
**СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ РЫНОЧНОГО
РИСКА ФИНАНСОВЫХ РЯДОВ НА ОСНОВЕ МОДЕЛЕЙ С
АВТОРЕГРЕССИОННОЙ УСЛОВНОЙ
ГЕТЕРОСКЕДАСТИЧНОСТЬЮ**

Проводится сравнительный анализ прогнозирования рыночного риска финансовых временных рядов с помощью методики VaR на основе моделей с авторегрессионной условной гетероскедастичностью GARCH и GJR, учитывающих скошенность и тяжелые хвосты распределений рядов доходностей. Были получены оценки рыночного риска VaR для финансовых показателей разных типов: валюты евро, финансового индекса S&P500 и акций компании Microsoft. Верификация по историческим данным показала достаточную точность прогноза риска.

Введение

Залогом успешного функционирования любого финансового института служит способность управлять своими рисками в конкретных макроэкономических условиях. Рыночные риски связаны с неопределенностью колебаний рыночной конъюнктуры — ценовыми и валютными рисками, процентным риском, ликвидностью и т. п. При измерении рыночных рисков в качестве случайной переменной берут доходность финансового актива. Финансовым показателем, характеризующим изменение доходности финансового инструмента и отражающим уровень колебаний доходности, т.е. меру риска, является волатильность. Формальной мерой волатильности служит среднеквадратическое отклонение доходности. Высокий уровень волатильности означает, что доходность изменяется в широком диапазоне. Низкий уровень волатильности актива говорит о том, что его доходность изменяется незначительно. Активы с более низким уровнем волатильности являются менее рискованными, чем активы с высоким уровнем волатильности.

Множество проведенных исследований выявили целый ряд специфических особенностей временных рядов доходности финансовых активов и их волатильности — высокие пики и тяжелые хвосты распределения, долгосрочную зависимость, кластеризацию волатильности, условную гетероскедастичность, эффект «рычага» и другие [1-5]. Однако традиционные модели временных рядов, такие как модель ARIMA, не позволяют достаточно эффективно рассчитывать величину риска в сложных условиях, как, например, в присутствии гетероскедастичности и тяжелых хвостов функций распределений входных данных. К настоящему времени предложено довольно много моделей, описывающих подобное поведение временных рядов. В последние годы наибольший интерес сосредоточен вокруг моделей из семейства стохастических условно-гауссовских моделей (ARCH - Autoregressive Conditional Heteroscedasticity), многообразие которых позволяет учесть особенности финансовых временных рядов независимо от их происхождения и дает достаточную точность прогноза. Авторегрессионная модель условной гетероскедастичности, предложенная Р. Энглом в 1982 г. [1], позже обобщенная (GARCH – Generalized ARCH) Т. Боллерслеем в 1986 г. [2], является наиболее широко используемой. Одно из направлений дальнейшего развития этих моделей заключается в попытке заменить нормальное распределение распределениями с более тяжелыми хвостами и асимметричностью [3, 6-10].

Целью представленной работы является сравнительный анализ прогнозирования рыночного риска финансовых временных рядов на основе различных моделей с авторегрессионной условной гетероскедастичностью, учитывающих асимметричность и тяжелые хвосты распределений.

1. Модели с авторегрессионной условной гетероскедастичностью

Основной смысл модели GARCH состоит в моделировании кластеризации волатильности, т.е., если абсолютная величина доходности оказывается большой, то это приводит к

повышению условной дисперсии в последующие периоды, а при низкой условной дисперсии более вероятно появление малых значений доходности. В реальных финансовых рядах наблюдаются описанные тенденции.

Процесс GARCH порядка (p, q) $\{\varepsilon_t\}_{t=-\infty}^{+\infty}$ задается следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} \varepsilon_t | \Omega_{t-1} &\sim N(0, \sigma_t^2), \\ \sigma_t^2 &= \omega + \sum_{j=1}^p \delta_j \sigma_{t-j}^2 + \sum_{j=1}^q \gamma_j \varepsilon_{t-j}^2, \end{aligned} \quad (1)$$

где ε_t – значения доходности в момент времени t , нормально распределенные независимые случайные величины; $\Omega_{t-1} = (\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots)$ – предыстория процесса $\{\varepsilon_t\}$; σ_t^2 – условная по предыстории дисперсия ε_t , т.е. $\sigma_t^2 = D(\varepsilon_t | \Omega_{t-1})$; $\omega, \delta_j, \gamma_j$ – параметры модели.

При этом предполагается, что $\omega > 0, \delta_1, \dots, \delta_p \geq 0, \gamma_1, \dots, \gamma_q \geq 0$ и $\sum_{j=1}^p \delta_j + \sum_{j=1}^q \gamma_j < 1$. Методом оценивания параметров GARCH моделей является метод максимального правдоподобия. На практике, как правило, используется модель GARCH (1,1) [11]:

$$\sigma_t^2 = \omega + \delta \sigma_{t-1}^2 + \gamma \varepsilon_{t-1}^2. \quad (2)$$

К недостаткам модели GARCH относится то, что она является симметричной и не учитывает асимметричность динамики доходностей (эффект «рычага»), которой характеризуются распределения многих финансовых рядов [4, 9].

Для учета эффекта «рычага» предложена GJR-модель, названная по фамилиям авторов (Glosten L.R., Jagannathan R., Runkle D.E [4]), которая модифицирует формулу (2):

$$\begin{aligned} \sigma_t^2 &= \omega + \delta \sigma_{t-1}^2 + (\gamma + \eta I_{t-1}) \varepsilon_{t-1}^2, \\ I_{t-1} &= \begin{cases} 1, & \text{при } \varepsilon_{t-1} < 0 \\ 0, & \text{при } \varepsilon_{t-1} \geq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (3)$$

где I – функция-индикатор, при $\eta \neq 0$ задающая асимметрию условной дисперсии σ_t^2 ; $\omega, \delta, \gamma, \eta$ – параметры модели.

