) \end{Vmatrix}, \qquad (12)$$

где $G_{i\Sigma}(\omega,\varepsilon) = G_{\Sigma}(\omega) = G_s(\omega) + G_n(\omega) + G_r(\omega)$, $i = 1,2$,

$$G_s(\omega) = F\{0{,}5N_{0s}R_h(\tau)\} = 0{,}5k_B T_s^{\circ}\left|\dot{K}(j\omega)\right|^2,$$

$$G_n(\omega) = F\{0{,}5N_{0n}R_h(\tau)\} = 0{,}5k_B T_n^{\circ}\left|\dot{K}(j\omega)\right|^2,$$

$$G_r(\omega) = F\{0{,}5N_{0r}\delta(\tau)\} = 0{,}5k_B T_r^{\circ}.$$

Здесь $\dot{K}(j\omega)$ – частотная характеристика ЛЧП.

Из (11) и (12) следует, что

$$\mathbf{G}^{-1}(\omega,0) = \begin{Vmatrix} G_{\Sigma}^{-1} & 0 \\ 0 & G_{\Sigma}^{-1} \end{Vmatrix}, \qquad (13)$$

$$\mathbf{G}^{-1}(\omega,1) = \frac{1}{G_{\Sigma}^2 - G_s^2}\begin{Vmatrix} G_{\Sigma} & -G_s \\ -G_s & G_{\Sigma} \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} \alpha & -\beta \\ -\beta & \alpha \end{Vmatrix}, \qquad (14)$$

где $G_{\Sigma} = G_{\Sigma}(\omega)$, $\alpha = G_{\Sigma}(G_{\Sigma}^2 - G_s^2)^{-1}$, $\beta = G_s(G_{\Sigma}^2 - G_s^2)^{-1}$.

Подставив (13) и (14) в (10), получим

$$\frac{k_1}{k_0}\frac{\exp\left[\dfrac{1}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\beta\left(\dot{U}_1^*\dot{U}_2 + \dot{U}_1\dot{U}_2^*\right)d\omega\right]}{\exp\left\{\dfrac{1}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left(\alpha - G_{\Sigma}^{-1}\right)\left(|\dot{U}_1|^2 + |\dot{U}_2|^2\right)d\omega\right\}} \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} \frac{P_0}{P_1}. \qquad (15)$$

Из анализа отношения правдоподобия (15) следует, что оно является монотонно возрастающей функцией переменной $\frac{1}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\beta\left(\dot{U}_1^*\dot{U}_2 + \dot{U}_1\dot{U}_2^*\right)d\omega$. Поэтому решение (15) можно представить в виде

$$Y = \frac{1}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\beta\left(\dot{U}_1^*\dot{U}_2 + \dot{U}_1\dot{U}_2^*\right)d\omega \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} Y_0, \qquad (16)$$

где Y_0 – пороговое значение.

Множитель β в (15) представим в виде

$$\beta = W_0\left|\dot{K}_H(j\omega)\right|^2 |W(\omega)|^2 = W_0\left|\dot{K}_W(j\omega)\right|^2, \qquad (17)$$

где

$$W_0 = 2N_{0s}K_0^{-2}\left[(2N_{0s} + N_{0n})N_{0n}\right]^{-1}, \qquad (18)$$

$$|W(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{\left|\dot{K}_H(j\omega)\right|^4 + W_1\left|\dot{K}_H(j\omega)\right|^2 + W_2}} \qquad (19)$$

– нормированная амплитудно-частотная характеристики (АЧХ) декоррелирующего фильтра,

$$\left|\dot{K}_H(j\omega)\right| = \left|\dot{K}(j\omega)\right|/K_0 \qquad (20)$$

– нормированная АЧХ согласованного фильтра,

$$\begin{aligned} W_1 &= 2(N_{0s} + N_{0n})N_{0r}K_0^{-2}\left[(2N_{0s} + N_{0n})N_{0n}\right]^{-1}, \\ W_2 &= N_{0r}^2 K_0^{-4}\left[(2N_{0s} + N_{0n})N_{0n}\right]^{-1}. \end{aligned} \qquad (21)$$

Подставив (17)–(21) в (16) и переходя во временную область преобразованием Фурье, получим оптимальный алгоритм обнаружения пространственно-протяженных объектов в виде

$$Z_W = \int_0^T u_{1W}(t)u_{2W}(t)dt \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} Z_0, \qquad (22)$$

где $u_{iW}(t) = F^{-1}\left\{\dot{U}_{iW}(j\omega)\right\} = F^{-1}\left\{\left|\dot{K}_W(j\omega)\right|\dot{U}_i(j\omega)\right\}$, $Z_0 = Y_0/W_0$.

Структурная схема, соответствующая полученному алгоритму, показана на рис. 2. Здесь A_i $(i = 1..2)$ – антенны в системе, $БУ_i$ – блок управления направлением антенны A_i, $\times$ – умножитель, $\int dt$ – интегратор, ПУ – пороговое устройство.

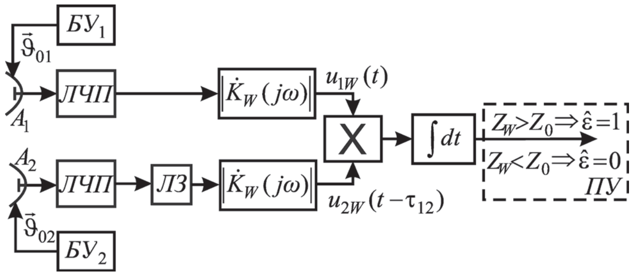


Рис. 2. Структурная схема оптимального обнаружителя пространственно-протяженных объектов

Принцип работы схемы следующий. Направлениями антенн управляют блоки управления $БУ_1$ и $БУ_2$. Сигналы с выхода ЛЧП обоих каналов проходят декоррелирующие фильтры с частотными характеристиками $\dot{K}_W(j\omega)$ и поступают на блок умножения. После этого сигналы подают на интегратор, на выходе которого формируется взаимная корреляционная функция Z_W. В ПУ значение Z_W сравнивается с порогом для установления факта наличия или отсутствия объекта в заданной зоне обзора.

Алгоритм (22) и схема (см. рис. 2) могут применяться перед решением задачи оценивания дальности до участка пространственно-протяженного объекта [7–9] с целью исключения ложных тревог.

4. КАЧЕСТВЕННЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ ОПТИМАЛЬНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ

Качество обнаружения оценим вероятностями правильного обнаружения $D(Z_0) = \int_{Z_0}^{\infty} p(Z|1)dZ$ и ложной тревоги $L(Z_0) = \int_{Z_0}^{\infty} p(Z|0)dZ$. Обычно время интегрирования произведения случайных процессов $u_{1W}(t)$ и $u_{2W}(t)$ в (22) значительно превышает ширину их корреляционной функции, т.е., интегрируется большое число некоррелированных отсчетов. В силу центральной предельной теоремы Ляпунова случайная величина Z_W распределена по нормальному закону. Рассмотрим условные плотности распределения вероятностей

$$p(Z_W|\varepsilon) = \\ = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{Z_W(\mathrm{u}|\varepsilon)}}\exp\left\{-\frac{\left[Z_W(\mathbf{u}|\varepsilon) - \langle Z_W(\mathbf{u}|\varepsilon)\rangle\right]^2}{2\sigma_{Z_W(\mathrm{u}|\varepsilon)}^2}\right\}, \qquad (23)$$

где $\langle Z_W(\mathbf{u}\,|\,\varepsilon)\rangle$, $\sigma^2_{Z_W(\mathbf{u}|\varepsilon)}$ – математическое ожидание и дисперсия выходного эффекта $Z_W(\mathbf{u}\,|\,\varepsilon)$.

Преобразуем (23) к классическому представлению гауссовского закона распределения. Для этого перейдем от случайных величин Z_W к величинам $\eta = Z_W / T\Delta F_p K_0^2 k_B$ и перепишем (23) в следующем виде:

$$p(\eta\,|\,0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\eta(\mathbf{u}|0)}} \exp\left(-\frac{1}{2}\frac{\eta^2}{\sigma^2_{\eta(\mathbf{u}|0)}}\right), \quad (24)$$

$$p(\eta\,|\,1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\eta(\mathbf{u}|1)}} \exp\left[-\frac{1}{2}\frac{(\eta - T_s^\circ)^2}{\sigma^2_{\eta(\mathbf{u}|1)}}\right]. \quad (25)$$

Плотности вероятностей распределения (24) и (25) показаны на рис. 3.

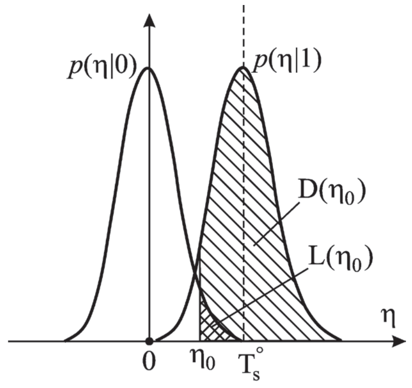


Рис. 3. Условные законы распределения вероятностей достаточных статистик η

Рассмотрим вероятности попадания случайной величины η в области, находящиеся под кривыми $p(\eta\,|\,1)$, $p(\eta\,|\,0)$ правее и левее порога η_0. Часто величину порога выбирают из условия заданной вероятности ложной тревоги.

Вероятности ложной тревоги и правильного обнаружения запишем в следующем виде:

$$L(\eta_0) = 1 - F\left(\frac{\eta_0}{\sigma_{\eta(\mathrm{u}|0)}}\right) = \frac{1}{2}\left[1 - \Phi\left(\frac{\eta_0}{\sigma_{\eta(\mathrm{u}|0)}}\right)\right], \quad (26)$$

$$D(\eta_0) = F\left[\mu_{-} - \frac{\eta_0}{\sigma_{\eta(\mathrm{u}|1)}}\right] = \frac{1}{2}\left[1 - \Phi\left(\frac{\eta_0}{\sigma_{\eta(\mathrm{u}|1)}} - \mu_{-}\right)\right], \quad (27)$$

где

$$F(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{y} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx \quad (28)$$

– интегральная функция распределения случайной величины x с единичной дисперсией $\sigma_x^2 = 1$,

$$\Phi(y) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_{0}^{y} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx \quad (29)$$

– функция Лапласа,

$$\mu_Э = \frac{T_s^\circ \sqrt{T} \Delta F_p K_0^2}{\sqrt{0{,}5\left[K_0^2(2T_s^\circ + T_n^\circ) + T_r^\circ\right]\left[K_0^2(T_s^\circ + T_n^\circ)\Delta F_p + T_r^\circ S_W\right]}} \quad (30)$$

– аналог отношения сигнал/шум,

$$2\Delta F_p = 1/2\pi \int_{-\infty}^{\infty} \left|\dot{K}_p(j\omega)\right|^2 d\omega \quad (31)$$

– полоса пропускания результирующего фильтра с АЧХ $\left|\dot{K}_p(j\omega)\right| = \left|\dot{K}_H(j\omega)\right|\left|\dot{K}_W(j\omega)\right|$,

$$2S_W = 1/2\pi \int_{-\infty}^{\infty} \left|\dot{K}_W(j\omega)\right|^2 d\omega \quad (32)$$

– эффективная площадь, занимаемая $\left|\dot{K}_W(j\omega)\right|$.

СПМ регуляризирующей добавки значительно меньше СПМ полезного сигнала ($N_{0r} \ll N_{0s}$) и внутреннего шума радиометра ($N_{0r} \ll N_{0n}$). Это предположение упрощает выражения для дисперсии и отношения сигнал/шум (30)

$$\sigma^2_{\eta(\mathbf{u}|0)} \approx \frac{0{,}5(T_s^\circ + T_n^\circ)^2}{T\Delta F_p} = \frac{(T_s^\circ + T_n^\circ)^2}{M}, \quad (33)$$

$$\sigma^2_{\eta(\mathbf{u}|1)} \approx$$

$$\approx \frac{0{,}5(2T_s^\circ + T_n^\circ)(T_s^\circ + T_n^\circ)}{T\Delta F_p} = \frac{(2T_s^\circ + T_n^\circ)(T_s^\circ + T_n^\circ)}{M}, \quad (34)$$

$$\mu_Э \approx \sqrt{M} \frac{T_s^\circ}{\sqrt{(2T_s^\circ + T_n^\circ)(T_s^\circ + T_n^\circ)}}, \quad (35)$$

где $M = 2T\Delta F_p$ – количество независимых отсчетов. В практических ситуациях число M может составлять сотни тысяч и миллионы.

На рис. 4 показаны кривые обнаружения, полученные по (22), (23) при $T_s^\circ = 300K$, $T_n^\circ = 300K$, $M = 5\cdot 10^6$.

Из полученных выражений для вероятности ложной тревоги (см. (26)) и вероятности правильного обнаружения (см. (27)) вытекает следующая методика практического определения качественных показателей обнаружения. Пусть заданы параметры системы M, для каждого заданного значения вероятности ложной тревоги $L(\eta_0)$ требуется найти соответствующее значение соотношения сигнал/шум $\mu_Э$. Для этого по M и $L(\eta_0)$ вычисляем требуемое значение порога η_0. Для различных значений вероятности ложной тревоги строим кривые обнаружения (см. рис. 4). Затем по заданному значению вероятности правильного обнаружения определяется требуемое значение соотношения сигнал/шум $\mu_Э$.

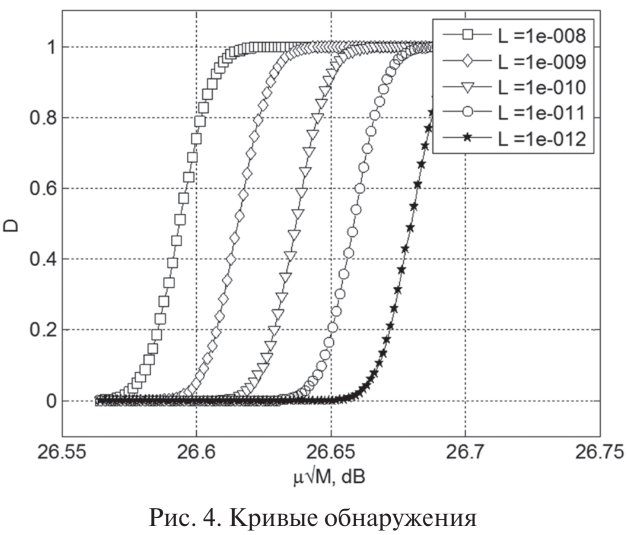


Рис. 4. Кривые обнаружения

ВЫВОДЫ

Синтезирован и исследован оптимальный обнаружитель участка пространственно-протяженного объекта в диапазоне дальностей $[R_{\min};R_{\max}]$. Разработана двухканальная структурная схема обнаружителя. Каждый канал содержит декоррелирующий фильтр, через который проходит сигнал, поступающий далее на вычислитель взаимной корреляционной функции. Эти фильтры увеличивают отношение сигнал/шум и повышают качество обнаружения. Исследованы качественные показатели оптимального обнаружения и получены вероятностные и энергетические характеристики обнаружения. Построены кривые обнаружения для различных вероятностей ложной тревоги.

Полученные результаты будут использованы для исключения ложных тревог при решении задачи оценки дальности до участка пространственно-протяженного объекта с помощью многоканальных радиометрических систем [7–9].

Благодарности

Авторы благодарны рецензенту за конструктивные замечания и рекомендации, высказанные при рецензировании статьи, а также д-ру техн. наук, профессору В. К. Волосюку и д-ру техн. наук, с.н.с. В. В. Павликову за обсуждение результатов исследований.

Литература

[1] Теоретические основы радиолокации : учеб. пособие / под ред. Я. Д. Ширмана. – М. : Советское радио, 1970. – 560 с.

[2] *Талькович, С. Е.* Основы статистической теории радиотехнических систем: учеб. пособие / С. Е. Фалькович, П. Ю. Костенко. – Харьков : ХАИ, 2005. – 390 с.

[3] *Караваев, В. В.* Статистическая теория пассивной локации / В. В. Караваев, В. В. Сазонов. – М. : Радио и связь, 1987. – 240 с.

[4] Пассивная радиолокация: методы обнаружения объектов / Р. П. Быстров, Г. К. Загорин, А. В. Соколов, Л. В. Федорова ; под ред. А. В. Соколова. – М. : Радиотехника, 2008. – 320 с.

[5] *Тихонов, В. И.* Оптимальный прием сигналов / В. И. Тихонов. – М: Радио и связь,1983. – 320 с.

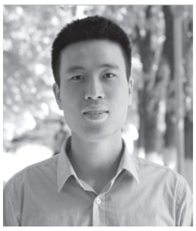
[6] *Волосюк, В К.* Статистическая теория радиотехнических систем дистанционного зондирования и радиолокации : монография / В. К. Волосюк, В. Ф. Кравченко ; под ред. В. Ф. Кравченко. – М. : Физматлит, 2008. – 704 с.

[7] Радиометрический метод рельефометрии пространственно-протяженного объекта / В. К. Волосюк, В. В. Павликов, Та Кыонг Ву, А. В. Одокиенко // Системи обробки інформації. – 2014. – Вип. 6. – С. 22–27.

[8] *Волосюк, В. К.* Алгоритм обработки сверхширокополосных пространственно-временных радиометрических сигналов для оптимального оценивания дальности до участка пространственно-протяженного объекта / В. К. Волосюк, В. В. Павликов, Ву Та Кыонг // Физические основы приборостроения. – 2015. – Т. 4, № 1. – С. 42–55.

[9] Optimal algorithm for 3D imaging of spatially extended object / V. K. Volosyuk, V. V. Pavlikov, Vu Ta Cuong, O. M. Tymoshchuk // Proceedings of 2015 X Anniversary International Conference on Antenna Theory and Techniques (ICATT). – Kharkiv, 2015. – P. 182–184.

Поступила в редколлегию 05.06.2015



Ву Та Кыонг, аспирант кафедры проектирования радиоэлектронных систем летательных аппаратов Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт». Научные интересы: статистическая теория пассивной радиолокации.

Тимощук Елена Николаевна, исполняющая обязанности проректора по учебной работе, лицензионной и профориентационной деятельности, доцент кафедры перевозок и маркетинга Киевской государственной академии водного транспорта имени гетмана Петра Конашевича-Сагайдачного. Научные интересы: системы управления транспортными потоками водного транспорта.

УДК 621.396

Оптимальне виявлення в заданій зоні огляду просторово-протяжного джерела радіотеплового випромінювання / Ву Та Кионг, О. М. Тимощук // Прикладна радіоелектроніка: наук.-техн. журнал. — 2015. — Том 14. — № 2. — С. 145–149.

Синтезовано і досліджено оптимальне виявлення в заданій зоні огляду просторово-протяжного джерела радіотеплового випромінювання. В ході вирішення задачі припускається, що сигнал спостерігається на тлі корельованих гауссівських шумів. Згідно з методом обробки сигналів розроблено структурну схему оптимального виявника, що містить декорелюючі фільтри, які збільшують відношення сигнал/шум і підвищують якісні характеристики виявлення.

Ключові слова: оптимальний виявник, просторово-протяжний об'єкт, якість виявлення, двоелементний радіометр.

Іл.: 4. Бібліогр.: 9 найм.

UDC 621.396

Optimal detecion in scanned area of a spatially extended source of radio emission / Vu Ta Cuong, O.M. Tymoshchuk // Applied Radio Electronics: Sci. Journ. — 2015. — Vol. 14. — № 2. — P. 145–149.

The optimal detection in the scanned area of a spatially extended source of radio emission is synthesized and investigated. To solve the problem, it is assumed that a signal is observed on the background of correlated Gaussian noise. In accordance with the method of signal processing a block diagram of an optimal detector is developed, which contains decorrelated filters which increase the signal-noise ratio and improve the qualitative characteristics of detection.

Keywords: optimal detector, spatially extended object, detection quality, two-element radiometer.

Fig.: 4. Ref: 9 items.

УДК 621.391

МЕТОД ФАЗОВОЙ ПЕЛЕНГАЦИИ ИСТОЧНИКОВ РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ С НЕИЗВЕСТНОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ КОЛЬЦЕВЫХ АНТЕННЫХ РЕШЕТОК

А.В. КОБЗЕВ, М.В. МУРЗИН

Предложен фазовый метод пеленгации для применения в пассивных системах с кольцевыми антенными решетками, включающий в себя процедуру устранения неоднозначности фазовых измерений. Приводятся результаты имитационного моделирования, которые позволяют оценить потери в точности пеленгации по отношению к потенциальным возможностям.

Ключевые слова: кольцевая антенная решетка, пеленгация, фазовый метод, точность.

ВВЕДЕНИЕ

Кольцевые антенные решетки (КАР) с горизонтальным расположением приемных элементов часто применяются на практике в средствах радиомониторинга, радиоэлектронной разведки и в системах пассивной локации, в которых основной задачей является контроль радиоэлектронной обстановки (РЭО). Они позволяют реализовать беспоисковые методы двухмерной пеленгации источников радиоизлучения (ИРИ). Для оценивания пеленгов КАР, как правило, используется совместно с многоканальным приемным устройством с последующей цифровой обработкой принятых сигналов [1, 3, 5]. Число приемных каналов делают равным числу элементов КАР. В связи с этим процедура пеленгации оказывается наиболее трудоемкой, т. к. ее решение связано с большими аппаратурными затратами по сравнению с другими процедурами (измерение средней частоты, ширины спектра и уровня сигнала), при реализации которых можно ограничиться одноканальным приемом. Прежде чем излагать сущность задачи, рассматриваемой в данной работе, отметим некоторые особенности построения систем контроля РЭО.

Диапазон рабочих частот одного средства контроля РЭО является наибольшим среди всех других радиотехнических устройств. Для определенности будем рассматривать средство, контролирующее излучения систем радиосвязи. Диапазон рабочих частот Δf_p такого средства может находиться в пределах от 1,5 до 3000 МГц [3, 5, 6]. Обрабатываемые сигналы имеют многообразные виды и параметры модуляции. Они относятся к непрерывным (на интервале анализа) негауссовским случайным процессам, для которых априори неизвестны плотности распределения вероятностей и спектральные (корреляционные) характеристики. Такие сигналы стали называть сигналами неизвестного вида [1].

Другой особенностью систем контроля РЭО является обработка сигналов в частотной области [5, 6], для чего сигналы на выходе каждого канала после превращения в цифровую форму подвергаются спектральному анализу путем преобразования Фурье в некоторой ограниченной полосе частот Δf_a ($\Delta f_a << \Delta f_p$). В процессе обработки осуществляется поиск по частоте с шагом Δf_a и путем обработки полученных спектров решаются задачи обнаружения, пеленгации и измерения частотно-временных параметров [3, 5, 6]. В результате преобразования Фурье непрерывные сигналы с различными несущими частотами разделяются. В соответствии с требованиями электромагнитной совместимости типичной ситуацией является случай неперекрывающихся спектров наблюдаемых сигналов. После сравнения спектров принятых сигналов с порогом обнаружения получаем отдельно наблюдаемые сигналы, и их параметры измеряются как для одиночных сигналов. Одной из важных характеристик средств контроля РЭО считается скорость обзора по частоте [6], которая определяется, в основном, затратами времени на измерение параметров. Наибольший расход времени при этом связан с определением пеленгов на ИРИ.

В работе [1] для случая многоканального приема на основе применения адаптивного небайесовского подхода получен оптимальный алгоритм пространственно-временной обработки сигнала неизвестного вида, который обеспечивает пеленгацию одиночных ИРИ. Алгоритм для М-элементной антенны любого типа с точностью до несущественного множителя можно представить в виде

$$z(\alpha) = \mathbf{X}^*(\alpha) \cdot \hat{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{X}(\alpha). \qquad (1)$$

Здесь $\boldsymbol{\alpha}$ – двухмерный вектор угловых координат (азимута β и угла места ε); $\mathbf{X}(\boldsymbol{\alpha})$ – вектор амплитудно-фазового распределения поля для направления $\boldsymbol{\alpha}$ размерностью M; $\hat{\mathbf{R}}$ – оценка матрицы взаимных спектров (МВС) суммы обрабатываемого сигнала и внутреннего шума. Этот алгоритм, по сути, совпадает с оптимальным алгоритмом в случае многоканального приема гауссовского полезного сигнала [2]. Оценка МВС рассчитывается как для гауссовского сигнала [1]

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{K} \sum_k \mathbf{Y}_k \cdot \mathbf{Y}_k^*, \qquad (2)$$

где $\mathbf{Y}_k$ – вектор k-й спектральной составляющей. Суммирование происходит в окне размером K, где спектральные составляющие превысили порог обнаружения. Вследствие эрмитовых свойств МВС оценивать можно только ее диагональные и наддиагональные элементы.

Оценка угловых координат осуществляется путем отыскания положения максимума функции (1) $\hat{\alpha} = \arg\max\{z(\alpha)\}$. Для реализации алгоритма пеленгации по двум угловым координатам необходимо провести расчеты функции $z(\boldsymbol{\alpha})$ почти для всей верхней полусферы с шагом не менее ширины диаграммы направленности (ДН) антенны и найти положение глобального максимума. Известны также квазиоптимальные методы пеленгации, которые для извлечения информации об угловых координатах используют только часть элементов МВС [3–6]. Но в них также необходимо осуществлять многошаговые процедуры отыскания положения максимума двухмерной функции для каждого ИРИ. Отмеченные особенности приводят к значительным затратам времени на получение информации о пеленгах при наблюдении большого числа ИРИ в рабочем диапазоне частот Δf_p.

В данной работе предлагается фазовый метод двухмерной пеленгации, в котором отсутствует необходимость поиска экстремума двухмерной функции. Обосновывается алгоритм вычисления пеленгов и предлагается способ устранения неоднозначности измерений фаз в КАР применительно к нелинейному характеру фазового распределения. На основе имитационного моделирования производится сравнение точности пеленгации фазовым методом с расчетной потенциальной точностью.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Пусть имеется КАР с диаметром D, состоящая из М всенаправленных равномерно расположенных по окружности элементов. Фазовый метод пеленгации основан на оценивании фазового распределения поля принимаемого сигнала. Распределение полной фазы поля сигнала, принятого с направления ε, β, для M-элементной равномерной КАР имеет вид [3-6]

$$\Phi_m = \frac{\pi \cdot D}{\lambda} \cdot \cos(\varepsilon) \cdot \cos(\beta - \beta_m) . \qquad (3)$$

Здесь λ – длина волны; $\beta_m = 2\pi(m-1)/M$ – азимутальный угол m-го элемента (m = 1..M). Азимуты β, β_m отсчитываются относительно направления из центра КАР на 1-й элемент.

Покажем, как можно извлечь информацию об угловых координатах ε, β из фазового распределения Φ_m. На основе равенства

$$\sum \Phi_m^2 = \frac{M}{2}\left(\frac{\pi \cdot D}{\lambda}\right)^2 \cos^2(\varepsilon) , \qquad (4)$$

получаем непосредственную связь угла места с фазами Φ_m

$$\varepsilon = \arccos\left(\frac{\lambda}{\pi \cdot D}\sqrt{\frac{2}{M}\sum \Phi_m^2}\right). \qquad (5)$$

Здесь и далее суммирование осуществляется по числу элементов КАР М. Для получения аналогичной связи для азимутальной координаты умножим поочередно фазы Φ_m сначала на $\sin(\varepsilon_m)$, а потом на $\cos(\varepsilon_m)$. В результате получим

$$\sum \Phi_m \cdot \sin(\beta_m) = a\left(M \cdot \sin(\beta) - \sum \sin(\beta - 2 \cdot \beta_m)\right),$$

$$\sum \Phi_m \cdot \cos(\beta_m) = a\left(M \cdot \cos(\beta) + \sum \cos(\beta - 2 \cdot \beta_m)\right),$$

где $a = (D/\lambda) \cdot \cos(\varepsilon)$. Вторые слагаемые в скобках равны нулю вследствие того, что аргумент $2\beta_m$ изменяется в диапазоне 0..4π с равномерным шагом. После деления этих двух равенств можно получить

$$\beta = \mathrm{arctg}\left[\frac{\sum \Phi_m \cdot \sin(\beta_m)}{\sum \Phi_m \cdot \cos(\beta_m)}\right]. \qquad (6)$$

Соотношения (5), (6) являются основой фазового метода пеленгации. Для расчета пеленгов достаточно оценить полные фазы Φ_m. При этом отпадает необходимость отыскания экстремума двухмерной функции.

Однако следует учитывать два обстоятельства. Первое состоит в том, что измеренные значения фаз являются неоднозначными, поскольку они никогда не выходят за границы ±π, а полные фазы Φ_m могут превышать эти границы. Поэтому измеренные φ_m и полные фазы Φ_m связаны равенством $\Phi_m = \varphi_m + 2k_m\pi$ (k_m = 0, ±1, ±2..). Неоднозначность оценивания фаз Φ_m не возникает только при малых значениях D/λ, когда $2\pi \cdot D/\lambda < \pi$, т.е. $D/\lambda < 0{,}5$. Поэтому устранение неоднозначности при фиксированных D и M расширяет диапазон частот, где применим фазовый метод пеленгации. Необходимо корректировать измеренные фазы так, чтобы превратить их в полные фазы. Способ устранения неоднозначности фазовых измерений будет изложен ниже.

Второе обстоятельство связано с тем, что величина φ_m представляют собой разность фаз сигналов, принятыми m-м элементом КАР и опорным элементом, расположенным в центре решетки. При отсутствии центрального элемента фазовые соотношения извлекаются из МВС, т.е. получают матрицу фаз $\mathbf{q} = \arg(\mathbf{R})$ [5, 6], которая содержит результаты неоднозначного оценивания фаз. После приведения фаз $q_{m,n}$ к полным фазам $Q_{m,n}$ можно найти распределение Φ_m, используя соотношение

$$\Phi_m = \frac{1}{M}\sum_{n=1}^{M} Q_{m,n} . \qquad (7)$$

Затем применяем формулы (5), (6).

Итак, пеленгация фазовым способом включает в себя оценивание фазового распределения $q_{m,n}$, устранение неоднозначности такого оценивания, переход к полным фазам $Q_{m,n}$ и расчет угловых координат по формулам (5), (6), (7). Из указанных процедур принципиальное значение имеет восстановление значений полных фаз. Аналогичная процедура применительно к линейным антенным решеткам имеет простое исполнение [7], поскольку в них фаза линейно изменяется от элемента к элементу. В КАР фазовое распределение (3) имеет нелинейный характер и поэтому здесь необходимо использовать иные способы. Приведем один из простых способов устранения неоднозначности фазовых измерений в КАР.

Будем считать, что число элементов решетки M является нечетным. Такое условие часто выполняют на практике, поскольку при этом обеспечивается меньшая зависимость ширины диаграммы направленности от направления наблюдения. Пусть измерены разности фаз между всеми парными элементами, которые представляют собой фазовые сдвиги. Сущность предлагаемого способа получения полных фаз будем показывать на примере 9-элементной КАР ($M = 9$). Ее конфигурация приведена на рис. 1.

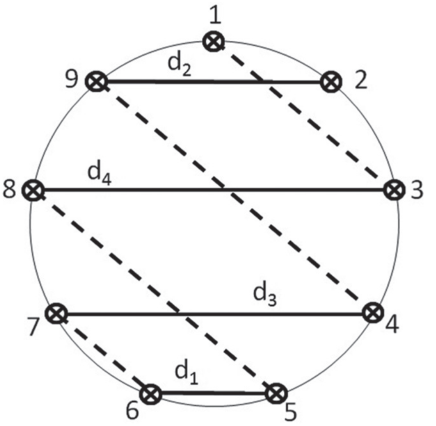


Рис. 1. Конфигурация 9-элементной КАР

КАР разбивается на группы, состоящие из пар элементов с параллельными линиями баз. Число пар в группе равно $J = (M-1)/2$, а число групп соответствует числу элементов. В каждой паре элементов разность фаз равна $\eta_{j,m}$ ($j = 1..J$; $m = 1..M$). На рис. 1 показаны только первые две группы, выделенные сплошной и пунктирной линиями. К первой группе отнесены пары элементов 5-6, 2-9, 4-7, 3-8, которые перечислены в порядке возрастания длин баз d_j ($1..J$). Аналогичным образом образуются вторая, третья и последующие группы. Общее число пар элементов составляет JM. Поскольку в каждой группе линии баз параллельны, то к ним применимы простые способы последовательного устранения фазовой неоднозначности, используемые в линейных решетках [7]. Задача восстановления однозначных измерений решается в два этапа.

На первом этапе восстанавливается полная разность фаз во всех парах элементов с наименьшей базой. Для этого образуется последовательность M пар с возрастающим углом поворота относительно друг друга. На каждом шаге этот угол равен π/M. В частности для случая $M = 9$ такая последовательность имеет вид 5–6, 1–2, 6–7, 2–3 и т. д. Принцип устранения неоднозначности состоит в том, что проверяется величина изменения фаз $\eta_{1,m}$ между соседними парами и в случае превышения величиной $|\eta_{1,m}|$ угла π происходит коррекция фазы. Математически процедура коррекции фазы $\eta_{1,m}$ записывается следующим образом. Если выполняется неравенство $|\eta_{1m+1} - \eta_{1m}| > \pi$, то необходимо принять $\theta_{1,m+1} = \eta_{1,m+1} - \pi \cdot \mathrm{sign}(\eta_{1,m})$, где $\mathrm{sign}(x)$ – знак числа x. В противном случае необходимо считать $\theta_{1,m+1} = \eta_{1,m+1}$. Правильная коррекция происходит, начиная с некоторой фазы $\eta_{1,r}$, которая соответствует полной фазе. Чтобы правильно исправить всю последовательность η_{1m}, необходимо продолжить указанную процедуру с периодическим продолжением вектора фаз η_{1m}. В результате получим исправленное фазовое распределение $\theta_{1,m}$.

Восстановление полных фаз принципиально возможно, если хотя бы в какой-либо одной паре элементов с наименьшей базой (пусть с номером r) истинная разность фаз не выходила за пределы $\pm\pi$ ($|\eta_{1,r}| < \pi$) при нахождении ИРИ в секторе углов $\pm\pi/M$ относительно перпендикуляра к линии r-й базы. Именно эта пара служит основой для устранения неоднозначности всех остальных измерений. Такое условие означает, что должно выполняться неравенство $\eta_{1r} = 2\pi \cdot d_1 \cdot \sin(\pi/M)/\lambda < \pi$. Поскольку $d_1 = D \cdot \sin(\pi/M)$, то получим ограничение на размер относительного диаметра КАР $D/\lambda < 0{,}5/\sin^2(\pi/M)$, при котором возможна пеленгация без аномальных ошибок. Чаще всего на практике в средствах контроля РЭО применяют КАР с числом элементов $M = 5$, 7 или 9 [3, 6]. Для этих случаев максимально допустимым относительным диаметром КАР $(D/\lambda)_{\max}$ являются величины 1,43; 2,78 и 4,16 соответственно. В работе [6] эти величины для $M = 7$ и 9 приведены без обоснования и авторы относят их применительно к любому методу пеленгации.

На втором этапе корректируются разности фаз η_{jm} в элементах с базами d_2, d_3, $..d_J$, с учетом равенства $\eta_{1,m} = \theta_{1,m}$. Вследствие параллельности линий баз в пределах группы правила коррекции те же, что и в линейных решетках [7] и заключаются в вычислениях вида

$$\Theta_{j+1,m} = \eta_{j+1,m} + 2\pi \cdot \left\langle \frac{1}{2\pi}\left(\Theta_{j,m}\frac{d_{j+1}}{d_j} - \eta_{j+1,m}\right)\right\rangle; \quad (j = 1..J-1). \tag{8}$$

Здесь символ $\langle\bullet\rangle$ означает округление числа до ближайшего целого. Из матрицы $\theta_{m,n}$ формируется матрица $Q_{m,n}$ путем перестановки элементов и затем вычисляются угловые координаты в соответствии с (5), (6) и (7).

С целью проверки свойств предложенного метода была создана в среде MatLab и исследована имитационная модель пеленгатора на основе 9-элементной КАР. В качестве полезного сигнала использовались записи реального сигнала, излученного цифровой системой связи коротковолнового диапазона волн.

