

РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ВОЗДУШНЫХ ЛИНИЙ ПРИ СЛОИСТОЙ СТРУКТУРЕ ЗЕМЛИ

К. К. Абрамов

Киевский институт автоматики

Частичные параметры воздушных линий служат основой для определения и расчета параметров передачи электромагнитных волн по различным воздушным линиям (линии связи, ЛЭП, контактные сети) и взаимного влияния между ними. Если расчет потенциальных коэффициентов прост, то расчет собственных и взаимных комплексных сопротивлений воздушных линий усложняется потерями в земле. Потери зависят от проводимости почвы, ее слоистости, толщины слоев и высоты подвеса линии над уровнем земли.

До сих пор расчет частичных параметров ведется по формулам и графикам Карсона и Полячека, найденным при условии, что проводимость почвы во всем неограниченном пространстве постоянна. Диапазон частот разделен на три части: низкие, высокие и промежуточные частоты. Для каждого участка диапазона расчет производят по своим приближенным формулам, т. е. одни из них пригодны для расчета на низких, другие — на высоких частотах. Значения параметров при средних частотах вычисляются по графикам [2].

Недостаток всякого графического метода расчета — в небольшой точности и невозможности получения аналитических результатов.

В статье найдены новые приближенные формулы, с помощью которых можно, не деля диапазон частот на части, рассчитывать собственные и взаимные индуктивности и активные сопротивления проводов многопроводной линии.

Земля, над которой подвешивается воздушная линия (проводящая плоскость), может рассматриваться как поверхность кругового цилиндра, имеющая бесконечно большой радиус кривизны (рис. 1). Такое представление и дает нам еще одну возможность определить частичные параметры воздушных линий, рассматривая их как частный случай частичных параметров кабеля.

Введем обозначения:

$$r_0 - d_{0k} = h_k, \quad r_0 + d_{0k} = 2r_0 - h_k, \quad (1)$$

где h_k — кратчайшее расстояние от центра рассматриваемого проводника до поверхности оболочки кабеля. Если радиус оболочки увеличивать до бесконечности, причем h_k будет оставаться конечным, то

$$d_{0k} \approx r_0 \rightarrow \infty, \quad \frac{r_0^2 - d_{0k}^2}{r_0^2} = \frac{(r_0 - d_{0k})(r_0 + d_{0k})}{r_0^2} \rightarrow \frac{2h_k}{r_0} \quad (2)$$

и тогда для собственного потенциального коэффициента проводника получаем:

$$\alpha_{kk} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{2h_k}{r_k}, \quad (3)$$

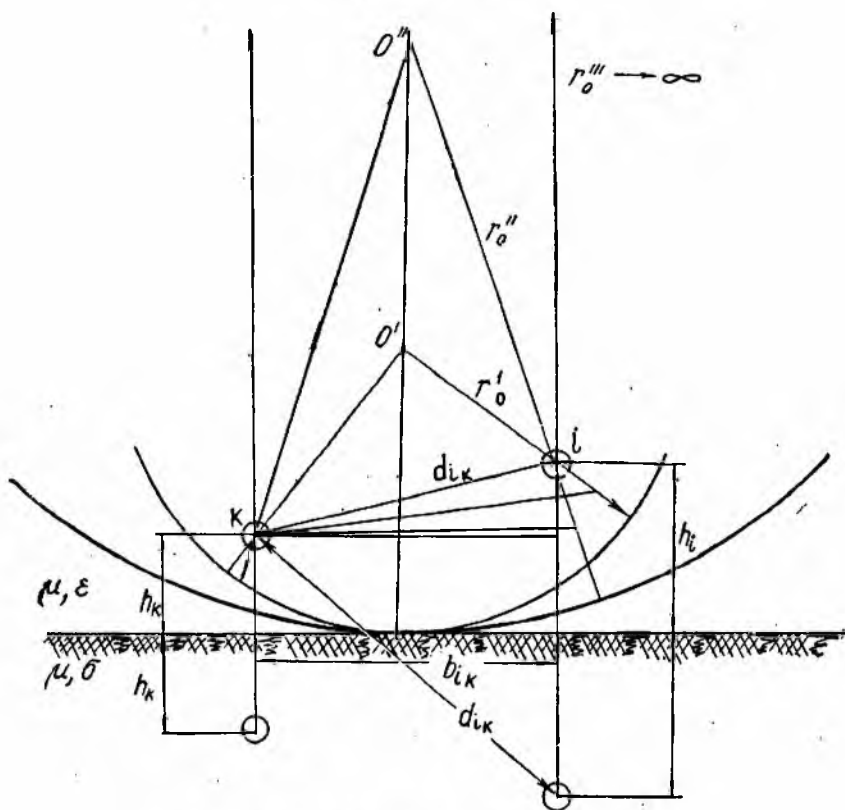


Рис. 1. Переход от кабеля к воздушной линии.