В работе проведены исследования для моделей GARCH и GJR с четырьмя различными распределениями – нормальным, Стьюдента, скошенным t-распределением Хансена и обобщенным распределением ошибки (GED – Generalized Error Distribution). Кратко опишем указанные выше законы распределений.

Наиболее распространенным является t-распределение Стьюдента, поскольку оно при малых степенях свободы ν имеет большой куртозис:

$$p(x) = \frac{\Gamma((\nu+1)/2)}{\Gamma(\nu/2)} \frac{1}{\sqrt{\pi\nu}} \left(1 + \frac{x^2}{\nu}\right)^{-(\nu+1/2)}, \quad \nu > 2,$$

где $2 < \nu \leq \infty$ – количество степеней свободы, чем меньше ν , тем толще хвосты распределения; $\Gamma(\cdot)$ – гамма-функция.

Часто распределение доходностей является скошенным. Для учета этой ситуации следует использовать асимметричные распределения с толстыми хвостами. Например, можно использовать скошенное t-распределение Хансена [12], которое «склеивается» из двух половинок t-распределений Стьюдента, по-разному масштабированных:

$$\begin{aligned} p(x) &= \begin{cases} Sx \cdot (1 + \zeta^2 (sx + m)^2 / \nu - 2)^{-(\nu+1/2)}, & \text{если } x \leq -m/s, \\ Sx \cdot (1 + \zeta^{-2} (sx + m)^2 / \nu - 2)^{-(\nu+1/2)}, & \text{если } x > -m/s; \end{cases} \\ Sx &= (2s / \zeta + \zeta^{-1}) [\Gamma(\nu+1/2) / \Gamma(\nu/2)] (1 / \sqrt{\pi(\nu-2)}); \end{aligned}$$

где параметр $4 < \nu < 30$ определяет куртозис, $-1 < \zeta < 1$ задает асимметрию, $m = \Gamma[(\nu-1)/2] \sqrt{(\nu-2) / \pi(\zeta-1/\zeta) / \Gamma(\nu/2)}$, $s = \sqrt{(\zeta^2 + 1 / \zeta^2 - 1) - m^2}$.

Семейство распределений GED охватывает симметричные распределения с различными коэффициентами кurtозиса. Плотность распределения GED определяется выражением

$$p(x) = \frac{v \text{Exp}(-0.5 |x / \lambda|^v)}{\lambda \cdot 2^{(1+1/v)} \Gamma(1/v)},$$

где $\lambda = (2^{(-1/v)} \Gamma(1/v) / \Gamma(3/v))^{1/2}$. Параметр v регулирует толщину хвоста. При $v = 2$ распределение GED совпадает с нормальным распределением, при $v < 2$ плотность GED имеет более толстые, а при $v > 2$ – более тонкие хвосты, чем плотность нормального распределения.

2. Оценка рисков и верификация моделей методом Value-at-Risk

Существует множество методов анализа и оценки рыночных рисков [13-16]. Для всесторонней количественной и качественной оценки рыночного риска в настоящее время в мире широко применяется методика оценки рисков Value-at-Risk (VaR). VaR — выраженная в данных денежных единицах оценка величины, которую не превысят ожидаемые в течение данного периода времени потери с заданной вероятностью. Преимуществами методики является возможность измерить риск величиной потерь, соотнесенных с вероятностью их возникновения; измерить и сравнить риски по операциям на различных рынках универсальным образом; агрегировать риски отдельных финансовых инструментов в единую величину для всего портфеля. Методика VaR используется такими международными регулирующими органами, как Банк международных расчетов, Банковская федерация Европейского Сообщества, «Группа тридцати» в качестве основы при установлении нормативов величины собственного капитала банка относительно величины его активов и предлагается данными организациями и рядом национальных центральных банков в качестве стандарта для оценки рыночного риска.

Основным сущностным элементом функционирования рыночных рисков является соотношение «риск/доходность». Искусство финансовой деятельности, по сути, представляет собой умение находить оптимальные сочетания этих элементов. Доходность x в момент времени t обычно определяется как натуральный логарифм отношения стоимостей актива

$$P : x_t = \ln \frac{P_t}{P_{t-1}}.$$

Приведем определение меры риска VaR [17]. Для заданного уровня достоверности $\alpha \in (0,1)$ и временного горизонта Δt мера риска VaR определяется как

$$\text{VaR}_\alpha = \inf\{u \mid P[\Delta P(\Delta x, \Delta t) \leq u] > \alpha\}, \quad (4)$$

где ΔP — изменение стоимости портфеля; Δx — изменения переменных состояния за период времени Δt . Это означает, что VaR есть наибольший убыток, который может произойти на протяжении периода времени Δt с вероятностью α . Считается, что за период времени Δt состав портфеля не изменяется.

Важнейшей аналитической функцией банковского риск-менеджмента является регулярная верификация (оценка адекватности) внутренней модели по историческим данным в целях проверки ее прогнозной точности и внесения необходимых изменений. Верификация VaR-модели по историческим данным осуществляется путем ретроспективного анализа, заключающегося в подсчете частоты случаев превышения фактическими дневными убытками прогнозных значений VaR за продолжительный период времени в прошлом. Базельский комитет по банковскому надзору, основной задачей которого является внедрение единых стандартов в сфере банковского регулирования, предписывает банкам проводить оценку точности внутренних моделей по выборке из предшествующих 250 дней торгов с использованием доверительного интервала в 99% и горизонта прогнозирования в один день в качестве нормативных параметров расчета VaR [18].