Проводилось сравнение точностей пеленгации фазовым методом с потенциальными точностями, которые применительно к КАР получены в работе [8] и характеризуются среднеквадратическими ошибками (СКО)

$$\sigma_{0,\beta} = \left[\left(\pi \cdot D/\lambda\right) \cdot \cos(\varepsilon)\sqrt{M \cdot N \cdot h}\right]^{-1},$$

$$\sigma_{0,\varepsilon} = \left[\left(\pi \cdot D/\lambda\right) \cdot \sin(\varepsilon)\sqrt{M \cdot N \cdot h}\right]^{-1}. \qquad (9)$$

Здесь через N обозначено число некоррелированных обрабатываемых выборок, h – отношение сигнал/шум по мощности на входе каждого канала. Приведенные соотношения характеризуют только флюктуационные ошибки, вызванные влиянием внутреннего шума. Заметим, что СКО зависят от угломестной координаты ИРИ ε.

Сравнение СКО с потенциальными точностями проведено при следующих исходных данных: $\varepsilon = 30^0$; $N = 512$; $h = -13$ дБ. СКО пеленгации для фазового метода оценивались по 350 реализациям. Результаты расчетов по формуле (9) и статистического оценивания зависимости СКО от величины D/λ приведены на рис. 2 для азимутальной координаты и на рис. 3 – для угломестной. Левые столбики на рисунках относятся к потенциальным СКО (9), а правые – к СКО фазового метода $\sigma_\text{ф}$. Из приведенных данных следует, что СКО фазового метода проигрывают потенциальным возможностям в среднем на 20%.

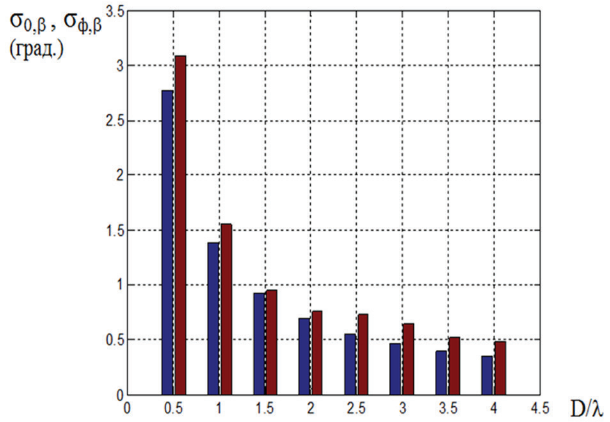


Рис. 2. СКО измерения азимута

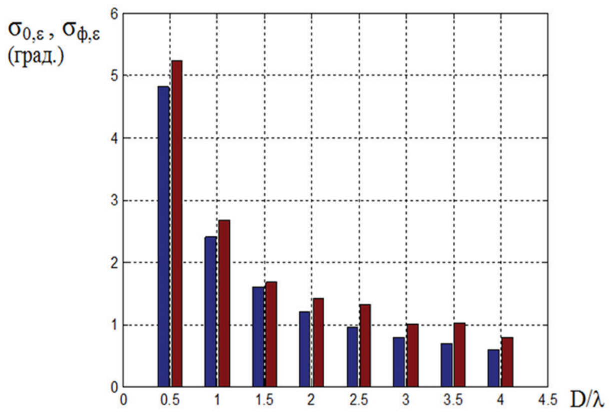


Рис. 3. СКО измерения угла места

Модель позволяла также сравнивать по точности и затратам времени два метода пеленгации: предложенного фазового и метода, который можно отнести к квазиоптимальному. Различные разновидности методов пеленгации, которые применяются на практике [4, 5], основаны на отыскании глобального максимума функции $z(\boldsymbol{\alpha})$ путем изменения аргумента $\boldsymbol{\alpha}$. Квазиоптимальный метод, который исследован в имитационной модели, основан на отыскании корней уравнения

$$z_0'(\boldsymbol{\alpha}) = \frac{\partial z(\boldsymbol{\alpha})/\partial \boldsymbol{\alpha}}{z(\boldsymbol{\alpha})} = \mathbf{0}, \qquad (10)$$

($\mathbf{0}$-нулевой вектор), что в принципе соответствует максимально правдоподобному оцениванию угловых координат ИРИ [2]. Отход от оптимального метода обусловлен следующими факторами. Для исключения аномальных ошибок пеленгации, обусловленных наличием боковых лепестков ДН, вначале грубо определяется положение глобального максимума функции $z(\boldsymbol{\alpha})$ путем поиска по координатам. Поиск осуществлялся с шагом, равным полуширине ДН. Затем дискриминаторным способом неследящего измерения уточняется положение максимума, считая характеристики дискриминаторов линейными. Вследствие отклонения характеристик дискриминаторов от линейного закона возникают дополнительные ошибки при неследящем измерении. Соотношения (8) соответствуют случаю, когда ИРИ находится вблизи «нуля» дискриминаторов. Результаты, полученные при тех же исходных данных, показали, что флюктуационные СКО пеленгации фазовым методом превышают ошибки квазиоптимального метода приблизительно на 20%. Отличия СКО квазиотимального метода от потенциальных возможностей составили величину, сопоставимую с точностью оценивания СКО. Это свидетельствует о близости возможностей квазиоптимального метода к оптимальному.

В ходе моделирования с помощью внутреннего счетчика времени программы MatLab сравнивались также затраты времени на определение пеленгов квазиоптимальным и фазовым методами. Вычислительные затраты квазиоптимального метода зависят от относительного диаметра КАР D/λ, который определяет шаг поиска максимума, а в алгоритмах фазового метода такая зависимость отсутствует. Моделирование показало, что фазовый метод по быстродействию в среднем не менее чем на порядок лучше квазиоптимального. Такой количественный результат лишь дает представление о преимуществах фазового метода по затратам времени, поскольку он не учитывает возможностей распараллеливания вычислений в современных микропроцессорных устройствах и применения ряда других приемов оптимизации вычислений. Строгое сравнение двух методов по быстродействию можно провести только после разработки рабочих программ пеленгации. Однако, несомненным можно считать тот факт, что фазовый метод по вычислительным затратам превосходит другие методы пеленгации, основанные на двухмерном поиске глобального максимума функции $z(\boldsymbol{\alpha})$.

ВЫВОДЫ

Предложен метод двухмерной фазовой пеленгации для пассивных систем с КАР, который, в отличие от известных методов, позволяет исключить необходимость поиска положения глобального максимума двухмерной функции. Это ведет к снижению затрат времени на оценивание угловых координат, что дает возможность увеличить скорость обзора по частоте. Для реализации фазового метода необходимо устранять неоднозначность измерений нелинейного фазового распределения поля сигналов. Предложена простая процедура устранения неоднозначности применительно к КАР, что позволяет при фиксированных числе элементов и диаметре КАР расширить диапазон рабочих частот пеленгации фазовым методом по сравнению со случаем диапазона однозначных измерений.

Результаты расчетов и имитационного моделирования 9-элементной КАР показали, что флюктуационные СКО фазового метода превышают потенциальные возможности пеленгации приблизительно на 20%. Фазовый метод может найти практическое применение в тех случаях, когда быстродействие алгоритмов пеленгации играет существенную роль.

Литература

[1] *Репин В.Г., Тартаковский Г.П.* Статистический синтез при априорной неопределенности и адаптация информационных систем. – М.: Сов. радио, 1977. – 433 с.

[2] Радиоэлектронные системы: Основы построения и теория. Справочник. / Под ред. Я. Д. Ширмана. – М.: Радиотехника, 2007. — 512 с.

[3] *Рембовский А. М., Ашихмин А.В., Кузьмин В.А.* Радиомониторинг – задачи, методы, средства. – М: Горячая линия-Телеком, 2010. – 624 с.

[4] *Калугин В.В., Кочергин А.Г., Чеботов А.В.* Основные принципы построения современных большебазисных радиопеленгаторов для работы в условиях априорной неопределенности в ВЧ и ОВЧ диапазонах // Прикладная радиоэлектроника. – Х.: ХНУРЭ, 2006. Т. 5, №.3. – С. 372–377.

[5] *Чеботов А.В.* Совместное обнаружение, оценивание параметров и распознавание радиоизлучений в автоматизированных комплексах радиоконтроля.: дис. ...кандидата технических наук : 05.12.17 / Чеботов Александр Владимирович. – Х., 2007. – 208 с.

[6] Introduction into Theory of Direction Finding. http://www.rodhe-schwarz.com.

[7] *Денисов В.П., Дубинин Д.В.* Фазовые пеленгаторы: Монография. Томск: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2002. – 251 с.

[8] *Кобзев А.В., Хачатуров В.Р.* Методы двумерной пеленгации источников радиоизлучения в пассивных системах с кольцевыми антенными решетками // 3-й Международный радиоэлектронный форум «Прикладная радиоэлектроника. Состояние и перспективы развития» МРФ-2008. Сборник научных трудов. Том. I. Международная конференция «Современные и перспективные системы радиолокации, радиоастрономии и спутниковой навигации». Ч. 1. 22-24 окт. 2008: тезисы докл. – Х.: АНПРЭ, ХНУРЭ, 2008. – 374 с.

Поступила в редколлегию 11.06.2015

Кобзев Анатолий Васильевич, Заслуженный деятель науки и техники Украины, доктор технических наук, профессор, ведущий научный сотрудник научного центра Воздушных Сил Харьковского университета Воздушных Сил имени Ивана Кожедуба. Научные интересы: пространственно-временная обработка сигналов в многопозиционных радиотехнических системах, помехозащищенность радиотехнических систем от активных помех.

Мурзин Михаил Вячеславович, аспирант научно-организационного отдела Харьковского университета Воздушных Сил имени Ивана Кожедуба. Научные интересы: методы получения информации в системах радиомониторинга.

УДК 621.391

Метод фазової пеленгації джерел радіовипромінювання з невідомою модуляцією в ході використання кільцевих антенних решіток / А. В. Кобзєв, М. В. Мурзін // Прикладна радіоелектроніка: наук.-техн. журнал. — 2015. — Том 14. — № 2. — С. 150–154.

Запропоновано фазовий метод пеленгації для застосування в пасивних системах з кільцевими антенними решітками, що включає в себе процедуру усунення неоднозначності фазових вимірювань. Наводяться результати імітаційного моделювання, які дозволяють оцінити втрати в точності пеленгації по відношенню до потенційних можливостей.

Ключові слова: кільцева антенна решітка, пеленгація, фазовий метод, точність.

Іл. 3. Бібліогр.: 8 найм.

UDC 621.391

Method of phase direction finding of radio sources with unknown modulation in using uniform antenna arrays / A.V. Kobzev, M.V. Murzin // Applied Radio Electronics: Sci. Journ. — 2015. — Vol. 14. — № 2. — P. 150–154.

A phase method for using in passive direction finding systems with uniform circular arrays is proposed which includes procedures of eliminating ambiguity of phase measurements. The results of simulation modeling are proposed which permit to estimate the precision losses in direction finding with respect to potential possibilities.

Keywords: uniform circular array, direction finding, phase method, accuracy.

Fig. 3. Ref.: 8 items.

УДК 537.862

СПЕКТРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ХАОТИЧЕСКИХ АВТОКОЛЕБАНИЙ В НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЕ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ И ИНЕРЦИОННЫМ ЗВЕНОМ

О.В. ЗЕМЛЯНЫЙ

Исследованы спектральные характеристики хаотических автоколебаний в нелинейной динамической системе с запаздывающей обратной связью кольцевого типа для случая, когда учитываются инерционные свойства элементов системы. Использован подход, основанный на замене нелинейной системы линейной с параметрами, переменными во времени. Установлено, что спектр автоколебаний имеет периодическую структуру с частотным периодом, обратно пропорциональным времени запаздывания, при этом скорость уменьшения амплитуд спектральных составляющих с ростом частоты определяется отношением постоянной времени инерционного звена ко времени запаздывания в кольце обратной связи.

Ключевые слова: хаотические колебания, нелинейная динамическая система, запаздывающая обратная связь, дифференциально-разностное уравнение.

ВВЕДЕНИЕ

При изучении систем с хаотическим поведением с целью создания генераторов хаоса с заданными характеристиками одной из основных задач является нахождение в спектральных характеристиках выходного сигнала. Поскольку любой генератор хаоса является автоколебательной системой, которая в общем случае представляет собой комбинацию линейных и нелинейных подсистем [1], такая задача сводится к представлению изучаемой системы в виде комбинации таких подсистем с последующим анализом прохождения сигналов через них (которые могут быть как с сосредоточенными, так и с распределенными параметрами). В случае системы с запаздывающей обратной связью [1–3] задача сводится к нахождению спектра собственных частот распределенной колебательной системы с сосредоточенной нелинейностью [2, 3].

При нахождении спектральных свойств резонатора с нелинейностью часто используется подход, при котором решается задача на собственные колебания линейного резонатора, а влияние нелинейности учитывается как малая поправка к найденному решению. При этом предполагается, что динамика поведения полностью навязывается самим резонатором.

При описании генераторов хаотических колебаний такой подход не всегда дает достоверные результаты, т. к. при рассмотрении процессов в автогенераторе нелинейность в общем случае не является малой [2, 3]. В результате возникает ситуация, когда спектральные свойства сигнала генератора отличаются от спектральных характеристик пассивного резонатора, включенного в его обратную связь, т. к. действие нелинейности существенно изменяет спектр выходного сигнала, который сильно зависит от параметров нелинейного элемента [4, 5].

В работе [5] проведен анализ корреляционно-спектральных свойств хаоса в нелинейной динамической системе с запаздыванием и нелинейным элементом, реализующим асимметричное треугольное отображение. Рассмотрен случай, когда в системе не учитываются эффекты инерционности, а уравнение системы является разностным. Учет инерционности приводит к нелинейному дифференциально-разностному уравнению, вид решения которого определяется соотношением времени запаздывания в кольце обратной связи и постоянной времени инерционного звена [6, 7]. Целью данной работы является изучение спектральных характеристик хаотических автоколебаний в нелинейной системе с запаздыванием для случая, когда учитываются инерционные свойства. При этом используется подход, основанный на замене нелинейной системы линейной с параметрами, переменными во времени [8].

1. АНАЛИТИЧЕСКОЕ ВЫРАЖЕНИЕ ДЛЯ СПЕКТРА СИГНАЛА КОЛЬЦЕВОЙ СИСТЕМЫ С ФНЧ

Дифференциально-разностное уравнение, описывающее динамику системы с запаздывающей обратной связью (рис. 1), содержащей фильтр с постоянной времени τ (инерционное звено, динамическая система первого порядка) имеет следующий вид:

$$\tau\frac{dy}{dt}+y(t)=F(y(t-T)). \qquad (1)$$

Проведем дискретизацию этого уравнения заменой производных разделенными разностями [9–11]. Представим переменную $y(t)$ в виде совокупности дискретных отсчетов в моменты времени $t_n = n\Delta$, отстоящих друг от друга на постоянный интервал дискретизации Δ. При этом $T = m\Delta$.

$$\frac{\dfrac{y(n\Delta)-y((n-1)\Delta)}{n\Delta-(n-1)\Delta}}{\tau}+y((n-1)\Delta)= \\ =F\left[y\{(n-1)\Delta-m\Delta\}\right]. \qquad (2)$$

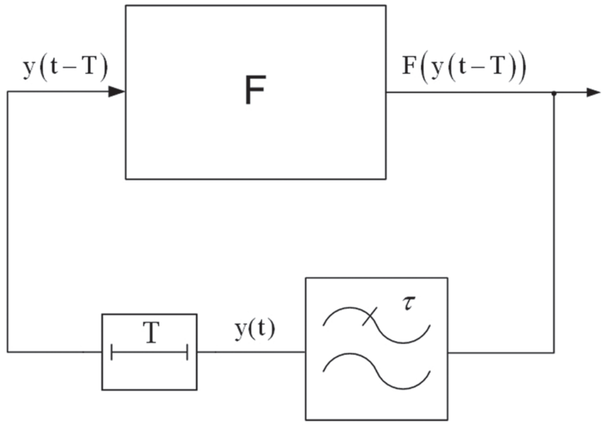


Рис. 1. Структура нелинейной динамической системы с запаздывающей обратной связью кольцевого типа и инерционным звеном

Обозначив $y_n = y(n\Delta)$ после проведения преобразований, получим:

$$\frac{y_n - y_{n-1}}{\frac{\Delta}{\tau}} + y_{n-1} = F(y_{n-M}), \qquad (3)$$

где $M = m+1$. При условии, что $\Delta << \tau$, разностное уравнение (3) в пределе при $\Delta \to 0$ переходит в дифференциально-разностное уравнение (1), т. к. согласно определению производной функции

$$\frac{dy}{dt} = \lim_{h\to 0}\frac{y(t+h)-y(t)}{h}.$$

Перегруппировав члены уравнения (3) и обозначив $\beta = 1-\frac{\Delta}{\tau}$, получим:

$$y_n = \beta y_{n-1} + (1-\beta)F(y_{n-M}). \qquad (4)$$

Аналогичная процедура перехода от дифференциального уравнения к его дискретному аналогу может быть получена методами статистической радиотехники [12, 13] при рассмотрении задачи о воздействии белого шума на интегрирующую RC-цепь. При этом $\beta = e^{-\frac{\Delta}{\tau}}$. Разложив экспоненту в ряд Маклорена

$$e^{-\frac{\Delta}{\tau}} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}\left(-\frac{\Delta}{\tau}\right)^n = 1-\frac{\Delta}{\tau}+\frac{1}{2}\left(\frac{\Delta}{\tau}\right)^2 - \ldots,$$

с учетом малости членов второго порядка и выше, получаем: $\beta \approx 1-\frac{\Delta}{\tau}$.

2. АНАЛИЗ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СХЕМЫ РЕКУРСИВНОГО АЛГОРИТМА

Разностное уравнение (4) соответствует схеме рекурсивного алгоритма, представленной на рис. 2.

При нелинейности вида “tent-map” с параметром r [14] действие функции F на каждый дискретный отсчет сводится к следующему:

$$F(u) = \begin{cases} 2ru, & 0 \le u \le 0.5, \\ 2r(1-u), & 0.5 < u \le 1. \end{cases} \qquad (5)$$

При этом уравнение (4) можно записать следующим образом:

$$y_n = \beta y_{n-1} + (1-\beta)\times \\ \times\left(r\left(1-s(y_{n-M})\right) + 2r\,s(y_{n-M})\,y_{n-M}\right). \qquad (6)$$

Здесь дискретной последовательности y_{n-M} ставится в соответствие бинарная последовательность $s(y_{n-M}) = sign(0.5-y_{n-M})$. Раскрывая скобки, получаем:

$$y_n = \beta y_{n-1} + r(1-\beta)\left(1-s(y_{n-M})\right) + \\ +2r(1-\beta)s(y_{n-M})y_{n-M}. \qquad (7)$$

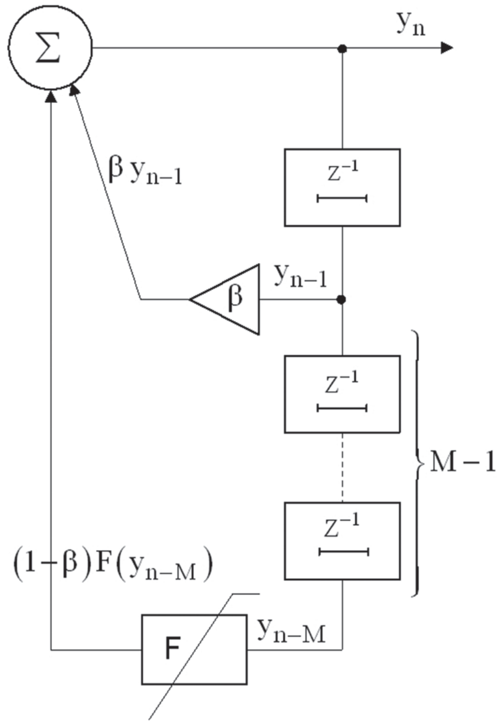


Рис. 2. Блок-схема рекурсивного алгоритма, соответствующего дискретному уравнению (4)

Уравнение (7) является дискретным аналогом дифференциально-разностного уравнения (1) и соответствует схеме алгоритма, приведенного на рис. 3.

Тождественность описания системы дискретным алгоритмом подтверждается прямыми численными расчетами. В случае непрерывного времени (рис. 4, *а*) решение дифференциально-разностного уравнения (1) получено методом шагов [15] с использованием метода Рунге–Кутты 4-го порядка (задавалась точность 10^{-5}). Для дискретного случая (рис. 4, *б*) производилось итерирование непосредственно по формуле (7). Представленные фрагменты реализаций в непрерывном и дискретном времени показывают полное соответствие между ними.

Формально выражение (7) может быть представлено в виде алгоритма рекурсивного цифрового фильтра порядка M, действие которого в общем виде задается разностным уравнением:

$$y_n = a_0x_n + a_1x_{n-1} + \ldots + a_Lx_{n-L} + \\ +b_1y_{n-1} + b_2y_{n-2} + \ldots + b_My_{n-M}. \qquad (8)$$

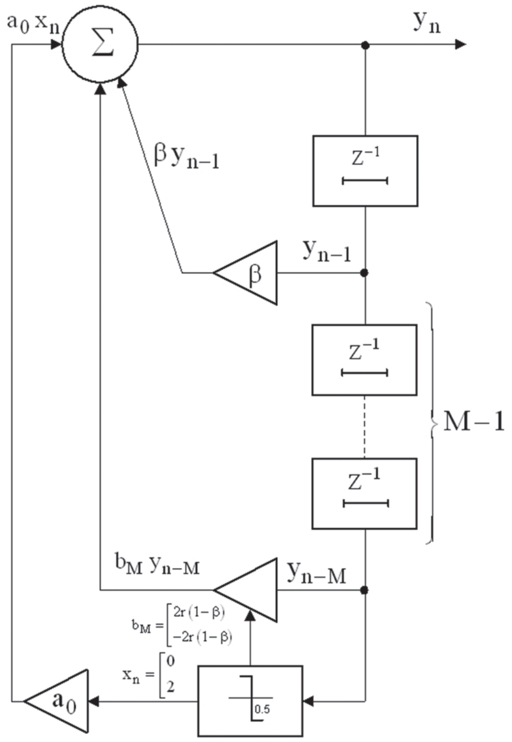
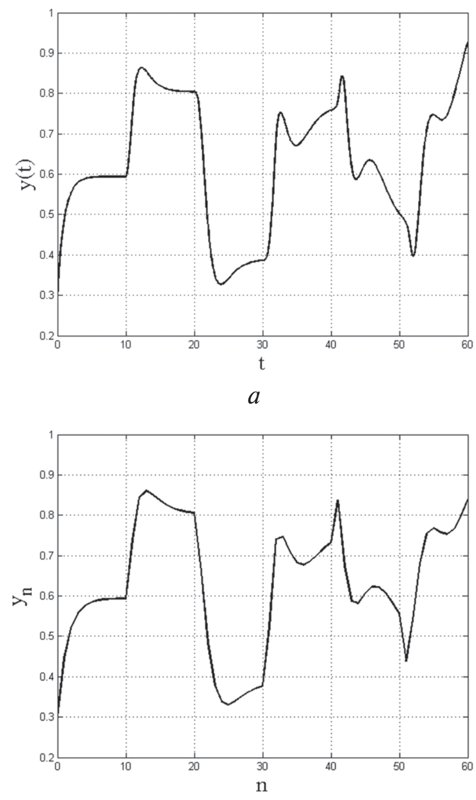


Рис. 3. Блок-схема рекурсивного алгоритма, в котором нелинейность задана в виде функции треугольного отображения



а

б

Рис. 4. Решение дифференциально-разностного уравнения, полученное методом шагов (*а*); фрагмент реализации, рассчитанной по формуле (7) – (*б*)

Предположим, что на вход такого фильтра действует бинарная последовательность $x_n = 1 - s\left(y_{n-M}\right)$, а коэффициент передачи усилителя последнего звена нелинейно зависит от величины поступающего на его вход отсчета: $b_M = 2r(1-\beta)s\left(y_{n-M}\right)$ (рис. 3). Тогда уравнение (8) при выполнении условий $a_0 \neq 0$, $a_1 = a_2 = \ldots = a_K = 0$, $b_1 \neq 0$, $b_M \neq 0$, $b_2 = b_3 = \ldots = b_{M-1} = 0$ будет иметь вид:

$$y_n = a_0 x_n + b_1 y_{n-1} + b_M y_{n-M}, \tag{9}$$

что совпадает с уравнением (7) при $a_0 = r(1-\beta)$, $b_1 = \beta$, $b_M = 2r(1-\beta)s\left(y_{n-M}\right)$.

Таким образом, динамика нелинейной системы, описываемой дифференциально-разностным уравнением (1), представленная в дискретном времени (4), аналогична процессам, происходящим в цифровом рекурсивном фильтре, алгоритм которого задается разностным уравнением (9) с переменным коэффициентом b_M при подаче на вход бинарной последовательности x_n. Следовательно, задача нахождения спектра мощности автоколебаний в исследуемой системе сводится к определению частотного коэффициента передачи такого фильтра.

Как известно, системная функция, описывающая частотные свойства рекурсивного цифрового фильтра с использованием аппарата z-преобразования, представляется следующим образом:

$$H(z) = \frac{\sum_{i=0}^{L} a_i z^{-i}}{1 - \sum_{i=1}^{M} b_i z^{-i}}. \tag{10}$$

Выполнив подстановку $z = e^{j\omega\Delta}$ и раскрывая экспоненты по формуле Эйлера, получим аналитическое выражение для частотного коэффициента передачи:

$$K(j\omega) = \frac{\sum_{i=0}^{L} a_i \left(\cos(i\omega\Delta) - j\sin(i\omega\Delta)\right)}{1 - \sum_{i=1}^{M} b_i \left(\cos(i\omega\Delta) + j\sin(i\omega\Delta)\right)}. \tag{11}$$

Частота дискретизации аналогового сигнала и наивысшая частота в его спектре связаны по теореме Котельникова неравенством $\omega_{up} \leq \frac{\omega_\Delta}{2}$. Поэтому, частотные характеристики дискретной системы необходимо рассматривать в полосе частот $\hat{\omega} \in \left[0; \frac{\omega_\Delta}{2}\right]$, которая является основной полосой для системы, обрабатывающей сигнал с частотой дискретизации $\omega_\Delta = \frac{2\pi}{\Delta}$ [9]. Периодичность спектральной характеристики на частотах за пределами этого интервала связана с дискретностью процесса и не будет иметь место в системе с непрерывным временем. Следовательно, модуль комплексного коэффициента передачи $K(j\omega)$ имеет вид:

$$\left|K(\omega)\right| = \sqrt{\frac{\left[a_0 + \sum_{i=1}^{L} a_i \cos(i\hat{\omega})\right]^2 + \left[\sum_{i=1}^{L} a_i \sin(i\hat{\omega})\right]^2}{\left[1 - \sum_{i=1}^{M} b_i \cos(i\hat{\omega})\right]^2 + \left[\sum_{i=1}^{M} b_i \sin(i\hat{\omega})\right]^2}}, \tag{12}$$

где $\hat{\omega} \in [0; \pi]$.

После подстановки соответствующих значений коэффициентов и проведения преобразований получим:

$$|K(\omega)| = \tag{13}$$
$$= \frac{a_0}{\sqrt{1+b_1^2+b_M^2-2b_1\cos\hat{\omega}-2b_M\cos M\hat{\omega}+2b_1b_M\cos(M-1)\hat{\omega}}}.$$

Таким образом, задача определения спектральных характеристик автоколебаний в нелинейной динамической системе с запаздывающей обратной связью кольцевого типа сведена к анализу выражения для частотного коэффициента передачи рекурсивного фильтра порядка M с изменяющимся во времени коэффициентом передачи последнего звена. Такой фильтр принадлежит к классу параметрических систем, т. е. линейных с переменными параметрами [16]. Порядок M фильтра соответствует величине временной задержки в кольце обратной связи.

Поскольку b_M является функцией выходного сигнала y_n, задержанного на M отсчетов дискретизации, который является хаотической последовательностью, для проведения строгого анализа необходимо рассматривать b_M как случайный процесс, статистические свойства которого определяются нелинейным преобразованием $b_M = \varphi(y_{n-M})$, где функция $\varphi(y_{n-M}) = 2r(1-\beta)s(y_{n-M})$ задает бинарную последовательность в соответствии со знаком величины $0.5 - y_{n-M}$.

Рассматривая (13) как нелинейное преобразование случайного процесса b_M и введя обозначения b_M, $|K(\omega, b_M)| = f(\xi)$, $\xi = b_M$, найдем среднее значение $\bar{f}$:

$$\bar{f} = \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi)\,p(\xi)\,d\xi, \tag{14}$$

где $p(\xi)$ — одномерная плотность вероятности процесса ξ. Поскольку ξ представляет собой дискретную случайную величину, которая принимает фиксированные значения $\{\xi_1, \xi_2, \ldots \xi_i, \ldots\}$ с вероятностями $\{P_1, P_2, \ldots P_i, \ldots\}$, то $p(\xi) = \sum_i P_i\,\delta(\xi - \xi_i)$ [11].

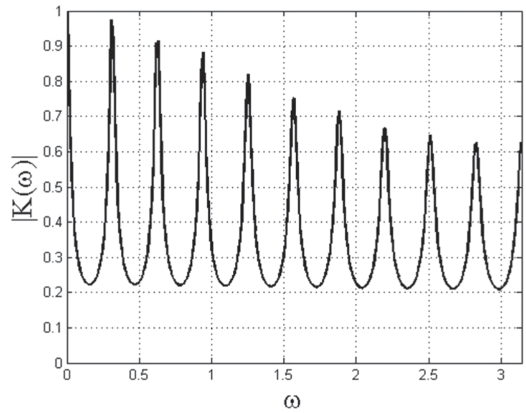
Для бинарной последовательности имеем $p(\xi) = P_1\delta(\xi-\xi_1) + P_2\delta(\xi-\xi_2)$. Так как функция распределения процесса y_n в общем случае неизвестна, ограничимся рассмотрением случая, когда b_M является стационарным дискретным случайным процессом с нулевым средним значением и равновероятным законом распределения: $P_1 = P_2 = \frac{1}{2}$, $\xi_2 = -\xi_1 = \xi_0$. При этом получим:

$$p(\xi) = \frac{1}{2}\big(\delta(\xi-\xi_0) + \delta(\xi+\xi_0)\big). \tag{15}$$

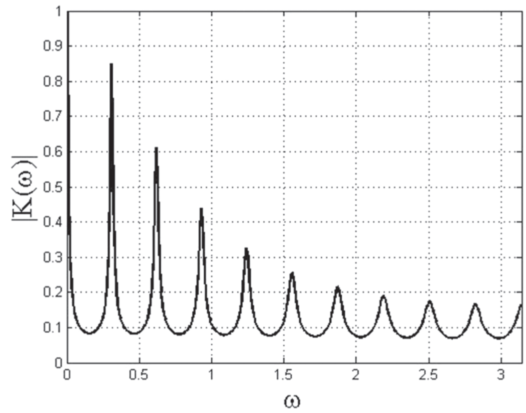
Подстановка (15) в (14) с учетом фильтрующего свойства δ-функции дает:

$$\bar{f} = \frac{1}{2}\left(\int_{-\infty}^{\infty} f(\xi)\,\delta(\xi-\xi_0)\,d\xi + \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi)\,\delta(\xi+\xi_0)\,d\xi\right) = \frac{f(\xi_0)+f(-\xi_0)}{2}.$$

Результаты расчета полученной функциональной зависимости, описывающей спектральный состав автоколебаний в рассматриваемой системе с учетом выражения (13) для двух значений параметра ξ_0, величина которого определяется соотношением T/τ, приведены на рис. 5.



а



б

Рис. 5. Спектр мощности хаотических автоколебаний в системе с запаздывающей обратной связью и инерционным звеном, рассчитанный с использованием алгоритма рекурсивного фильтра при $T/\tau = 9{,}5$ – *а*; $T/\tau = 8{,}5$ – *б*

Как видно из графиков спектр мощности является сплошным и имеет характерный период, соответствующий времени запаздывания *T*. При этом наблюдается уменьшение амплитуд частотных составляющих с ростом частоты, что объясняется демпфирующим действием инерционного звена, входящего в систему. Скорость уменьшения амплитуд с ростом частоты обратно пропорциональна соотношению T/τ.

ВЫВОДЫ

Таким образом, получены оценки спектральных характеристик нелинейной динамической системы с запаздывающей обратной связью кольцевого типа при учете инерционных свойств элементов, входящих в систему. Дифференциально-разностное уравнение, описывающее хаотические автоколебания в такой системе, сведено к выражению для частотного коэффициента передачи рекурсивного фильтра с переменным параметром. Установлено, что спектр автоколебаний имеет периодическую структуру с частотным периодом обратно пропорциональным времени запаздывания, при этом скорость уменьшения амплитуд спектральных составляющих с ростом частоты определяется отношением постоянной времени инерционного звена ко времени запаздывания в кольце обратной связи. Результаты работы могут быть использованы при создании источников широкополосных хаотических сигналов с заданными свойствами для шумовых радиолокаторов и телекоммуникационных систем.

В заключение автор выражает благодарность профессору К. А. Лукину за внимание к данной работе и поддержку на всех этапах ее выполнения.

Литература

[1] *Кузнецов С. П.* Сложная динамика генераторов с запаздывающей обратной связью (обзор) // Изв. вузов. Радиофизика. – 1982. – Т. 25, № 12. – С. 1410–1428.

[2] *Лукин К. А, Шестопалов В. П.* Рассеяние электромагнитных волн на границе с нелинейным отражением // Х.: Ин-т радиофизики и электрон. АН УССР, 1985. – 15 с. – (Препр. / АН УССР. Ин-т радиофизики и электрон.; № 288).

[3] *Лукин К. А., Майстренко Ю. Л., Шарковский А. Н., Шестопалов В. П.* Метод разностных уравнений в резонаторной задаче с нелинейным отражателем // Докл. АН СССР. – 1989. – Т. 309, № 2. – С. 327–331.

[4] *Ефимов Б. П., Лукин К. А., Ракитянский В. А.* О трансформации спектра стохастических колебаний под действием отражений // ЖТФ. – 1988. – Т. 58, № 12. – С. 2398–2400.

[5] *Земляный О. В., Лукин К. А.* Корреляционно-спектраль-ные свойства хаоса в нелинейной динамической системе с запаздыванием и асимметричным нелинейным отображением // Радиофизика и электрон.: сб. науч. тр. / Ин-т радиофизики и электрон. НАН Украины. – Х., 2002. – Т. 7, № 2. – С. 406–414.

[6] *Дмитриев А. С., Кислов В. Я.* Стохастические колебания в радиофизике и электронике. – М.: Наука 1989. – 280 с.

[7] *Лукин К. А., Земляный О. В.* Фрактальная размерность аттрактора динамической системы с запаздыванием и кусочно-линейным унимодальным отображением // Радиоэлектроника и информатика. – 2005. – № 3(32). – С. 8–15.

[8] *Бессонов Л. А.* Нелинейные электрические цепи – М.: Высш. шк., 1977. – 343 с.

[9] Основы цифровой обработки сигналов. Курс лекций / А. И. Солонина, Д. А. Улахович, С. М. Арбузов и др. – СПб.: БХВ-Петербург, 2003. – 680 с.

[10] *Мышкис А. Д.* Лекции по высшей математике / А. Д. Мышкис. – М: Наука, 1964. – С. 134.

[11] *Баскаков С. И.* Радиотехнические цепи и сигналы / С. И. Баскаков. – М.: Высш. шк., 1988. – 448 с.

[12] *Тихонов В. И.* Статистическая радиотехника / В.И. Тихонов. – М.: Радио и связь, 1982. – С. 503–504.

[13] *Бендат Дж.* Прикладной анализ случайных данных / Дж. Бендат, А. Пирсол; пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 540 с.

[14] *Лихтенберг А.* Регулярная и стохастическая динамика / А. Лихтенберг, М. Либерман; пер. с англ. – М.: Мир, 1984. – 528 с.

[15] *Эльсгольц Л. Э.* Введение в теорию дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом / Л. Э. Эльс-гольц, С. Б. Норкин. – М.: Наука, 1971. – 296 с.

