ДИНАМИКА ВОЗРАСТНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОПЕРАТОРНОЙ МОДЕЛИ ЛЕСЛИ

Балакирева А.Г., Бутенко Н.С.
Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков, Украина

Модели динамики популяций с дискретной возрастной структурой исторически связаны с именем П.Х. Лесли [1], предложившего простейшие варианты подобных моделей, базируясь на использовании аппарата теории матриц. Хотя поведение траекторий классической модели Лесли изучены достаточно подробно, обобщения данной модели на операторный случай произведено не было.

Операторную модель Лесли:

$$X(t_{j+1}) = LX(t_j),\ j = 0,1,2,..., \quad (1)$$

где $X(t_j) = [x_1(t_j) \quad x_2(t_j) \quad ... \quad x_n(t_j)]^T$ вектор-столбец описывает структуру популяции в момент времени t_j. Элементы $x_i(t_j)$ – численность i-ой возрастной группы ($i = \overline{1,...n}$) в момент времени t_j.

В уравнении (1) оператор L - оператор Лесли, действующий в n-мерном евклидовом пространстве с конусом R^n_+. Ясно, что данный оператор является положительным, поскольку он переводит пространство R^n само в себя.

Оператор L задается при помощи переходной матрицы Лесли ($n \times n$). В матрице Лесли элементы первой поддиагонали β_i $(i = \overline{1,n})$ – это коэффициенты выживаемости, элементы первой строки α_i $(i = \overline{1,n})$ – коэффициенты рождаемости, а все остальные элементы равны нулю.

В данной работе изучается поведение предельного распределения операторной модели Лесли в зависимости от спектральных свойств оператора Лесли. Рассматриваются два случая: оператор Лесли примитивен и импримитивен. Устанавливается зависимость между индексом импримитивности оператора L и периодичностью решения данной модели.

ЛИТЕРАТУРА

1. Leslie P.H. On the use of matrices in certain population mathematics // Biometrica.– 1945.–V.33, N3.– P.183-212.

ДИНАМИЧЕСКОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ В ЗАДАЧЕ ДОСТИЖЕНИЯ НЕЧЕТКО ОПРЕДЕЛЕННОЙ ЦЕЛИ В ОПТИМАЛЬНОМ ПРОЕКТИРОВАНИИ

Бараненко[1] В.А., Дулица[2] И.П., Чаплыгина[2] С.Н.
[1]ГВУЗ "Украинский государственный химико-технологический университет", Днепропетровск
[2]ГВУЗ "Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры", Украина

Рассматривается оптимальное проектирование прочной ферменной конструкции, состоящей из n элементов и m узлов, в которые приложены нагрузки. Переменными проектирования являются сечения A_i $(i=\overline{1,n})$; $A_i \in A$ элекjhв фермы, где A - множество возможных решений. Цель проектирования состоит в обеспечении максимального достижения величины вертикального перемещения y_N характерного узла N фермы, заданной в виде нечеткого множества G_N : $y_N \in X$, где X - множество возможных значений перемещений $y_i \in X \leq R$, $(i=\overline{1,n})$. При этом должны удовлетворяться ограничения, заданные в форме нечетких интервалов (a,b) C_i : $A_i \in (a,b)$ $i=\overline{1,n}$ и условия прочности. Нечеткие множества G_N и C_i заданы своими функциями принадлежности соответственно $\mu_{G_N}(y)$ и $\mu_{C_i}(y)$. С позиции нечетких множеств функция принадлежности для условия прочности запишется в виде

$$C_{n+1} : \mu_{C_{n+1}}(x) = \{1(x \geq A_i^-) \vee 0(x < A_i^*)\};\ A_i^* = |F_i| / R_i^*,$$

где R_i^* - расчетное сопротивление; F_i -величина продольной силы в i-ом элементе. Величина y_N в целевой функции определяется формулой Мора

$$y_N = \sum_{i=1}^{n} \frac{D_i}{A_i};\ D_i = F_i F_{Ni} l_i / E,\ y_N = [\Delta], \quad (1)$$

где $[\Delta]$ - заданная нечеткая величина, F_{Ni} - величина продольной силы в элементе от действия единичной силы, приложенной в N-й узел по направлению действия внешней силы, E - модуль упругости. Из соотношения (1) вытекает, что

$$y_{i+1} = y_i + \frac{D_i}{A_i}. \quad (2)$$

Соотношение (2) представляет собой уравнение состояния проектируемой системы.

Поставленная задача связана с проблемой снижения материалоемкости конструкций и машин и практически отсутствует в литературе. Сформулируем ее в виде следующей математической модели в соответствии с подходом Беллмана-Заде

$$A^{opt} = \arg\{\max(\min(\mu_{C_1}(A_1), \mu_{C_2}(A_2), ..., \mu_{Cn}(A_n); \mu_{G_N}(y_N))\} \quad (3)$$

$$A = \{A_1, A_2, ..., A_n\}$$

Задача, таким образом, состоит в том, чтобы в множестве A выбрать ту последовательность $\{A_1, A_2, ..., A_n\}$, которая удовлетворяет ограничениям $C_i \times C_{n+1}$; $i=1,2,...,n$ и обеспечит максимальную степень достижения цели G_N. В работе рассмотрен случай, когда $C_i \times C_{n+1}$ является полунечетким с функцией распределения

$$\mu_{C_i \times C_{n+1}}(x) = \begin{cases} 1, & если \quad x = a,\ a = A_i^- \\ \dfrac{b-x}{b-a}, & если \quad a < x \leq b \\ 0, & если \quad x > b \end{cases} \quad (4)$$

Реализация модели (3) выполнена на основе соотношений метода динамического программирования

$$\mu_{G_i}(y_i) = \max\{\min(\mu_{C_i}(A_i); \mu_{G_{i+1}}(y_{i+1}))\};$$

$$i = n-1, ..., 2, 1;$$

$$\mu_{G_N}(y_n) = \min(\mu_n(A_n)). \quad (5)$$

Выполнена численная иллюстрация уравнений (5) для фермы с четырьмя элементами с величиной $[\Delta]$, заданной словесным квантификатором "близко к". Результат реализации последнего шага (i=1) процедуры -