Процедура проверки точности модели по методике Базельского комитета представляет собой статистический тест на отклонение фактической частоты превышений убытками дневной величины VaR от заданной вероятности в 1%, основанной на вычислении вероятностей ошибок I и II рода. Для расчета вероятностей ошибок используется биномиальный критерий. В зависимости от количества превышений модель может быть отнесена к одной

из трех зон (табл.1). Попадание модели в последние две зоны будет означать, что ее реальный доверительный интервал меньше предписанных 99%.

Таблица 1. Классификация моделей по адекватности

	Зеленая зона, адекватные модели	Желтая зона, сомнительные модели	Красная зона, неадекватные модели
Число превышений	1-4	5-9	Более 10

Критерием точности модели обычно выступает число случаев превышения реальных потерь над величиной VaR. При оценке эффективности методов и моделей прогнозирования риска используются критерии, основанные на функции потерь вида:

$$L_t^\alpha = \begin{cases} f_1(\varepsilon_t, \text{VaR}_t^\alpha), & \text{если } |\varepsilon_t| < |\text{VaR}_t^\alpha| \\ f_2(\varepsilon_t, \text{VaR}_t^\alpha), & \text{если } |\varepsilon_t| \geq |\text{VaR}_t^\alpha| \end{cases},$$

где ε – реализовавшаяся доходность в момент времени t ; VaR_t^α – значение риска, спрогнозированное в момент времени $t-1$ с заданным доверительным уровнем α .

Рассмотрим основные критерии, базирующиеся на данной функции потерь [17,19]:

1) Количество превышений прогнозного значения за временной интервал T :

$$L_{\text{sum}\alpha} = \sum_{t=1}^T L_t^\alpha, \text{ где } L_t^\alpha = \begin{cases} 0, & \text{если } |\varepsilon_t| < |\text{VaR}_t^\alpha| \\ 1, & \text{если } |\varepsilon_t| \geq |\text{VaR}_t^\alpha| \end{cases}. \quad (5)$$

Функция учитывает только сами факты наличия превышения без учета величины превышения.

2) Величина превышений за временной интервал T :

$$LF1_\alpha = \sum_{t=1}^T L_t^\alpha, \text{ где } L_t^\alpha = \begin{cases} 0, & \text{если } |\varepsilon_t| < \text{VaR}_t^\alpha, \\ |\varepsilon_t| - |\text{VaR}_t^\alpha|, & \text{если } |\varepsilon_t| \geq \text{VaR}_t^\alpha. \end{cases} \quad (6)$$

Данная функция показывает, насколько реальные прибыли/убытки превышают величину VAR за весь период оценки эффективности.

3) Величина средней относительной величины превышений LF2:

$$LF2_\alpha = \frac{\sum_{t=1}^T L_t^\alpha}{T}, \text{ где } L_t^\alpha = \begin{cases} 0, & \text{если } |\varepsilon_t| < \text{VaR}_t^\alpha, \\ \frac{|\varepsilon_t| - |\text{VaR}_t^\alpha|}{|\text{VaR}_t^\alpha|}, & \text{если } |\varepsilon_t| \geq \text{VaR}_t^\alpha. \end{cases} \quad (7)$$

Экономическая интерпретация данной величины представляет собой средний процент от зарезервированного капитала, который не покрывается в случае превышения доходностью спрогнозированного значения риска

4) Величина неиспользованного капитала:

$$LF3_\alpha = \sum_{t=1}^T L_t^\alpha, \text{ где } L_t^\alpha = \begin{cases} |\text{VaR}_t^\alpha| - |\varepsilon_t|, & \text{если } |\varepsilon_t| < \text{VaR}_t^\alpha, \\ 0, & \text{если } |\varepsilon_t| \geq \text{VaR}_t^\alpha. \end{cases} \quad (8)$$

Экономическая интерпретация данного критерия: значение $LF3_\alpha$ представляет собой разность капитала, который был зарезервирован для покрытия риска, и реального значения риска, т.е. величину капитала, зарезервированного сверх необходимого.

5) Критерий относительного уровня потерь:

$$L_{\text{real}\alpha} = \frac{LF1_\alpha}{\sum_{t=1}^T |\varepsilon_t|}. \quad (9)$$

Данный критерий показывает, какую долю составляют убытки в общей сумме доходностей. Например, может быть количество превышений одинаково, однако сумма потерь может быть разной. Таким образом, критерий $L_{\text{real}\alpha}$ позволяет получить информацию о полученных потерях по отношению к общей сумме доходности и сравнить модели в случае равенства количества превышений.

3. Результаты исследований

В работе рассмотрены временные ряды ежедневных значений финансовых показателей разных типов: котировки валюты EUR (евро) к российскому рублю, финансовый индекс S&P500 и акции компании Microsoft с 02.01.2009 по 02.07.2010 (в период времени, когда острая фаза кризиса уже пройдена). На рис.1 представлены соответствующие временные реализации показателей.