[16] *Андреев В. С.* Теория нелинейных электрических цепей / В. С. Андреев. – М.: Радио и связь, 1982. – 280 с.

Поступила в редколлегию 26.06.2015

Земляный Олег Васильевич, канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник отдела нелинейной динамики электронных систем Института радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины. Научные интересы: динамический хаос в радиофизических системах, генераторы хаотических сигналов, шумовая радиолокация, системы связи с широкополосными сигналами.

УДК 537.862

Спектральні характеристики хаотичних автоколивань в нелінійній системі з запізненням та інерційною ланкою / О. В. Земляний // Прикладна радіоелектроніка: наук.-техн. журнал. — 2015. — Том 14. — № 2. — С. 155–159.

Досліджено спектральні характеристики хаотичних автоколивань в нелінійній динамічній системі із запізнювальним зворотним зв’язком кільцевого типу для випадку, коли враховуються інерційні властивості елементів системи. Використано підхід, заснований на заміні нелінійної системи лінійною зі змінними в часі параметрами. Встановлено, що спектр автоколивань має періодичну структуру з частотним періодом, обернено пропорційним часу запізнення, при цьому швидкість зменшення амплітуд спектральних складових із зростанням частоти визначається відношенням постійної часу інерційної ланки до часу запізнення в кільці зворотного зв’язку.

Ключові слова: хаотичні коливання, нелінійна динамічна система, запізнювальний зворотний зв’язок, диференційно-різницеве рівняння.

Іл.: 5. Бібліогр.: 16 найм.

UDC 537.862

Spectral characteristics of chaotic self-excited oscillations in a nonlinear system with a delay and an inertial element / O. V. Zemlyaniy // Applied Radio Electronics: Sci. Journ. — 2015. — Vol. 14. — № 2. — P. 155–159.

The spectral characteristics of chaotic self-excited oscillations in a nonlinear dynamical system with a delayed feedback of ring type for the case when the inertial properties of the system elements are taken into account have been investigated. An approach based on the replacement of a nonlinear system by the linear one with time-varying parameters was used. It was found that the spectrum of self-excited oscillations has a periodic structure with a period of frequency which is inversely proportional to the delay time. The rate of decrease of the spectral components amplitude with the frequency increasing is determined by the ratio of the inertial element time constant to the time lag in the feedback loop.

Keywords: chaotic oscillations, nonlinear dynamical system, delayed feedback, differential-difference equation.

Fig.: 5. Ref.: 16 items.

УДК 621.391.17

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕДУРИ НЕКОГЕРЕНТНОЇ ДЕМОДУЛЯЦІЇ ЦИФРОВОГО СИГНАЛУ З ЧАСТОТНОЮ МАНІПУЛЯЦІЄЮ, ЩО СПОСТЕРІГАЄТЬСЯ НА ФОНІ ПОТУЖНОЇ ПОДІБНОЇ ЗАВАДИ

В.Ф. ЄРОХІН, Є.В. ПЕЛЕШОК

Розглянуто метод синтезу математичної моделі процедури некогерентної демодуляції цифрового сигналу з частотною маніпуляцією, що спостерігається на фоні потужної подібної завади

Ключові слова: радіозв'язок, цифровий сигнал, некогерентна демодуляція, частотна маніпуляція.

ВСТУП

У сучасних умовах прийом радіосигналів здійснюється, як правило, в апріорно невизначеній сигнально-завадовій обстановці, яка обумовлена обмеженістю радіочастотного ресурсу та зростанням кількості та потужності структурних випромінювань різноманітного походження. Тому проблема демодуляції сигналів в умовах впливу завад була і залишається актуальною, а на її вирішення спрямована велика кількість робіт [1–2].

У даній статті пропонується для підвищення завадозахищеності прийому корисного сигналу, що спостерігається на фоні подібної потужної завади, використовувати демодулятори приймальних пристроїв, що синтезовані на основі математичних моделей компенсаційних процедур [3–6].

Метою і основним змістом статті є розв'язання задачі синтезу математичної моделі процедури некогерентної демодуляції взаємозаважаючих цифрових сигналів з частотною маніпуляцією (ЧМ-2). Для досягнення поставленої мети доопрацюємо і використаємо методику, яка наведена в [2, 7].

1. МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕДУРИ НЕКОГЕРЕНТНОЇ ДЕМОДУЛЯЦІЇ ВЗАЄМНО ЗАВАЖАЮЧИХ ЦИФРОВИХ СИГНАЛІВ З ЧАСТОТНОЮ МАНІПУЛЯЦІЄЮ

Запишемо значення корисного сигналу двійкової частотної маніпуляції (ЧМ-2), що відповідають двом $(m=2)$ можливим значенням його дискретного параметра $r_1=0,1$. Припустимо, що дискретний параметр $r_1=1$ модулюється та передається на частоті ω_1, а $r_1=0$ на ω_2, тоді загальний вигляд корисного ЧМ-2 сигналу запишемо таким чином:

$$s_1(r_1,\varphi_{1c},\varphi_{2c},t)=r_1\left[A_0\cos(\omega_1 t+\varphi_{1c})\right]+$$
$$+(1-r_1)\left[A_0\cos(\omega_2 t+\varphi_{2c})\right],$$

де φ_{1c}, φ_{2c} – початкові фази корисного сигналу на частотах ω_1 та ω_2 відповідно, що є випадковими параметрами внаслідок флуктуації часу розповсюдження в каналі зв'язку; A_0 – амплітуда корисного сигналу, що є незмінною за частотою.

У свою чергу, потужна та подібна ЧМ-2 завада також приймає два значення дискретного параметра $r_2=0,1$. Нехай для нашої моделі спостереження дискретний параметр $r_2=1$ передається на частоті ω_1, а $r_2=0$ на ω_2. Вираз для подібної ЧМ-2 завади запишемо таким чином:

$$s_2(r_2,\varphi_{13},\varphi_{23},t)=r_2 A_{21}\cos(\omega_1 t+\varphi_{13})+$$
$$+(1-r_2)A_{22}\cos(\omega_2 t+\varphi_{23}),$$

де φ_{13}, φ_{23} – початкові фази завади на частотах ω_1 та ω_2 відповідно; A_{21}, A_{22} – амплітуда завади на частотах ω_1 та ω_2 відповідно.

Вважатимемо, що частотні позиції і тактові точки сигналу та завади співпадають, а модуляція завади на кожній із двох частотних позицій здійснюється без розриву фази. Остання умова дає можливість використовувати когерентну (квазікогерентну) обробку завади, а корисний сигнал оброблятимемо некогерентно (квадратурно). Також вважатимемо, що в каналі зв'язку діє адитивна завада у вигляді адитивного білого гауссівського шуму (АБГШ).

На рис. 1 зображено у векторному вигляді корисний сигнал $s_1(r_1,\varphi_{1c},t)$ та заваду $s_2(r_2,\varphi_{13},t)$, які обертаються в позитивному напрямку з однаковими кутовими швидкостями ω_1, проте з різними значеннями повної фази відносно дійсної осі.

$r_1=1 \quad r_2=1$

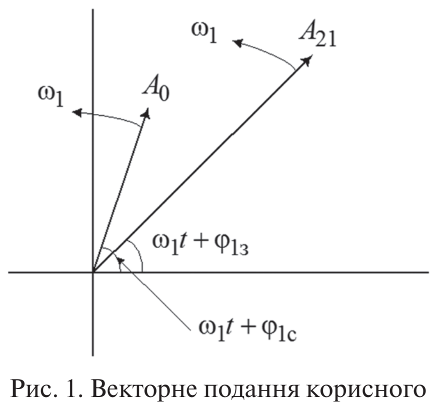


Рис. 1. Векторне подання корисного сигналу та завади

В першу чергу, для подання корисного сигналу $s_1(r_1,\varphi_{1c},t)$ на фоні потужної та подібної йому за структурою завади $s_2(r_2,\varphi_{13},t)$ необхідно отримати значення синфазної та квадратурної складової амплітуди корисного сигналу відносно завади.

Для отримання синфазної складової амплітуди спроектуємо вектор корисного сигналу довжиною A_0 на вектор завади, а для отримання квадратурної складової проведемо нормаль до початку вектора завади та отримаємо на ній проекцію вектора корисного сигналу. Кут між вектором корисного сигналу та завади позначимо $\Delta\varphi$, який, в свою чергу, дорівнюватиме різниці повних фаз даних векторів, а саме $\Delta\varphi = \varphi_{1\text{с}} - \varphi_{1\text{з}}$ (див. рис. 2).

$r_1 = 1 \quad r_2 = 1$

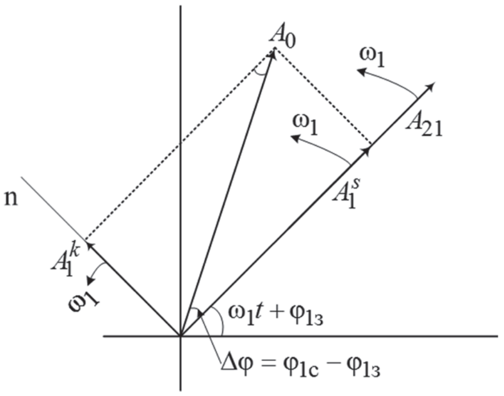


Рис. 2. Кутові співвідношення між сигналом і завадою

Значення синфазних A_1^s та квадратурних A_1^k складових амплітуди корисного сигналу $s_1(r_1, \varphi_{1\text{с}}, t)$ на фоні подібної завади $s_2(r_2, \varphi_{1\text{з}}, t)$ запишемо таким чином:

$$A_1^s = A_0 \cos(\varphi_{1\text{с}} - \varphi_{1\text{з}});$$

$$A_1^k = A_0 \sin(\varphi_{1\text{с}} - \varphi_{1\text{з}}).$$

Значення A_2^s та A_2^k складових корисного сигналу $s_1(r_1, \varphi_{2\text{с}}, t)$, що відповідають передачі дискретного параметра $r_1 = 0$ на фоні подібної завади $s_2(r_2, \varphi_{2\text{з}}, t)$, отримуємо аналогічним шляхом

$$A_2^s = A_0 \cos(\varphi_{2\text{с}} - \varphi_{2\text{з}}),$$

$$A_2^k = A_0 \sin(\varphi_{2\text{с}} - \varphi_{2\text{з}}).$$

На рис. 3. наведено у векторному вигляді подібну заваду $s_2(r_2, \varphi_{1\text{з}}, t)$, синфазну A_1^s та квадратурну A_1^k складову амплітуди корисного сигналу $s_1(r_1, \varphi_{1\text{с}}, t)$, що обертаються з однаковою кутовою швидкістю ω_1. Значення повної фази відносно осі x синфазної складової A_1^s співпадає зі значенням повної фази $\omega_1 t + \varphi_{1\text{з}}$ вектора завади, а значення повної фази відносно осі x квадратурної складової A_1^k – більше на $\frac{\pi}{2}$ від повної фази вектора завади. Використовуючи формулу приведення для тригонометричних функцій $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin\alpha$, запишемо повний вираз корисного сигналу $s_1(r_1, \varphi_{1\text{с}}, t)$, що спостерігається на фоні потужної та подібної йому за структурою завади $s_2(r_2, \varphi_{1\text{з}}, t)$:

$$\begin{aligned} s_1(r_1, \varphi_{1\text{с}}, t) &= \\ &= r_1\left[A_1^s \cos(\omega_1 t + \varphi_{1\text{з}}) - A_1^k \sin(\omega_1 t + \varphi_{1\text{з}})\right] = \\ &= r_1\left[A_0 \cos(\varphi_{1\text{с}} - \varphi_{1\text{з}})\cos(\omega_1 t + \varphi_{1\text{з}}) - \right. \\ &\left. - A_0 \sin(\varphi_{1\text{с}} - \varphi_{1\text{з}})\sin(\omega_1 t + \varphi_{1\text{з}})\right]. \end{aligned} \qquad (1)$$

$r_1 = 1 \quad r_2 = 1$

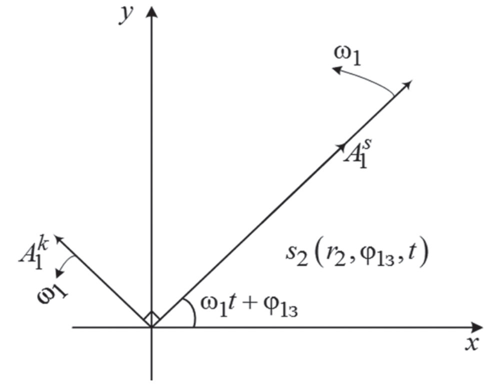


Рис. 3. Подання синфазної та квадратурної складових амплітуди корисного сигналу та завади

Вираз для корисного сигналу $s_1(r_1, \varphi_{2\text{с}}, t)$, що спостерігається на фоні $s_2(r_2, \varphi_{2\text{з}}, t)$, отримуємо аналогічним шляхом і має такий вигляд:

$$\begin{aligned} s_1(r_1, \varphi_{2\text{с}}, t) &= (1 - r_1)\left[A_2^s \cos(\omega_2 t + \varphi_{2\text{з}}) - \right. \\ &\left. - A_2^k \sin(\omega_2 t + \varphi_{2\text{з}})\right] = (1 - r_1)\left[A_0 \cos(\varphi_{2A} - \varphi_{2\text{з}}) \times \right. \\ &\left. \times \cos(\omega_2 t + \varphi_{2\text{з}}) - A_0 \sin(\varphi_{2\text{с}} - \varphi_{2\text{з}})\sin(\omega_2 t + \varphi_{2\text{з}})\right]. \end{aligned} \qquad (2)$$

Загальну модель спостереження на тривалості тактового інтервалу $T = t_k - t_{k-1}$ подамо таким чином:

$$\begin{aligned} y(t) &= s_1(r_1, \varphi_{1\text{с}}, \varphi_{2\text{с}}, t) + s_2(r_2, \varphi_{1\text{з}}, \varphi_{2\text{з}}, t) + n(t) = \\ &= r_1\left[A_1^s \cos(\omega_1 t + \varphi_{1\text{з}}) - A_1^k \sin(\omega_1 t + \varphi_{1\text{з}})\right] + \qquad (3) \\ &+ (1 - r_1)\left[A_2^s \cos(\omega_2 t + \varphi_{2\text{з}}) - A_2^k \sin(\omega_2 t + \varphi_{2\text{з}})\right] + \\ &+ r_2 A_{21} \cos(\omega_1 t + \varphi_{1\text{з}}) + (1 - r_2) A_{22} \cos(\omega_2 t + \varphi_{2\text{з}}) + n(t), \end{aligned}$$

де $n(t)$ – адитивний білий гауссівський шум.

Також вважатимемо, що стани дискретних параметрів r_1 та r_2 рівноймовірні та взаємно незалежні, а початкові фази $\varphi_{1,2,\text{с},\text{з}}$ рівномірно розподілені на інтервалі $[0,\ 2\pi]$. Крім того, при запропонованій вже відмові від оцінювання амплітуди A_0 корисного сигналу очевидне рівняння $h_1^2 = h_2^2$. Однак припущення про відмову від оцінювання амплітуди корисного сигналу та заміни її величиною $A_0 \ll A_{21}$, $A_0 \ll A_{22}$ не дозволяє знехтувати тим, що в загальному випадку $A_{21} \neq A_{22}$, тому що можливий випадок, коли різниця $|A_{21} - A_{22}|$ співвимірна з A_0.

У подальшому для мінімізації записів та простоти розуміння вважатимемо, що здійснюється передача корисного сигналу на частоті ω_1, що відповідає значенню дискретного параметра $r_1 = 1$.

Зауважимо, що тепер прийнятий сигнал розглядається як сума корисного сигналу і завади. Для нашого випадку середня потужність запишеться таким чином [8]:

$$P_{r_1,r_2,\varphi_{1c,з}}=\frac{1}{T}\int\limits_{t_{k-1}}^{t_k}\left[s_1(r_1,\varphi_{1c},t)+s_2(r_2,\varphi_{1з},t)\right]^2dt\,. \quad (4)$$

Скориставшись формулою функціоналу правдоподібності для сигналу з випадковою початковою фазою [9,10]

$$\Lambda_r\left[y(t);\,\varphi\right]=\exp\left\{-\frac{P_{r,\varphi}\cdot T}{N_0}\right\}\cdot\exp\left\{\frac{2T}{N_0}\cdot b_r\left[y(t);\,\varphi\right]\right\},$$

де $P_{r,\varphi}$ – середня потужність прийнятого сигналу $s(r,\varphi,t)$; $b_r\left[y(t),\,\varphi\right]=b_r=\frac{1}{T}\int\limits_{t_{k-1}}^{t_k}y(t)\cdot s(r,\varphi,t)dt$ – скалярний добуток вхідного спостереження $y(t)$ на $s(r,\varphi,t)$, запишемо умовний функціонал правдоподібності для спостереження (3)

$$\Lambda_{r_1=1,r_2=1}\left[y(t);\,\varphi_{1c},\varphi_{1з}\right]=\exp\left\{-\frac{P_{r_1,r_2,\varphi_{1c,з}}}{N_0}\right\}\times$$
$$\times\exp\left\{\frac{2}{N_0}\cdot b_{r_1}\left[y(t),\,\varphi_{1c}\right]\right\}\cdot\exp\left\{\frac{2T}{N_0}\cdot b_{r_2}\left[y(t),\,\varphi_{1з}\right]\right\}, \quad (5)$$

де

$$b_{r_1}\left[y(t),\,\varphi_{1c}\right]=b_{r_1}=\int\limits_{t_{k-1}}^{t_k}y(t)\cdot s_1(r_1,\varphi_{1c},t)dt\,,$$
$$b_{r_2}\left[y(t),\,\varphi_{1з}\right]=b_{r_2}=\int\limits_{t_{k-1}}^{t_k}y(t)\cdot s_2(r_2,\varphi_{1з},t)dt\,. \quad (6)$$

Підставимо (4) та (6) в (5)

$$\Lambda_{r_1=1,r_2=1}\left[y(t);\,\varphi_{1c,з}\right]=$$
$$=\exp\left[\frac{2}{N_0}\int\limits_{t_{k-1}}^{t_k}y(t)\cdot s_1(r_1,\,\varphi_{1c},\,t)dt+\right.$$
$$+\frac{2}{N_0}\int\limits_{t_{k-1}}^{t_k}y(t)\cdot s_2(r_2,\varphi_{1з},t)dt-$$
$$-\frac{1}{N_0}\int\limits_{t_{k-1}}^{t_k}s_1^2(r_1,\varphi_{1c},t)dt- \quad (7)$$
$$-\frac{1}{N_0}\int\limits_{t_{k-1}}^{t_k}s_2^2(r_2,\varphi_{1з},t)dt-$$
$$\left.-\frac{2}{N_0}\int\limits_{t_{k-1}}^{t_k}s_1(r_1,\varphi_{1c},t)\cdot s_2(r_2,\varphi_{1з},t)dt\right].$$

Підставимо вираз для корисного сигналу (1) та значення завади $s_2(r_2,\varphi_{1з},t)$, що відповідає передачі дискретного параметра $r_2=1$ в (7)

$$\Lambda_{r_1=1,r_2=1}\left[y(t);\,\varphi_{1c};\,\varphi_{1з}\right]=$$
$$=\exp\left\{\left[\frac{2}{N_0}\int\limits_{t_{k-1}}^{t_k}y(t)A_0\cos(\varphi_{1c}-\varphi_{1з})\cos(\omega_1t+\varphi_{1з})dt-\right.\right.$$
$$\left.-\frac{2}{N_0}\int\limits_{t_{k-1}}^{t_k}y(t)A_0\sin(\varphi_{1c}-\varphi_{1з})\sin(\omega_1t+\varphi_{1з})dt\right]+$$
$$+\left[\frac{2}{N_0}\int\limits_{t_{k-1}}^{t_k}y(t)A_{21}\cos(\omega_2t+\varphi_{1з})dt\right]- \quad (8)$$
$$-\left[\frac{1}{N_0}\int\limits_{t_{k-1}}^{t_k}A_0^2\cos^2(\varphi_{1c}-\varphi_{1з})\cos^2(\omega_1t+\varphi_{1з})dt-\right.$$
$$\left.-\frac{1}{N_0}\int\limits_{t_{k-1}}^{t_k}A_0^2\sin^2(\varphi_{1c}-\varphi_{1з})\sin^2(\omega_1t+\varphi_{1з})dt\right]-$$
$$-\frac{1}{N_0}\int\limits_{t_{k-1}}^{t_k}A_{21}^2\cos^2(\omega_2t+\varphi_{1з})dt-$$
$$-\frac{2}{N_0}\left[\int\limits_{t_{k-1}}^{t_k}A_{21}A_0\cos(\varphi_{1c}-\varphi_{1з})\cos^2(\omega_1t+\varphi_{1з})dt-\right.$$
$$\left.-\int\limits_{t_{k-1}}^{t_k}A_{21}A_0\sin(\varphi_{1c}-\varphi_{1з})\sin(\omega_1t+\varphi_{1з})\cos(\omega_1t+\varphi_{1з})dt\right.\,.$$

Праву частину (8) запишемо так:

$$-\frac{2}{N_0}\int\limits_{t_{k-1}}^{t_k}A_{21}A_0\cos(\varphi_{1c}-\varphi_{1з})\cos^2(\omega_1t+\varphi_{1з})dt\,,$$

через те, що

$$\int\limits_{t_{k-1}}^{t_k}\sin(\omega_1t+\varphi_{1з})\cos(\omega_1t+\varphi_{1з})dt=0\,.$$

Введемо позначення в (8) з урахуванням (5), (6):

$$b_{r_1=1}^s=\frac{2}{N_0}\int\limits_{t_{k-1}}^{t_k}y(t)A_0\cos(\varphi_{1c}-\varphi_{1з})cos(\omega_1t+\varphi_{1з})dt=$$
$$=b_{r_1=1}^{s0}\cos(\varphi_{1c}-\varphi_{1з})\,;$$

$$b_{r_1=1}^k=\frac{2}{N_0}\int\limits_{t_{k-1}}^{t_k}y(t)A_0\sin(\varphi_{1c}-\varphi_{1з})\sin(\omega_1t+\varphi_{1з})dt=$$
$$=b_{r_1=1}^{k0}\sin(\varphi_{1c}-\varphi_{1з})\,;$$

$$b_{r_2=1}=\frac{2}{N_0}\int\limits_{t_{k-1}}^{t_k}y(t)A_{21}\cos(\omega_1t+\varphi_{1з})dt\,;$$

$$h_{r_1=1}^2=\frac{1}{N_0}\int\limits_{t_{k-1}}^{t_k}A_0^2\cos^2(\varphi_{1c}-\varphi_{1з})\cos^2(\omega_1t+\varphi_{1з})dt-$$
$$-\frac{1}{N_0}\int\limits_{t_{k-1}}^{t_k}A_0^2\sin^2(\varphi_{1c}-\varphi_{1з})\sin^2(\omega_1t+\varphi_{1з})dt=$$
$$=h_{r_1=1,s}^2+h_{r_1=1,k}^2\,;$$

$$h_{r_2=1}^2=\frac{1}{N_0}\int\limits_{t_{k-1}}^{t_k}A_{21}^2\cos^2(\omega_1t+\varphi_{1з})dt\,;$$

$$R_{r_1=1,r_2=1}=\frac{1}{N_0}\int\limits_{t_{k-1}}^{t_k}A_{21}A_0\cos(\varphi_{1c}-\varphi_{1з})\cos^2(\omega_1t+\varphi_{1з})dt=$$
$$=R_{r_1=1,r_2=1}^0\cos(\varphi_{1c}-\varphi_{1з})\,. \quad (9)$$

З урахуванням позначень (9), умовний функціонал правдоподібності (8) подамо таким чином:

$$\Lambda_{r_1=1,r_2=1}\left[y(t);\ \varphi_{1c},\varphi_{13}\right]=$$
$$=\exp\left[\left[b^{s0}_{r_1=1}\cos\left(\varphi_{1c}-\varphi_{13}\right)-b^{k0}_{r_1=1}\sin\left(\varphi_{1c}-\varphi_{13}\right)\right]+b_{r_2=1}-\right.$$
$$\left.-h^2_{r_1=1}-h^2_{r_2=1}-2R^0_{r_1=1,r_2=1}\cos\left(\varphi_{1c}-\varphi_{13}\right)\right]\right]. \qquad (10)$$

Під час квазікогерентної обробки завади та за умови $h^2_{r_2=1}>>1$, похибкою оцінки початкової фази φ_{13} можна знехтувати, тобто $\varphi_{13}=0$. Осереднимо (10) по φ_{1c} на інтервалі $[0,\ 2\pi]$ та отримаємо безумовний функціонал правдоподібності:

$$\Lambda_{r_1=1,r_2=1}\left[y(t);\ \varphi_{1c}\right]=\frac{\exp\left(-h^2_{r_1=1}\right)}{2\pi}\exp\left(b_{r_2=1}-h^2_{r_2=1}\right)\times$$
$$\times\int_0^{2\pi}\exp\left[\left(b^{s0}_{r_1=1}\cos\varphi_{1c}-b^{k0}_{r_1=1}\sin\varphi_{1c}\right)-\right.$$
$$\left.-2R^0_{r_1=1,r_2=1}\cos\varphi_{1c}\right]d\varphi_{1c}. \qquad (11)$$

У подальшому множником $\exp\left(-h^2_{r_1=1}\right)/2\pi$, що не залежить від значень дискретного параметра r_1 та r_2, знехтуємо. З урахуванням раніше введених позначень (9) запишемо:

$$R^0_{r_1=1,r_2=1}=\frac{h^2_{r_2=1}A_0}{A_{21}}=\alpha_{21}h^2_{r_2=1}. \qquad (12)$$

Введемо позначення, що полегшують процедуру інтегрування (11):

$$B_1=\sqrt{\left(b^{s0}_{r_1=1}\right)^2+\left(b^{k0}_{r_1=1}\right)^2};\qquad \psi_1=\mathrm{arctg}\frac{b^{k0}_{r_1=1}}{b^{s0}_{r_1=1}}, \qquad (13)$$

звідки:

$$b^{s0}_{r_1=1}=B_1\cos\psi_1;\qquad b^{k0}_{r_1=1}=B_1\sin\psi_1. \qquad (14)$$

З урахуванням (12)–(14), (11) перепишемо у такому вигляді:

$$\Lambda_{r_1=1,r_2=1}\left[y(t);\varphi_{1c}\right]=\exp\left(b_{r_2=1}-h^2_{r_2=1}\right)\times$$
$$\times\int_0^{2\pi}\exp\left\{B_1\left(\cos\psi_1\cos\varphi_{1c}-\sin\psi_1\sin\varphi_{1c}\right)-\right.$$
$$\left.-2\alpha_{21}h^2_{r_2=1}\cos\varphi_{1c}\right\}d\varphi_{1c}. \qquad (15)$$

Значення для безумовних функціоналів правдоподібності для таких варіантів передачі дискретних параметрів: $r_1=1\ \ r_2=0$; $r_1=0\ \ r_2=1$; $r_1=0\ \ r_2=0$, корисного сигналу та завади відповідно, отримуємо аналогічним шляхом:

$$\Lambda_{r_1=1,r_2=0}\left[y(t);\ \varphi_{1c}\right]=\exp\left(b_{r_2=0}-h^2_{r_2=0}\right)\times$$
$$\times\int_0^{2\pi}\exp\left\{B_1\left(\cos\psi_1\cos\varphi_{1c}-\sin\psi_1\sin\varphi_{1c}\right)\right\}d\varphi_{1c};$$
$$\Lambda_{r_1=0,r_2=1}\left[y(t);\ \varphi_{2c}\right]=\exp\left(b_{r_2=1}-h^2_{r_2=1}\right)\times$$
$$\times\int_0^{2\pi}\exp\left\{B_2\left(\cos\psi_2\cos\varphi_{2c}-\sin\psi_2\sin\varphi_{2c}\right)\right\}d\varphi_{2c};$$
$$\Lambda_{r_1=0,r_2=0}\left[y(t);\ \varphi_{2c}\right]=\exp\left(b_{r_2=0}-h^2_{r_2=0}\right)\times$$
$$\times\int_0^{2\pi}\exp\left\{B_2\left(\cos\psi_2\cos\varphi_{2c}-\sin\psi_2\sin\varphi_{2c}\right)-\right. \qquad (16)$$
$$\left.-2\alpha_{22}h^2_{r_2=0}\cos\varphi_{2c}\right\}d\varphi_{2c}.$$

Запишемо безумовний функціонал правдоподібності в загальному розумінні з урахуванням (15) та (16)

$$\Lambda_{r_1,r_2}\left[y(t);\varphi_{1c},\varphi_{2c}\right]=$$
$$=\exp\left\{r_2\left(b_{r_2=1}-h^2_{r_2=1}\right)+\left(1-r_2\right)\left(b_{r_2=0}-h^2_{r_2=0}\right)\right\}\times$$
$$\times\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}\exp\left\{r_1B_1\left(\cos\psi_1\cos\varphi_{1c}-\sin\psi_1\sin\varphi_{1c}\right)+\right.$$
$$+\left(1-r_1\right)B_2\left(\cos\psi_2\cos\varphi_{2c}-\sin\psi_2\sin\varphi_{2c}\right)-$$
$$-2r_1r_2\alpha_{21}h^2_{r_2=1}\cos\varphi_{1c}-2\left(1-r_1\right)\left(1-r_2\right)\times$$
$$\left.\times\alpha_{22}h^2_{r_2=0}\cos\varphi_{2c}\right\}d\varphi_{1c}d\varphi_{2c}.$$

Для рівноймовірного дискретного параметра корисного сигналу $s_1\left(r_1,\varphi_{1c},t\right)$ правило прийняття рішення (ППР) має вигляд:

$$r_1^*=\mathrm{rect}\left[\Lambda_{r_1=1,r_2=0}\left[y(t);\varphi_{1c}\right]+\Lambda_{r_1=1,r_2=1}\left[y(t);\varphi_{1c}\right]-\right.$$
$$\left.-\Lambda_{r_1=0,r_2=1}\left[y(t);\varphi_{2c}\right]-\Lambda_{r_1=0,r_2=0}\left[y(t);\varphi_{2c}\right]\right], \quad (17)$$

де $\mathrm{rect}(x\geq 0)=1$; $\mathrm{rect}(x<0)=0$ — розв'язувана функція.

З урахуванням (15) та (16), ППР (17) для рівноймовірного дискретного параметра корисного сигналу $s_1\left(r_1,\varphi_{1c},t\right)$:

$$r_1^*=\mathrm{rect}\left[\exp\left(b_{r_2=0}-h^2_{r_2=0}\right)\times\right.$$
$$\times\int_0^{2\pi}\exp\left\{B_1\left(\cos\psi_1\cos\varphi_{1c}-\sin\psi_1\sin\varphi_{1c}\right)\right\}d\varphi_{1c}+$$
$$+\exp\left(b_{r_2=1}-h^2_{r_2=1}\right)\int_0^{2\pi}\exp\left\{B_1\left(\cos\psi_1\cos\varphi_{1c}-\sin\psi_1\sin\varphi_{1c}\right)-\right.$$
$$\left.-2\alpha_{21}h^2_{r_2=1}\cos\varphi_{1c}\right\}d\varphi_{1c}-\exp\left(b_{r_2=1}-h^2_{r_2=1}\right)\times$$
$$\times\int_0^{2\pi}\exp\left\{B_2\left(\cos\psi_2\cos\varphi_{2c}-\sin\psi_2\sin\varphi_{2c}\right)\right\}d\varphi_{2c}-$$
$$-\exp\left(b_{r_2=0}-h^2_{r_2=0}\right)\int_0^{2\pi}\exp\left\{B_2\left(\cos\psi_2\cos\varphi_{2c}-\sin\psi_2\sin\varphi_{2c}\right)-\right.$$
$$\left.\left.-2\alpha_{22}h^2_{r_2=0}\cos\varphi_{2c}\right\}d\varphi_{2c}\right]. \qquad (18)$$

2. ЕКВІВАЛЕНТНІ ТА СПРОЩУЮЧІ ПЕРЕТВОРЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ПРОЦЕДУРИ НЕКОГЕРЕНТНОЇ ДЕМОДУЛЯЦІЇ КОРИСНОГО СИГНАЛУ З ДВІЙКОВОЮ ЧМ, ЩО СПОСТЕРІГАЄТЬСЯ НА ФОНІ ПОТУЖНОЇ ПОДІБНОЇ ЗАВАДИ

Змінимо в (18) змінну інтегрування на $\xi=\psi_{1,2}+\varphi_{1c,2c}$, після чого з (18) отримуємо:

$$r_1^*=\mathrm{rect}\left\{\exp\left(b_{r_2=0}-h^2_{r_2=0}\right)\left[\int_0^{2\pi}\exp\left(B_1\cos\xi\right)d\xi-\right.\right.$$
$$\left.-\int_0^{2\pi}\exp\left[\left(b^{s0}_{r_1=0}-2\alpha_{22}h^2_{r_2=0}\right)\cos\varphi_{2c}-b^{k0}_{r_1=0}\sin\varphi_{2c}\right]d\varphi_{2c}\right]-$$
$$-\exp\left(b_{r_2=1}-h^2_{r_2=1}\right)\left[\int_0^{2\pi}\exp\left(B_2\cos\xi\right)d\xi-\right. \qquad (19)$$
$$\left.\left.-\int_0^{2\pi}\exp\left[\left(b^{s0}_{r_1=1}-2\alpha_{21}h^2_{r_2=1}\right)\cos\varphi_{1c}-b^{k0}_{r_1=1}\sin\varphi_{1c}\right]d\varphi_{1c}\right]\right\}.$$

Введемо позначення аналогічно (13), (14):

$$b^{s0}_{r_1=1,e} = b^{s0}_{r_1=1} - 2\alpha_{21} h^2_{r_2=1};$$

$$B_{1e} = \sqrt{\left(b^{s0}_{r_1=1,e}\right)^2 + \left(b^{k0}_{r_1=1}\right)^2};$$

$$b^{s0}_{r_1=0,e} = b^{s0}_{r_1=0} - 2\alpha_{22} h^2_{r_2=0};$$

$$B_{2e} = \sqrt{\left(b^{s0}_{r_1=0,e}\right)^2 + \left(b^{k0}_{r_1=0}\right)^2};$$

$$\eta_1 = \operatorname{arctg}\frac{b^{k0}_{r_1=1}}{b^{s0}_{r_1=1,e}}; \quad \eta_2 = \operatorname{arctg}\frac{b^{k0}_{r_1=0}}{b^{s0}_{r_1=0,e}},$$

звідки

$$b^{s0}_{r_1=1,e} = B_{1e}\cos\eta_1; \quad b^{k0}_{r_1=1} = B_{1e}\sin\eta_1;$$

$$b^{s0}_{r_1=0,e} = B_{2e}\cos\eta_2; \quad b^{k0}_{r_1=0} = B_{2e}\sin\eta_2.$$

ППР (19) матиме такий вигляд:

$$r_1^* = \operatorname{rect}\Bigg[\exp\left(b_{r_2=0} - h^2_{r_2=0}\right)\left(\int_0^{2\pi}\exp\left(B_1\cos\xi\right)d\xi - \right.$$
$$\left. - \int_0^{2\pi}\exp\left\{B_{2e}\left(\cos\eta_2\cos\varphi_{2c} - \sin\eta_2\sin\varphi_{2c}\right)\right\}d\varphi_{2c}\right) -$$
$$-\exp\left(b_{r_2=1} - h^2_{r_2=1}\right)\left(\int_0^{2\pi}\exp\left(B_2\cos\xi\right)d\xi - \right. \quad (20)$$
$$\left. - \int_0^{2\pi}\exp\left\{B_{1e}\left(\cos\eta_1\cos\varphi_{1c} - \sin\eta_1\sin\varphi_{1c}\right)\right\}d\varphi_{1c}\right)\Bigg].$$

Після заміни змінних інтегрування у другому та четвертому інтегралі ППР (20) на $\eta_{1,2} + \varphi_{1c,2c}$ отримуємо [11]:

$$r_1^* = \operatorname{rect}\Big[\exp\left(b_{r_2=0} - h^2_{r_2=0}\right)\left[I_0\left(B_1\right) - I_0\left(B_{2e}\right)\right] +$$
$$+\exp\left(b_{r_2=1} - h^2_{r_2=1}\right)\left[I_0\left(B_{1e}\right) - I_0\left(B_2\right)\right]\Big], \quad (21)$$

де $I_0(\cdots)$ – модифікована функція Бесселя нульового порядку.