где r_k — радиус k -го проводника.

При нахождении взаимного потенциального коэффициента нужно учесть, что

$$d_{ik}^2 = (h_1 - h_2)^2 + b_{kl}^2$$

тогда

$$\alpha_{ki} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \sqrt{\frac{r_0}{d_{kl}} \left[\left(1 - \frac{d_{k0}^2}{r_0^2}\right) \left(1 - \frac{d_{i0}^2}{r_0^2}\right) + \frac{d_{ki}^2}{r_0^2} \right]} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{d'_{ki}}{d_{kl}}. \quad (4)$$

Эти формулы хорошо известны; обычно их получают по методу зеркальных отображений [4].

Собственные и взаимные комплексные сопротивления проводников содержат комплексные коэффициенты отражения цилиндрических волн.

Последние выражаются через модифицированные функции Бесселя, причем для однородной внешней среды [1]

$$\rho_{10} = \frac{K_0(k_0 r_0)}{K_2(k_0 r_0)}, \quad k_0 = \sqrt{i\omega\mu\sigma}. \quad (5)$$

Если выполнить предельный переход $r_0 \rightarrow \infty$, то для ρ_{10} можно применить асимптотическое представление:

$$\rho_{10} \approx \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{|k_0 r_0|}\right) + i \frac{\sqrt{2}}{|k_0 r_0|}. \quad (6)$$

Подставим (6) в Z_{kk} [1]:

$$\begin{aligned} Z_{kk} &= \frac{i\omega\mu'}{2\pi} \left\{ \ln \frac{2h_k}{r_k} + \ln \left(1 - \frac{2}{k_0 2h_k}\right) \right\} = \\ &= \frac{i\omega\mu'}{2\pi} \left\{ \ln \frac{2h_k}{r_k} + \ln \left[\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{|k_0 2h_k|}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{|k_0 2h_k|}\right)^2 \right] - i \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{2}}{|k_0 2h_k| + \sqrt{2}} \right\}. \quad (7) \end{aligned}$$

Аналогичным путем находятся взаимные комплексные сопротивления проводников:

$$\begin{aligned} Z_{ki} &= \frac{i\omega\mu'}{2\pi} \left\{ \ln \frac{d'_{ki}}{d_{ki}} + \frac{1}{4} \ln \frac{[k_0 d'_{ki}]^2 + 2\sqrt{2} |k_0 (h_k + h_i)|^2 + 8 [|k_0 (h_k + h_i)| + \sqrt{2}]^2}{|k_0 d'_{ki}|^4} \right. \\ &\quad \left. - i \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{4 + 2\sqrt{2} |k_0 (h_k + h_i)|}{|k_0 (h_k + h_i)|^2 + 2\sqrt{2} |k_0 (h_k + h_i)| + |k_0 b_{ki}|^2} \right\}. \quad (8) \end{aligned}$$

Чтобы убедиться, что формулы (7), (8) пригодны для расчета частичных параметров воздушных линий, сравним их с формулами Карсона.

Со значениями внешних индуктивностей проводников члены $\ln \frac{2h_k}{r_k}$ и $\ln \frac{d'_{ki}}{d_{ki}}$ совпадают точно, поэтому будем сравнивать только оставшиеся действительные и мнимые числа Z_{ki} с $2P$ и $2Q$ формул Карсона. Обозначим их соответственно $2P'$ и $2Q'$.