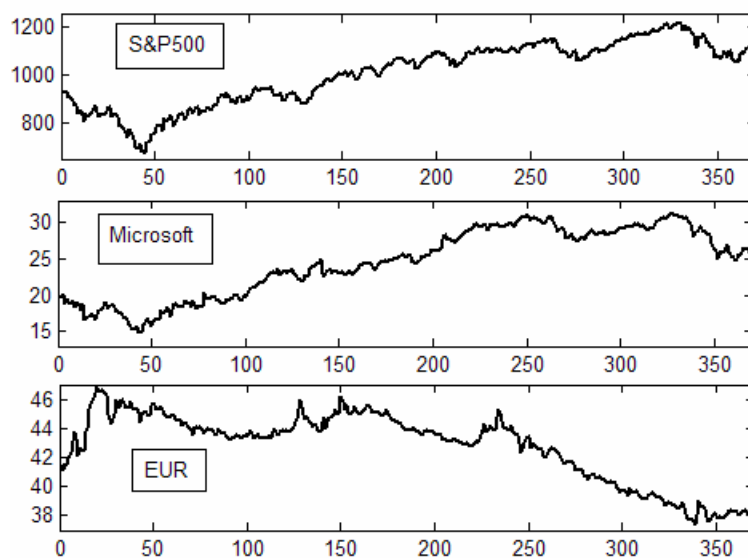


Рис. 1. Временные ряды котировок S&P500, Microsoft, EUR

Численный анализ и прогнозирование временных рядов в работе проводились с помощью специальных модулей математического пакета Matlab r2009b – Financial Toolbox, GARCH Toolbox, Oxford MFE Financial Econometrics Toolbox, Patton Skewed-t Toolbox. Для оценки параметров моделей использовался метод максимального правдоподобия. Функции максимального правдоподобия составлены на основе соответствующих конкретным моделям функций плотности распределения. Объем выборки для оценки параметров и оптимизации начальных параметров равен 370 значений. Анализируя динамику логарифмических доходностей, представленную на рис.2, можно сделать вывод о том, что финансовые ряды обладают свойством гетероскедастичности (непостоянством дисперсии), а также кластеризацией волатильности, т.е. наблюдается чередование периодов, когда финансовый показатель ведет себя непостоянно и относительно спокойно.

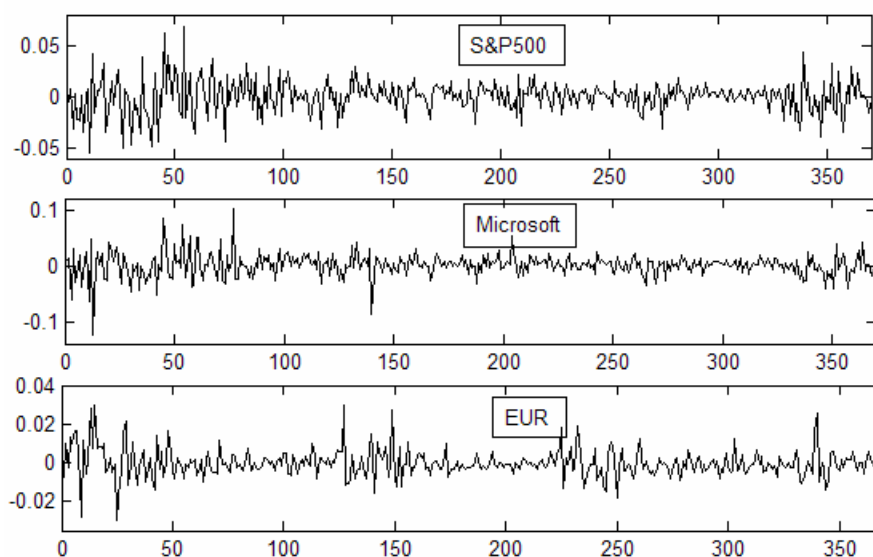


Рис. 2. Временные ряды логарифмических доходностей S&P 500, Microsoft, EUR

Проведенный численный анализ автокорреляционных функций квадратов доходностей показал, что условное стандартное отклонение зависит от предыдущих своих значений, и образуются кластеры волатильности. Для проверки выборок на наличие гетероскедастичности был использован тест Энгла (Engle's ARCH Test), который показал, что рассматриваемые ряды доходностей обладают гетероскедастичностью.

В табл.2 приведены основные статистики для выборок доходностей исследуемых финансовых индексов. Среднее значение выборки у каждого ряда близко к нулю, т.е. сумма положительных и сумма отрицательных доходностей практически совпадает. Коэффициент куртозиса рядов является большим, чем это предусмотрено нормальным распределением. Это объясняется возможной тяжестью хвостов распределения и/или островершинностью распределения.

Таблица 2. Выборочные статистики для доходностей

	S&P500	Microsoft	EURO
Среднее	2.4659e-004	4.4446e-004	-1.5266e-004
Стандартное отклонение	0.0158	0.0209	0.0071
Скошенность	-0.0611	-0.3093	0.7245
Куртозис	5.1377	8.7443	6.8180

Анализируя выборочные статистики и гистограммы плотностей распределения доходностей, показанные на рис.3, можно прийти к выводу, что хвосты распределения исследуемых рядов доходностей являются «тяжелыми», т.е. экстремальные выбросы в финансовых активах встречаются чаще, чем это предусмотрено нормальным распределением.