Можна побачити, що при $h^2_{r_2=1,r_2=0} >> 1$, $h^2_{r_2=1,r_2=0} >> h^2_{r_1=1,r_1=0}$

$$\exp\left(b_{r_2=1} - h^2_{r_2=1}\right)\Big|_{r_2=1} >> 1;$$

$$\exp\left(b_{r_2=0} - h^2_{r_2=0}\right)\Big|_{r_2=1} \cong 0;$$

$$\exp\left(b_{r_2=1} - h^2_{r_2=1}\right)\Big|_{r_2=0} \cong 0;$$

$$\exp\left(b_{r_2=0} - h^2_{r_2=0}\right)\Big|_{r_2=0} >> 1.$$

Тоді ППР (21) можна замінити асимптотично еквівалентним:

$$r_1^* = \operatorname{rect}\Big[\left(b_{r_2=0} - h^2_{r_2=0}\right)\left[I_0\left(B_1\right) - I_0\left(B_{2e}\right)\right]\Big] +$$
$$+\operatorname{rect}\Big[\left(b_{r_2=1} - h^2_{r_2=1}\right)\left[I_0\left(B_{1e}\right) - I_0\left(B_2\right)\right]\Big]. \quad (22)$$

Таким чином, наближена процедура (22) прийняття рішення r_1^* є двоетапною, де на першому етапі приймається рішення про те, на якій із частот випромінюється завада $s_2\left(r_2,\varphi_{13},\varphi_{23},t\right)$. Якщо енергія завади суттєво перевищує енергію корисного сигналу $s_1\left(r_1,\varphi_{1c},\varphi_{2c},t\right)$, то пару ППР (22) $\operatorname{rect}\left(b_{r_2=1,r_2=0} - h^2_{r_2=1,r_2=0}\right)$, через малий вплив похибок на загальне рішення r_1^*, слід замінити одним ППР при когерентному (квазікогерентному) прийманні ЧМ-2 сигналу [9,10]:

$$r_2^* = \operatorname{rect}\left(b_{r_2=1} - b_{r_2=0}\right).$$

У результаті (22) перетвориться до вигляду:

$$r_1^* = \operatorname{rect}\Big[\operatorname{rect}\left(b_{r_2=0} - b_{r_2=1}\right)\left(B_1 - B_{2e}\right) +$$
$$+\operatorname{rect}\left(b_{r_2=1} - b_{r_2=0}\right)\left(B_{1e} - B_2\right)\Big], \quad (23)$$

де враховано, що функція $I_0(x)$ монотонна при $x > 0$.

У разі відсутності завади $s_2\left(r_2,\varphi_{13},\varphi_{23},t\right)$, тобто при $h^2_{r_2=1,r_2=0} = 0$, ППР (21)–(23) вироджуються в класичні правила некогерентного приймання ЧМ-2 сигналу.

Виконаємо якісне оцінювання завадостійкості отриманого ППР для асимптотичного випадку необмеженого збільшення середньої потужності завади $s_2\left(r_2,\varphi_{13},\varphi_{23},t\right)$. Припускаючи, що похибки оцінювання неперервних $\left(A_{21}, A_{22},\varphi_{1,23}\right)$ параметрів та дискретного параметра завади наближатимуться до нуля, отримуємо такі вирази для $b^s_{r_1=1}$, $b^s_{r_1=0}$:

$$b^s_{r_1=1}\Big|_{r_2=1} = \frac{2}{N_0}\int_{t_{k-1}}^{t_k}\left[\left(A_1^s + A_{21}\right)\cos\left(\omega_1 t + \varphi_{13}\right) + n(t)\right]\times$$
$$\times A_1^s\cos\left(\omega_1 t + \varphi_{13}\right)dt =$$
$$= 2h^2_{r_1=1,s} + 2\alpha_{21}h^2_{r_2=1}\cos\left(\varphi_{1c} - \varphi_{13}\right) + n_{\text{ш}1},$$
$$b^s_{r_1=0}\Big|_{r_2=0} = \frac{2}{N_0}\int_{t_{k-1}}^{t_k}\left[\left(A_2^s + A_{22}\right)\cos\left(\omega_2 t + \varphi_{23}\right) + n(t)\right]\times$$
$$\times A_2^s\cos\left(\omega_2 t + \varphi_{23}\right)dt = \quad (24)$$
$$2h^2_{r_1=0,s} + 2\alpha_{22}h^2_{r_2=0}\cos\left(\varphi_{2c} - \varphi_{23}\right) + n_{\text{ш}2}.$$

Із співставлення (23) та (24) видно, що при вищезазначених припущеннях (про відсутність похибок оцінювання параметрів завади) складові в кореляційних інтегралах $b^s_{r_1=1,r_2=0}$, що породжуються її наявністю, повністю компенсуються. Шумові складові $n_{\text{ш}1}$ та $n_{\text{ш}2}$ залишаються такими ж, як і для класичного випадку некогерентного приймання ЧМ-2 сигналу. Таким чином, потенційна завадостійкість алгоритму некогерентної демодуляції (21) ЧМ-2 сигналу, за умови суттєвого перевищення середньої потужності подібної ЧМ-2 завади над потужністю корисного сигналу і відсутності похибок в оцінюванні її параметрів, є такою ж, як і за її відсутності.

ВИСНОВКИ

Сутність запропонованої математичної моделі процедури некогерентної демодуляції взаємно заважаючих цифрових сигналів з ЧМ полягає в здійсненні квадратурної згортки синфазної та квадратурної складової амплітуди корисного сигналу на частоті прийому його дискретного параметра та компенсації негативного впливу потужної ЧМ-2 завади на синфазну складову амплітуди корисного ЧМ-2 сигналу. В подальшому здійснюється винесення рішення про переданий дискретний параметр корисного ЧМ-2 сигналу шляхом порівняння апостеріорних ймовірностей передачі дискретного параметра корисного ЧМ-2 сигналу для двох робочих частот.

Відмінною особливістю даної математичної моделі від загально відомої класичної некогерентної демодуляції ЧМ-2 сигналу є можливість визначення на якій робочій частоті присутня потужна ЧМ-2 завада та компенсація її на виходах кореляційної згортки корисного сигналу. За відсутності ЧМ-2 завади запропонована математична модель вироджується у класичну математичну модель некогерентної демодуляції цифрових сигналів з ЧМ.

Також розроблена математична модель є суворо оптимальною за критерієм мінімуму середньої ймовірності помилки на біт корисного сигналу.

Дана математична модель процедури некогерентної демодуляції взаємно заважаючих цифрових сигналів з ЧМ у порівнянні з відомою некогерентною демодуляцією цифрового ЧМ сигналу має ряд переваг:

– за умови суттєвого перевищення середньої потужності подібної завади (на 4-10 дБ) над потужністю корисного ЧМ-2 сигналу та відсутності похибок в оцінці параметрів завади потенційна (гранична) завадозахищеність процедури некогерентної демодуляції (23) є такою ж, як і за відсутності завади;

– можливість здійснення компенсації потужної подібної завади на виходах кореляційної згортки корисного сигналу, що є зручним з точки зору технічної реалізації;

– дана математична модель процедури може використовуватися в ході реалізації програм повторного використання частотного ресурсу та під час розробки перспективних завадозахищених засобів радіозв'язку.

Література

[1] *Бобровский В. И.* Многопользовательское детектирование / В. И. Бобровский. – Ульяновск. : Вектор – 2007. – 348 с.

[2] *Єрохін В. Ф.* Алгоритм демодуляції, що забезпечує повторне використання частот цифрового радіомовлення / В. Ф. Єрохін, І. М. Крутофіст // Захист інформації. – 2005. – № 25. – С. 42–47.

[3] *Бураченко Д. Л.* Потенциальная помехоустойчивость разделения цифровых сигналов. Методика, программы, результаты расчетов / Д. Л. Бураченко, В. Ф. Ерохин, В. О. Рашич – Л., 1987. – 122 с. – Деп. в ЦСИФ МО 04.03.87, № В-523.

[4] *Єрохін В. Ф.* Оптимальні алгоритми розділення двох взаємно неортогональних сигналів / В. Ф. Єрохін, Є. В. Пелешок // Вісник НТУУ «КПІ». Серія Радіотехніка. Радіоапаратобудування. – 2012. – Вип. 49. – С. 33–41.

[5] *Ерохин В. Ф.* Оптимальная демодуляция цифрового сигнала при аддитивном воздействии мощной подобной помехи // В. Ф. Ерохин, В. Н. Раевский // Изв. вузов. НТУУ «КПИ». Серия Радиоэлектроника. – 2009. – Т. 52, № 9. – С. 17–29.

[6] *Ерохин В. Ф.* Синтез алгоритма разделения гетерохронных цифровых сигналов / В.Ф. Ерохин, Д.В. Люлин // Электронное моделирование. ИПМЭ. – 1999. – Т. 21, № 5. – С. 46–54.

[7] *Ерохин В. Ф.* Демодуляция конфликтующих цифровых сигналов / В. Ф. Ерохин. – К. : КВИУС – ИК им. В. М. Глушкова АН Украины, 1993. – 132 с.

[8] *Єрохін В. Ф.* Асимптотична ефективність когерентних демодуляторів цифрових сигналів, що спостерігаються на фоні подібних потужних завад / В. Ф. Єрохін, І. М. Крутофіст // Труди академії. НАОУ. – 2005. – № 65. – С. 76–81.

[9] *Финк Л. М.* Теория передачи дискретных сообщений / Л. М. Финк. – М. : Сов. радио, 1970. – 728 с.

[10] *Хворостенко Н. П.* Статистическая теория демодуляции дискретных сигналов / Н. П. Хворостенко. – М. : Связь, 1968. – 336 с.

[11] *Прудников А. П.* Интегралы и ряды. Том 1. Элементарные функции / А.П. Прудников, Ю.А. Брычков, О.И. Маричев. – М. : Наука. Глав. ред. физ.-мат. лит., 1981. – 798 с.

Надійшла до редколегії 10.03.2015

Єрохін Віктор Федорович, д-р техн-наук, професор, зав. каф. №3 «Застосування засобів спеціальних телекомунікаційних систем» Інституту спеціального зв'язку та захисту інформації Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». Наукові інтереси: розробка процедур розв'язання конфліктів на фізичному рівні, розробка процедур когерентної та некогерентної демодуляції корисного цифрового сигналу з різними видами маніпуляції в умовах впливу потужної подібної за своєю структурою до корисного сигналу завади, розробка завадозахищених засобів радіозв'язку.

Пелешок Євген Володимирович, наук. співроб. наук.-дослід. центру Інституту спеціального зв'язку та захисту інформації Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». Наукові інтереси: розробка процедур завадозахищеного прийому цифрового сигналу з різними видами маніпуляції, що спостерігається на фоні потужної подібної завади; розробка завадозахищених засобів радіозв'язку.

УДК 621.391.17

Математическая модель процедуры некогерентной демодуляции цифрового сигнала с частотной манипуляцией, который наблюдается на фоне мощной подобной помехи / В.Ф. Ерохин, Е.В. Пелешок // Прикладная радиоэлектроника: научн.-техн. журнал. — 2015. — Том 14. — № 2. — С. 160–165.

Рассмотрен метод синтеза математической модели процедуры некогерентной демодуляции цифрового сигнала с частотной манипуляцией, который наблюдается на фоне мощной подобной помехи.

Ключевые слова: радиосвязь, цифровой сигнал, некогерентная демодуляция, частотная манипуляция.

Рис.: 3. Библиогр.: 11 назв.

UDC 621.391.17

Mathematical model of procedure of incoherent demodulation of a digital signal with frequency-shift keying which is observed on the background of similar strong interference / V.F. Yerokhin, Y.V. Peleshok // Applied Radio Electronics: Sci. Journ. — 2015. — Vol. 14. — № 2. — P. 160–165.

The paper considers the method of synthesizing the mathematical model of the procedure of incoherent demodulation of a digital signal with frequency-shift keying which is observed on the background of a similar strong interference.

Keywords: radiocommunication, digital signal, incoherent demodulation, frequency-shift keying.

Fig.: 3. Ref.: 11 items.

УДК 681.78

ПРЕДДЕТЕКТОРНАЯ ОБРАБОТКА ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМАХ ПРИ РАЗЛИЧИИ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ВХОДНЫХ И ОПОРНЫХ СИГНАЛОВ

Л.Ф. КУПЧЕНКО, А.С. РЫБЬЯК, О.А. ГУРИН

Изложен метод повышения качественных показателей обработки оптических сигналов в оптико-электронных системах с динамической спектральной фильтрацией при различии корреляционных характеристик входных и опорных сигналов. Метод состоит в том, что в качестве опорных используются сигналы с единичной корреляционной матрицей. Для проверки эффективности метода использовался критерий согласованности оптимальной обработки сигналов, состоящий в равенстве единице отношения дивергенции Кульбака-Лейблера на выходе фильтра к значению дивергенции на его входе. Показано, что если в многомерном спектральном пространстве направление собственных векторов корреляционных матриц входных и опорных сигналов не совпадают, то использование некоррелированных опорных сигналов для объекта и фона, обладающих пространственной симметрией, позволяет уменьшить величину рассогласования.

Ключевые слова: дивергенция Кульбака-Лейблера, динамическая спектральная фильтрация, оптимальная обработка оптических сигналов.

ВВЕДЕНИЕ

Автоматизация процессов обнаружения и распознавания объектов с помощью пассивных оптико-электронных систем в настоящее время является актуальной задачей. Использование спектральных признаков объектов наблюдения, т.е. информации о спектральном составе их излучения, позволяет решить данную задачу [1]. Характерной особенностью таких систем является чрезвычайно большой объем информации, подлежащий дальнейшей обработке.

Использование преддетекторной обработки оптического излучения в оптико-электронных системах позволяет существенно сократить количество информации, подлежащей последетекторной обработке. В таких оптико-электронных системах происходит разложение в спектр оптического излучения с переменными коэффициентами пропускания. Данная обработка получила название динамическая спектральная фильтрация [2, 3]. В основу динамической спектральной фильтрации положены свойства акустооптических фильтров оптического излучения, которые позволяют создать спектральную характеристику пропускания требуемой формы за счет подачи высокочастотного сигнала на возбудитель ультразвука с соответствующим амлитудно-частотным спектром [4, 5]. Возможность реализации данного метода обработки оптического излучения показана в работах [2, 3], где изложены результаты экспериментальных исследований основных положений динамической спектральной фильтрации.

В работе [6] синтезирован оптимальный обнаружитель оптических сигналов, который включает в свой состав динамический спектральный фильтр и пороговое устройство. Динамический спектральный фильтр обеспечивает оценку степени корреляции между входным оптическим излучением и опорными (ожидаемыми) сигналами объекта и фона. Оптимальный обнаружитель синтезирован в предположении того, что имеются априорные сведенья о статистических характеристиках сигналов объекта и фона, а корреляционные матрицы объекта и фона равны между собой.

Вероятность правильного обнаружения излучения объекта оптимальным обнаружителем зависят от того, на сколько точно в принятом сигнале функциональные зависимости и вероятностные характеристики принятых сигналов соответствуют опорным сигналам объекта и фона содержащихся в базе данных. Существенно, что вероятность правильного обнаружения зависит не только от соответствия корреляционных характеристик сигналов принадлежащих объекту и фону, но также от степени и направления взаимных корреляционных связей, определяемых относительным пространственным положением плотностей распределения вероятностей, принадлежащих сигналам цели и фона. [7]

Однако на практике всегда существуют отклонения характеристик входных сигналов от ожидаемых, следовательно качество оптимальной обработки будет зависеть от величины таких отклонений.

Обычно для количественной оценки эффективности процесса обнаружения используется вероятность ошибки [8]. Однако при использовании этого критерия зачастую не удается получить явного математического выражения, что вызывает необходимость использовать альтернативные критерии, более удобные с вычислительной точки зрения.

Поэтому в работе [9] для оценки согласованности оптимальной обработки сигналов в опто-электронных системах с динамической спектральной фильтрацией предложено использовать критерий, основанный на их информационных характеристиках. Поскольку при обнаружении излучения объектов информация о их свойствах содержится в основном в спектральных распределениях оптических сигналов, то ее количество может быть определено через дивергенцию Кульбака-Лейблера, которая представляет собой взаимную информативную меру удаленности друг от друга двух вероятностных спектральных распределений сигналов объекта и фона [8]. Если сохраняется равенство информационных мер, определяющих удаленность вероятностных спектральных распределений сигнала объекта и фона на выходе и входе фильтра, то обеспечивается согласованность между спектральными характеристиками входных и опорных (ожидаемых) сигналов, участвующих в формировании управляющего сигнала динамического фильтра.

Таким образом, в качестве критерия согласованности оптимальной обработки сигналов будем использовать признак, состоящий в равенстве единице отношения дивергенции Кульбака-Лейблера на выходе фильтра к значению дивергенции на его входе.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Вероятности правильного обнаружения излучения объекта наблюдения зависит как от соответствия между корреляционными характеристиками сигналов, принадлежащих объекту и фону, так и от степени и направления взаимных корреляционных связей, определяемых относительным пространственным положением плотностей распределения вероятностей сигналов объекта и фона и, в частном случае, представляющих собой эллипсоиды рассеяния в многомерном спектральном пространстве [7].

В работе [9], где рассматривается двухмерное спектральное пространство, показано, что вероятность правильного обнаружения зависит от пространственного положения эллипсов рассеяния сигналов объекта и фона относительно вектора, отображающего разность математических ожиданий объекта и фона. Максимальное значение вероятности правильного обнаружения реализуется в том случае, если направление вектора разности математических ожиданий совпадает с малой осью эллипсов рассеяния сигналов объекта и фона, а минимальное значение, – когда вектор разности совпадает с большой осью эллипсоида рассеяния.

Поскольку свойства оптимальной обработки сигналов зависят от взаимного пространственного положения эллипсоидов рассеяния опорных и входных сигналов объекта и фона, то с целью повышения качественных показателей обработки при неизвестных корреляционных характеристиках входных сигналов предложено в качестве опорных сигналов использовать некоррелированные опорные сигналы с коэффициентом корреляции равным нулю, и обладающих пространственной симметрией.

Следовательно, целью настоящей статьи является разработка метода преддетекторной обработки оптических сигналов при использовании, которого отношение дивергенции Кульбака-Лейблера на выходе фильтра к значению дивергенции, выступающего в роли критерия согласованности оптимальной обработки, в меньшей степени зависело бы от различия корреляционных характеристик входных и опорных сигналов.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Произведем анализ свойств устройства обработки оптических сигналов, когда на его вход поступает сигнал с корреляционными характеристиками, отличающимися от ожидаемых. Предположим, что различия состоят в том, что главные оси эллипсоидов рассеяния (собственные векторы корреляционных матриц) входных и опорных сигналов не совпадают. При этом считаем, что устройство оптимизировано для характеристик опорного сигнала.

Анализ свойств устройства обработки произведем с использованием критерия согласованности оптимальной обработки оптических сигналов. Метод оценивания согласованности оптимальной обработки сигналов в оптико-электронных системах состоит в использовании их информационных характеристик. Информация о разделимости природных объектов содержится в основном в спектральных распределениях оптических сигналов, и, следовательно, ее количество может быть определено через дивергенцию Кульбака-Лейблера, которая представляет собой взаимную информативную меру удаленности друг от друга двух вероятностных спектральных распределений сигналов объекта и фона.

Таким образом, если сохраняется равенство информационных мер, определяющих удаленность вероятностных спектральных распределений сигнала объекта и фона на выходе и входе фильтра, то обеспечивается согласованность между спектральными характеристиками входных и опорных сигналов, участвующих в формировании управляющих сигналов динамического фильтра.

Пусть принимаемые k-мерные реализации при условиях наличия сигналов объекта и фона подчинены нормальному закону с соответствующими плотностями:

$$p_{\text{овх}}\left(\vec{X}\right)=N\left(\vec{\mu}_{\text{овх}},\Gamma_{\text{овх}}\right);$$

$$p_{\text{фвх}}\left(\vec{X}\right)=N\left(\vec{\mu}_{\text{фвх}},\Gamma_{\text{фвх}}\right),$$

где $\vec{\mu}_{\text{овх}}$ и $\vec{\mu}_{\text{фвх}}$ – математические ожидания сигналов объекта и фона; $\Gamma_{\text{овх}}$ и $\Gamma_{\text{фвх}}$ – корреляционные матрицы сигналов объекта и фона.

Тогда взаимная информационная мера – дивергенция Кульбака-Лейблера для сигналов на входе устройства обработки $D_{\text{вх}}$ записывается в следующем виде [4]:

$$D_{\text{вх}}=\frac{1}{2}\left[\vec{\xi}_{\text{вх}}^{T}\left(\Gamma_{\text{о}}^{-1}+\Gamma_{\text{ф}}^{-1}\right)\vec{\xi}_{\text{вх}}+tr\left(\Gamma_{\text{о}}^{-1}\Gamma_{\text{ф}}+\Gamma_{\text{ф}}^{-1}\Gamma_{\text{о}}-2I\right)\right],(1)$$

где $\vec{\xi}_{\text{вх}}=\vec{\mu}_{\text{овх}}-\vec{\mu}_{\text{фвх}}$ — разностный вектор математических ожиданий объекта и фона на входе фильтра; I — единичная матрица; $tr(\cdot)$ — след матрицы.

Дивергенция Кульбака-Лейблера на выходе устройства обработки $D_{\text{вых}}$ определяется следующим образом

$$D_{\text{вых}}=\frac{1}{2\sigma_{\text{о}}^{2}\sigma_{\text{ф}}^{2}}\left[\left(\sigma_{\text{о}}^{2}+\sigma_{\text{ф}}^{2}\right)\zeta^{2}+\left(\sigma_{\text{о}}^{2}-\sigma_{\text{ф}}^{2}\right)^{2}\right], \quad (2)$$

где $\zeta=\vec{F}_{\text{н}}^{T}\vec{\xi}_{\text{вх}}$ — разность математических ожиданий сигналов объекта и фона на выходе устройства; $\sigma_{\text{о}}^{2}=\vec{F}_{\text{н}}^{T}\Gamma_{\text{о}}\vec{F}_{\text{н}}$ и $\sigma_{\text{ф}}^{2}=\vec{F}_{\text{н}}^{T}\Gamma_{\text{ф}}\vec{F}_{\text{н}}$ — дисперсии объекта и фона на выходе устройства соответственно; $\vec{F}_{\text{н}}=\|f_i\|$ — нормированный вектор фильтра, обеспечивающего оптимальную обработку.

Рассмотрим случай, когда принимаемые k-мерные реализации при условиях наличия сигналов объекта и фона имеют одинаковые корреляционные характеристики $\Gamma_{\text{овх}}=\Gamma_{\text{фвх}}=\Gamma_{\text{вх}}$. При этом вектор фильтра определялся тоже в предположении, что корреляционные характеристики опорных сигналов объекта фона равны $\Gamma_{\text{ооп}}=\Gamma_{\text{фоп}}=\Gamma_{\text{оп}}$.

Выражение для вектора фильтра $\vec{F}_{\text{н}}$, полученное в работе [2] из отношения правдоподобия, имеет следующий вид:

$$\vec{F}_{\text{н}}=r\Gamma_{\text{оп}}^{-1}\vec{\xi}_{\text{оп}}, \quad (3)$$

где $\vec{\xi}_{\text{оп}}=\vec{\mu}_{\text{ооп}}-\vec{\mu}_{\text{фоп}}$ — разностный вектор математических ожиданий опорных сигналов объекта и фона; r — нормирующий множитель.

Тогда отношение взаимной информационной меры на выходе устройства обработки $D_{\text{вых}}$ к ее величине на входе $D_{\text{вх}}$ может быть представлено в таком виде:

$$R=\frac{D_{\text{вых}}}{D_{\text{вх}}}=\frac{\left(\vec{\xi}_{\text{оп}}^{T}\Gamma_{\text{оп}}^{-1}\vec{\xi}_{\text{вх}}\right)^{2}}{\vec{\xi}_{\text{оп}}^{T}\Gamma_{\text{оп}}^{-1}\Gamma_{\text{вх}}\Gamma_{\text{оп}}^{-1}\vec{\xi}_{\text{оп}}}\frac{1}{\vec{\xi}_{\text{вх}}^{T}\Gamma_{\text{вх}}^{-1}\vec{\xi}_{\text{вх}}}. \quad (4)$$

Построим зависимость критерия согласованности оптимальной обработки $R(\alpha)$ от угла поворота α входной корреляционной матрицы относительно опорной. Для этого представим зависимость между корреляционными матрицами входных и опорных сигналов в следующем виде:

$$\Gamma_{\text{вх}}(\alpha)=\mathrm{E}(\alpha)\Gamma_{\text{оп}}\mathrm{E}(\alpha)^{T}, \quad (5)$$

где $\mathrm{E}(\alpha)=\begin{bmatrix}\cos\alpha & \sin\alpha\\ -\sin\alpha & \cos\alpha\end{bmatrix}$ — матрица поворота.

На рис. 1 в двухмерном спектральном пространстве (λ_1,λ_2) изображены эллипсы рассеяния сигналов входных (пунктирная линия) и опорных (сплошная линия) сигналов объекта и фона. Здесь α — угол между собственными векторами входной $\vec{\phi}_{1\text{вх}}$ и опорной $\vec{\phi}_{1\text{оп}}$ корреляционных матриц; β — угол между собственным вектором $\vec{\phi}_{1\text{оп}}$ опорной корреляционной матрицы и вектором $\vec{\xi}$ разности математических ожиданий сигналов объекта и фона.

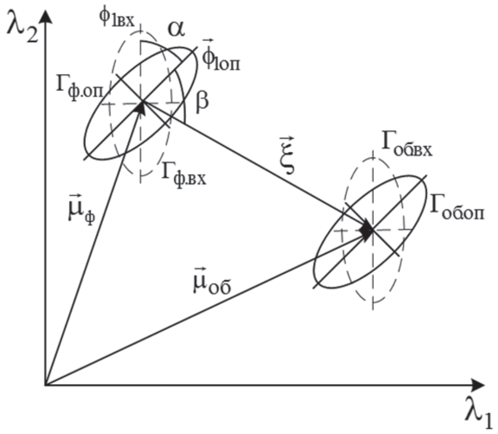


Рис. 1. Эллипсы рассеяния входных и коррелированных сигналов объекта и фона в двухмерном спектральном пространстве (λ_1,λ_2)

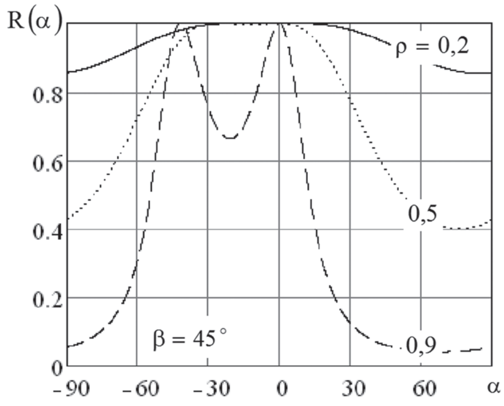
Подставляя (5) в (4) и полагая, что выполняется равенство разностных векторов математических ожиданий входного и опорного сигналов $\vec{\xi}_{\text{вх}}=\vec{\xi}_{\text{оп}}=\vec{\xi}$, получим

$$R(\alpha)=\frac{\left(\vec{\xi}^{T}\Gamma_{\text{оп}}^{-1}\vec{\xi}\right)^{2}}{\vec{\xi}^{T}\Gamma_{\text{оп}}^{-1}\Gamma_{\text{вх}}(\alpha)\Gamma_{\text{оп}}^{-1}\vec{\xi}}\frac{1}{\vec{\xi}^{T}\Gamma_{\text{вх}}(\alpha)^{-1}\vec{\xi}}. \quad (6)$$

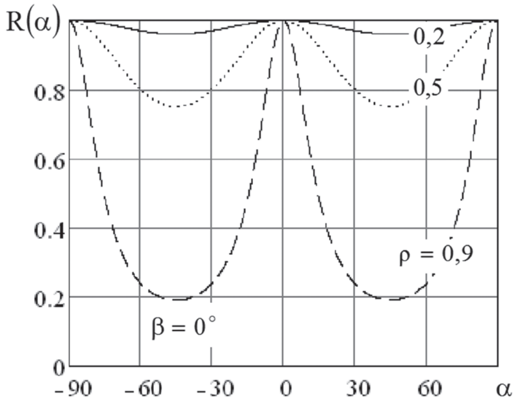
С использованием выражения (6) построим зависимости $R(\alpha)$, когда угол между большой осью эллипсоида рассеяния опорного сигнала и вектором $\vec{\xi}_{\text{вх}}=\vec{\xi}_{\text{оп}}=\vec{\xi}$, принимает значения следующие значения: $\beta=0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$.

Как видно из полученных графиков (рис. 2, *а*) и рис. 2, *б*)) согласованность $R(\alpha)$ оптимального фильтра зависит от нескольких параметров, во-первых, от угла поворота α опорной и входной корреляционных матриц, во-вторых, от угла β — пространственного положения эллипсоидов рассеяния относительно вектора $\vec{\xi}$ разности математических ожиданий объекта и фона. Из анализа графиков следует, что наибольшее рассогласование проявляются при условии, когда $\beta=45^\circ$, $\alpha\approx 60$ и $\rho\geq 0{,}5$.

Переходя к обсуждению предложений, направленных на повышение эффективности обработки оптических сигналов с неизвестными корреляционными характеристиками, отметим следующее. Пусть при равенстве корреляционных матриц входных сигналов объекта и фона $\Gamma_{\text{ф вх}}=\Gamma_{\text{об вх}}$ на вход устройства обработки поступает сигнал с неизвестными корреляционными характеристиками, которые отличаются от характеристик опорного сигнала (пространственное положение эллипсоидов рассеяния входных и опорных сигналов не совпадают). При этом выполняется равенство разностных векторов математических ожиданий входного и опорного сигнала $\vec{\xi}_{\text{вх}}=\vec{\xi}_{\text{оп}}=\vec{\xi}$.



а



б

Рис. 2. Зависимости нормированной дивергенции Кульбака-Лейблера $R(\alpha)$ от угла α при $\beta = 0^\circ, 90^\circ$ (*а*) и $\beta = 45^\circ$ (*б*) для различных значений ρ

В рассматриваемом случае целесообразно в качестве опорных сигналов использовать некоррелированные опорные сигналы объекта и фона, которые обладают пространственной симметрией, и описываются единичной корреляционной матрицей (см. рис. 3). Это означает, что устройство обработки должно быть оптимизировано для сигналов с корреляционной матрицей

$$\Gamma_{\text{оп}} = \mathrm{I}.$$

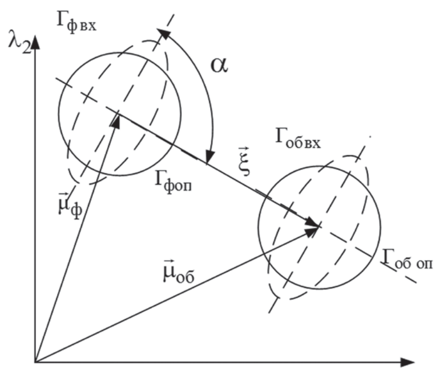


Рис. 3. Эллипсы рассеяния входных (пунктирная линия) и некоррелированных (сплошная линия) сигналов объекта и фона в двухмерном спектральном пространстве (λ_1, λ_2)

Тогда параметр согласованности будет определяться как

$$R(\alpha) = \frac{\left(\vec{\xi}^T \vec{\xi}\right)^2}{\vec{\xi}^T \Gamma_{\text{вх}}(\alpha) \vec{\xi}} \frac{1}{\vec{\xi}^T \Gamma_{\text{вх}}^{-1}(\alpha) \vec{\xi}}, \qquad (7)$$

где $\Gamma_{\text{вх}}(\alpha) = \mathrm{E}\Gamma\mathrm{E}^T$ – входная матрица, совершающая поворот в спектральном пространстве на угол α.

С использованием выражения (7) построены зависимости нормированной дивергенции Кульбака-Лейблера $R(\alpha)$ от угла поворота входной корреляционной матрицы относительно вектора $\vec{\xi}$ (считаем, что $\beta = 0^\circ$) для следующих значений коэффициента корреляции входного сигнала: $\rho = 0{,}2$; $\rho = 0{,}5$; $\rho = 0{,}9$. Полученные графики представлены на рис. 4.

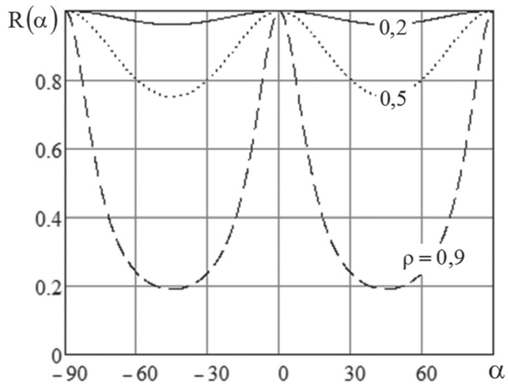


Рис. 4. Зависимости нормированной дивергенции Кульбака-Лейблера $R(\alpha)$ от угла α для различных значений ρ при использовании некоррелированных опорных сигналов

Анализ графиков, построенных для коррелированных опорных сигналов (рис. 2) и некоррелированных (рис. 4), позволяет сделать следующие выводы. При использовании некоррелированных опорных сигналов нормированная дивергенция не зависит от угла β, а ее зависимость от угла α полностью совпадает с $R(\alpha)$ (рис. 2, *б*)), которая полученная при использовании коррелированных опорных сигналов при $\beta = 0^\circ, 90^\circ$. При малых значениях коэффициента корреляции, например, $\rho = 0{,}2$ величина нормированной дивергенции Кульбака-Лейблера $R(\alpha)$ примерно одинакова. Однако при некоторых параметрах, например $\rho \geq 0{,}5$ $\alpha \approx 60^\circ$ и $\beta = 45^\circ$ при некоррелированных опорных сигналах, возможно получить выигрыш более чем в три раза.

ВЫВОДЫ

На практике в устройствах оптимальной обработки оптического излучения сложно обеспечить полное соответствие между характеристиками входных и опорных (ожидаемых) сигналов.

Рассмотрен случай, когда при равенстве корреляционных матриц входных сигналов объекта и фона $\Gamma_{\text{ф вх}} = \Gamma_{\text{об вх}}$ и равенстве разностных векторов математических ожиданий входного и опорного сигналов $\vec{\xi}_{\text{вх}} = \vec{\xi}_{\text{оп}}$ пространственное положение эллипсоидов рассеяния входных и опорных сигналов не совпадают. Это означает, что на вход устройства обработки поступает сигнал с неизвестными корреляционными характеристиками. Предложен метод, состоящий в том, что в качестве опорных сигналов используются некоррелированные сигналы, принадлежащие объекту и фону с коэффициентом корреляции равным нулю.

Проверка эффективности метода производилась с использованием критерия согласованности оптимальной обработки сигналов, который состоит в равенстве единице отношения дивергенции Кульбака-Лейблера на выходе фильтра к значению дивергенции на его входе. Показано, что при некоторых параметрах входных сигналов применение некоррелированных опорных сигналов позволяет получить выигрыш более чем в три раза.

Литература

[1] *Manolakis D.* Hyperspectral image processing for automatic target detection applications / D. Manolakis, D. Marden, G.A. Shaw // Lincoln Laboratory Journal. – 2003. – V. 14, n. 1. – P. 79–113.

[2] *Купченко Л. Ф.* Динамическая спектральная фильтрация оптического излучения в оптоэлектронных системах / Л. Ф. Купченко, А. С. Рыбьяк // Электромагнитные волны и электронные системы. – Международный научно-технический журнал. – М.: Радиотехника, 2011. – Т. 16. Вып. 4. – С. 32–43.