Рассмотрим три случая: $b_{ki} = 0$, $b_{ki} = h_k + h_i$ и $h_k = h_i = 0$. Если $b = 0$, то

$$\begin{aligned} 2Q' &= \frac{1}{4} \ln \frac{[k_0 H]^2 + 2\sqrt{2} [k_0 H]^2 + 4 [2 + \sqrt{2} |k_0 H|]^2}{|k_0 H|^4}; \\ 2P' &= \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{2\sqrt{2} (|k_0 H| + \sqrt{2})}{|k_0 H|^2 + 2\sqrt{2} |k_0 H|}, \end{aligned} \quad (9)$$

где

$$H = h_k + h_i.$$

Если частота низкая, $|k_0 H| \ll 1$, то членами, содержащими множитель $|k_0 H|$, можно пренебречь. Тогда

$$\begin{aligned} 2Q' &= \frac{1}{4} \ln \frac{16}{|k_0 H|^2} = \ln \frac{2}{|k_0 H|}; \\ 2P' &= \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{2}}{|k_0 H|}. \end{aligned} \quad (10)$$

Разложив арктангенс в степенной ряд, получим:

$$2P' = \frac{\pi}{4} - \frac{|k_0 H|}{2\sqrt{2}}. \quad (11)$$

Так же исследуются остальные варианты. Сводка полученных формул сведена в табл. 1.

Таблица 1

Условия применимости	2P		2Q	
	(7), (8)	ф. Карсона	(7), (8)	ф. Карсона
$b=0$	$ k_0 H \ll 1$ $\frac{\pi}{4} - \frac{k_0 H}{2\sqrt{2}}$ $ k_0 H > 10$ $\frac{\sqrt{2}}{ k_0 H }$	$\frac{\pi}{4} - \frac{\sqrt{2}}{3} k_0 H $ $\frac{\sqrt{2}}{ k_0 H }$	$\ln \frac{2}{ k_0 H }$ $\frac{\sqrt{2}}{ k_0 H }$	$\ln \frac{2}{ k_0 H } - 0,0692$ $\frac{\sqrt{2}}{ k_0 H }$
$b=H$	$ k_0 H \ll 1$ $\frac{\pi}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4} k_0 H $ $ k_0 H > 10$ $\frac{1}{\sqrt{2} k_0 H }$	$\frac{\pi}{4} - \frac{\sqrt{2} k_0 H }{3}$ $\frac{1}{\sqrt{2} k_0 H }$	$\ln \frac{2}{\sqrt{2} k_0 H }$ $\frac{1}{\sqrt{2} k_0 H }$	$\ln \frac{2}{\sqrt{2} k_0 H } - 0,0692$ $\frac{1}{\sqrt{2} k_0 H }$
$H=0$	$ k_0 b \ll 1$ $\frac{\pi}{4} - \frac{ k_0 b ^2}{8}$ $ k_0 b > 10$ $\frac{2}{ k_0 b ^2}$	$\frac{\pi}{4} - \frac{ k_0 b ^2}{8} (0,673 +$ $+ \ln \frac{2}{ k_0 b })$ $\frac{2}{ k_0 b ^2}$	$\ln \frac{2}{ k_0 b }$ $\frac{4}{ k_0 b ^4}$	$\ln \frac{2}{ k_0 b } - 0,0692$ 0

В таблицу для сравнения сведены и крайние значения формул Карсона. На рис. 2 показаны Q^I и P^I в сравнении с Q и P для средней части диапазона изменения аргумента $X = |k_0 d_{kk}|$.

Представленные таблицы и графики указывают на сходство формул (7), (8) и Карсона. Некоторое различие не имеет практического значения, потому что при расчете потерь в земле и добавочной индуктивности основные ошибки возникают за счет погрешности определения проводимости земли и неоднородности ее структуры. Такие погрешности расчета влияют на результат сильнее, чем данная аналитическая неточность. Поскольку полученными формулами пользоваться проще, то их вполне можно рекомендовать в качестве расчетных.

Сходство формул (7), (8) и Карсона подтверждает также правильность метода и позволяет применить его для определения частичных параметров линии, если земля, над которой она подвешивается, имеет слоистую структуру.

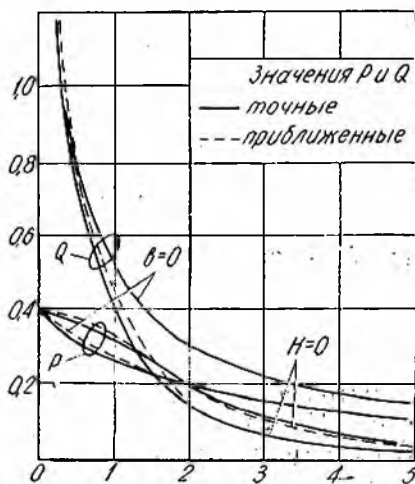


Рис. 2. Сравнение приближенных значений P и Q с точными.