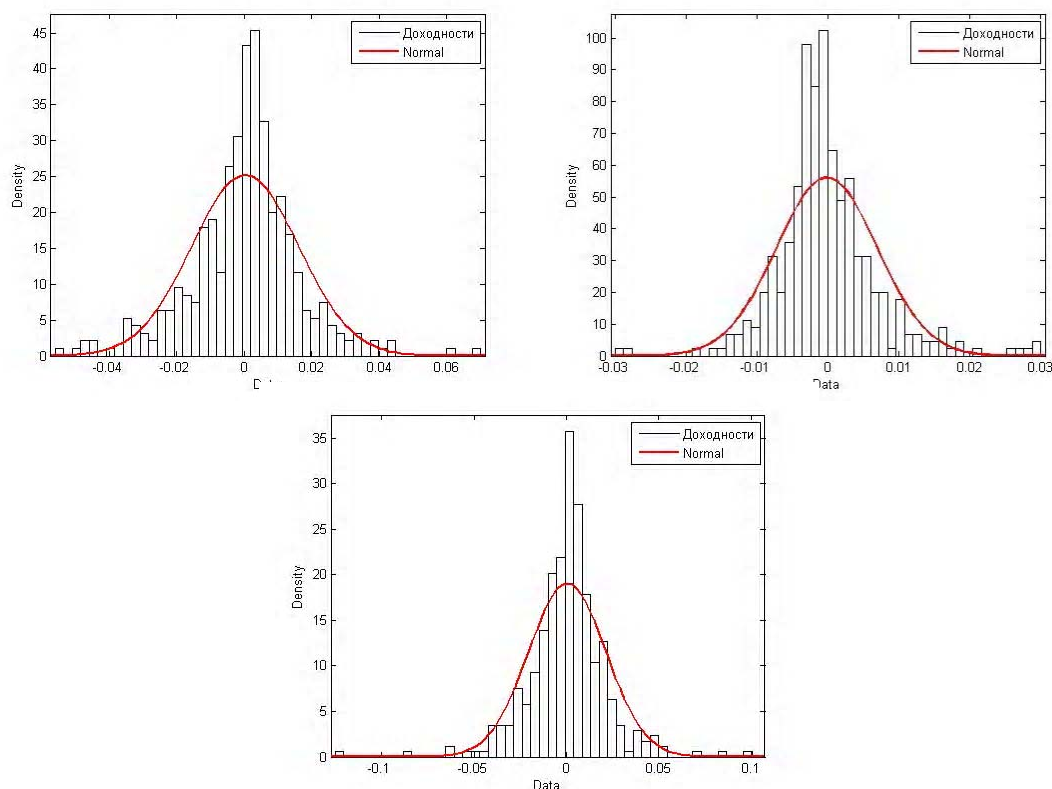


Рис. 3. Гистограммы для логарифмических доходностей S&P 500, Microsoft, EUR

Для прогнозирования динамики волатильности в работе были использованы модели GARCH(1,1) и GJR(1,1) со следующими законами распределений:

- нормальным (GARCH, GJR);
- Стьюдента (GARCH- t , GJR- t) с параметром числа степеней свободы ν -student;
- скошенным t -распределением Хансена (GARCH-skew, GJR-skew) с параметрами ν -skewness, ζ -skewness, определяющими куртозис и асимметрию;

– обобщенным распределением ошибки GED (GARCH-GED, GJR-GED) с параметром v -GED, регулирующим коэффициент куртозиса.

В табл.3 приведены результаты оценивания параметров моделей рассматриваемых финансовых рядов на основе представленных распределений. Для сравнения моделей с различными пространствами параметров использовались информационные критерии Акаике, Шварца и Хеннана-Куинна, которые численно построены так, чтобы учесть влияние на качество подгонки модели двух противоположных тенденций. При сравнении двух типов моделей предпочтение отдается той, которая имеет наименьшие значения критериев. Для всех индексов наибольшее значение функции правдоподобия достигалось при использовании моделей со скошенным распределением Стюдента - SKEWt. Однако не для всех индексов эта модель была лучшей. Также хорошие результаты были достигнуты при использовании моделей GARCH-t и GJR-t.

Таблица 3. Результаты оценки параметров моделей

Параметры	Модели	S&P500	EURO	Microsoft
v-student	GARCH-t	6,5538	3,7588	3,9785
	GJR-t	8,9725	3,7574	4,0503
v-skewness	GARCH-skew	9,3323	3,9762	4,2474
	GJR-skew	13,63	3,9721	4,4933
ζ -skewness	GARCH-skew	-0,1774*	0,279	-0,0996*
	GJR-skew	0,2049*	0,284	0,1005*
v-GED	GARCH-GED	1,3892	1,213	1,1441
	GJR-GED	1,4673	1,2302	1,1453
η -GJR	GJR	0,1555	-0,1307*	0,0288
	GJR-t	0,1554	-0,1307*	0,0288
	GJR-skew	0,1535	-0,1307*	0,0288
	GJR-GED	0,1535	-0,1307*	0,0288

* – не значимый параметр

Оценки параметров GARCH значимы во всех моделях и для всех индексов, что свидетельствует о наличии эффекта кластеризации волатильности. Параметр η значим во всех моделях семейства GJR для S&P500 и Microsoft, что свидетельствует о наличии эффекта рычага. В моделях GARCH-SKEWt и GJR-SKEWt параметр куртозиса v распределения Хансена значим для всех индексов, его значение находится в промежутке между 3,9 до 14, что свидетельствует о наличии толстых хвостов распределений. Параметр скошенности ζ значим только в индексе евро, что говорит о том, что этот индекс обладает скошенностью.

На рис. 4 представлены графики теоретических функций плотности нормального распределения, распределения Стюдента, распределения Хансена и распределения GED с параметрами, оцененными в моделях GARCH-t, GARCH-skew и GARCH-GED.

С помощью полученных параметров моделей можно строить однодневные прогнозы волатильности и получать прогнозы риска методикой VaR:

$$VaR_{\alpha} = (M + k_{\alpha} \sigma_t),$$

где M – среднее значение доходности финансового актива; k_{α} – α -квантиль соответствующего распределения; σ_t – прогнозное значение стандартного отклонения ряда доходностей.

Согласно Базельским рекомендациям [18], прогноз доходности осуществляется на один день вперед, адекватность моделей оценивается по выборке объемом 250 значений. На рис. 4 представлены графики значений прогноза VaR для исследуемых рядов доходностей при применении моделей GARCH(1,1) (слева) и GJR(1,1) (справа) с разными распределениями для уровня доверия 0.99.