[3] *Купченко Л.Ф.* Динамическая спектральная фильтрация оптического излучения в оптоэлектронных системах обнаружения объектов / Л. Ф. Купченко, А. С. Рыбьяк // 5-й Международный радиоэлектронный форум “Прикладная радиоэлектроника. Состояние и перспективы развития” МРФ-2014. Сборник научных трудов: материалы форума в 3-х томах. – Х.: АНПРЭ, ХНУРЕ, 2011. – Том. I. Ч. 2. – С. 151–153.

[4] Акустооптические эффекты при сильном взаимодействии: теория и эксперимент (Метод непрерывных дробей при решении акустооптических задач) / под ред. д.т.н., проф. Л.Ф. Купченко: Монография. – Х.: ООО «ЭДЕНА», 2009. – 264 с.

[5] Пат. US006353673B1, Real-time opto-electronic image processor / P. I. Shnitser_et al. ; заявник Physical Optics Corporation. — 05.03.2002.

[6] *Купченко Л.Ф.* Обнаружение объектов по спектральным признакам в оптоэлектронных системах с использованием принципов динамической фильтрации. / Л. Ф. Купченко, А. С. Рыбьяк, В.В. Проклов, С.Н. Антонов // Прикладная радиоэлектроника. – 2011. Т. 10, № 1. – С. 22–25.

[7] *Васильева И.К., Понкратова И.А.* Влияние степени корреляции признаков на результаты распознавания объектов по данным моделирования двумерных нормальных совокупностей. – Радіоелектронні і комп’ютерні системи. 2009, № 1(35). – С. 73–76.

[8] *Фукунага К.* Введение в статистическую теорию распознавания образов / К. Фукунага; пер. с англ. – М.: Наука, 1979. – 367 с.

[9] *Купченко Л.Ф.* Критерий согласованности оптимальной обработки сигналов в оптоэлектронных системах с динамической спектральной фильтрацией / Л. Ф. Купченко, А. С. Рыбьяк // Системи озброєння і військова техніка. – 2015, №1(41). – С.120–123.

Поступила в редколлегию 2.06.2015

Купченко Леонид Федорович, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры Харьковского университета Воздушных Сил. Научные нтересы: акустооптика, акустоэлектроника, изображающая спектроскопия, оптико-электронные системы.

Рыбьяк Анатолий Степанович, кандидат технических наук, старший научный сотрудник Харьковского университета Воздушных Сил. Научные нтересы: акустооптика, акустоэлектроника, изображающая спектроскопия, оптико-электронные системы.

Гурин Олег Александрович, адъюнкт Харьковского университета Воздушных Сил. Научные нтересы: акустооптика, акустоэлектроника, изображающая спектроскопия, оптико-электронные системы.

УДК 681.78

Додетекторна обробка оптичного випромінювання в оптико-електронних системах при відмінності кореляційних характеристик вхідних та опорних сигналів / Л.Ф. Купченко, А.С. Риб’як, О.О. Гурін // Прикладна радіоелектроніка: наук.-техн. журнал. — 2015. — Том 14. — № 2. — С. 166–170.

Викладено метод підвищення якісних показників обробки оптичних сигналів в оптико-електронних системах з динамічною спектральною фільтрацією при відмінності кореляційних характеристик вхідних і опорних сигналів. Метод полягає в тому, що як опорні використовуються сигнали з одиничною кореляційною матрицею. Для перевірки ефективності методу використовувався критерій узгодженості оптимальної обробки сигналів, який полягає в рівності одиниці відношення дивергенції Кульбака-Лейблера на виході фільтра до значення дивергенції на його вході. Показано, що якщо в багатовимірному спектральному просторі напрямок власних векторів кореляційних матриць вхідних і опорних сигналів не співпадають, то використання некорельованих опорних сигналів для об’єкта і фону, що володіють просторовою симетрією, дозволяє зменшити величину неузгодженості.

Ключові слова: дивергенція Кульбака-Лейблера, динамічна спектральна фільтрація, оптимальна обробка оптичних сигналів.

Іл.: 4. Бібліогр.: 9 найм.

УДК 681.78

Optical radiation predetector processing in electro-optical systems with different characteristics of input and reference signals / L.F. Kupchenko, A.S. Rubiak, O.A. Goorin // Applied Radio Electronics: Sci. Journ. — 2015. — Vol. 14. — № 2. — P. 166–170.

The article presents the method of increasing qualitative indices of optical signal processing in electro-optical systems with dynamic spectral filtering viewing the different correlation characteristics of input and reference signals. The method is based on the fact that the signals with identity correlation matrix are used as reference ones. The criterion of matching optimal signal processing was used to test the effectiveness of the method. It consists in equal unity relations of Kullback-Leibler divergence of the output filter to the value of the divergence at its entrance. The article shows that if in a multi-dimensional spectral space direction of the eigenvectors of the correlation matrix of the input and reference signals do not match, then the use of non-correlated reference signals for object and background, having spatial symmetry, enables to reduce the magnitude of the mismatch.

Keywords: Kullback-Leibler divergence, dynamic spectral filtering, optimal processing of optical signal.

Fig.: 4. Ref.: 9 items.

УДК 681.586.5

ВЫСОКОЭФФЕКТИВНЫЙ КОНВЕРТЕР ИМПЕДАНСА ОПТОЭЛЕКТРОННЫХ СЕНСОРОВ

М.В. ВИСЬТАК, Р.Л. ГОЛЯКА, З.М. МИКИТЮК

Работа посвящена дальнейшему развитию сигнальных преобразователей оптоэлектронных сенсоров. Решается задача минимизации паразитного влияния постороннего неинформативного оптического излучения и электромагнитных помех. Основой предлагаемого решения сигнального преобразователя является конвертер импеданса, который обеспечивает индуктивный характер импеданса цепи нагрузки фоточувствительного сенсора, а следовательно, подавление постоянной составляющей фототока. Модельными исследованиями показана высокая эффективность предложенного решения.

Ключевые слова: оптоэлектронные сенсоры, сигнальные преобразователи, помехоустойчивость.

ВВЕДЕНИЕ

Перспективным направлением развития современной микроэлектронной сенсорики являются оптоэлектронные сенсорные устройства, в частности, для исследования химического состава газов, жидкостей, химических и биохимических соединений [1, 2]. В основном, информативный сигнал таких сенсорных устройств формируется модуляцией спектральной характеристики активной среды, что взаимодействует с исследуемым веществом. Спектральная характеристика измеряется оптопарой, состоящей из управляемого в основном импульсного источника светового излучения и фоточувствительного элемента. В зависимости от параметров прибора, источником света могут быть светодиод, группа светодиодов со смещенными спектральными характеристиками, лазеры, фотолюминесцентные излучатели и тому подобное, а фоточутливими элементами – фотодиоды, фототранзисторы и фотоматрицы на их основе [3, 4]. Важным компонентом таких сенсорных устройств являются сигнальные преобразователи [5, 6].

Существенной проблемой сигнального преобразования оптоэлектронных сенсорных устройств является значительное паразитное влияние постороннего (неинформативного) оптического излучения и электромагнитных помех. Так, интенсивность излучения посторонних источников света (солнца, ламп освещения и т. п.) в сотни, а то и тысячи раз превышает полезную составляющую изменения оптического сигнала от активной среды, спектральная характеристика которого несет информацию об исследуемой химической или биохимической среде [7].

Тривиальное решение указанной проблемы путем «затемнения» посторонних источников света противоречит требованию к «открытости» активной среды, которое предусматривает эффективное взаимодействие этой среды с окружением. Малоэффективным является решение проблемы на оптических фильтрах. Во-первых, эффективность спектральной селекции оптических фильтров не является высокой, а во-вторых, использование таких фильтров ограничивает информативность полезного сигнала.

Паразитное влияние электромагнитных помех в первую очередь обусловлен излучением силовой электросети частотой 50 Гц. Интенсивность такого излучения типично является значительной, а экранирование оптоэлектронной пары сенсорного устройства противоречит тем же требованиям к ее «открытости». Особенно электромагнитная помеха проявляется в высокоомных цепях, которыми и являются входные цепи сигнальных преобразователей оптоэлектронных сенсорных устройств – для обеспечения чувствительности входное сопротивление последних типично составляет десятки мегаом.

С целью решения указанных проблем значительное внимание уделяется методам и средствам помехоустойчивого преобразования и фильтрации сигналов. Среди последних видное место занимают специализированные сигнальные преобразователи частотной селекции – гираторы и конвертеры импеданса. Вопросы функционального анализа, патентования и практической реализации оптоэлектронных сенсорных устройств на этих узлах освещены, в частности в [8–12].

Данная работа посвящена дальнейшему развитию конвертеров импеданса для вышеупомянутых сенсорных устройств.

ЭЛЕМЕНТАРНЫЙ КОНВЕРТЕР ИМПЕДАНСА

Функциональная схема элементарного конвертера импеданса, который обеспечивает параметрическое преобразование входного тока I_{IN} в напряжение U_G, (рис. 1).

Активным компонентом этой схемы является неинвертирующий усилитель X_1 с единичным коэффициентом усиления. Передаточная функция такого конвертера определяется RC фильтром высоких частот первого порядка (R_1, C_1) и резистором R_2 цепи положительной обратной связи.

Функционирование конвертора описывается системой уравнений взаимных зависимостей векторов напряжений, токов и комплексных сопротивлений $\dot{U}, \dot{I}, \dot{Z}$ (индексы последних соответствуют обозначениям на схеме рис. 1):

$$\begin{cases} \dot{U}_G = \dot{I}_{IN}\dot{Z}_{IN} \\ \dot{U}_G = \dot{U}_{C1} + \dot{U}_{R1} \\ \dot{U}_{R2} = \dot{U}_{C1} \\ \dot{I}_{IN} = \dot{I}_{R1} + \dot{I}_{R2} \end{cases} \qquad (1)$$

Для приближенной оценки частотной зависимости импеданса примем условие нулевого фазового сдвига напряжений и токов. Тогда, заменив в системе (1) векторы токов, напряжений и комплексных сопротивлений на их модульные значения $\dot{U} \Rightarrow U$, $\dot{I} \Rightarrow I$, $\dot{Z} \Rightarrow Z$, найдем в первом приближении функциональную зависимость входного импеданса Z_{IN} от угловой частоты ω.

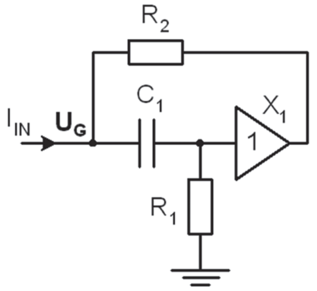


Рис. 1. Функциональная схема элементарного конвертера импеданса

Для этого запишем:

$$U_{C1} = U_G - U_{R1}; \quad I_{C1} = \frac{U_G}{Z_{C1} + R_1}; \quad \dot{Z}_{C1} = \frac{1}{\omega C_1};$$

$$I_{R2} = U_G \frac{Z_{C1}}{(Z_{C1} + R_1) R_2}; \quad I_{R2} + I_{C1} = U_G \frac{Z_{C1} + R_2}{(Z_{C1} + R_1) R_2}.$$

Тогда функциональная зависимость импеданса Z_{IN} приближенно определяется выражением

$$Z_{IN} = \frac{(1 + \omega R_1 C_1) R_2}{1 + \omega R_2 C_1}. \qquad (2)$$

Выборочные результаты расчета аналитической зависимости (2) при фиксированном значении емкости $C_1 = 10\ n$ и четырех наборов значений резисторов $R_1 = 100\ k$, $R_2 = 1\ k$ (A), $R_1 = 100\ k$, $R_2 = 100$ (B), $R_1 = 100\ k$, $R_2 = 10$ (C), $R_1 = 1000\ k$, $R_2 = 100$ (D) приведены на рис. 2. Представлено частотную зависимость импеданса Z_{IN} в Омах и коэффициент преобразования «напряжение–ток» в дециБелах.

$$K_I = 20 Log \frac{V_G}{I_{IN}} = 20 Log Z_{IN}.$$

Фактически, эти два параметра представляют одну и ту же характеристику, ведь коэффициент преобразования «напряжение–ток» и является импедансом конвертера. Однако, использование обеих параметров дает большую наглядность: импеданс Z_{IN} характеризует эффективность конвертера, а коэффициент преобразования K_I – эффективность сигнального оптоэлектронного преобразователя устройства (фототок I_{IN} – напряжение V_G информативного сигнала). Можно видеть, что импеданс Z_{IN} конвертера возрастает при увеличении частоты *f*. Так, при варианте «С» импеданс возрастает на четыре порядка с $Z_{IN}(\omega \to 0) = 10$ Ом до $Z_{IN}(\omega \to \infty) = 100$ kОм.

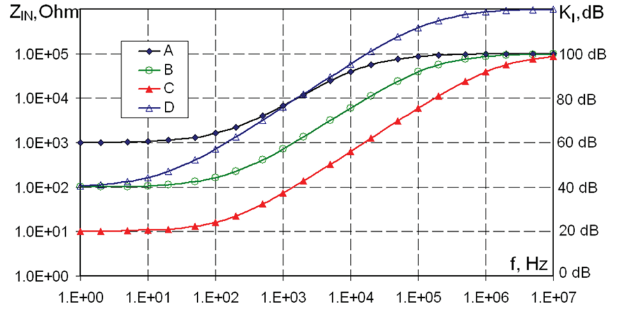


Рис. 2. Частотная зависимость импеданса Z_{IN} и коэффициента преобразования K_I конвертера (приближенный расчет)

Величина роста определяется коэффициентом положительной обратной связи. Однако, частота перехода с низкоимпедансного состояния в высоко-импедансное определяется постоянной R_1C_1 цепи. В области наибольшей крутизны функции при увеличении частоты на порядок имеет место рост сопротивления на порядок, или коэффициента преобразования на 20 дБ.

Таким образом, имеет место инверсия импеданса – в противовес конденсатора (в данной схеме C_1), в котором импеданс спадает с ростом частоты, импеданс Z_{IN} конвертера возрастает. Это, в свою очередь, обеспечивает индуктивный характер импеданса цепи нагрузки фоточувствительного сенсора, а следовательно, подавление обусловленной посторонним светом постоянной (паразитной) составляющей фототока.

ВЫСОКОЭФФЕКТИВНЫЙ КОНВЕРТЕР ИМПЕДАНСА

С целью повышения частотной селекции в данной работе предлагается новое решение конвертера импеданса, повышенная эффективность функционирования которого базируется на активном частотном фильтре второго порядка. Аналогично принятой терминологии в фильтрах, схему (рис. 3) такого конвертера названо – конвертер импеданса второго порядка. Активным компонентом такой схемы является неинвертирующий усилитель X_1, который выполняет двойную функцию, а именно, формирует активный фильтр второго порядка на R_1, C_1, R_2, C_2 и положительная обратная связь на R_3.

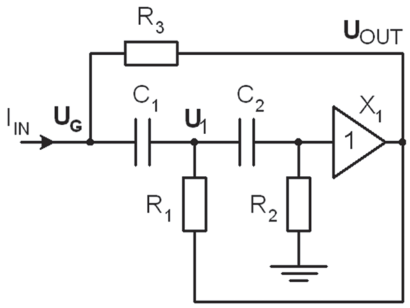


Рис. 3. Функциональная схема конвертера импеданса второго порядка

Запишем систему уравнений векторов напряжений, токов и комплексных сопротивлений $\dot{U}, \dot{I}, \dot{Z}$ (индексы последних соответствуют обозначениям на схеме рис. 3, причем, $\dot{Z}_{C1} = 1/j\omega C_1$, $\dot{Z}_{C2} = 1/j\omega C_2$):

$$\begin{cases} \dot{U}_{OUT} = \dot{I}_{R2} R_2 & (1) \\ \dot{U}_1 = \dot{I}_{R2}(R_2 + \dot{Z}_{C2}) & (2) \\ \dot{U}_1 - \dot{U}_{OUT} = \dot{I}_{R1} R_1 & (3) \\ \dot{U}_G - \dot{U}_{OUT} = \dot{I}_{R3} R_3 & (4) \\ \dot{U}_G - \dot{U}_1 = (\dot{I}_{R1} + \dot{I}_{R2})\dot{Z}_{C1} & (5) \\ \dot{I}_{IN} = \dot{I}_{R1} + \dot{I}_{R2} + \dot{I}_{R3} & (6) \end{cases} \quad (3)$$

Заменив в первом приближении векторы токов, напряжений и комплексных сопротивлений на их модульные значения $\dot{U} \Rightarrow U$, $\dot{I} \Rightarrow I$, $\dot{Z} \Rightarrow Z$, найдем решение системы (3).

Из уравнений (3.4) и (3.1) находим

$$I_{R3} = \frac{U_G - U_{OUT}}{R_3} = \frac{U_G - I_{R2}R_2}{R_3}.$$

Отняв (3.1) из (3.2) получаем

$$U_1 - U_{OUT} = I_{R2} Z_{C2}.$$

Из уравнения (3.3) находим

$$U_1 - U_{OUT} = I_{R1} R_1, \; I_{R1} = I_{R2} \frac{Z_{C2}}{R_1}.$$

Тогда, сумма токов $I_{R1} + I_{R2} = I_{R2}\left(\frac{Z_{C2}}{R_1} + 1\right)$.

Далее, подставив в (3.5) эту сумму токов и уравнения (3.2), находим:

$$U_G - I_{R2}(R_2 + Z_{C2}) = Z_{C1} I_{R2}\left(\frac{Z_{C2}}{R_1} + 1\right),$$

$$I_{R2}\left[Z_{C1}\left(\frac{Z_{C2}}{R_1} + 1\right) + R_2 + Z_{C2}\right] = U_G.$$

Введя значение эквивалентного сопротивления $R_A = Z_{C1}\left(\frac{Z_{C2}}{R_1} + 1\right) + R_2 + Z_{C2}$, получаем ток $I_{R2} = \frac{U_G}{R_A}$. Подставляя выше определения зависимостей токов в уравнение (3.5), получаем

$$I_{IN} = \frac{U_G}{R_A}\left(\frac{Z_{C2}}{R_1} - \frac{R_2}{R_3} + 1\right) + \frac{U_G}{R_3}.$$

Далее, проведя соответствующие упрощения, находим приближенное уравнение входного импеданса конвертера

$$Z_{IN} = \frac{U_G}{I_{IN}} = R_3 \frac{R_1(Z_{C1} + Z_{C2} + R_2) + Z_{C1}Z_{C2}}{R_1(Z_{C1} + Z_{C2} + R_3) + Z_{C2}(R_3 + Z_{C1})}. \quad (4)$$

Это уравнение позволяет установить определенные закономерности сигналов, в частности, предельные значения входного импеданса на низких и высоких частотах:

при $\omega \to 0$, $(Z_{C1} \to \infty, Z_{C2} \to \infty)$, $Z_{IN} \to R_3$;

при $\omega \to \infty$, $(Z_{C1} \to 0, Z_{C2} \to 0)$, $Z_{IN} \to R_2$.

Более точный параметрический анализ конвертера второго порядка требует учета фазовых сдвигов между векторами напряжений и токов. Такой анализ целесообразно провести с использованием SPICE моделей.

МОДЕЛЬНЫЕ SPICE ИССЛЕДОВАНИЯ

SPICE (Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis) схема замещения преобразователя второго порядка приведена на рис. 4. Управляемый источник тока Gin типа Linear source Dependent IofV, источник постоянного напряжения Vdc и источник гармонического напряжения Vac представляют исходную цепь фоточувствительного сенсора, а макромодель X_1 – неинвертирующий усилитель напряжения с единичным коэффициентом усиления. В приведенных далее результатах модельных исследований частотные характеристики представляют зависимости соотношения между исходной V_G от входной Vac напряжениями при единичном коэффициенте преобразования «напряжение–ток» источника Gin: K(Gin) = 1.

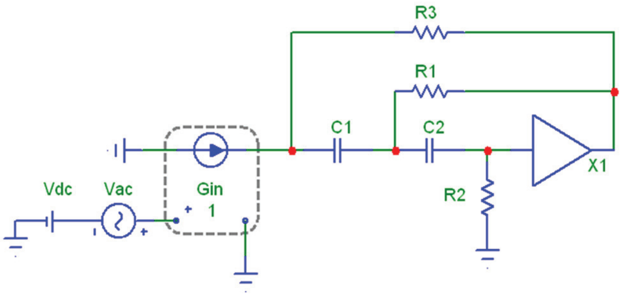


Рис. 4. SPICE схема замещения преобразователя импеданса второго порядка

Сравнение результатов приближенного расчета по формуле (4) с результатами модельного SPICE исследования приведены на рис. 5. Характеристики AC и BC отражают результаты приближенного расчета, а AS и BS – результаты SPICE исследований. Значение C_1 = 100 n, C_2 = 1000 n, R_3 = 100 является неизменным для всех приведенных результатов, а значения R_1 и R_2 дискретно изменялись:

• для AC (Calculation) и AS (SPICE) характеристик R_1 = 100 k, R_2 = 100 k;

• для BC (Calculation) и BS (SPICE) характеристик R_1 = 10, R_2 = 1000 k.

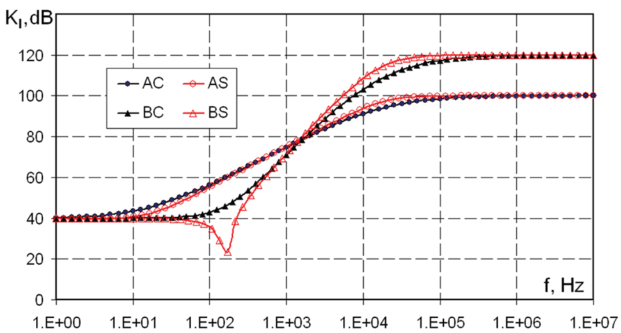


Рис. 5. Сравнение результатов приближенного расчета (AC и BC) с результатами модельного SPICE исследования (AS и BS)

Можно видеть, что при граничных условиях ($\omega \to 0$, $\omega \to \infty$) результаты приближенного расчета и модельного SPICE исследования совпадают. Совпадают также частоты перехода между низким и высоким импедансом. Однако приближенный расчет дает возможность установить возникновение экстремума функции преобразования на частотах указанного перехода.

Полученные результаты модельных SPICE исследований, которые, в отличие от приближенного расчета, учитывающие фазовые задержки в RC цепях, указывают на возможность формирования функции преобразования конвертера импеданса с экстремальным снижением импеданса на низких частотах. Результатами модельных SPICE исследований показано, в частности, на характеристике AS ($R_1 = 100\ k$, $R_2 = 100\ k$) экстремум не наблюдается, зато на характеристике BS ($R_1 = 10$, $R_2 = 100\ k$) имеет место эффект экстремального снижения импеданса. Таким образом, указанный эффект наблюдается только при определенных параметрах RC цепей конвертера.

Указанный эффект обусловливает возможность существенного подавления (режекции) паразитных электромагнитных помех силовой сети (50 Гц или 60 Гц в зависимости от стандартизированной частоты энергосети). Таким образом, сигнальный преобразователь на согласно оптимизированном конвертере импеданса позволяет не только минимизировать паразитное влияние постоянных составляющих сигнала (засветки посторонними источниками света), но и провести эффективную режекцию помех частотой энергосети.

Примеры полученных результатов SPICE исследований амплитудно-частотных (АЧХ) и фазочастотных (ФЧХ) характеристик конвертера импеданса второго порядка приведены на рис. 6 (при изменении R_2) и рис. 7 (при изменении C_1).

Приведены примеры результатов исследований показывают, что в процессе оптимизации возможно определить параметры RC цепей таким образом, чтобы характеристика преобразования конвертера сочетала высокую крутизну нарастания импеданса (до 40 дБ на декаду) и эффективное подавление помехи на частоте режекции (до –40 дБ). В частности, как следует из приведенного на рис. 6 примера, оптимальное значение резистора R_1 составляет примерно 10 Ом (АЧХ (5)). При этом на частоте режекции примерно 150 Гц, коэффициент преобразования – примерно 0 дБ, а полоса пропускания частот – от 30 кГц и выше.

Зато, при больших значениях резистора добротность (крутизна и глубина режекции) спадают, а при меньших значениях – имеет место сдвиг АЧХ в область высоких частот.

Пример исследования конвертера при изменении емкости C_1 (рис. 7) демонстрирует оптимизацию параметров по уже упомянутой режекции электромагнитной помехи, которая обусловлена силовой энергосетью. Показано, что при $R_1 = 1000\ k$, $R_2 = 10$ Ом, $R_3 = 100$ Ом, $C_1 = 10^{-6}$Ф (АЧХ (4)) частота режекции составляет 50 Гц ($K_I = 0$ дБ), а полоса частот пропускания при $K_I = 120$ дБ (что соответствует коэффициенту преобразования 106 В/А) начинается с 30 кГц.

При оптимизации параметров конвертера импеданса важным является корректный выбор активного элемента – в данном случае повторителя напряжения. При использовании повторителя на операционном усилителе следует учесть ограничения нагрузочной способности последнего. Выходной ток подавляющего большинства операционных усилителей ограничен на уровне 20 мА, что не допускает низкоомной нагрузки (менее нескольких сотен Ом). Кроме того, должны быть учтены ограничения функционирования операционных усилителей с RC цепями вследствие превышения допустимой нагрузки и емкостного паразитного возбуждения (искажение сигнала или автоколебания) вследствие недопустимого поворота фазы в цепи обратной связи.

ВЫВОДЫ

Представлено новое схемотехническое решение и результаты модельных исследований сигнального преобразователя оптоэлектронных сенсоров, который обеспечивает минимизацию паразитного влияния постороннего неинформативного оптического излучения и электромагнитных помех. Основой сигнального преобразователя является конвертер импеданса, который

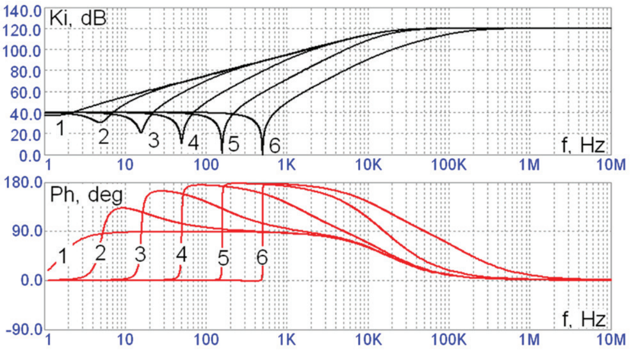


Рис. 6. АЧХ (верхняя) та ФЧХ (нижняя) конвертера при: $R_1 = 1000$, $C_1 = 1000\ n$, $C_2 = 100\ n$, $R_3 = 100$; $R_2 = 100\ k$ (1), $10\ k$ (2), $1\ k$ (3), 100 (4), 10 (5), 1 (6)

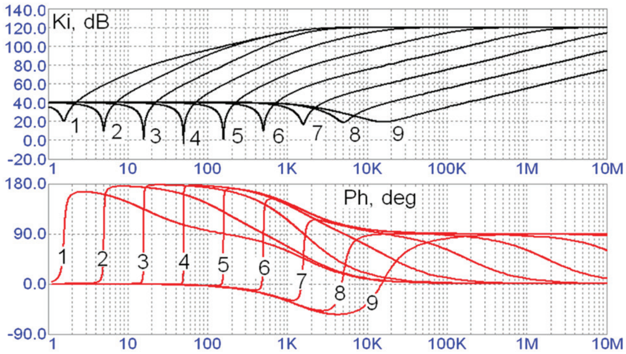


Рис. 7. АЧХ (верхняя) и ФЧХ (нижняя) конвертера при: $C_1 = 1000u$ (1), $100u$ (2), $10\ u$ (3), $1000\ n$ (4), n 100 (5), $10\ n$ (6), $1\ n$ (7), $0.1\ n$ (8), $0.01\ n$ (9)

обеспечивает индуктивный характер импеданса цепи нагрузки фоточувствительного сенсора.

Активным компонентом конвертера импеданса является неинвертирующий усилитель, который выполняет двойную функцию, а именно, формирует активный фильтр второго порядка и положительную обратную связь. Приведенные примеры результатов исследований показывают, что в процессе оптимизации возможно определить параметры RC цепей таким образом, чтобы характеристика преобразования конвертера сочетала высокую крутизну нарастания импеданса (до 40 дБ на декаду) и эффективное подавление помехи на частоте режекции (до –40 дБ).

Литература

[1] *M.D. Guasta, M.Baldi, F. Castagnoli.* A Photodiode-Based Low-Cost Telemetric Lidar for the Continuous Monitoring of Urban Particulate Matter // Photodiodes – Communications, Bio-Sensings, Measurements and High-Energy Physics. Edited by Jin-Wei Shi. – 2011. – 284 P.

[2] *С. Б. Саввин, В. В. Кузнецов, С.В. Шереметьев, А. В. Михайлова.* Оптические химические сенсоры (микро- и наносистемы) для анализа жидкостей. Рос. хим. ж. (Ж. Рос. хим. об-ва им. Д.И. Менделеева). – 2008. – Т. LII, № 2. – С. 7–16.

[3] CNY70. Reflective Optical Sensor with Transistor Output. Document Number: 83751. Vishay Semiconductors. – 2012. – 11 P. [Електронний ресурс] – Режим доступу: www.vishay.com.

[4] Spreeta-R TSPR2KXY-R. Refractive Index Sensor. Product Bulletin. Texas Instruments Inc. – 2003. – 2 p. [Електронний ресурс] – Режим доступу: www.spreeta.com.

[5] Мікросхемотехніка: підручник: за ред. З.Ю. Готри / І.І. Гельжинський, Р.Л. Голяка, З.Ю. Готра, Т.А. Марусенкова. – Львів: Ліга-прес. – 2015. – 492 с.

[6] Sets for the analysis of gases and liquids. Photodiode amplifier with TEC AMP24-10. IBSG Co. Ltd. – 2014. [Електронний ресурс] – Режим доступу: www.ibsg.ru.

[7] Fritz Schuermeyer. Photometry and Radiometry. – 2000. CRC Press LLC. 39 P. [Електронний ресурс] – Режим доступу: http://www.engnetbase.com.

[8] R. Y. Barazarte, G. G. Gonzalez, M. Ehsani. Generalized Gyrator Theory // IEEE Transactions on Power Electronics. – 2010. – Vol. 25, No. 7. P. 1832–1837.

[9] *A.T. Avestruz, J.I. Rodriguez, R. Hinman, G. Livshin, E.* Stability Considerations and Performance of Wide Dynamic Range, Ambient Light Active Rejection Circuits in Photodiode Receivers // Proceeding of the 2004 American Control Conference Boston, Massachusetts. – 2004. – P. 367–373.

[10*] I.S. Uzunov.* Theoretical Model of Ungrounded Inductance Realized With Two Gyrators // IEEE Transactions on Circuits and Systems . – 2008. – Vol. 55, No. 10. – P. 981–985.

[11] US Patent 06359517. Stephen F Colaco. Photodiode transimpedance circuit – 2002. [Електронний ресурс] – Режим доступу: http://patent.ipexl.com/US/06359517.html.

[12] Transimpedance amplifier with high sensitivity E909.07.ELMOS Semiconductor AG. Data Sheet. – 2014. [Електронний ресурс] – Режим доступу: http://www.elmos.com.

Поступила в редколлегию 16.06.2015

Висьтак Мария Владимировна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры биофизики Львовского национального медицинского университета им. Д. Галицкого. Научные интересы: сенсоры на основе жидкокристаллических веществ.

Голяка Роман Любомирович, доктор технических наук, профессор кафедры электронных приборов Национального университета «Львовская политехника». Научные интересы: микроэлектроника, сигнальные преобразователи, сенсоры.

Микитюк Зиновий Матвеевич, доктор физико-математических наук, профессор кафедры электронных приборов Национального университета «Львовская политехника». Научные интересы: сенсоры физических величин.

УДК 681.586.5

Високоефективний конвертер імпеданса оптоелектронних сенсорів / М.В. Вістак, Р.Л. Голяка, З.М. Микитюк // Прикладна радіоелектроніка: наук.-техн. журнал. — 2015. — Том 14. — № 2. — С. 171–175.

Робота присвячена подальшому розвитку сигнальних перетворювачів оптоелектронних сенсорів. Розв'язується задача мінімізації паразитного впливу стороннього неінформативного оптичного випромінювання та електромагнітних завад. Основою запропонованого рішення сигнального перетворювача є конвертер імпедансу, який забезпечує індуктивний характер імпедансу кола навантаження фоточутливого сенсора, а відтак, заглушення постійної складової фотоструму. Модельними дослідженнями показано високу ефективність запропонованого рішення.

Ключові слова: оптоелектронні сенсори, сигнальні перетворювачі, завадостійкість.

Іл.: 7. Бібліогр.:12 найм.

UDC 681.586.5

Highly efficient converter of an impedance of optoelectronic sensors / M.V. Vis'tak, R.L. Golyaka, Z.M. Mikityuk // Прикладна радіоелектроніка: наук.-техн. журнал. — 2015. — Том 14. — № 2. — С. 171–175.

The work is devoted to the further evelopment of optoelectronic sensors signal converters. The problem of minimizing the parasitic influence of stray uninformative optical radiation and electromagnetic interference is solved. The basis of the proposed solutions of a signal converter is an impedance converter which provides the inductive nature of the impedance of a photosensitive sensor load circuit and, hence, the suppression of a DC component of the photocurrent. Model studies show the high efficiency of the proposed solution.

Keywords: optoelectronic sensors, signal transducers, noise immunity.

Fig.: 7. Ref.:12 items.

УДК 519.6:517.958

ПОБУДОВА ТА АНАЛІЗ ОДНОКРОКОВОЇ СХЕМИ ІНТЕГРУВАННЯ В ЧАСІ ЗАДАЧІ ТЕРМОПРУЖНОСТІ ОБОЛОНОК, ПОДАТЛИВИХ ДО ЗСУВІВ ТА СТИСНЕННЯ. ЧАСТИНА 1

Р.Б. МАЛЕЦЬ, Г.А. ШИНКАРЕНКО

У цій статті розглянуто побудову та аналіз однокрокової рекурентної схеми (ОРС) інтегрування в часі задачі термопружних оболонок, податливих до зсуву та стиснення під впливом нестаціонарного теплового та силового навантаження. В основу схеми покладено змішану варіаційну задачу термопружності, в якій окрім взаємного впливу температурного поля та поля механічних напружень також враховано пружно-в'язкі властивості матеріалу оболонок. Досліджувану модель отримано за припущення про лінійний розподіл переміщень та температури за змінною товщини та після застосування процедури напівдискретизації методу Гальоркіна варіаційної задачі тривимірної термопружності. Тоді шуканими функціями є вектор пружних зміщень і поворотів нормалі та вектор приросту температури, які визначені на серединній поверхні оболонки. Доведено теорему про коректність формулювання варіаційних рівнянь ОРС. Для аналізу стійкості ОРС використано рівняння балансу енергії частково дискретизованої задачі і подано достатній критерій безумовної її стійкості. Апроксимативність ОРС охарактеризовано апріорними оцінками похибок.

Ключові слова: початково-крайова задача термопружності, матеріал з миттєвою пам'яттю, оболонка, податлива до зсуву та стиснення, варіаційне формулювання, часткова дискретизація за змінною товщини, коректність частково дискретизованої варіаційної задачі, напівдискретні апроксимації методу Гальоркіна, умови регулярності вхідних даних задачі, існування розв'язку, однокрокова рекурентна схема, апріорні та апостеріорні оцінки похибок апроксимації, стійкість, збіжність.

ВСТУП

Аналіз термопружних процесів у тонкостінних будівельних конструкціях, у складових приладів радіо- та мікроелектроніки становить одне із чільних завдань для різноманітних застосувань в таких галузях, як медицина машинобудування, безпеки життєдіяльності тощо [6, 7, 8].

Дане дослідження передбачає побудову та аналіз ОРС інтегрування в часі задачі термопружності для тонких оболонок, матеріал яких володіє короткочасною пам'яттю [3, 5]. Для чисельного розв'язування вказаного класу варіаційних задач, як правило, використовуються проекційно-сіткові методи, засновані на напівдискретних апроксимаціях Гальоркіна із застосуванням однокрокових рекурентних схем інтегрування в часі. Запропоновані тут схеми досліджуються на основі рівняння балансу енергії шляхом доведення їх стійкості та побудови апріорних оцінок швидкості збіжності до нуля похибки наближених розв'язків.