Рассмотрим многослойную внешнюю среду кабеля. Задача сводится к определению коэффициентов отражения цилиндрических волн от поверхности оболочки кабеля, когда последняя состоит из концентрических слоев с различными электромагнитными свойствами (рис. 3). Пусть слои с первого по $n-1$ имеют толщину $t_1, t_2, \dots, t_{n-1}$. Толщина n -го слоя неограничена. Для членов v -го порядка тангенциальной составляющей электрического поля E_z и магнитного поля H_φ можно в матричной форме записать:

$$\begin{vmatrix} E_z^{(v)} \\ H_\varphi^{(v)} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} I_v(k_n \rho) & K_v(k_n \rho) \\ s_n I'_v(k_n \rho) & s_n K'_v(k_n \rho) \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 0 \\ L_{v0} \end{vmatrix}, \quad (12)$$

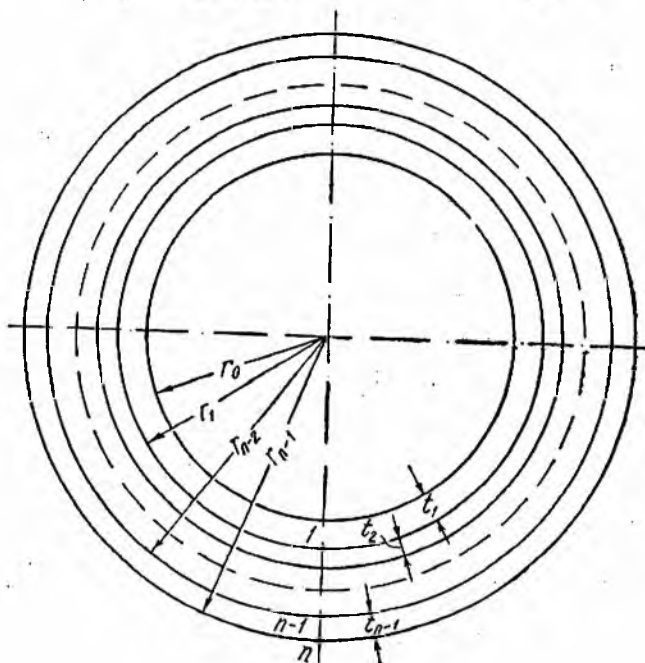


Рис. 3. Многослойная оболочка кабеля.

где L_{v0} — постоянная интегрирования; $s_v = \frac{k_n}{i\omega\mu}$.

$$M_{vn}(k_n \rho) = \begin{vmatrix} I_v(k_n \rho) & K_v(k_n \rho) \\ s_n I'_v(k_n \rho) & s_n K'_v(k_n \rho) \end{vmatrix} - \quad (13)$$

— матрица, характеризующая электромагнитные свойства среды n -го слоя. На границе раздела с $n-1$ средой имеют место граничные условия — равенства тангенциальных составляющих, поэтому

$$M_{v,n-1}(k_{n-1} r_{n-1}) \times \begin{vmatrix} G_{v0}^{(n-1)} \\ L_{v0}^{(n-1)} \end{vmatrix} = M_{vn}(k_n r_{n-1}) \times \begin{vmatrix} 0 \\ L_{v0}^{(n)} \end{vmatrix}$$

и постоянные интегрирования $G_{v0}^{(n-1)}, L_{v0}^{(n-1)}$ заменяются через $L_{v0}^{(n)}$:

$$\begin{vmatrix} G_{v0}^{(n-1)} \\ L_{v0}^{(n-1)} \end{vmatrix} = M_{v,n-1}^{-1}(k_{n-1} r_{n-1}) \times M_{vn}(k_n r_n) \times \begin{vmatrix} 0 \\ L_{v0}^{(n)} \end{vmatrix}. \quad (14)$$

Положим, что, используя граничные условия $n-1$ и $n-2$ сред, $n-2$ и $n-3$ сред и т. д., мы определили постоянные интегрирования через $L_{v0}^{(n)}$. Тогда вблизи поверхности раздела оболочки с диэлектриком E_z и H_φ будут представлены так:

$$\left\| \begin{matrix} E_z^{(v)} \\ H_\varphi^{(v)} \end{matrix} \right\| = M_{v1}(k_1 r_0) \times M_{v1}^{-1}(k_1 r_1) \cdot \dots \cdot M_{vn}(k_n r_{n-1}) \left\| \begin{matrix} 0 \\ L_{v0}^{(n)} \end{matrix} \right\|,$$

а после перемножения матриц — следующим образом:

$$\left\| \begin{matrix} E_z^{(v)} \\ H_\varphi^{(v)} \end{matrix} \right\| = \left\| \begin{matrix} \xi_v & \eta_v \\ s_1 \xi_v & s_1 \eta_v \end{matrix} \right\| \times \left\| \begin{matrix} 0 \\ L_{v0}^{(n)} \end{matrix} \right\|, \quad (15)$$

где ξ и η — функции, отражающие конструктивные особенности оболочки.