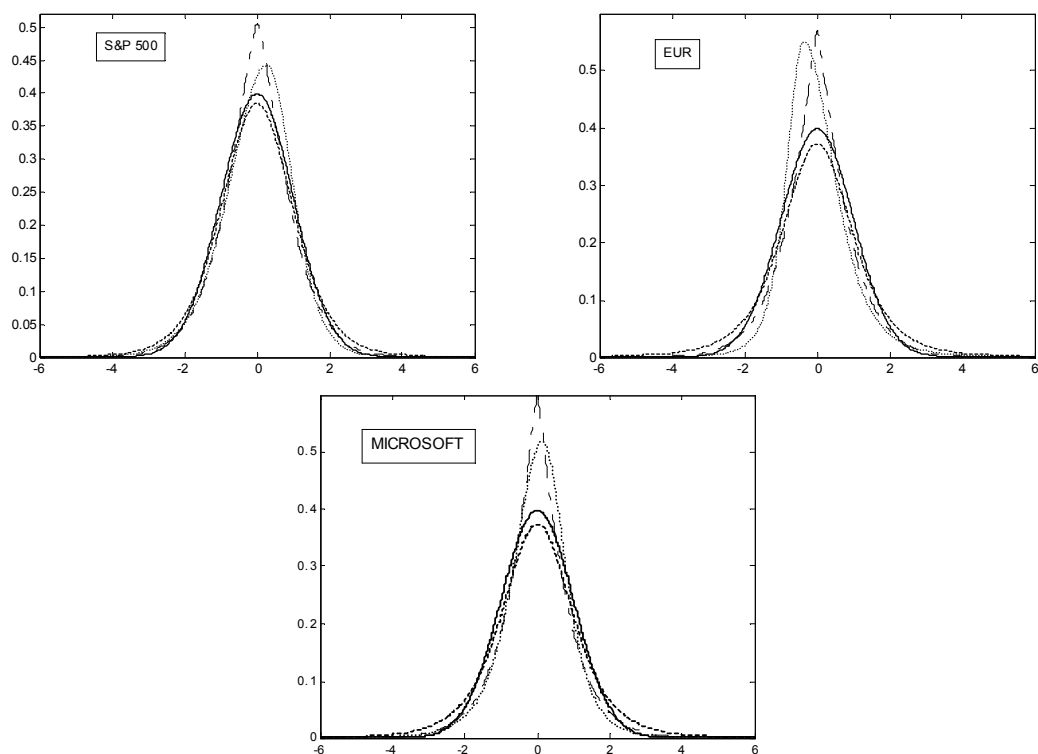


Рис. 4. Графики теоретических функций плотности распределения доходностей S&P 500, EUR, Microsoft (——— - плотность нормального распределения, ---- -распределения Стьюдента, - . - . - - распределения Хансена , - распределения GED)

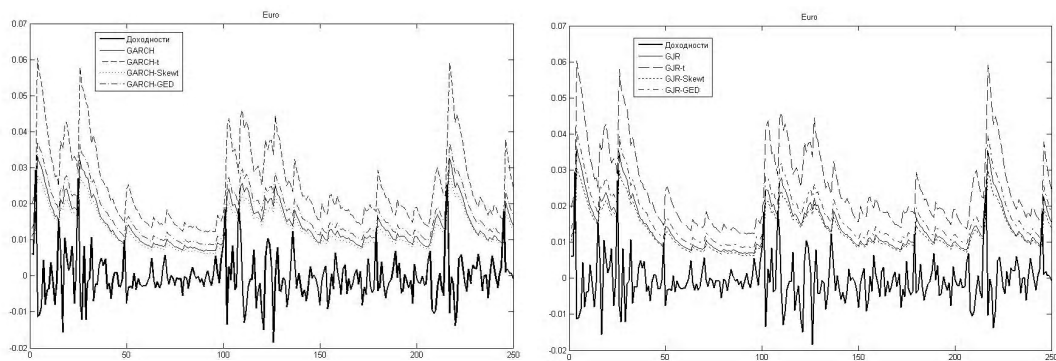
Для проверки адекватности моделей были использованы функции потерь (5)-(9). Результаты оценки адекватности моделей прогноза риска по различным критериям приведены в табл. 4.

Таблица 4. Результаты оценки адекватности моделей

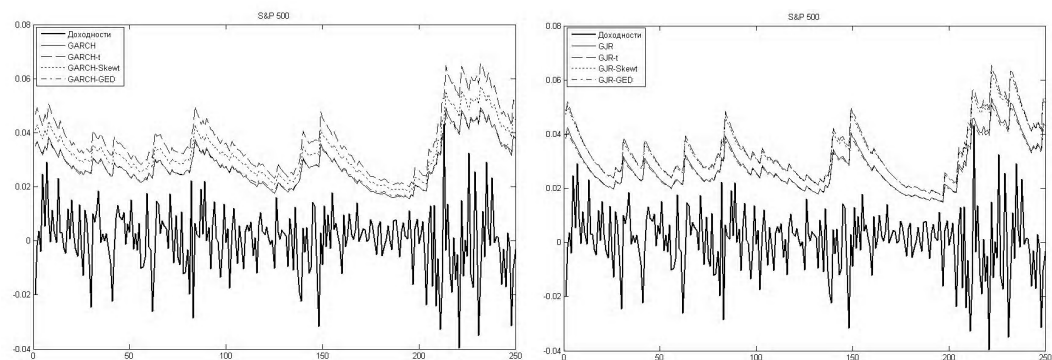
Индекс	GARCH	GARCH-t	GARCH-skew	GARCH-GED	GJR	GJR-t	GJR-skew	GJR-GED
Результаты оценки адекватности моделей по критерию Lsum								
S&P	9	1	2	7	6	2	2	6
Euro	9	2	13	6	9	2	12	6
Microsoft	5	2	2	2	5	2	2	2
Результаты оценки адекватности моделей по критерию LF1								
S&P	0,0215	0,0002	0,0035	0,0221	0,0185	0,0023	0,0033	0,0209
Euro	0,0493	0,0065	0,0623	0,0305	0,0484	0,0065	0,0595	0,0289
Microsoft	0,077	0,0123	0,0467	0,0415	0,0785	0,0206	0,0516	0,0444
Результаты оценки адекватности моделей по критерию LF2								
S&P	0,8715	0,0091	0,1593	0,8636	0,9091	0,1028	0,1479	1,011
Euro	3,6671	0,294	5,0206	1,9415	3,5864	0,2934	4,6742	1,8105
Microsoft	2,0915	0,1697	0,9739	0,8154	2,1757	0,3167	1,156	0,8976
Результаты оценки адекватности моделей по критерию LF3								
S&P	4,7097	6,9389	5,8426	4,734	4,71	6,205	6,0285	4,5675
Euro	2,6177	5,2158	2,2842	3,2499	2,6105	5,2175	2,3315	3,2541
Microsoft	6,4442	12,5809	8,3799	9,045	6,4833	12,5218	8,2548	9,2225
Результаты оценки адекватности моделей по критерию Lreal								
S&P	0,01	0,0001	0,0016	0,0103	0,0086	0,0011	0,0015	0,0097
Euro	0,0435	0,0058	0,055	0,0269	0,0427	0,0057	0,0526	0,0256
Microsoft	0,0282	0,0045	0,0171	0,0152	0,0288	0,0075	0,0189	0,0163