У п. 1 сформульовано початково-крайову та відповідну їй варіаційну зв'язну задачу динамічної термопружності пружного тіла з урахуванням відповідних лінійних пружно-в'язких властивостей матеріалу, а також записано рівняння балансу енергії. Далі у п. 2 за припущення про малість товщини та вибору незалежних просторових змінних варіаційної задачі сконструйовано такий підпростір допустимих функцій, який дозволяє виконати відокремлення змінної товщини. В результаті отримано відповідну частково дискретизовану варіаційну задачу динаміки термопружно-в'язких оболонок, податливих на зсув та стиснення. П. 3 присвячено дискретизації задачі за часовою змінною. У п. 4 побудовано однокрокову рекурентну схему (ОРС) інтегрування в часі варіаційної задачі на засадах дискретизації Бубнова-Гальоркіна, поданих в [3, 4]. У п. 5 записано енергетичне рівняння напівдискретизованої в часі задачі.

З огляду на рівняння балансу енергії динамічної термопружності в п.6 побудовано апріорні оцінки і знайдено достатній критерій безумовної стійкості ОРС та досліджено стійкість одно-крокової рекурентної схеми Врешті-решт у п. 7 сконструйовано оцінки похибок дискретизації в часі для динамічних задач термопружності оболонок, податливих до зсуву та стиснення.

1. ПОЧАТКОВО-КРАЙОВА ТА ВАРІАЦІЙНА ЗАДАЧІ ТЕРМОПРУЖНОСТІ

Нехай пружне тіло займає у просторі $\mathbb{R}^3$ обмежену область D з неперервною за Ліпшицем границею $S = \partial D$.

Припускаємо, що на нього діють масові сили $\{F_i(\mathbf{x},t)\}_{i=1}^3$, поверхневі навантаження $\widehat{\boldsymbol{\sigma}} = \{\widehat{\sigma}_i(\mathbf{x},t)\}_{i=1}^3$ на $S_\sigma \subset S$, внутрішні джерела тепла $g = g(\mathbf{x},t)$ і тепловий потік $\widehat{q} = \widehat{q}(\mathbf{x},t)$ на границі $S_q \subset S$, під впливом яких виникають пружні переміщення $\mathbf{U} = \{U_i(\mathbf{x},t)\}_{i=1}^3$ та приріст температури $\theta(\mathbf{x},t)$ відносно початкової температури $\theta_0(\mathbf{x})$. Вважаємо, що ці характеристики задовольняють рівняння лінійної термопружності [7, 8, 10]

$$\begin{aligned} &\rho U_i'' - \partial_k \sigma_{ki} = \rho F_i, \\ &c_\varepsilon \theta' - \partial_i(\lambda_{ij}\, \partial_i \theta) + \theta_0\, \beta_{ij}\, \partial_i U_i' = g \text{ в } D \times (0,T], \end{aligned} \tag{1}$$

де $\partial_i := \partial v / \partial x_i$, $v' := \partial v / \partial t$, $v'' := \partial^2 v / \partial t^2$. Тут і далі за індексами, що повторюються, передбачається підсумовування від 1 до 3.

Оскільки йдеться про матеріал з короткочасною пам'яттю, то фізичні співвідношення, а саме гіпотеза Дюгамеля-Неймана набувають вигляду:

$$\sigma_{ij}(\mathbf{U},\theta) := \sigma^e_{ij}(\mathbf{U}) + \sigma^v_{ij}(\mathbf{U}') + \sigma^t_{ij}(\theta) = \\ = c_{ijkm}E_{km}(\mathbf{U}) + a_{ijkm}E_{km}(\mathbf{U}') - \beta_{ij}\theta, \tag{2}$$

де

$$E_{ik}(\mathbf{U}) := \frac{1}{2}(\partial_i U_k + \partial_k U_i). \tag{3}$$

Властивості матеріалу пружного тіла характеризуються густиною маси $\rho = \rho(\mathbf{x})$, коефіцієнтом питомої теплоємності при сталих деформаціях $c_\varepsilon = c_\varepsilon(\mathbf{x})$; теплові та механічні характеристики описуються такими коефіцієнтами: коефіцієнтом температурних напружень β_{ij}, коефіцієнтами теплопровідності λ_{ij}, коефіцієнтами c_{ijkm} термопружності та коефіцієнтами a_{ijkm} в'язкості, докладніше див. [1, 3]. Останні три володіють властивостями симетрії та еліптичності

$$\begin{cases} c_{ijkm} = c_{jikm} = c_{kmij},\, a_{ijkm} = a_{jikm} = a_{kmij}, \\ c_{ijkm}\varepsilon_{ij}\varepsilon_{km} \ge c_0\varepsilon_{ij}\varepsilon_{ij},\, c_0 = const > 0,\, \forall \varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji} \in \mathbb{R}, \\ a_{ijkm}\varepsilon_{ij}\varepsilon_{km} \ge a_0\varepsilon_{ij}\varepsilon_{ij},\, a_0 = const > 0,\, \forall \varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji} \in \mathbb{R}; \end{cases} \tag{4}$$
$$\begin{cases} \lambda_{ij} = \lambda_{ji},\, \lambda_{ij}\xi_i\xi_j \ge \lambda_0,\, \lambda_0 = const > 0, \\ \beta_{ij} = \beta_{ji},\, \beta_{ij}\xi_i\xi_j \ge \beta_0,\, \beta_0 = const > 0,\, \forall \xi_i \in \mathbb{R}. \end{cases}$$

У випадку ізотропних властивостей матеріалу вище застосовувані коефіцієнти набувають таких значень:

$$c_{ijkm} = \frac{\mathsf{E}}{(1+\nu)}\left[\frac{\nu}{(1-2\nu)}\delta_{ij}\delta_{km} + \frac{1}{2}(\delta_{ik}\delta_{jm} + \delta_{im}\delta_{jk})\right],$$
$$a_{ijkm} = \lambda^v\delta_{ij}\delta_{km} + \mu^v(\delta_{ik}\delta_{jm} + \delta_{im}\delta_{jk}),$$
$$\beta_{ij} = \beta\,\delta_{ij} = \frac{\mathsf{E}}{(1+\nu)}\left(\frac{3\nu}{(1-2\nu)} + 1\right)\alpha_T\delta_{ij},$$

де δ_{ij} – символ Кронекера, λ^v, μ^v — модулі в'язкості, α_T — коефіцієнт лінійного температурного розширення, E — модуль Юнга, ν — коефіцієнт Пуассона.

Доповнимо рівняння (1)–(3) крайовими умовами вигляду

$$\mathbf{U} = 0 \quad \text{на } S_u \times [0,T], \quad S_u \subset S, \\ \sigma_{ij}n_j = \widehat{\sigma}_i \quad \text{на } S_\sigma \times [0,T], \quad S_\sigma = S \setminus S_u, \tag{5}$$

$$\theta = 0 \quad \text{на } S_\theta \times [0,T], \\ -\lambda_{ij}\, n_i\, \partial_i\theta = \kappa\theta + \widehat{q} \quad \text{на } S_q \times [0,T], \quad S_q = S \setminus S_\theta, \tag{6}$$

та початковими умовами

$$\mathbf{U}|_{t=0} = \mathbf{U}_0,\; \partial_t\mathbf{U}|_{t=0} = \mathbf{V}_0, \\ \theta|_{t=0} = \theta_0 \text{ в } D, \tag{7}$$

де κ — відомий коефіцієнт теплообміну з довкіллям.

Початково-крайова задача термопружності (1)–(7) допускає варіаційне формулювання вигляду:

$$\begin{cases} \text{дано } \mathbf{U}_0 \in \mathbf{Y}, \mathbf{V}_0 \in \mathbf{H}, \theta_0 \in Z; \\ \text{знайти пару } \{\mathbf{U},\theta\} \in L^2(0,T;\mathbf{Y}\times G) \text{ таку, що} \\ m(\mathbf{U}''(t),\mathbf{V}) + a(\mathbf{U}'(t),\mathbf{V}) + c(\mathbf{U}(t),\mathbf{V}) - b(\theta(t),\mathbf{V}) = \\ \quad = < l(t),\mathbf{V} >, \\ \Xi(\theta'(t),\xi) + \Lambda(\theta(t),\xi) + b(\xi,\mathbf{U}'(t)) = \\ \quad = < r(t),\xi > \quad \forall t \in (0,T], \\ m(\mathbf{U}'(0) - \mathbf{V}_0,\mathbf{V}) = 0,\; c(\mathbf{U}(0) - \mathbf{U}_0,\mathbf{V}) = 0 \;\; \forall \mathbf{V} \in \mathbf{Y}, \\ \qquad \Xi(\theta(0) - \theta_0,\xi) = 0 \;\; \forall \xi \in G, \end{cases} \tag{8}$$

де простори допустимих переміщень і температури

$$\mathbf{Y} = \left\{\mathbf{V} \in [H^1(D)]^3 : \mathbf{V} = 0 \text{ на } S_u\right\},$$
$$G = \left\{\xi \in H^1(D) : \xi = 0 \text{ на } S_\theta\right\},$$
$$\mathbf{Z} = L^2(D) \text{ та } \mathbf{H} = Z^3,$$

та білінійні форми і лінійні функціонали

$$m(\mathbf{U},\mathbf{V}) := \iiint_D \rho\mathbf{U}.\mathbf{V}dD = \iiint_D \rho U_i\, V_i\, dD,$$
$$c(\mathbf{U},\mathbf{V}) := \iiint_D \sigma^e(\mathbf{U}) : E(\mathbf{V})dD = \iiint_D \sigma^e_{ij}(\mathbf{U})E_{ij}(\mathbf{V})dD$$
$$a(\mathbf{U},\mathbf{V}) := \iiint_D \sigma^v(\mathbf{U}) : E(\mathbf{V})dD = \iiint_D \sigma^v_{ij}(\mathbf{U})E_{ij}(\mathbf{V})dD,$$
$$b(\xi,\mathbf{V}) := \iiint_D \sigma^t(\xi) : E(\mathbf{V})dD = \iiint_D \beta\xi\partial_i V_i\, dD,$$
$$\Xi(\theta,\xi) := \iiint_D c_\varepsilon\theta_0^{-1}\theta\xi dD, \qquad \forall \mathbf{U},\mathbf{V} \in \mathbf{Y},$$
$$\Lambda(\theta,\xi) := \iiint_D \theta_0^{-1}(\lambda_{ij}\nabla\theta).\nabla\xi dD + \iint_{S_q}\theta_0^{-1}\kappa\theta\xi dS,$$
$$< l,\mathbf{V} > := \iiint_D \rho\mathbf{f}.\mathbf{V}dD + \iint_{S_q}\widehat{\boldsymbol{\sigma}}.\mathbf{V}dS, \quad \forall \mathbf{U},\mathbf{V} \in \mathbf{Y},$$
$$< r,\xi > := \iiint_D \theta_0^{-1} g\,\xi dD - \iint_{S_q}\theta_0^{-1}\widehat{q}\xi dS \qquad \forall \theta,\xi \in G.$$

З огляду на нерівність Корна, властивості симетрії та еліптичності (4) можна ввести норми на просторах Y та G

$$\|\mathbf{U}\|_{\mathbf{H}} := m^{\frac{1}{2}}(\mathbf{U},\mathbf{U}), \quad \|\mathbf{U}\|_{\mathbf{Y}} := c^{\frac{1}{2}}(\mathbf{U},\mathbf{U}),$$
$$|||\mathbf{U}|||_{\mathbf{Y}} := a^{\frac{1}{2}}(\mathbf{U},\mathbf{U}) \quad \forall \mathbf{U} \in \mathbf{Y} \quad \forall \theta \in G \tag{9}$$
$$\|\theta\|_Z := \Xi^{\frac{1}{2}}(\theta,\theta), \quad \|\theta\|_G := \Lambda^{\frac{1}{2}}(\theta,\theta)$$

та отримати таке рівняння балансу енергії:

$$\frac{1}{2}\left[\|\mathbf{U}'(t)\|^2_{\mathbf{H}} + \|\mathbf{U}(t)\|^2_{\mathbf{Y}} + \|\theta(t)\|^2_{\mathbf{Z}}\right] + \\ + \int_0^t \left[|||\mathbf{U}'(\tau)|||^2_{\mathbf{Y}} + \|\theta(\tau)\|^2_G\right]d\tau = \\ = \frac{1}{2}\left[\|\mathbf{V}_0\|^2_{\mathbf{H}} + \|\mathbf{U}_0\|^2_{\mathbf{Y}} + \|\theta_0\|^2_{\mathbf{Z}}\right] + \\ + \int_0^t \left[< l(\tau),\mathbf{V}'(\tau) > + < r(\tau),\theta(\tau) >\right]d\tau \quad \forall \tau \in (0,T]. \tag{10}$$

Тут, зокрема $\frac{1}{2}\left[\|\mathbf{U}'(t)\|^2_{\mathbf{H}} + \|\mathbf{U}(t)\|^2_{\mathbf{Y}} + \|\theta(t)\|^2_{\mathbf{Z}}\right]$ визначає миттєве значення повної енергії, $\int_0^t \left[|||\mathbf{U}'(\tau)|||^2_{\mathbf{Y}} + \|\theta(\tau)\|^2_G\right]d\tau$ визначають її дисипацію, зумовлену наявністю в'язкості та температурного поля пружного тіла, $\frac{1}{2}\left[\| \mathbf{V}_0 \|^2_{\mathbf{H}} + \| \mathbf{U}_0 \|^2_{\mathbf{Y}} + \| \theta_0 \|^2_{\mathbf{Z}}\right]$ — початкове значення енергії, $\int_0^t [< l(\tau), \mathbf{V}'(\tau) > + < r(\tau), \theta(\tau) >] d\tau$ — притік енергії, за деталями див. [4, 9].

2. МАЛІСТЬ ТОВЩИНИ І ЧАСТКОВО ДИСКРЕТИЗОВАНА ЗАДАЧА

Вважатимемо, що область $D \in \mathbb{R}^3$ можна описати у криволінійній ортогональній системі координат $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ так, що

$$D := \{\mathbf{r} = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) \in \mathbb{R}^3 : \alpha = (\alpha_1, \alpha_2) \in \Omega, \alpha_3 \in (-\frac{1}{2}h, +\frac{1}{2}h)\},$$

де товщина $h = const$ є малою відносно інших розмірів тіла, $h/diam\Omega \ll 1$, а $\Omega = \{\mathbf{r} = (\boldsymbol{\alpha}, 0) \in D\}$ є його серединною поверхнею, контур якої позначимо через $\Gamma = \partial\Omega$. Тоді

$$d\Omega = H_1 H_2 d\boldsymbol{\alpha}, \quad H_i = A_i(1 + \alpha_3 k_i), i = 1,2,$$
$$dD = H_1 H_2 H_3 d\boldsymbol{\alpha} d\alpha_3 = d\Omega d\alpha_3, \quad H_3 = A_3 \equiv 1,$$

де $A_i = A_i(\boldsymbol{\alpha})$ та $k_i = k_i(\boldsymbol{\alpha})$ — коефіцієнти першої квадратичної форми та головні кривини поверхні Ω.

Далі для спрощення викладок припускатимемо, що поверхня тіла S поділена на частини ненульової міри в такий спосіб

$$S_u = S_\theta = \Sigma := \{\mathbf{r} \in D : \ \boldsymbol{\alpha} \in \Gamma = \partial\Omega, \ |\alpha_3| \le \tfrac{1}{2}h\},$$
$$S_\sigma = S_q = \Omega_+ \cup \Omega_-, \ \ \Omega_\pm := \{\mathbf{r} \in \bar{D} : \ \boldsymbol{\alpha} \in \Omega, \ \alpha_3 = \pm\frac{1}{2}h\}.$$

Наслідуючи міркування статті [3, 9] апроксимуватимемо вектор переміщень $\mathbf{U} = \{U_i(\mathbf{r}, t)\}_{i=1}^3$ та температуру $\theta = \theta(\mathbf{r}, t)$ розвиненнями:

$$\begin{aligned} &\mathbf{U}(\mathbf{r}, t) \cong \mathbf{u}(\boldsymbol{\alpha}, t) + \alpha_3 \boldsymbol{\gamma}(\boldsymbol{\alpha}, t), \\ &\theta(\mathbf{r}, t) \cong \theta_1(\boldsymbol{\alpha}, t) + \alpha_3 \theta_2(\boldsymbol{\alpha}, t) \quad \forall(\boldsymbol{\alpha}, \alpha_3) \in D. \end{aligned} \tag{11}$$

Тут $\mathbf{u} = \{u_i(\boldsymbol{\alpha}, t)\}_{i=1}^3$ і $\theta_1 = \theta_1(\boldsymbol{\alpha}, t)$ визначають апроксимації вектора переміщень та температури в точках серединної поверхні і

$$\gamma(\alpha, t) \cong \partial_3 \mathbf{U}(\alpha, 0, t),$$
$$\theta_2(\alpha, t) \cong \partial_3 \theta(\alpha, 0, t) \quad \forall(\alpha, t) \in \bar{\Omega} \times [0, T].$$

Для визначення векторів розвинень переміщень $\mathbf{s} = (\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) = (\mathbf{u}(\boldsymbol{\alpha}, t), \boldsymbol{\gamma}(\boldsymbol{\alpha}, t))$ та температури $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1(\boldsymbol{\alpha}, t), \theta_2(\boldsymbol{\alpha}, t))$ і за допомогою інтегрування за змінною α_3 рівнянь задачі (8) прийдемо до частково дискретизованої задачі вигляду [9]:

$$\begin{cases} \text{задано } \mathbf{s}_0 \in W_h, \ \mathbf{v}_0 \in \mathbf{H}, \ \theta_0, \mathbf{g} \in \mathbf{Z}, \ \mathbf{f} \in \mathbf{H}; \\ \text{знайти } \psi = \{\mathbf{s}, \theta\} \in L^2(0, T; W_h \times Q_h) \text{ такі, що} \\ m_\Omega(\mathbf{s}''(t), \mathbf{v}) + a_\Omega(\mathbf{s}'(t), \mathbf{v}) + c_\Omega(\mathbf{s}(t), \mathbf{v}) \\ \qquad - b_\Omega(\theta(t), \mathbf{v}) = m_\Omega(\mathbf{f}(t), \mathbf{v}) - < l(t), \mathbf{v} >, \\ \Xi_\Omega(\theta'(t), \xi) + \Lambda_\Omega(\theta(t), \xi) \qquad \forall t \in (0, T], \\ \qquad + b_\Omega(\xi, \mathbf{s}'(t)) = \Xi_\Omega(c_\varepsilon^{-1} \mathbf{g}(t), \xi) - < r(t), \xi >, \\ m_\Omega(\mathbf{s}'(0) - \mathbf{v}_0, \mathbf{v}) = 0, \quad c_\Omega(\mathbf{s}(0) - \mathbf{s}_0, \mathbf{v}) = 0, \\ \Xi_\Omega(\theta(0) - \theta_0, \xi) = 0 \quad \forall \mathbf{v} \in W_h, \quad \forall \xi \in Q_h. \end{cases} \tag{12}$$

Тут використано векторні простори

$$W_h = \{\mathbf{w} \in [H^1(\Omega)]^6 : \mathbf{w} = 0 \text{ на} S_u\},$$
$$Q_h = \{\xi \in [H^1(\Omega)]^2 : \xi = 0 \text{ на } S_\theta\},$$

а також білінійні форми

$$\begin{aligned} &m_\Omega(\mathbf{s}, \mathbf{v}) = \rho \sum_{i,j=1}^{2} \iint_\Omega \phi^{i+j-2} \mathbf{s}_i . \mathbf{v}_j A_1 A_2 d\alpha, \\ &a_\Omega(\mathbf{s}, \mathbf{v}) = \iint_\Omega (\mathbf{Cs}) . \left(\tilde{\mathbf{B}} \mathbf{C} \mathbf{v}\right) A_1 A_2 \, d\alpha, \\ &c_\Omega(\mathbf{s}, \mathbf{v}) = \iint_\Omega (\mathbf{Cs}) . \left(\mathbf{B} \mathbf{C} \mathbf{v}\right) A_1 A_2 \, d\alpha \\ &\qquad \forall \mathbf{s} = (\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2), \ \mathbf{v} = (\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2) \in W_h, \\ &b_\Omega(\theta, \mathbf{v}) = \beta \iint_\Omega \Phi(\theta) . (\mathbf{C} \mathbf{v}) A_1 A_2 d\alpha, \\ &\Xi_\Omega(\theta, \xi) = \theta_0^{-1} \sum_{i,j=1}^{2} \iint_\Omega \phi^{i+j-2} \theta_i \xi_j A_1 A_2 d\alpha, \\ &\Lambda_\Omega(\theta, \xi) = \lambda_\Omega(\theta, \xi) + \kappa_\Omega(\theta, \xi), \\ &\qquad \forall \theta = (\theta_1, \theta_2), \ \xi = (\xi_1, \xi_2) \in Q_h, \end{aligned} \tag{13}$$

де

$$\lambda_\Omega(\theta, \xi) = \theta_0^{-1} \sum_{i,j=1}^{2} \iint_\Omega \lambda \left[\sum_{k=1}^{2} \frac{\chi_k^{i+j-2}}{\mathrm{A}_k^2} \frac{\partial \theta_i}{\partial \alpha_k} \frac{\partial \xi_j}{\partial \alpha_k} + \right.$$
$$\left. + \left(ij - i - j + 1\right) \phi^{i+j-4} \theta_i \xi_j \right] A_1 A_2 d\alpha,$$
$$\kappa_\Omega(\theta, \xi) = \left\{ (\kappa^+ + \kappa^-) \theta_1 \xi_1 + \right.$$
$$\left. + (\kappa^+ - \kappa^-) \frac{h}{2} [(k_1 + k_2)] \theta_1 \xi_1 + (\theta_1 \xi_2 + \theta_2 \xi_1)] \right\} \iint_\Omega A_1 A_2 d\alpha,$$
$$\phi^n(\alpha) := \int_{-h/2}^{h/2} \alpha_3^n (1 + \alpha_3 k_1(\alpha))(1 + \alpha_3 k_2(\alpha)) d\alpha_3,$$
$$\chi_m^n(\alpha) = \int_{-h/2}^{h/2} (\alpha_3)^n \frac{[1 + \alpha_3 k_1(\alpha)][1 + \alpha_3 k_2(\alpha)]}{[1 + \alpha_3 k_m(\alpha)]^2} d\alpha_3, \ m = 1,2,$$

та лінійні функціонали

$$\begin{aligned} &< r, \xi > := \theta_0^{-1} \iint_\Omega \left\{ (q^+ + q^-) \xi_1 + \right. \\ &\left. + \frac{h}{2} (q^+ - q^-) \left((k_1 + k_2) \xi_1 + \xi_2 \right) \right\} A_1 A_2 d\alpha + O(h^2), \\ &\qquad \forall \ \xi = (\xi_1, \xi_2) \in Q_h; \\ &< l, \mathbf{v} > := \sum_{i,j=1}^{2} \iint_\Omega (\widehat{\sigma}^+ + \widehat{\sigma}^-) \{ [1 + \frac{1}{2} h (1 + k_1 + k_2)] \mathbf{v}_1 - \\ &- \frac{1}{2} h \mathbf{v}_2 \} A_1 A_2 d\alpha \quad \forall \mathbf{v} = (\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2) \in W_h. \end{aligned} \tag{14}$$

Тут κ^+, κ^- — коефіцієнти теплообміну на відповідних поверхнях Ω_+, Ω_-, q^+, q^- – теплові потоки, а $\widehat{\boldsymbol{\sigma}}^+, \widehat{\boldsymbol{\sigma}}^-$ — поверхневі напруження на Ω_+, Ω_-, відповідно. Деталі побудови задачі (12) див. [1, 3].

Задача (12) описує основний об'єкт дослідження цієї статті. Її побудову та аналіз без урахування в'язкості матеріалу оболонки виконано у роботі авторів [9], куди ми відсилаємо читача за деталями.

Додавання ефектів в'язкості до згаданої моделі оболонки призводить до появи форми $a_\Omega(.,.)$, структура якої ідентична формі $c_\Omega(.,.)$, якщо в останній замінити модулі пружності на модулі в'язкості; внаслідок цього стає правильним таке твердження.

Теорема 2.1. Нехай $mes\, S_u > 0$, *тоді неперервна симетрична білінійна форма* $a_|(.,.)$, *визначена у (13), є* W_h*-еліптичною і створює норму на просторі допустимих переміщень* W_h

$$|||\mathbf{v}|||_{W_h} = \sqrt{a_\Omega(\mathbf{v},\mathbf{v})}, \qquad \forall \mathbf{v} \in W_h, \tag{15}$$

еквівалентну нормі $\|\cdot\|_{[H^1(\Omega)]^6}$.

Тепер, повторюючи методику доведення праці [4], прийдемо до такого твердження.

Теорема 2.2 Про коректність варіаційної задачі термопружності оболонок, податливих до зсуву та стиснення.

Нехай дані варіаційної зв'язаної динамічної задачі термопружності (12) характеризуються умовами регулярності

$$\begin{cases} \mathbf{f} \in L^2(0,T;\mathbf{H}),\ \widehat{\sigma} \in L^2(0,T;[L^2(S_q)]^3), \\ \mathbf{g} \in L^2(0,T;Q_h),\ \widehat{\mathbf{q}} \in L^2(0,T;L^2(S_q)). \end{cases} \tag{16}$$

Тоді варіаційна задача (12) має єдиний розв'язок $\psi(t) = \{\mathbf{s}(t), \theta(t)\}$ і при цьому

$$\mathbf{s}'(t) \in L^2(0,T;\mathbf{H}), \quad \mathbf{s}(t) \in L^2(0,T;W_h),$$
$$\theta(t) \in L^2(0,T;Q_h), \tag{17}$$

$$\begin{gathered} \tfrac{1}{2}\left\{\|\mathbf{s}'(t)\|^2_{\mathbf{H}} + \|\mathbf{s}(t)\|^2_{W_h} + \|\theta(t)\|^2_{\mathbf{Z}}\right\} + \\ + \int_0^t \left\{\|\theta(\tau)\|^2_{Q_h} + |||\mathbf{s}'(\tau)|||_{W_h}\right\} d\tau \le \\ \le C\left\{\|\upsilon_0\|^2_{\mathbf{H}} + \|\mathbf{s}_0\|^2_{W_h} + \|\theta_0\|^2_{\mathbf{Z}}\right\} + \\ + \int_0^t \left\{\|L(\tau)\|^2_{W_h'} + \|R(\tau)\|^2_{Q_h'}\right\} d\tau \\ \forall t \in [0,T] \end{gathered} \tag{18}$$

зі сталою $C > 0$, значення якої не залежить від величин, що нас цікавлять. Тут використано енергетичні норми, породжені білінійними формами задачі (12), а саме,

$$\begin{gathered} \|\mathbf{v}\|_{\mathbf{H}} := \sqrt{m_\Omega(\mathbf{v},\mathbf{v})}\ \forall \mathbf{v} = (\mathbf{v}_1,\mathbf{v}_2) \in \mathbf{H} \\ (\text{еквівалентна} \|\cdot\|_{[L^2(\Omega)]^6}), \\ \|\xi\|_{\mathbf{Z}} := \sqrt{\Xi_\Omega(\xi,\xi)}\ \forall \xi = (\xi_1,\xi_2) \in \mathbf{Z} \\ (\text{еквівалентна } \|\cdot\|_{[L^2(\Omega)]^2}), \\ \|\mathbf{v}\|_{W_h} := \sqrt{A_\Omega(\mathbf{v},\mathbf{v})}\ \forall \mathbf{v} = (\mathbf{v}_1,\mathbf{v}_2) \in W_h \\ (\text{еквівалентна} \|\cdot\|_{[H^1(\Omega)]^6}), \\ \|\xi\|_{Q_h} := \sqrt{\Lambda_\Omega(\xi,\xi))}\ \forall \xi = (\xi_1,\xi_2) \in Q_h \\ (\text{еквівалентна} \|\cdot\|_{[H^1(\Omega)]^2}). \end{gathered} \tag{19}$$

3. ДИСКРЕТИЗАЦІЯ ВАРІАЦІЙНОЇ ЗАДАЧІ ЗА ЧАСОВОЮ ЗМІННОЮ

Поділимо відрізок часу $[0,T]$ на N рівних (хоча, як це буде зрозуміло пізніше, не обов'язково) частин та визначимо $\Delta t := T / N$ як крок інтегрування в часі задачі (12), а точки $t_j = j\Delta t,\ j = 0,\ldots,N$, та проміжки $[t_j, t_{j+1}]$ називатимемо вузлами часової сітки та кроками інтегрування в часі, відповідно.

З огляду на змішану структуру задачі (12) на кожному відрізку часу $[t_j, t_{j+1}]$ її розв'язок $\psi(t) = \{\mathbf{s}(t), \theta(t)\}$ наближатимемо парою $\psi^{\Delta t}(t) = \{\mathbf{s}^{\Delta t}(t), \theta^{\Delta t}(t)\}$ такого вигляду:

$$\begin{cases} \mathbf{s}^{\Delta t}(t) := \mathbf{s}^j + \Delta t\omega_j(t)\upsilon^j + \frac{1}{2}\Delta t^2\omega_j^2(t)\dot{\upsilon}^{j+1/2}, \\ \theta^{\Delta t}(t) := \theta^j + \Delta t\omega_j(t)\dot{\theta}^{j+1/2}, \\ \omega_j(t) := \Delta t^{-1}(t - t_j)\ \forall t \in [t_j, t_{j+1}],\ j = 0,\ldots,N-1, \end{cases} \tag{20}$$

де векторні функції $\mathbf{s}^j, \dot{\upsilon}^{j+1/2} \in W_h$ та $\theta^j, \dot{\theta}^{j+1/2} \in Q_h$ підлягатимуть визначенню.

Щоб з'ясувати фізичний зміст шуканих коефіцієнтів, розглянемо значення компонент апроксимації $\psi^{\Delta t}(t)$ та їхніх похідних у вузлах сітки, а саме

$$\begin{cases} \mathbf{s}^{\Delta t}(t_j) = \mathbf{s}^j, \quad \theta^{\Delta t}(t_j) = \theta^j, \\ \dfrac{\partial}{\partial t}\theta^{\Delta t}(t_{j+1}) = \dot{\theta}^{j+1/2}, \\ \dfrac{\partial}{\partial t}[\mathbf{s}^{\Delta t}(t)]\Big|_{t_j} = [\mathbf{s}^{\Delta t}(t)]'\Big|_{t_j} = \upsilon^j, \\ \dfrac{\partial^2}{\partial t^2}[\mathbf{s}^{\Delta t}(t)]\Big|_{t_j} = [\mathbf{s}^{\Delta t}(t)]''\Big|_{t_j} = \dot{\upsilon}^{j+1/2}. \end{cases} \tag{21}$$

Оскільки апроксимацію пружного зміщення на кожному кроці інтегрування в часі вибрано у формі інтерполяційного полінома Ерміта, то виконання початкових умов задачі (12) перетворюється у рутинну процедуру, а саме, на першому кроці $[t_0, t_1]$ апроксимацію зміщення та температури вибираємо у вигляді

$$\begin{cases} \mathbf{s}^{\Delta t}(t) = \mathbf{s}_0 + \Delta t\omega_0(t)\upsilon_0 + \dfrac{1}{2}[\Delta t\omega_0(t)]^2\dot{\upsilon}^{1/2}, \\ \theta^{\Delta t}(t) = \theta_0 + \Delta t\omega_0(t)\dot{\theta}^{1/2} \qquad \forall t \in [t_0, t_1]. \end{cases} \tag{22}$$

Отже, зроблений тут вибір ґатунку апроксимації розв'язку задачі гарантує точне виконання її початкових умов.

З іншого боку, у правій частині (22) залишилася пара невідомих $\left\{\dot{\upsilon}^{j+1/2}, \dot{\theta}^{j+1/2}\right\} \in W_h \times Q_h$, яка відтворює пришвидшення зміщень та швидкість зміни температури на цьому часовому кроці. Для їхнього визначення маємо незадіяну систему варіаційних рівнянь, яку перетворимо за допомогою процедури Петрова-Гальоркіна.

Підставляючи апроксимації (22) у варіаційні рівняння задачі (12), вимагатимемо, щоб на проміжку часу $[t_j, t_{j+1}]$ нев'язки цих підстановок були ортогональні до функцій $\varepsilon(t) \ge 0$ таких, що

$$\int_{t_j}^{t_{j+1}} \varepsilon(t)dt = 1. \tag{23}$$

Тоді в результаті безпосередніх обчислень до такого твердження.

Теорема 3.1 Про дискретизовану в часі систему варіаційних рівнянь термопружності.

Нехай для апроксимації розв'язку

$$\psi(t) = \{\mathbf{s}(t), \theta(t)\}$$

варіаційної задачі термопружності (12) *використовується частинами визначене наближення* $\psi^{\Delta t}(t)=\{\mathbf{s}^{\Delta t}(t),\theta^{\Delta t}(t)\}$, *яке описується виразами* (21) і (22) *відповідно. Припустимо також, що лінійні функціонали правих частин рівнянь цієї задачі наближаються в частинно лінійний спосіб згідно з правилом*

$$\begin{cases} < L(t),\mathbf{v} > \cong [1-\omega(t)] < L(t_j),\mathbf{v} > +\omega(t) < L(t_{j+1}),\mathbf{v} >, \\ < R(t),\mathbf{v} > \cong [1-\omega(t)] < R(t_j),\mathbf{v} > +\omega(t) < R(t_{j+1}),\mathbf{v} >, \\ \omega(t) := \Delta t^{-1}(t-t_j) \quad \forall t\in[t_j,t_{j+1}],\ j=0,\dots,N-1. \end{cases} \quad (24)$$

Тоді для кожного відрізка часу $[t_j,t_{j+1}]$ *проекційні рівняння Петрова-Гальоркіна, обчислені за допомогою тестової функції* $\varepsilon(t)\geq 0$ *з властивістю* (23), *набудуть вигляду*

$$\begin{cases} m_\Omega(\dot{\upsilon}^{j+1/2},\mathbf{v}) + a_\Omega(\upsilon^j+\Delta t\eta\dot{\upsilon}^{j+1/2},\mathbf{v}) + \\ \quad + c_\Omega(\mathbf{s}^j+\Delta t\eta\upsilon^j+\tfrac{1}{2}\Delta t^2\varpi\dot{\upsilon}^{j+1/2},\mathbf{v}) - \\ \quad - b_\Omega(\theta^j+\Delta t\eta\dot{\theta}^{j+1/2},\mathbf{v}) = < L^{j+\eta},\mathbf{v} > \quad \forall \mathbf{v}\in W_h, \\ \Xi_\Omega(\dot{\theta}^{j+1/2},\xi) + \Lambda_\Omega(\theta^j+\Delta t\eta\dot{\theta}^{j+1/2},\xi) + \\ \quad + b_\Omega(\xi,\upsilon^j+\Delta t\eta\dot{\upsilon}^{j+1/2}) = < R^{j+\eta},\xi > \quad \forall\xi\in Q_h, \end{cases} \quad (25)$$

де значення параметрів η *та* ϖ *обчислюють згідно з такими правилами*

$$\eta := \int_{t_j}^{t_{j+1}} \varepsilon(t)\omega(t)\,dt, \quad \varpi := \int_{t_j}^{t_{j+1}} \varepsilon(t)\omega^2(t)\,dt \quad (26)$$

та

$$\begin{cases} < L^{j+\eta},\mathbf{v} > := (1-\eta) < L(t_j),\mathbf{v} > + \eta < L(t_{j+1}),\mathbf{v} > \\ \qquad \forall \mathbf{v}\in W_h, \\ < R^{j+\eta},\mathbf{v} > := (1-\eta) < R(t_j),\mathbf{v} > + \eta < R(t_{j+1}),\mathbf{v} > \\ \qquad \forall \xi\in Q_h. \end{cases} \quad (27)$$

4. ОДНОКРОКОВА РЕКУРЕНТНА СХЕМА ІНТЕГРУВАННЯ В ЧАСІ

Для скорочення запису проекційних рівнянь (25) введемо симетричні білінійні форми

$$M(\Delta t,\eta,\varpi;\ .\ ,\ .\ ) : W_h\times W_h \to \mathbb{R}$$

$$\text{та } S(\Delta t,\eta;\ .\ ,\ .\ ) : Q_h\times Q_h \to \mathbb{R}$$

згідно з правилами

$$\begin{aligned} M(\Delta t,\eta,\varpi;\mathbf{w},\mathbf{v}) &:= m_\Omega(\mathbf{w},\mathbf{v}) + \Delta t\,\eta\ a_\Omega(\mathbf{w},v) + \\ &+ \frac{1}{2}\Delta t^2\varpi c_\Omega(\mathbf{w},v) \quad \forall \mathbf{w},\mathbf{v}\in W_h \end{aligned} \quad (28)$$

та

$$S(\Delta t,\eta;\theta,\xi) := \Xi_\Omega(0,\xi) + \Delta t\,\eta\,\Lambda_\Omega(\theta,\xi) \quad \forall\theta,\xi\in Q_h \quad (29)$$

відповідно і визначимо лінійні неперервні функціонали

$$\begin{aligned} < X_{j+\eta},\mathbf{v} > &:= < L^{j+\eta},\mathbf{v} > - [a_\Omega(\upsilon^j,\mathbf{v}) + \\ &+ c_\Omega(\mathbf{s}^j+\Delta t\,\eta\,\upsilon^j,\mathbf{v}) - b_\Omega(\theta^j,\mathbf{v})] \quad \forall\mathbf{v}\in W_h, \\ < Y_{j+\eta},\xi > &:= < R^{j+\eta},\xi > - \\ &- [\Lambda_\Omega(\theta^j,\xi) + b_\Omega(\xi,\upsilon^j)] \quad \forall\xi\in Q_h. \end{aligned} \quad (30)$$

Тепер на підставі теореми 3.1 можемо сформулювати теорему.