Условия, выполняемые на границе оболочки и диэлектрика, дают значения коэффициентов отражения:

$$p_{v0} = \frac{x_{v0} - 1}{x_{v0} + 1}, \quad (16)$$

причем

$$x_{v0} = -\frac{\mu_1}{\mu_0} \cdot \frac{k_1 r_0 \eta'(k_1 r_0)}{\eta(k_1 r_0)}.$$

При $r \rightarrow \infty$ (воздушная линия) пользуемся асимптотическими представлениями функций Бесселя; коэффициенты p_{v0} принимают следующую форму:

$$p_{v0} = 1 - \frac{2v}{k_1 r_0} F \approx (p_{10})^v.$$

Здесь F — функция, отражающая слоистость внешней среды.

Комплексные сопротивления проводников в соответствии с этим:

$$Z_{kk} = \frac{i\omega\mu}{2\pi} \left\{ \ln \frac{2h_k}{r_k} + \ln \left(1 - \frac{2}{k_1 2h_k} F \right) \right\}; \quad (17)$$

$$Z_{ki} = \frac{i\omega\mu}{2\pi} \left\{ \ln \frac{d'_{ki}}{d_{ki}} + \ln \frac{(h_k + h_i)^2 [1 + 2F/k_1 (h_k + h_i)] + b_{ki}^2}{(d'_{ki})^2} \right\}. \quad (18)$$

Для двухслойной земли

$$F = \frac{\sqrt{\frac{\sigma_1}{\sigma_2}} + \operatorname{th} k_1 t_1}{1 + \sqrt{\frac{\sigma_1}{\sigma_2}} \operatorname{th} k_1 t_1}. \quad (19)$$

Разделять функцию F на действительную и мнимую части удобнее не в аналитической форме, а в числовой. Числовые значения гиперболического тангенса от комплексного аргумента можно найти с любой степенью точности, отделив действительную и мнимую части. Таблица числовых значений $\operatorname{sh} kt$ и $\operatorname{ch} kt$ приводится, например, в работе [3]. Для приближенных расчетов предлагается график (рис. 4).

Из сказанного видно, что

1) расчетные формулы для собственных и взаимных комплексных сопротивлений проводников воздушных линий получены как частный случай формул для кабельных линий;

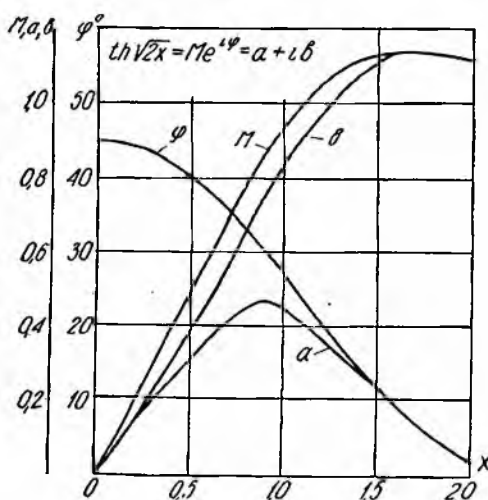


Рис. 4. Гиперболический тангенс от комплексного аргумента.

2) найденные в работе формулы достаточно просты и в то же время вполне правильно отражают физическую сторону протекающих в грунте электромагнитных процессов;

3) точность формул вполне достаточна для практических расчетов.

ЛИТЕРАТУРА

1. К. К. Абрамов, А. А. Ильин. Определение частных параметров контактной сети шахты, Известия СО АН СССР, 1959, № 9.
2. Я. Л. Быховский. Основы теории высокочастотной связи по линиям электропередачи, Госэнергоиздат, М., 1963.
3. Б. Я. Герценштейн, Н. А. Савина. Основы теории и расчет линий проводного вещания, Связьиздат, М., 1956.
4. П. Л. Калаштаров, Л. Р. Нейман. Теоретические основы электротехники, Госэнергоиздат, М., 1951.