Результаты тестирования по критерию количества превышений позволяют отнести почти все рассматриваемые модели к зеленой и желтой зонам, что свидетельствует о возможности их использования в соответствии с базельскими требованиями. В красную зону попали только модели GARCH-skew и GJR-skew для ряда доходностей котировок евро. Произведенный анализ позволяет говорить о том, что наиболее точные оценки VAR для всех финансовых показателей, с точки зрения минимизации значений бинарной функции потерь L_{sum} , дают модели GARCH-t и GJR-t – с распределением Стьюдента.

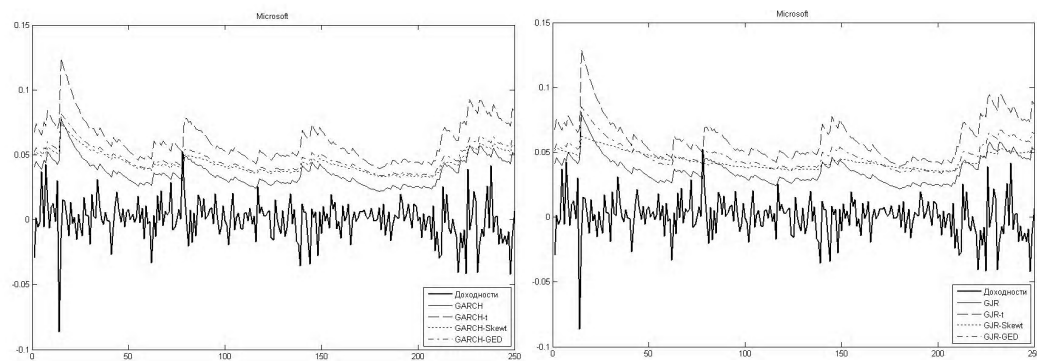
Более того, эти модели показывают лучшие результаты тестирования по всем другим критериям адекватности. С точки зрения среднего непокрытого риска, учитывающего величину превышений оценки риска (LF2), модели GARCH-t и GJR-t дают наименьшее значение по сравнению с другими моделями, однако если рассматривать с точки зрения неиспользованного рискового капитала (LF3), то эти модели являются менее эффективными по сравнению с остальными, так как дают более высокую оценку по критерию LF3.



Прогноз EUR при применении GARCH(1,1) и GJR(1,1)



Прогноз S&P 500 при применении GARCH(1,1) и GJR(1,1)



Прогноз Microsoft при применении GARCH(1,1) и GJR(1,1)

Рис. 5. Графики значений прогноза VaR для исследуемых рядов доходностей

На основе полученных результатов был проведен многокритериальный анализ моделей в целях определения парето-оптимальных моделей. Под парето-оптимальной моделью понимается такая модель, которая в сравнении с другими дает меньшую величину непокрытого и неиспользованного капитала. [19] Для этого на двумерной плоскости размещаются соответствующие точки, каждая из которых характеризует модель с точки зрения средней величины избыточного капитала и средней величины недостаточности капитала, резервируемого для покрытия возможных убытков. На рис. 6 показаны диаграммы, по которым можно определить парето-оптимальные модели.