Теорема 4.1 Про однокрокову рекурентну схему розв'язування задачі термопружності.

Нехай розв'язок $\{s(t),\theta(t)\}\in W_h\times Q_h$ *варіаційної задачі на кожному кроці* $[t_j,t_{j+1}]$, $\Delta t=t_{j+1}-t_j$ *апроксимується поліномами вигляду* (22), (26).

Тоді процедура Петрова–Гальоркіна породжує однокрокову рекурентну схему вигляду:

$$\begin{cases} \text{задано } \{\mathbf{s}^0,\upsilon^0,\theta^0\}\in W_h\times W_h\times Q_h \text{ та} \\ \quad \text{параметри } \Delta t>0,\ \ \eta,\varpi\in[0,1]; \\ \text{знайти } \{\dot{\upsilon}^{j+1/2},\dot{\theta}^{j+1/2}\}\in W_h\times Q_h \\ \text{та } \{\mathbf{s}^{j+1},\upsilon^{j+1},\theta^{j+1}\}\in W_h\times W_h\times Q_h \text{ такі, що} \\ M(\Delta t,\eta,\varpi;\dot{\upsilon}^{j+1/2},\mathbf{v}) - \Delta t\,\eta\,b_\Omega(\dot{\theta}^{j+1/2},v) = \\ = < X_{j+\eta},\mathbf{v} > \quad \forall\mathbf{v}\in W_h, \\ S(\Delta t,\eta;\dot{\theta}^{j+1/2},\xi) + \Delta t\,\eta\,b_\Omega(\xi,\dot{\upsilon}^{j+1/2}) = \\ = < Y_{j+\eta},\xi > \quad \forall\xi\in Q_h, \\ \upsilon^{j+1} = \upsilon^j + \Delta t\,\dot{\upsilon}^{j+1/2}, \\ \mathbf{s}^{j+1} = \mathbf{s}^j + \dfrac{1}{2}\Delta t(\upsilon^{j+1}+\upsilon^j), \\ \theta^{j+1} = \theta^j + \Delta t\,\dot{\theta}^{j+1/2} \quad j=0,1,\ \dots\ ,N-1. \end{cases} \quad (31)$$

Доведення. Повертаючись до системи рівнянь (25), залишимо в лівій частині рівнянь лише доданки з індексом $j+1/2$, у підсумку отримаємо

$$\begin{cases} m_\Omega(\dot{\upsilon}^{j+1/2},\mathbf{v}) + \Delta t\eta a_\Omega(\dot{\upsilon}^{j+1/2},\mathbf{v}) + \dfrac{1}{2}\Delta t^2\varpi c_\Omega(\dot{\upsilon}^{j+1/2},\mathbf{v}) \\ -\Delta t\eta b_\Omega(\dot{\theta}^{j+1/2},\mathbf{v}) = < L^{j+\eta},\mathbf{v} > - \\ -[a_\Omega(\upsilon^j,\mathbf{v}) + c_\Omega(\mathbf{s}^j+\Delta t\eta\upsilon^j,\mathbf{v}) - b_\Omega(\theta^j,\mathbf{v})] \\ \ \forall\mathbf{v}\in W_h, \\ \Xi_\Omega(\dot{\theta}^{j+1/2},\xi) + \Delta t\eta\Lambda_\Omega(\dot{\theta}^{j+1/2},\xi) + \Delta t\eta b_\Omega(\xi,\dot{\upsilon}^{j+1/2}) = \\ = < R^{j+\eta},\xi > - [\Lambda_\Omega(\theta^j,\xi) + b_\Omega(\xi,\upsilon^j)] \quad \forall\xi\in Q_h. \end{cases} \quad (32)$$

На завершення доведення залишилося застосувати визначення (27)–(29)

На декартовому добутку $\boldsymbol{Q} := W_h\times Q_h$ введемо білінійну форму та лінійні функціонали згідно з такими правилами

$$\begin{aligned} B(\pi,\phi) &:= M(\Delta t,\eta,\varpi;\ \upsilon,\mathbf{v}) + S(\Delta t,\eta;\theta,\xi) - \\ &-\Delta t\eta[b_\Omega(\xi,\upsilon) - b_\Omega(\theta,\mathbf{v})] \quad \forall\pi=\{\upsilon,\theta\},\ \phi=\{\mathbf{v},\xi\}\in\boldsymbol{Q} \end{aligned} \quad (33)$$

та

$$\begin{aligned} < Z_{j+\eta},\phi > &:= < X_{j+\eta},\mathbf{v} > + < Y_{j+\eta},\xi > \\ &\forall\phi=\{\mathbf{v},\xi\}\in\boldsymbol{Q}. \end{aligned} \quad (34)$$

У такому разі однокрокова рекурентна схема (31) на кожному етапі свого застосування передбачає розв'язування варіаційних задач вигляду

$$\begin{cases} \text{знайти } \pi^{j+1/2} = \{\dot{\upsilon}^{j+1/2},\dot{\theta}^{j+1/2}\}\in\boldsymbol{Q} \text{ таке, що} \\ B(\pi^{j+1/2},\phi) = < Z_{j+\eta},\phi > \quad \forall\phi=\{\mathbf{v},\xi\}\in\boldsymbol{Q}. \end{cases} \quad (35)$$

Теорема 4.2 Про коректність формулювання варіаційних рівнянь ОРС.

Нехай виконано умови теореми 4.1.

Тоді для кожного $j = 0,1, \dots, N-1$ *система варіаційних рівнянь* (35) *однокрокової рекурентної схеми* (31) *має єдиний розв'язок*

$$\pi^{j+1/2} = \left\{ \overset{\bullet}{\upsilon}^{j+1/2}, \overset{\bullet}{\theta}^{j+1/2} \right\} \in \boldsymbol{Q}$$

такий, що

$$\left\| \pi^{j+1/2} \right\|_{\boldsymbol{Q}} \le \left\| \mathrm{Z}_{j+\eta} \right\|_{*}, \qquad (36)$$

де $\| \phi \|_{\boldsymbol{Q}} = \sqrt{B(\phi,\phi)} \quad \forall \phi \in \boldsymbol{Q}$.

Доведення. Щоб дати відповідь на запитання стосовно розв'язуваності системи рівнянь (25) або, що еквівалентно, задачі (35), достатньо перевірити виконання гіпотез теореми Лакса-Мільграма-Вишика. У зв'язку з цим зауважимо, що з огляду на зазначені в (19) властивості білінійних форм (13) можна стверджувати, що білінійна форма $B(\,.\,,.\,) : \boldsymbol{Q} \times \boldsymbol{Q} \to \mathbb{R}$ є неперервною та $\boldsymbol{Q}$ – еліптичною, оскільки

$$\begin{aligned} \Re(\phi,\phi) &= M(\Delta t, \eta, \varpi; \mathbf{v}, \mathbf{v}) + S(\Delta t, \eta; \xi, \xi) = \\ &= \| \mathbf{v} \|^2_{\mathbf{H}} + \Delta t \eta \, ||| \mathbf{v} |||^2_{W_h} + \tfrac{1}{2} \Delta t^2 \varpi \, \| v |^2_{W_h} + \\ &+ \| \xi \|^2_{\mathbf{Z}} + \Delta t \, \eta \, \| \xi \|^2_{Q_h} \quad \forall \phi = \{ \mathbf{v}, \xi \} \in \boldsymbol{Q}. \end{aligned} \qquad (37)$$

Знову ж таки на підставі (16),(17) неважко показати, що лінійний функціонал $\mathrm{Z}_{j+\eta} : \boldsymbol{Q} \to \mathbb{R}$ є неперервним на просторі $\boldsymbol{Q}$. Отож, з огляду на теорему Лакса-Мільграма-Вишика задача (35) однозначно розв'язується і є правильною оцінка (36) ▲

5. ЕНЕРГЕТИЧНЕ РІВНЯННЯ НАПІВДИСКРЕТИЗОВАНОЇ В ЧАСІ ЗАДАЧІ

Ключову роль у нашому аналізі однокрокової рекурентної схеми (31) відіграє наступна теорема.

Теорема 5.1 Про рівняння балансу енергії дискретизованої в часі задачі термопружності.

Нехай апроксимацію $\left\{ \mathbf{s}^{\Delta t}(t), \theta^{\Delta t}(t) \right\} \in W_h \times Q_h$ *розв'язку варіаційної задачі* (12) *описують частинами визначені поліноми вигляду* (22) і (26)*, коефіцієнти яких обчислюють за допомогою ОРС* (31) *зі значенням параметра* $\eta = \dfrac{1}{2}$.

Тоді рівняння балансу енергії дискретизованої задачі термопружності набувають вигляду

$$\begin{aligned} &[\| \upsilon^{n+1} \|^2_{\mathbf{H}} + \| \mathbf{s}^{n+1} \|^2_{W_h} + \| \theta^{n+1} \|^2_{\mathbf{Z}}] + \\ &+ \Delta t \sum_{j=0}^{n} [||| \upsilon^{j+1/2} |||^2_{W_h} + \| \theta^{j+1/2} \|^2_{Q_h}] + \frac{1}{4} \Delta t^2 (\varpi - \tfrac{1}{2}) \, ||| \upsilon^{n+1} |||^2_{W_h} = \\ &= \frac{1}{2} [\| \upsilon^0 \|^2_{\mathbf{H}} + \| \mathbf{s}^0 \|^2_{W_h} + \| \theta^0 \|^2_{\mathbf{Z}}] + \frac{1}{4} \Delta t^2 (\varpi - \tfrac{1}{2}) \, ||| \upsilon^0 |||^2_{W_h} + \\ &+ \Delta t \sum_{j=0}^{n} [< L^{j+1/2}, \upsilon^{j+1/2} > + < R^{j+1/2}, \theta^{j+1/2} >] \end{aligned} \qquad (38)$$

$$n = 0,1,\dots .$$

Доведення. За умови, що $\eta = \dfrac{1}{2}$, рівняння дискретизованої варіаційної задачі (25) набудуть вигляду

$$\left\{ \begin{aligned} &m_\Omega(\overset{\bullet}{\upsilon}^{j+1/2}, \mathbf{v}) + a_\Omega(\upsilon^{j+1/2}, \mathbf{v}) + c_\Omega(\mathbf{s}^{j+1/2} + \\ &+ \frac{1}{2} [\Delta t]^2 (\varpi - \frac{1}{4}) \dot{\upsilon}^{j+1/2}, \mathbf{v}) - b_\Omega(\theta^{j+1/2}, \mathbf{v}) = \\ &= < L^{j+1/2}, \mathbf{v} > \ \forall \mathbf{v} \in W_h, \\ &\Xi_\Omega(\overset{\bullet}{\theta}^{j+1/2}, \xi) + \Lambda_\Omega(\theta^{j+1/2}, \xi) + \\ &+ b_\Omega(\xi, \upsilon^{j+1/2}) = < R^{j+1/2}, \xi > \ \forall \xi \in Q_h. \end{aligned} \right. \qquad (39)$$

Приймемо $\mathbf{v} = \upsilon^{j+1/2}$, $\xi = \theta^{j+1/2}$ та додамо їх, у підсумку отримаємо

$$\begin{aligned} &m_\Omega(\overset{\bullet}{\upsilon}^{j+1/2}, \upsilon^{j+1/2}) + a_\Omega(\upsilon^{j+1/2}, \upsilon^{j+1/2}) + \\ &+ c_\Omega(\mathbf{s}^{j+1/2} + \frac{1}{2} [\Delta t]^2 (\varpi - \frac{1}{4}) \overset{\bullet}{\upsilon}^{j+1/2}, \upsilon^{j+1/2}) + \\ &+ \Xi_\Omega(\overset{\bullet}{\theta}^{j+1/2}, \theta^{j+1/2}) + \Lambda_\Omega(\theta^{j+1/2}, \theta^{j+1/2}) = \\ &= < L^{j+1/2}, \upsilon^{j+1/2} > + < R^{j+1/2}, \theta^{j+1/2} >, \end{aligned}$$

або, згадуючи визначення енергетичних норм,

$$\begin{aligned} &m_\Omega(\overset{\bullet}{\upsilon}^{j+1/2}, \upsilon^{j+1/2}) + ||| \upsilon^{j+1/2} |||^2_{W_h} + \\ &+ c_\Omega(\mathbf{s}^{j+1/2}, \upsilon^{j+1/2}) + \frac{1}{2} [\Delta t]^2 (\varpi - \frac{1}{4}) c_\Omega(\overset{\bullet}{\upsilon}^{j+1/2}, \upsilon^{j+1/2}) + \\ &+ \Xi_\Omega(\overset{\bullet}{\theta}^{j+1/2}, \theta^{j+1/2}) + \| \theta^{j+1/2} \|_{Q_h} = \\ &= < L^{j+1/2}, \upsilon^{j+1/2} > + < R^{j+1/2}, \theta^{j+1/2} >. \end{aligned} \qquad (40)$$

Решту доданків цього рівняння перетворимо тим самим способом, наприклад,

$$\begin{aligned} m_\Omega(\overset{\bullet}{\upsilon}^{j+1/2}, \upsilon^{j+1/2}) &= \frac{1}{2} \Delta t^{-1} m_\Omega(\upsilon^{j+1} - \upsilon^j, \upsilon^{j+1} + \upsilon^j) = \\ &= \frac{1}{2} \Delta t^{-1} [m_\Omega(\upsilon^{j+1}, \upsilon^{j+1}) - m_\Omega(\upsilon^j, \upsilon^j)] = \\ &= \frac{1}{2} \Delta t^{-1} [\| \upsilon^{j+1} \|^2_{\mathbf{H}} - \| \upsilon^j \|^2_{\mathbf{H}}]. \end{aligned} \qquad (41)$$

Зауважимо, що з огляду на тотожність (31) теореми 4.1.

$$\begin{aligned} &c_\Omega(\mathbf{s}^{j+1/2}, \upsilon^{j+1/2}) = \\ &= c_\Omega(\tfrac{1}{2}(\mathbf{s}^{j+1} + \mathbf{s}^j) - \frac{1}{8} \Delta t^2 \overset{\bullet}{\upsilon}^{j+1/2}, \upsilon^{j+1/2}) = \\ &= c_\Omega(\frac{1}{2}(\mathbf{s}^{j+1} + \mathbf{s}^j) - \frac{1}{8} \Delta t^2 \overset{\bullet}{\upsilon}^{j+1/2}, \overset{\bullet}{\mathbf{s}}^{j+1/2}) = \\ &= \frac{1}{2} \Delta t^{-1} [\| \mathbf{s}^{j+1} \|^2_{W_h} - \\ &- \| \mathbf{s}^j \|^2_{W_h}] - \frac{1}{16} \Delta t [\| \upsilon^{j+1} \|^2_{W_h} - \| \upsilon^j \|^2_{W_h}] . \| \mathbf{v} \|_{\mathbf{H}} . \end{aligned} \qquad (42)$$

Зібравши тотожності вигляду (41) та (42) у (40), отримаємо

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2} \Delta t^{-1} [\| \upsilon^{j+1} \|^2_{\mathbf{H}} - \| \upsilon^j \|^2_{\mathbf{H}}] + \| \upsilon^{j+1/2} \|^2_{W_h} \\ &\frac{1}{2} \Delta t^{-1} [\| \mathbf{s}^{j+1} \|^2_{W_h} - \| \mathbf{s}^j \|^2_{W_h}] - \frac{1}{4} \Delta t (\varpi - \frac{1}{2}) [\| \upsilon^{j+1} \|^2_{W_h} - \\ &- \| \upsilon^j \|^2_{W_h}] + \frac{1}{2} \Delta t^{-1} [\| \theta^{j+1} \|^2_{\mathbf{Z}} - \| \theta^j \|^2_{\mathbf{Z}}] + \| \theta^{j+1/2} \|_{Q_h} = \\ &= < L^{j+1/2}, \upsilon^{j+1/2} > + < R^{j+1/2}, \theta^{j+1/2} >. \end{aligned} \qquad (43)$$

Нарешті, додавши тотожності з (42) з індексами $j = 0,1,\dots,n$, приходимо до такого виразу:

$$\frac{1}{2}\Delta t^{-1}[\|\upsilon^{n+1}\|^2_{\mathbf{H}} + \|\mathbf{s}^{n+1}\|^2_{W_h} + \|\theta^{n+1}\|^2_{\mathbf{Z}}] +$$

$$+\Delta t\sum_{j=0}^{n}[\|\upsilon^{j+1/2}\|^2_{W_h} + \|\theta^{j+1/2}\|^2_{Q_h}] + \frac{1}{4}\Delta t^2(\varpi - \tfrac{1}{2})\|\upsilon^{n+1}\|^2_{W_h} =$$

$$= \frac{1}{2}[\|\upsilon^0\|^2_{\mathbf{H}} + \|\mathbf{s}^0\|^2_{W_h} + \|\theta^j\|^2_{\mathbf{Z}}] + \frac{1}{4}\Delta t^2(\varpi - \frac{1}{2})\|\upsilon^0\|^2_{W_h} + \tag{44}$$

$$+\Delta t\sum_{j=0}^{n}[< L^{j+1/2}, \upsilon^{j+1/2} > + < R^{j+1/2}, \theta^{j+1/2} >] \quad n = 0,1,\dots.$$

Враховуючи початкові умови задачі, знайдемо тотожність, задекларовану в (37).

6. АНАЛІЗ СТІЙКОСТІ ОДНОКРОКОВОЇ РЕКУРЕНТНОЇ СХЕМИ

Порівнюючи рівняння балансу енергії (44) та цього ж рівняння неперервної задачі (див. (10)), зазначимо, що використана нами дискретизація в часі вносить збурення з доданками, які пропорційні значенням множника $(\varpi - \frac{1}{2})$. Згадані доданки з $\eta < \frac{1}{2}$ мають нефізичний зміст. Отже, на перший погляд допустимими значеннями параметрів однокрокової рекурентної схеми (31) є такі, що задовольняють умови

$$\eta = \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{2} \le \varpi \le 1.$$

Це вступне зауваження засвідчує, що конструювання схем дискретизації задач за часовою змінною є нетривіально задачею і потребує ґрунтовного аналізу передусім стійкості таких схем.

З огляду на обмеженість лінійних функціоналів L і R скористаємося оцінками вигляду

$$|< L^{j+1/2}, \upsilon^{j+1/2} >| \le \frac{1}{2}\|\upsilon^{j+1/2}\|^2_{W_h} +$$

$$+\frac{1}{2}C\|L^{j+1/2}\|^2_{W_h'}, \; C = const > 0$$

та

$$|< R^{j+1/2}, \theta^{j+1/2} >| \le \frac{1}{2}\|\theta^{j+1/2}\|^2_{Q_h} + \frac{1}{2}C\|R^{j+1/2}\|^2_{Q_h'}, \tag{45}$$

де W_h' та Q_h' – простори, спряжені до W_h та Q_h, відповідно. Тут і далі тим самим символом C ми позначаємо різні додатні сталі, значення яких не залежать від величин, які нас цікавлять.

Підставимо наведені оцінки до енергетичного рівняння (38) та після приведення подібних отримаємо нерівності вигляду

$$\frac{1}{2}[\|\upsilon^{n+1}\|^2_{\mathbf{H}} + \|\mathbf{s}^{n+1}\|^2_{W_h} + \|\theta^{n+1}\|^2_{\mathbf{Z}}] +$$

$$+\Delta t\sum_{j=0}^{n}[\|\upsilon^{j+1/2}\|^2_{W_h} + \|\theta^{j+1/2}\|^2_{Q_h}] + \frac{1}{4}\Delta t^2(\varpi - \tfrac{1}{2})\|\upsilon^{n+1}\|^2_{W_h} =$$

$$= \frac{1}{2}[\|\upsilon_0\|^2_{\mathbf{H}} + \|\mathbf{s}_0\|^2_{W_h} + \|\theta_0\|^2_{\mathbf{Z}}] + \frac{1}{4}\Delta t^2(\varpi - \tfrac{1}{2})\|\upsilon_0\|^2_{W_h} +$$

$$+\frac{1}{2}\Delta t C\sum_{j=0}^{n}[< L^{j+1/2}, \upsilon^{j+1/2} > + < R^{j+1/2}, \theta^{j+1/2} >], \tag{46}$$

$$n = 0,1,\dots N-1.$$

Оскільки праві частини нерівностей (45) залежать лише від даних варіаційної задачі термопружності, то звідси доходимо висновку, що буде правильною теорема.

Теорема 6.1 Про достатню умову стійкості однокрокової рекурентної схеми.

Нехай апроксимацію $\{\mathbf{s}^{\Delta t}(t), \theta^{\Delta t}(t)\} \in W_h \times Q_h$ *розв'язку варіаційної задачі* (12) *описують частинами визначені поліноми вигляду* (22) і (26), *коефіцієнти яких обчислюють однокроковою рекурентною схемою* (31) *зі значеннями параметрів* η *та* ϖ, *що задовольняють умови*

$$\eta = \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{2} \le \varpi \le 1. \tag{47}$$

Тоді однокрокова рекурентна схема (31) *є безумовно стійкою стосовно вибору довжини кроку інтегрування і, для знайдених наближень* $\{\mathbf{s}^{n+1}, \upsilon^{n+1}, \theta^{n+1}\} \in W_h \times W_h \times Q_h$ *будуть правильними такі апріорні оцінки*

$$\frac{1}{2}[\|\upsilon^{n+1}\|^2_{\mathbf{H}} + \|\mathbf{s}^{n+1}\|^2_{W_h} + \|\theta^{n+1}\|^2_{\mathbf{Z}}] +$$

$$+\frac{1}{2}\Delta t\sum_{j=0}^{n}[\|\upsilon^{j+1/2}\|^2_{W_h} + \|\theta^{j+1/2}\|^2_{Q_h}] +$$

$$+\frac{1}{4}\Delta t^2(\varpi - \tfrac{1}{2})\|\upsilon^{n+1}\|^2_{W_h} \le$$

$$\le \frac{1}{2}[\|\upsilon_0\|^2_{\mathbf{H}} + \|\mathbf{s}_0\|^2_{W_h} + \|\theta_0\|^2_{\mathbf{Z}}] + \tag{48}$$

$$+\frac{1}{2}\Delta t C\sum_{j=0}^{n}[\|L^{j+1/2}\|^2_{W_h'} + \|R^{j+1/2}\|^2_{Q_h'}] +$$

$$+\frac{1}{4}\Delta t^2(\varpi - \tfrac{1}{2})\|\upsilon_0\|^2_{W_h}, \; n = 0,1,\dots N-1. \blacktriangle$$

Зауваження 6.1. Якщо $\eta = \frac{1}{2}$ і $0 \le \varpi \le \frac{1}{2}$, то доданки з множником $(\varpi - \frac{1}{2})$ в (48) є величинами порядку $O(\Delta t^2)$, тому за достатньо малих значень Δt схема (31) може залишатися стійкою. ▲

7. ЗБІЖНІСТЬ ОДНОКРОКОВОЇ РЕКУРЕНТНОЇ СХЕМИ

Теорема 7.1 Про збіжність однокрокової рекурентної схеми.

Нехай для кожного $N \in \mathbb{N}$ *послідовності трійок* $U_{\Delta t} = \{\mathbf{s}^j, \upsilon^j, \theta^j\}_{j=0}^N \subset W_h \times W_h \times Q_h$, $N\Delta t = T$, *обчислюються однокроковою рекурентною схемою* (31) *зі значеннями параметрів* η *та* ϖ, *які задовольняють умови*

$$\eta = \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{2} \le \varpi \le 1. \tag{49}$$

Тоді будуть правильними такі твердження.

1. Обчислені таким способом послідовності $U_{\Delta t} = \{\mathbf{s}^j, \upsilon^j, \theta^j\}_{j=0}^N$ *є обмеженими в нормі простору* $W_h \times W_h \times Q_h$; *знайдеться* $C = const > 0$ *така, що*

$$\frac{1}{2}[\|\upsilon^{n+1}\|^2_{\mathbf{H}} + \|\mathbf{s}^{n+1}\|^2_{W_h} + \|\theta^{n+1}\|^2_{Z}] +$$

$$+\frac{1}{2}\Delta t\sum_{j=0}^{n}[\|\upsilon^{j+1/2}\|^2_{W_h} + \|\theta^{j+1/2}\|^2_{G}] \le$$

$$\le \frac{1}{2}[\|\upsilon_0\|^2_{\mathbf{H}} + \|\mathbf{s}_0\|^2_{W_h} + \|\theta_0\|^2_{\mathbf{Z}}] + \tag{50}$$

$$+\frac{1}{2}\Delta t C\sum_{j=0}^{n}[\|L^{j+1/2}\|^2_{W_h'} + \|R^{j+1/2}\|^2_{Q_h'}] + \frac{1}{4}\Delta t^2\|\upsilon_0\|^2_{W_h},$$

$$n = 0,1,\dots N-1. \blacktriangle$$

2. Кожна з послідовностей $U_{\Delta t}=\{\mathbf{s}^j,\upsilon^j,\theta^j\}_{j=0}^N$ *генерує частинами визначену вектор-функцію*

$$\left\{\mathbf{s}^{\Delta t}(t),\theta^{\Delta t}(t)\right\}\in C^1(0,T;W_h)\times C^0(0,T;Q_h)\,,$$

кожна ланка якої набуває вигляду

$$\begin{cases}\mathbf{s}^{\Delta t}(t)=\mathbf{s}^j+\Delta t\omega_j(t)\upsilon^j+\frac{1}{2}[\Delta t\omega_j(t)]^2\,\dot{\upsilon}^{j+1/2},\\ \theta^{\Delta t}(t)=\theta^j+\Delta t\omega_j(t)\dot{\theta}^{j+1/2}\qquad\forall t\in[t_j,t_{j+1}],\\ \qquad j=0,1\,\ldots\,N-1.\end{cases}\tag{51}$$

На додаток до цього, якщо послідовності $\{L^{j+1/2}\}_{j=0}^{N-1}\subset W_h'$ *та* $\{R^{j+1/2}\}_{j=0}^{N-1}\subset Q_h'$ *наближають функціонали* $L_\Omega(t)\subset W_h'$ *та* $R(t)\subset Q_h'$ *варіаційної задачі* (12) *так, що*

$$\int_{t_j}^{t_{j+1}}[\|L(\tau)-L^{j+1/2}\|_*^2+\|R(\tau)-R^{j+1/2}\|_*^2]d\tau\le C\Delta t^{2p+1},$$
$$j=0,1,\,\ldots\,N-1,\tag{52}$$

то знайдена пара $\left\{\mathbf{s}^{\Delta t}(t),\theta^{\Delta t}(t)\right\}\in W_h\times Q_h$ *апроксимує розв'язок* $\{\mathbf{s}(t),\theta(t)\}\in W_h\times Q_h$ *задачі* (12) *і її похибка*

$$\mathbf{E}(t):=\{\mathbf{e}(t),\varepsilon(t)\}=\{\mathbf{s}(t)-\mathbf{s}^{\Delta t}(t),\theta(t)-\theta^{\Delta t}(t)\}\in W_h\times Q_h$$

характеризується такою оцінкою

$$\begin{gathered}\frac{1}{2}[\|\mathbf{e}'(t_{n+1})\|_{\mathbf{H}}^2+\|\mathbf{e}(t_{n+1})\|_{W_h}^2+\|\varepsilon(t_{n+1})\|_{\mathbf{Z}}^2]+\\ +\frac{1}{2}\int_0^{t_{n+1}}[\|\mathbf{e}'(\tau)\|_{W_h}^2+\|\varepsilon(\tau)\|_{Q_h}^2]d\tau\le CT\left\{\Delta t^{2p}+\right.\\ \left.+\Delta t^2\max_{j=0,\ldots,n}\left[\|\upsilon^j\|_{W_h}^2+\|\dot{\upsilon}^{j+1/2}\|_{W_h}^2+\|\dot{\theta}^{j+1/2}\|_{Q_h}^2\right]\right\},\\ n=0,1,\ldots,N-1.\end{gathered}\tag{53}$$

ВИСНОВКИ

Побудовано однокрокову рекурентну схему інтегрування в часі лінійної початково-крайової задачі термопружності оболонок, які надаються зсувам та стисненням, і матеріал яких володіє короткочасною пам'яттю. Дана модель характеризується взаємопов'язаністю фундаментальних рівнянь початково-крайової задачі (8) та їх варіаційного варіанта (12). Моделі тонких оболонок розглядалися в працях [1,3,5], а також в статті [2], де додатково припускали геометрично нелінійну деформацію тонких оболонок, але без урахування температурних напружень і рівняння теплопровідності. Найбільш цитованою статтею є [4], в якій побудовано та проаналізовано однокрокову схему для задачі, що описує процес поширення акустичних хвиль у в'язкій теплопровідній рідині з урахуванням зв'язаності механічного та температурного полів. Побудована тут за методикою з [4] рекурентна схема (31) так само ґрунтується на частинами визначених поліноміальних апроксимаціях, структура яких дозволяє точно задовольняти початкові умови задачі і змінювати величину кроку інтегрування в часі без порушення однорідності рекурентних обчислень. Розроблений для задач акустики інструмент, як і пропонувалось у [4], використано для розробки Δt – адаптивних схем інтегрування в часі задач термопружності.

Результати обчислювальних експериментів із запропонованою тут схемою інтегрування в часі задачі термопружних оболонок буде подано в наступних статтях авторів.

Література

[1] *Вагін П.П.* Напівдискретизація за товщиною задачі теплопровідності у тонкому криволінійному шарі / П.П. Вагін, Р.Б. Малець, Г.А. Шинкаренко // Математичні студії. – 2006. – Т. 26, № 1. – С. 71–80.

[2] *Вагін П.П.* Постановка, розв'язуваність та апроксимація варіаційних задач статики зсувних оболонок / П.П. Вагін, Н.В. Іванова, Г.А. Шинкаренко // Матем. методи та фіз.-мат. поля. – 1999. – Т.42, № 2. – С. 53–61.

[3] *Вагін П.П.* Числове моделювання тонких термопружних оболонок, податливих на зсув та стиснення / П.П. Вагін, Р.Б. Малець, Г.А. Шинкаренко // Матем. методи та фіз.-мат. поля. – 2014. – Т.57, № 3. – С. 46–62.

[4] *Горлач В.* Побудова та аналіз однокрокової рекурентної схеми інтегрування в часі варіаційної задачі акустики в'язкої теплопровідної рідини / В. Горлач, І. Клименко, Г. Шинкаренко // Вісн. Львів. ун-ту. Сер. прикл. матем. та інф. – 2012. – 18. – С. 76–95.

[5] *Дюво Г.* Неравенства в механике и физике / Г. Дюво, Ж.-Л. Лионс. – Москва: Наука, 1980. – 384 с.

[6] *Коваленко А.Д.* Термоупругость / А.Д. Коваленко. – Киев: Вища школа, 1975. –216 с.

[7] *Necas J.* Mathematical Theory of Elasticity and Elastic-Plasstic Bodies: An Introduction // Necas J., Hlavacek I. – Amsterdam:Elsevier, 1981. – 342 p.

[8] *Nowacki W.* Teoria sprezystosci / W. Nowacki. – PWN, Warszawa, 1970. – 769 p.

[9] *Malets R., Shynkarenko H.* Modeling and solvitability of the variational problem of thermo-elastic thin shells, compliant to shear and compression / R. Malets, H. Shynkarenko // Manufacturing Processes. Actual Problems. – 2014. – Vol.1.: Basic Science Applications. Opole: Politechnika Opolska, 2014. – P. 189–207.

[10] *Wisnietsky K.* Finite Rotation Shells. Basic Equations and Finite Elements for Reissner Kinematics / K. Wisnietsky. – Berlin. – Springer, 2010. – 483 p.

[11] *Zienkiewicz O.C.* The Finite Element Method / O.C Zienkiewicz, R.L. Taylor. –Vol. 1. The Basis. 5th Ed.Oxford: Butterworth-Heinemann, 2000. – 249 p.

Надійшла до редколегію 28.05.2015

Малець Романна Богданівна, асистент кафедри програмування факультету прикладної математики та інформатики Львівського національного університету ім. Івана Франка. Наукові інтереси: математичне моделювання термопружних процесів, тонкі оболонки, метод скінченних елементів.

Шинкаренко Георгій Андрійович, доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри інформаційних систем факультету прикладної математики та інформатики Львівського національного університету ім. Івана Франка. Наукові інтереси: метод скінченних елементів, апостеріорні

оцінювачі похибок числових наближень розв'язків, математичне моделювання.

УДК 519.6:517.958

Построение и анализ одношаговой схемы интегрирования во времени задачи термоупругости оболочек, податливых к сдвигу и сжатию. Часть 1 / Р.Б. Малец, Г.А. Шинкаренко // Прикладная радиоэлектроника: научн.-техн. журнал. — 2015. — Том 14. — № 2. — С. 176–184.

В статье рассмотрено построение и анализ одношаговой рекуррентной схемы (ОРС) интегрирования во времени задачи термоупругих оболочек, податливых к сдвигу и сжатию под воздействием нестационарного тепловой и силовой нагрузки. В основу схемы положено смешанную вариационную задачу термоупругости, в которой кроме взаимного влияния температурного поля и поля механических напряжений также учтено упруго-вязкие свойства материала оболочек. Исследуемая модель получена при предположении о линейном распределении перемещений и температуры по переменной толщины и после применения процедуры полудискретизации метода Галеркина вариационной задачи трехмерной термоупругости. Тогда искомыми функциями являются вектор упругих смещений и поворотов нормали и вектор приращение температуры, которые определены на срединной поверхности оболочки. Доказана теорема о корректности формулировки вариационных уравнений ОРС. Для анализа устойчивости ОРС использовано уравнение баланса энергии частично дискретизированной задачи и получен достаточный критерий безусловной ее устойчивости. Апроксимативность ОРС характеризируется априорными оценками погрешностей.

Ключевые слова: начально-краевая задача термоупругости, материал с мгновенной памятью, оболочка, податливая к сдвигам и сжатию, вариационная формулировка, частичная дискретизации по переменной толщины, корректность частично дискретизированной вариационной задачи, полудискретные аппроксимации метода Галеркина, условия регулярности входных данных задачи, существование решения, одношаговая рекуррентная схема, априорные и апостериорные оценки погрешностей аппроксимации, устойчивость, сходимость.

Библиогр.: 11 назв.

UDC 519.6:517.958

Construct and analyses one-step integration time scheme for problem of thermoelastic shells compliant to shear and compression. Part 1 / R.B. Malets, H.A. Shynkarenko // Applied Radio Electronics: Sci. Journ. — 2015. — Vol. 14. — № 2. — P. 176–184.

The paper presents the construction and analysis of the one-step time integration recurrent scheme (ORS) of the time integration problem of thermoelastic shells, compliant to the shear and compression under the influence of non-stationary heat and power loads. The scheme is based on the mixed variational problem of thermo-elasticity, which in addition to the mutual influence of temperature and stress fields, also takes into account the viscoelastic properties of the shells material. The model under study is constructed at assuming of the linear distribution of displacements and temperature with respect to the thickness variable, and after applying the procedure of Galerkin semidiscretization of the three-dimensional variational problem of thermoelasticity. As a result, we obtained the variational problem of thermoelasticity of thin shells in terms of the vector of elastic displacements, temperature and their derivatives at the middle surface of the shell. The theorem on the well-posedness of ORS variational equations is proved. For the analysis of ORS stability we used the energy balance equation of the partially discretization problem. Finally, a sufficient criterion for absolute stability of ORS is obtained and its approximation is characterized by a priori and a posteriori error estimates.

Keywords: initial-boundary value problem, thermoelasticity, material with short memory, thin shell, compliant to shear and compression, variational formulation, semidiscretization, well-posedness of a problem, Galerkin discretization, regularity conditions of initial data, solution existence, one-step time integration recurrent scheme, a priory and a posteriori error estimation, stability, convergence.

Ref: 11 items.

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

ПРИБОРОСТРОЕНИЕ

УДК 621.373.826

СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ ДИОДАМИ НАКАЧКИ ВОЛОКОННЫХ КОЛЬЦЕВЫХ ФЕМТОСЕКУНДНЫХ ЛАЗЕРОВ

А.С. ГНАТЕНКО, Ю.П. МАЧЕХИН, Ю.В. НАТАРОВА

В данной работе были исследованы и созданы: система управления током маломощного, 330 мВт, полупровдникового накачивающего диода, работающего на длине волны 980 нм, для накачки волоконного кольцевого фемтосекундного лазера и система управления термостабилизацией этого диода. Был проанализирован спектр диода накачки с использованием этих систем, что показало стабильную работу системы управления током и термостабилизации. При максимальном токе накачки 518 мА, температура диода была 25±0,5 °С.

Ключевые слова: диод, термостабилизация, волоконный лазер, ток накачки, длина волны, спектр излучения, активная среда, линия поглощения, термистор, микросхема.

ВВЕДЕНИЕ

Одно из самых быстро развивающихся направлений в лазерной технике – создание волоконных кольцевых лазеров с полупроводниковой накачкой, работающих в режиме генерации фемтосекундных импульсов [1–11]. Эти лазеры используются в волоконно-оптических системах связи с высокой скоростью передачи данных (более 1 Гбит/с) [12], в качестве источников суперконтинуума и в качестве источников излучения для метрологических задач в области измерения частоты оптического излучения [13]. При создании такого лазера необходимо обеспечить стабильный режим питания кольцевого лазера. При использовании полупроводниковых лазеров, работающих в непрерывном режиме для накачки высокостабильных малогабаритных волоконных лазеров, необходимо контролировать стабильность тока накачки полупроводникового лазера. В отличие от мощных волоконных лазеров, для накачки которых используются, как правило, системы лазерных диодов (матрицы, линейки), в маломощных волоконных лазерах, к каким относятся кольцевые волоконные лазеры, используются одиночные лазерные диоды с волоконным выводом излучения. Для управления лазерными диодами требуется электронная система (драйвер), которая обеспечивает контроль, перестройку и стабилизацию тока накачки. Кроме функции контроля и управления рабочим током система должна обеспечивать термостабилизацию кристалла полупроводникового лазера, которая обеспечивает стабильность не только выходной мощности, но и спектральных свойств излучения. Целью настоящей работы была разработка и создание для волоконно-кольцевого фемтосекундного лазера, системы термостабилизации и системы управления током накачивающего диода.

1.НЕОБХОДИМЫЕ ПАРАМЕТРЫ ИЗЛУЧЕНИЯ НАКАЧКИ

Система управления модулем накачки кольцевого волоконного лазера обусловлена параметрами и конструкцией полупроводникового лазера накачки.

Излучение лазера накачки должно характеризоваться двумя основными параметрами: спектром излучения, совпадающим со спектральной областью поглощения активной среды и уровнем мощности, достаточным для накачки волоконного лазера.

Чтобы обеспечить максимальную эффективность накачки, из серийно выпускаемых полупроводниковых лазеров выбирают тот экземпляр, который в рабочей точке тока накачки обеспечивает генерацию с узким спектром излучения. На рис. 1 приведен спектр излучения модуля накачки. Использованный в исследованиях спектроанализатор, собран на основе ПЗС линейки, чувствительность которой находится в области от 400 до 1100 нм.

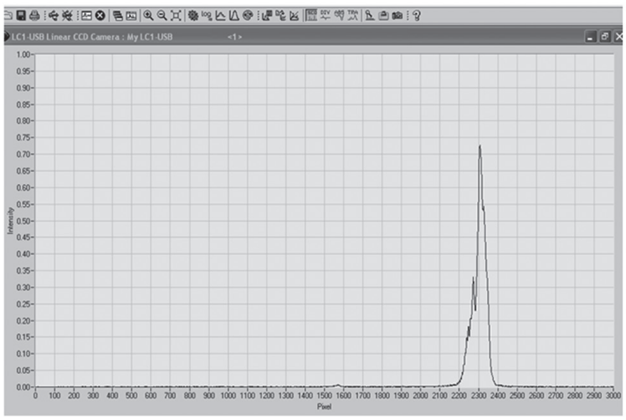


Рис. 1. Спектральный состав лазерного диода накачки

Поэтому по зарегистрированному спектру излучения, ориентируясь на параметры ПЗС линейки, можно определить среднюю величину ширины спектра на полувысоте, которая составляет около 20 нм. Учитывая наличие пяти локальных экстремумов в зарегистрированном спектре можно полагать, что в спектре пять продольных мод, расстояние между которыми составляет около 4 нм. Таким образом, при ширине линии поглощения не менее 20 нм, 90% излучения накачки поглощается активной средой.

Мощность излучения лазера накачки кольцевого волоконного лазера подбирается исходя из коэффициента преобразования излучения накачки в генерируемое волоконным лазером излучение. При этом рабочий ток лазера накачки был 518 мА. Таким образом мы получили оптимальные показатели спектральных характеристик накачивающего диода при максимально допустимом токе, а именно 520 мА, накачивающего диода, что соответствует его паспортным данным, табл. 1.

Таблица 1

Электронные характеристики модуля накачки

Параметры	Значение параметров
Диод накачки	
Прямой ток	520 мА
Прямое напряжение	2 В
Термистор	
Сопротивление	10 кОм
Термоэлектрический «куллер»	
Потребляемое напряжение	2,1 В
Потребляемый ток	1,4 А
Потребляемая мощность	2,9 Вт

2. ЭЛЕКТРОННАЯ СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ ЛАЗЕРНЫМ ДИОДОМ НАКАЧКИ

Основные рабочие параметры модуля накачки (в табл. 1 приведены основные значения параметров) должны быть обеспечены электронной системой управления. Главная особенность питания полупроводникового лазера заключается в плавной подаче напряжения в течение нескольких миллисекунд.

В настоящей работе использовался полупроводниковый лазер накачки с волоконным выводом излучения, рис. 2, схема разводки в корпусе по всем внутренним элементам приведена на рис. 3.

Рис. 2. Модуль накачки для лазерного диода

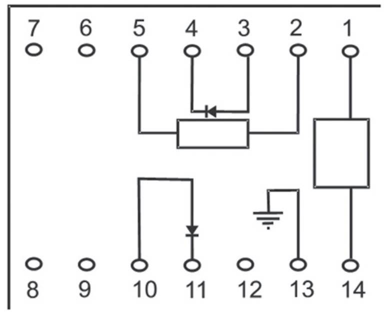


Рис. 3. Электронная схема модуля накачки:
1 – TEC(+); 2, 5 – термистор; 3 – анод фотодиода;
4 – катод фотодиода; 10 – анод лазера;
11 – анод лазера; 13 – заземление; 14 – TEC(-)

Внешняя разводка на корпусе лазера имеет вид типа ''batterfly'', что обеспечивает быстрое подсоединение лазера к системе управления.

В основе драйвера мы использовали микросхему NCP3065. Преимуществом, которой является плавная подача напряжения на выходе, что и требуется для лазерного диода, чтобы вышел из строя от резкого скачка подачи напряжения. Все выбросы выходного напряжения, которые негативно действуют на лазерный диод срезаются по уровню номинального выходного напряжения (рис. 4). Таким образом на выходе мы имеем чистый ровный уровень номинального выходного напряжения без скачков и помех. Также в схеме реализована перестройка по выходному току.

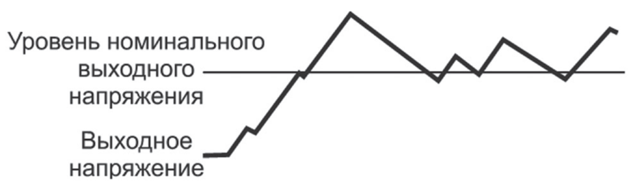


Рис. 4. Диаграмма выходного напряжения для лазерного диода

3. СИСТЕМА ТЕРМОСТАБИЛИЗАЦИИ ЛАЗЕРА

В основе системы термостабилизации лазера была использована микросхема MAX1968, микросхема состоит из двух регуляторов тока, которые, работая вместе, позволяют непосредственно управлять током TEC. Эта конфигурация управления позволяет контролировать ток для охлаждения и нагрева элемента Пельтье одновременно. Таким образом в свою очередь мы можем контролировать температуру TEC, ввиду жестких требований лазера. Блок-схема системы изображена на рис. 5. Схема реализована с применение термистора, который обратной связью связан с управлением токов TEC. Обратная связь организована через схему сравнения на операционных усилителях MAX4477 и MAX4475.

Для тестирования системы был собран стенд с нагрузкой сопоставимой лазерному диоду, термистором и элементом пельтье по аналогичным параметрам, которые реализованы в диоде накачки. Результатом тестирования при нагреве было значение стабилизированной температуры лазера в пределах 25±0,5°С, что соответствует высокой эффективности и правильной работе данной системы.

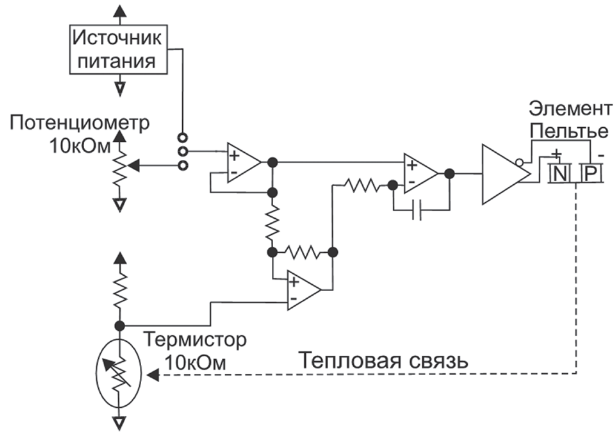


Рис. 5. Схема управления элементом Пельтье

ВЫВОДЫ

При подключении лазера накачки к системе термостабилизации и управления током накачки, лазер работал стабильно и выдавал на выходе 330мВт, что соответствует его паспортным данным, измерение проводилось с помощью измерителя мощности фирмы OPHIR. Также было проведено исследование спектрального состава излучения (рис. 1), результатом была устойчивая многомодовая структура, при которой не наблюдалось в течении времени изменений или смещения спектральных составляющих, что соответствует эффективной и правильной работе системы термостабилизации, т. к. при изменении или колебании температуры лазерного диода, происходит изменение или смещение спектра излучения. Система управления током накачки лазерного диода является универсальной, т.к. добавив в схему внешний транзистор можно качать токи до 20 А, а если в схему включить несколько микросхем NCP3065 паралельно, то и более 60 А, к примеру, для тока накачки 80 А, мы включали паралельно в системе 3 микросхемы, соответственно увеличивались габариты системы в связи с использованием под такие токи соствет-ствующих дросселей и транзисторов, но система работала безукаризненно. Простота реализации и эффективная работа дает возможность в использовании нашей системы для управления накачкой мощных полупроводниковых лазерных диодов, а также всех типов лазеров с диодной накачкой.

Литература

[1] *W. Guan, Z. Jiang, J. R. Marciante*, "Fibers for High Powers: Specialty fibers shine as high-power, high-beam-quality fiber sources", Laser Focus World, 2007, vol. 43, issue 11. – P. 105-107.

[2] *C. Spiegelberg, J. Geng, Y. Hu, Y. Kaneda, and S. Jiang,* "Low-Noise narrow-Linewidth fiber laser at 1550nm," J. Lightwave Technol., 2004, vol. 22. – P. 57–62.

[3] *Y. Shen, Y. Qin, B. Wu, W. Zhao, S. Chen, T. Sun, and K. T. V. Grattan*, "Short cavity single frequency fiber laser for in-situ sensing applications over a wide temperature range," Opt. Lett., 2009, vol. 15, № 2. – P. 363–370.

[4] *Z. Dai, and X. Zhang.* "Stable high power narrow linewidth single frequency fiber laser using a FBG FP etalon and a fiber saturable absorber," Photonics and Optoelectronic (SOPO), 2010 Symposium on. IEEE. – P. 4–8.

[5] *F. Yin, et al.* "60-nm-wide tunable single-longitudinal-mode ytterbium fiber laser with passive multiple-ring cavity," IEEE Photon. Technol. Lett., 2011, vol.32, № 22. – P. 1658–1660.

[6] *V.V. Spirin, C.A. Lopez-Mercado, P.Megret, and A.A.Fotiadi,* "Single-mode Brillouin fiber laser passively stabilized at resonance frequency with self-injection locked pump laser," Laser Phys. Lett., 2012, vol. 9, № 5. – P. 377–380.

[7] *T. Zhu, F. Y. Chen, S. H. Huang, and X. Y. Bao*, "An ultra-narrow linewidth fiber ring laser based on Rayleigh backscattering in a tapered optical fiber," Laser Phys. Lett., 2013, vol. 10, pp.55110-55114.

[8] *Z. C. Luo, Q. Y. Ning, H. L. Mo, H. Cui, J. Liu, L. J. Wu, A. P. Luo, and W. C. Xu*, "Vector dissipative soliton resonance in a fiber laser," Opt. Express , 2013, vol.21, №8. – P. 10199–10204.

[9] *J. Sotor, G. Sobon, W. Macherzynski, P. Paletko, K. Grodecki, and K. M. Abramski,* "Mode-locking in Er-doped fiber laser based on mechanically exfoliated Sb2Te3 saturable absorber," Opt. Mater. Express, 2014, vol.4, №1. – P. 1–6.

[10] *M. Salhi, H. Leblond and F. Sanchez,* Stability calculations for the ytterbium-doped fibre laser passively mode-locked through nonlinear polarization rotation // Physics optics, 8 , 2004

[11] *Гнатенко А.С., Мачехин Ю.П.,* " Устойчивость режима генерации волоконного кольцевого лазера", Радиотехника,Харьков, 2014, №178, с. 48-51.

[12] *M. E. Fermann, and I. Hartl*, "Ultrafast fibre lasers," Nat. photonics, 2013, vol.7, pp.868-874.

[13] *Coddington, I; Swann, W. C.; Nenadovic, L. & Newbury, N. R.* " Rapid and precise absolute distance measurement at long range, Nature Photonics", 2009, vol. 3. – P. 51-356.

Поступила в редколлегию 8.06.2015

Гнатенко Александр Сергеевич, аспирант кафедры физических основ электронной техники Харьковского национального университета радиоэлектроники. Научные интересы: лазерная и оптоэлектронная техника, волоконные лазеры, лазеры сверхкоротких импульсов, твердотельные и полупроводниковые лазеры.

Мачехин Юрий Павлович, доктор технических наук, лауреат Государственной премии Украины в области науки и техники, заслуженный метролог Украины, академик Академии наук прикладной радиоэлектроники, заведующий кафедрой физических основ электронной техники Харьковского национального университета радиоэлектроники. Научные интересы: лазерная измерительная техника и оптоэлектронные приборы.

Натарова Юлия Владимировна, студентка кафедры микроэлектроники, электронных приборов и устройств Харьковского национального университета радиоэлектроники. Научные интересы: электроника, системы управления оптоэлектронными и электронными устройствами.

УДК 621.373.826

Система управління діодами накачування волоконних кільцевих фемтосекундних лазерів / О.С. Гнатенко, Ю.П. Мачехин, Ю.В. Натарова // Прикладна радіоелектроніка: наук.-техн. журнал. — 2015. — Том 14. — № 2. — С. 185–188.

У даній роботі досліджено та створено систему управління малопотужного, 330 мВт, напівпровідникового накачуючого діода, що працює на довжині хвилі 980 нм, для накачування волоконного кільцевого фемтосекундного лазера та систему управління термостабілізацією цього діода. Проаналізовано спектр діода накачування з використанням цих систем, що показало стабільну роботу системи управління струмом і термостабілізації. При максимальному струмі накачування 518 мА, температура діода була 25 ± 0,5 °С.

Ключові слова: діод, термостабілізація, волоконний лазер, струм накачування, довжина хвилі, спектр випромінювання, активне середовище, лінія поглинання, термістор, мікросхема.

Табл.: 1. Іл.: 05. Бібліогр.:13 найм.

UDC 621.373.826

The control system of the pump diodes fiber ring femtosecond lasers / A.S. Gnatenko, Y.P. Machekhin, Y.V. Natarova // Applied Radio Electronics: Sci. Journ. — 2015. — Vol. 14. — № 2. — P. 185–188.

This paper researches and develops a current control system of a low-power (330 mW) pumping diode that operates at a wavelength of 980 nm, which is designed for pumping fiber ring femtosecond laser and a control system of the thermal stabilization of the diode. The pumping diode spectrum was analyzed using these systems. This analysis showed the stable operation of the current control and temperature stabilization system. At the maximum pump current of 518 mA the diode temperature was 25 ± 0,5 °С.

Keywords: diode, thermal stabilization, fiber laser, pump current, wavelength, radiation spectrum, active medium, absorption line, thermistor, microcircuit.

Tab.: 1. Fig. 05. Ref.: 13 items.

УДК 681.7.069.24:366.643

ЛАЗЕРНАЯ МАРКИРОВКА ОВОЩЕЙ И ФРУКТОВ. ЧАСТЬ 1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

А.В. ВАСЯНОВИЧ, Ю.П. МАЧЕХИН, В.Ф. ГОРДУС, В.В. КОТЕЛЬНИКОВ

В данной статье рассмотрена задача лазерной маркировки органических материалов, овощей и фруктов. Приведены результаты лазерного воздействия на некоторые фрукты, с различными свойствами внешней кожуры. Экспериментальным способом выявлены оптимальные режимы работы лазерной установки для маркировки отдельных видов фруктов и овощей.

Ключевые слова: маркировка, лазер, CO_2, органические материалы, пищевая промышленность.

ВВЕДЕНИЕ

Одним из важнейших процессов современного производства является маркировка выпускаемой продукции. Маркировка деталей, узлов или конечного изделия позволяет производителю контролировать объём и качество выпускаемой продукции, продвигать свою торговую марку. Конечный пользователь получает на маркированном изделии информацию о типе и параметрах, сроках годности и реализации продукции, гарантию качества от производителя.

Существует несколько видов маркировки: штампирование, нанесение клейма, ударно-точечная и каплеструйная, которые достаточно давно и успешно применяются во многих сферах производства, однако имеют ряд недостатков. Некоторые виды маркировки нарушают целостность поверхности изделия, другие виды маркировки не обеспечивают необходимой надежности и целостности маркировки.

Возможность исключения указанных недостатков традиционной маркировки связана с использованием лазерной маркировки. Разновидность материалов, маркируемых лазером, очень широка: металлы и сплавы, керамика, пластик, полупроводники, стекло, дерево и т.д. Лазерная маркировка не влияет на свойства маркируемой продукции и осуществляется качественно, точно и быстро. В современных условиях лазерная маркировка считается одной из надежнейших маркировок, обеспечивающих предотвращение фальсификации фирменного товара.

Можно выделить следующие преимущества лазерной маркировки:

– отсутствие механического контакта;

– возможность маркировки в условиях массового конвейерного производства;

– вне конкуренции при частой сменяемости продукции и малых сериях;

– долговечность нанесенной лазером маркировки;

– малое количество удаляемого материала (важно при обработке Au, Pt и т. п.);

– возможность нанесения маркировки на неплоские поверхности;

– возможность нанесения штрих – кодов и рисунков (иероглифов и т.п.).

Такой тип маркировки успешно применяется в пищевой промышленности – при изготовлении всевозможной упаковочной продукции, изготовления этикеток, наклеек и т.п. [1] Сравнительно недавно было опробовано нанесение маркировки непосредственно на продукт. Отдельный интерес представляет лазерная маркировка органических материалов, например, овощей и фруктов. Известно, что пищевые продукты имеют свойство портиться, в том числе и от лазерного воздействия, поэтому при разработке технологии нанесения маркировки на овощи и фрукты, необходимо найти те уровни мощности и те условия воздействия, при которых не будет нарушаться долговременная сохранность продуктов.

Воздействие лазерного излучения на органические объекты можно отнести к нелинейным процессам абляции, которые представляют собой процесс фотодекомпозиции (разрушение молекулярных связей оптическим излучением) с формированием дефекта тканей и выбросом органической ткани из зоны облучения. Поэтому исследователи лазерных технологий рассматривают лазерную абляцию в биологии и медицине как процесс разрушения органического вещества, аналогичный испарению или сублимации. При нанесении маркировки на овощи и фрукты конечный результат лазерной абляции не должен остановить биологические процессы, протекающие в обрабатываемом органическом веществе. Это главное условие, которое должно обеспечить сохранность овощей и фруктов после нанесения маркировки. Сохранность рассматриваемых продуктов питания возможна в определенных температурных условиях, но только при условии отсутствия повреждений защитной кожуры. Поэтому, лазерная абляция должна проводиться в условиях, когда само нанесение маркировки не снижает защитные свойства внешнего покрова овощей и фруктов или существенно не уменьшает время хранения последних. Можно выделить три фазы повреждения ткани маркировкой, они показывают различные уровни повреждения ткани во время процесса маркировки [2]:

1. Первая фаза заключается в изменении цвета внешнего слоя клеток по краям пятна воз-

действия. Нагревание приводит к началу процесса вспенивания. По краям этих областей снижается тепловая нагрузка, что приводит к меньшему лучевому взаимодействию. В этом случае лазерная маркировка производит эффект похожий на механическую гравировку (травление), где срезанные поверхности быстро потемнели (стали коричневыми) в результате окисления.

2. Другая фаза осуществляется при более высоких уровнях интенсивности лазерного излучения, когда вода в ткани растения полностью испаряется, что характеризует завершение процесса вспенивания и начинается сжигание сухой ткани.

3. Третья фаза наступает тогда, когда внутренние части маркируемых областей сильно нагреваются, но из-за низкой теплопроводности смежные, необработанные области, обеспечивают зрительный эффект гравирования ткани продукта.

Целью настоящей работы было проведение экспериментальных исследований воздействия лазерного излучения на фрукты и подготовка результатов этого взаимодействия для построения теоретических основ лазерной абляции фруктов и овощей.

1. ФИЗИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ АБЛЯЦИИ ФРУКТОВ И ОВОЩЕЙ

Лазерная абляция представляет собой одну из разновидностей теплового воздействия лазерного излучения. Поэтому физическая модель лазерной обработки основывается на законе поглощения Ламберта-Бугера-Бэра

$$q(x) = q_0(1-R)e^{-\alpha x}.$$

Основной параметр α характеризует глубину проникновения излучения в твердую среду. Однако при работе с органическим веществом очень важно, чтобы тепловое воздействие, приводящее к нагреву, приводило также и к цветовому изменению обработанных лазерным излучением участков. То есть воздействие должно приводить к испарению воды и первоначальному этапу сжигания высушенной поверхности, но при этом глубина проникновения не должна превышать толщины защитной кожуры. Поэтому режим работы маркировки будет зависеть не только от конкретного фрукта или овоща, но и от зрелости плода и его размеров.

Среди всех изученных эффектов, возникающих при лазерном нагреве твердых тел, пока нет тех, которые позволили бы объяснить процессы воздействия лазерного излучения на органические материалы (овощи, фрукты и любая другая пищевая растительность). В случае органических материалов, подвергающихся лазерному воздействию говорить о лазерной абляции можно при условии, что режим работы позволяет на первом этапе удалять воду из кожи фруктов или овощей.

Здесь следует отметить возможность применения нового подхода к реализации лазерной маркировки. Этот подход связан с осуществлением маркировки на недозрелых плодах, у которых толщина кожуры увеличена, что защищает внутреннюю среду от возможных повреждений. Такой подход требует не только тщательных расчетов и экспериментальных исследований, но и организационных мероприятий, которые будут обеспечивать работу лазерного маркиратора в полевых условиях.

Единого мнения как осуществляется нанесение маркера на фрукты и овощи пока не сформулировано. Существует несколько моделей, к первой относится представление, что лазерный луч не проникает в кожицу, он только лишает пигментации его верхний слой. Например, технология маркировки апельсина проста, сначала прожигающий удар, который и обесцвечивает его пигмент. Поскольку, толщина кожи цитрусовых весьма велика, то режим осуществления “татуировки” не требует очень точных, подготовительных расчетов. Поэтому самые первые эксперименты по лазерному маркированию проводились с цитрусами.

На основании этого подхода невозможно разработать метод нанесения маркера на кожуру яблока. Очень долгое время считалось, что простое прожигание кожуры яблока приведет к быстротечной порче последнего, поэтому для яблок технология лазерной маркировки не разрабатывалась. Однако, когда в лазерной маркировке фруктов от обычного теплового воздействия перешли к управляемому процессу высушивания, оказалось возможным наносить маркировку и на такие «нежные» овощи, как помидоры.

Прежде чем разрабатывать технологии по лазерной маркировке фруктов и овощей в настоящей работе были проведены первые экспериментальные исследования по подбору оборудования, которое обеспечит управляемый процесс нанесения на органический материал маркировки.

2. ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Для большинства процессов лазерной маркировки подходит CO_2 лазер. Для поставленных в настоящей работе задач использовался комплекс Rofim Multiscan. В состав комплекса входит CO_2 лазер, длина волны которого 10,6 мкм, которая эффективно поглощается органическими материалами, программно-электронный блок, управляющий положением лазерного пучка в пространстве с помощью сканатора. Общий вид экспериментальной установки представлен на рис. 1 [3].

Rofin Multiscan CO_2 был разработан специально для произведения буквенного (числового) и/или более сложного графического лазерного маркирования по широкому спектру разных материалов. Разработанное программное обеспечение позволяет размещать информацию для маркировки в любом месте области сканатора, возможно воспроизведение традиционных и двухмерных штрих кодов.

При выполнении экспериментов мощность излучения менялась в интервале от 90 до 102 Вт, время маркировки от 0,1 до 0,5 с, скорость маркировки от 4000 до 10000 мм/с. Остальные технические параметры устанавливались в соответствии с паспортными данными комплекса.

Рис. 1. Общий вид экспериментальной установки

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

В качестве исследуемых материалов были выбраны такие фрукты: банан, яблоко, лимон, киви. Согласно изученным источникам информации, лазерная маркировка успешно применяется для микрообработки тыквы, помидоров, арбузов, апельсинов и пр.

На рис. 2 можно увидеть результаты эксперимента по применению CO_2 лазера для маркировки яблока, на фотографии показана маркировка после одного прохода лазерного излучения мощностью 102 Вт, со скоростью 10000 мм/с.

Рис. 2. Результат маркировки яблока

Надпись видна недостаточно четко, но, как показывает практика, большее количество проходов лишь повредит кожицу фрукта, что в конечном итоге приведет к порче продукта (рис. 3).

Рис. 3. Результат маркировки яблока

Поэтому в последующих экспериментах была понижена скорость маркировки до 5000 мм/с. Результат изображен на рис. 4.

Рис. 4. Результат маркировки яблока

Далее на конвейерную ленту был положен банан. Известно, что даже без обработки кожура банана имеет свойство темнеть. Поэтому было решено понизить мощность до 90 Вт и скорость маркировки до 4000 мм/с, что дало результат. При большей мощности (102 Вт) лазерный луч травмирует кожицу, что в течение нескольких часов приводит товар в непригодный вид (рис. 5).

Рис. 5. Результат маркировки банана

Эксперимент был продолжен на лимоне. Для маркировки данного плода лазер был настроен на такой режим работы: $P = 102$ Вт, скорость маркировки, $v = 10000$ мм/с. Несмотря на неоднородность поверхности кожуры лимона, маркируемое изображение получилось хорошего качества (рис. 6).

Рис. 6. Результат маркировки лимона

Хорошие результаты дал процесс маркировки киви (рис. 7). Особенности строения кожицы этого плода позволяет выбирать достаточно большой спектр рабочих параметров, например, если необходимо максимально ускорить пропускную способность комплекса. Оптимальные требования, обеспечивающие минимальное время для маркировки одного плода киви таковы: мощность 102 Вт, скорость маркировки – 22000 мм/с.

Рис. 7. Результат маркировки киви

Обработка куриных яиц лазером применяется около 7 лет, и уже успела зарекомендовать себя как высокотехнологический процесс, позволяющий значительно поднять экономические показатели и обеспечить потребителя важной информацией о товаре.

На рис. 8 представлено фото промаркированного яйца. Процесс происходил при таких рабочих параметрах: мощность излучения – 102 Вт, скорость маркировки – 20 000 мм/с.

Рис. 8. Результат маркировки яйца

Следует отметить, что время маркировки нужно уменьшить в случае, если яйцо белого цвета. Ведь, как видно на рис. 4, при маркировке коричневого яйца изображение получается бежевого, ближе к белому цвета.

При изменении скорости маркировки, скорлупа получит большую энергию, и место обработки приобретет черный цвет (рис. 9).

Рис. 9. Результат маркировки яйца

По итогам проведенного эксперимента можно сделать следующие выводы:

– при маркировке плодов с «нежной» кожурой следует применять режимы работы с меньшей мощностью;

– для некоторых материалов возможно использование контрастной жидкости;

– качество маркировки может ухудшиться в случае, если поверхность обрабатываемого объекта содержит некоторые неровности;

– для яиц разного цвета требуется различное время маркировки;

– в зависимости от поставленной задачи можно варьировать параметры маркиратора (менять значения мощности и частоты излучения, скорости маркировки);

– также важно отметить, что параметры режима маркировки могут отличаться, например, для разных сортов яблок, поэтому каждый отдельный продукт требует отдельного эксперимента.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исходя из проведенных экспериментов, можно выделить несколько важных моментов:

– при анализе условий осуществления лазерной маркировки того или иного продукта следует тщательно подготовить исходную информацию о маркируемом объекте.

– опираясь на эти данные, необходимо подобрать лазер, провести моделирование, численный эксперимент, а лишь затем переходить к обработке.

Также следует учесть тот факт, что при разработке технологии лазерной маркировки, как следует из теоретического анализа, в вопросах, связанных с фруктами, необходимо контролировать каждый плод.

Предложено проводить лазерную маркировку на недозрелых плодах, чтобы исключить разброс параметров маркируемого объекта. Поэтому даже в самых автоматизированных процессах необходим оперативный анализ объекта, подготовленного к маркировке.

Результаты проделанной работы могут быть использованы при разработке технологии лазерной маркировки овощей и фруктов и проектировании технических комплексов.

Литература

[1] *Федько В.П.* Упаковка и маркировка / В.П. Федько. – М.: Инфра-М, 2007. – 280 с.

[2] *Christian Marx, Michael Hustedt.* Investigations on laser marking of plants and fruits // International Symposium on New Technologies for Environment Control, Energy-Saving and Crop Production in Greenhouse and Plant Factory. – Greensys. – 2013.

[3] Лазерные маркираторы [Электронный ресурс] / Украина. – Режим доступа: www/ URL: http://www.niilt.kharkov.com/rofin

Поступила в редколлегию 17.06.2015

Васянович Анатолий Владимирович, кандидат физико-математических наук, профессор кафедры физических основ электронной техники Харьковского национального университета радиоэлектроники, декан факультета электронной техники, член-корреспондент Академии наук прикладной радиоэлектроники. Научные интересы: радиофизика, компьютерное моделирование процесса взаимодействия электронных потоков с электромагнитными волнами.

Мачехин Юрий Павлович, доктор технических наук, лауреат Государственной премии Украины в области науки и техники, заслуженный метролог Украины, академик Академии наук прикладной радиоэлектроники, заведующий кафедрой физических основ электронной техники Харьковского национального университета радиоэлектроники. Научные интересы: лазерная измерительная техника и оптоэлектронные приборы.

Гордус Виталий Федорович, специалист факультета электронной техники Харьковского национального университета радиоэлектроники ХНУРЭ. Научные интересы: прецизионная лазерная техника.

Котельников Владислав Валерьевич, магистр факультета электронной техники Харьковского национального университета радиоэлектроники. Научные интересы: прецизионная лазерная техника.

УДК 681.7.069.24:366.643

Експериментальне дослідження лазерного маркування овочів і фруктів / А.В. Васянович, Ю.П. Мачехін, В.Ф. Гордус, В.В. Котельников // Прикладна радіоелектроніка: наук.-техн. журнал. — 2015. — Том 14. — № 2. — С. 189–193.

У статті розглянуто теоретичні основи застосування CO_2 лазера для маркування органічних матеріалів. Експериментальним способом виявлено оптимальні режими роботи лазерної установки для маркування окремих видів фруктів і овочів. Дано рекомендації щодо застосування маркування даного типу в умовах промислового виробництва.

Ключові слова: маркування, лазер, CO_2, органічні матеріали, харчова промисловість.

Іл.: 09. Бібліогр.: 03 найм.

UDC 681.7.069.24:366.643

Experimental research of laser labeling of fruits and vegetables / A.V. Vasyanovych, Yu.P. Machekhin, V.F. Hordus, V.V. Kotel'nikov // Applied Radio Electronics: Sci. Journ. — 2015. — Vol. 14. — № 2. — P. 189–193.

The paper deals with the theoretical bases for the use of a CO_2 laser to perform labeling of organic materials. The optimal performance regimes of the laser device have been experimentally revealed in terms of the labeling of some types of fruits and vegetables. Recommendations have been given for the use of this type of labeling in conditions of industrial production.

Keywords: labeling, CO_2 laser, organic materials, food industry.

Fig.: 09. Ref.: 03 items.

ПРИКЛАДНАЯ РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

Научно-технический журнал

Ответственный секретарь

Е. Б. Исаева

Корректор

Б. П. Косиковская

Перевод на английский язык

К. Т. Умяров

Компьютерный дизайн и верстка

Е. Б. Исаева

Рекомендовано засіданням Бюро Президії Академії наук прикладної радіоелектроніки
(протокол № 2 від 25.06.2015 р.).

Рекомендовано Вченою радою Харківського національного університету радіоелектроніки
(протокол № 7 від 03.07.2015 р.)

Свідоцтво про державну реєстрацію КВ № 6037 від 09.04.2002 р.

Журнал включений до списку фахових видань ВАК України
з технічних наук
(постанова президії ВАК України № 1-05/2 від 10.03.2010),
з фізико-математичних наук (фізика)
(постанова президії ВАК України № 1-05/5 від 1.07.2010)

Підписано до друку 03.07.2015. Формат 60 × 84 $^{1}/_{8}$.
Папір офсет. Друк офсет. Умов.-друк. арк. 8,37. Облік.-вид. арк. 8,0.
Тираж 300 прим. Ціна договірна.

Віддруковано в ТОВ «ДРУКАРНЯ МАДРИД»
61024, м. Харків, вул. Ольмінського, 11. Тел.: (057) 756-53-25
www.madrid.in.ua, e-mail: info@madrid.in.ua