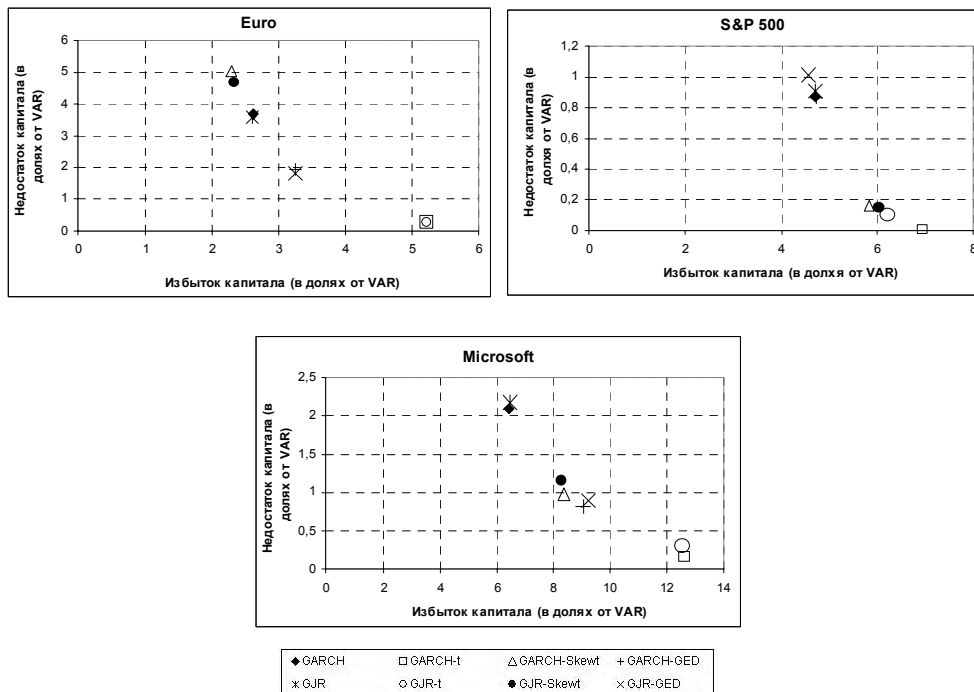


Рис. 6. Многокритериальный анализ моделей

По результатам многокритериального анализа можно сделать вывод, что для Microsoft оптимальной моделью является GARCH-SKEWt, а также модель GJR-SKEWt, однако она чуть менее эффективна по критерию недостаточности капитала. Для евро и S&P500 нельзя выделить какую-то одну модель: риск-менеджер сам должен выбрать более приоритетный для него критерий. Для ряда евро модель GJR идентична модели GARCH, модель GJR-GED – модели GARCH-GED, а модель GJR-t – модели GARCH-t. Для ряда S&P500 модели GARCH, GARCH-GED, GJR, GJR-GED эффективны по критерию избытка капитала, тогда как модели GARCH-t, GARCH-SKEWt, GJR-t, GJR-SKEWt более эффективны по критерию недостаточности капитала.

Выводы

В настоящее время распространенным методом оценивания рисков является методика Value-at-Risk, которая дает вероятностную оценку потенциальных убытков в течение определенного периода при экспертно заданном доверительном уровне. В работе проведен сравнительный анализ прогнозирования рыночного риска финансовых временных рядов с помощью методики VaR на основе моделей с авторегрессионной условной гетероскедастичностью GARCH и GJR, учитывающих скошенность и тяжелые хвосты распределений рядов доходностей. Были получены оценки рыночного риска VaR для финансовых показателей разных типов: валюты евро, финансового индекса S&P500 и акций компании Microsoft. Верификация по историческим данным показала достаточную точность прогноза риска.

В работе показано, что для ряда евро модели семейства GJR являются более предпочтительными по сравнению с моделями GARCH, так как они учитывают эффект рычага. Кроме того, использование t-распределения Стюдента дает лучший результат. Распределение Хансена позволяет учесть известный эффект лептокуртозиса финансовых данных и может дать дополнительное улучшение результата, однако при выборе модели надо сле-

дить, чтобы при этом были значимы оценки параметров распределения и спецификация модели в целом.

Список литературы: 1. *Engle R.F.* Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the UK inflation // *Econometrics*. 1982. V.50. P.987-1008. 2. *Bollerslev T.* Generalised Autoregressive Conditional Heteroscedasticity // *Journal of Econometrics*. 1986. V.31. P.307-327. 3. *Мандельброт Б.* Фрактальная геометрия природы. М.: Институт компьютерных исследований, 2002. 656 с. 4. *Glonsten L., Jagannathan R., Runkle D.* Relationship between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks // *Journal of Finance*. 1993. V.48. P.1779 – 1802. 5. *Петерс Э.* Фрактальный анализ финансовых рынков. М.: Интернет-трейдинг, 2004. 333 с. 6. *Anders W.* Garch forecasting performance under different distribution assumptions // *Journal of Forecast*. 2006. №25. P.561-578. 7. *Daal E., Yu J.* Volatility clustering, leverage effects, and jump dynamics in the US and emerging Asian equity markets // *Journal of Banking & Finance*. 2007. №31. P. 2751-2769. 8. *Jondeau E., Rockinger M.* Conditional volatility, skewness, and kurtosis: existence, persistence, and comovements // *Journal of Economic Dynamics and Control*. 2003. №27. P.1699–1737. 9. *Zifter A.* Asymmetric and Fractionally Integrated Garch Models with (Skewed) Student-t and Ged Distribution in Risk Management: An Application on Eurobond // Presented in VIII National Finance Symposium, Istanbul Technical University 2004. 10. *Bakshi G., Kapadia N., Madan D.* Stock Returns Characteristics, Skew, Laws, and the Differential Pricing for Individual Equity Options // *The Review of Financial Studies*. 2003. №16. P.101-143. 11. *Morgan J.P.* RiskMetrics - technical document. New York: Morgan Guaranty Trust Company, 1996. 214 p. 12. *Hu W., Kercheval A.* The Skewed t Distribution for Portfolio Credit Risk // *Econometrics*. 2008. V.22. P.55-83. 13. *Рэдхед К., Хьюс С.* Управление финансовыми рисками. М.: ИНФРА-М, 2000. 288 с. 14. *Рогов М.А.* Риск-менеджмент. М.: Финансы и статистика, 2001. 120 с. 15. *Кузнецов В.Е.* Измерение финансовых рисков // *Банковские технологии*. 1997. №7. С.76-78. 16. *Dorfman M.* Introduction to Risk Management and Insurance. Pearson Higher Education, 1997. 600 p. 17. *Меньшиков И.С., Шелагин Д.А.* Рыночные риски: модели и методы. М.: Вычислительный центр РАН, 2000. 54 с. 18. Supervisory Framework for The Use of «Backtesting» in Conjunction with The Internal Models Approach to Market Risk Capital Requirements // Basle Committee on Banking Supervision, January, 1996. 19. *Милосердов А.А., Герасимова Е.Б.* Рыночные риски: формализация, моделирование, оценка качества моделей. Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2004. 116 с.

Поступила в редколлегию 21.08.2010

Кириченко Людмила Олеговна, канд. техн. наук, доцент кафедры прикладной математики ХНУРЭ. Научные интересы: самоподобные случайные процессы, фрактальный и мультифрактальный анализ. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 70-21-640. E-mail: ludmila@kture.kharkov.ua.

Рвачева Наталия Михайловна, магистр системного анализа ХНУРЭ. Научные интересы: анализ и прогнозирование финансовых временных рядов. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 70-21-640.

Стороженко Александра Владимировна, канд. техн. наук, доцент кафедры экономической кибернетики ХНУРЭ. Научные интересы: бизнес-прогнозирование. Адрес: Украина, 61166, Харьков, просп. Ленина, 14, тел. 70-21-490.