

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ ПРОВОЛОЧНЫХ ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ, РАСПОЛОЖЕННЫХ НАД ГРАНИЦЕЙ РАЗДЕЛА ДВУХ СРЕД

Введение

Основу большинства современных методов проектирования излучающих систем составляет компьютерное моделирование, позволяющее достаточно быстро и эффективно выполнять их анализ и оптимизацию. К таким системам относятся и антенные решетки, расположенные вблизи границы раздела двух сред, в частности у поверхности земли. Приземные антенные решетки уже давно применяются в различных радиоэлектронных системах, однако не исчерпали свой ресурс и имеют широкие перспективы использования в технике радиосвязи [1], радиоастрономии [2] и радиолокации [3]. Методам исследования таких решеток всегда уделялось большое внимание и в настоящее время они продолжают развиваться [4 - 10]. Вместе с тем, в литературе практически отсутствуют публикации, посвященные разработке корректных математических моделей излучающих систем, расположенных вблизи границы раздела двух сред, что затрудняет применять современные компьютерные технологии для их анализа, проектирования и модернизации. Исключение составляет работа [11], посвященная моделированию решетки вертикальных вибраторов над реальной землей.

Цель настоящей работы - построение математической модели излучающей системы (ИС) антенной решетки, элементами которой служат линейные проволочные вибраторы, расположенные параллельно границе раздела двух сред. В основу примененной ниже методики положен матричный подход к моделированию диссипативных антенных решеток, изложенный в работах [12, 13]

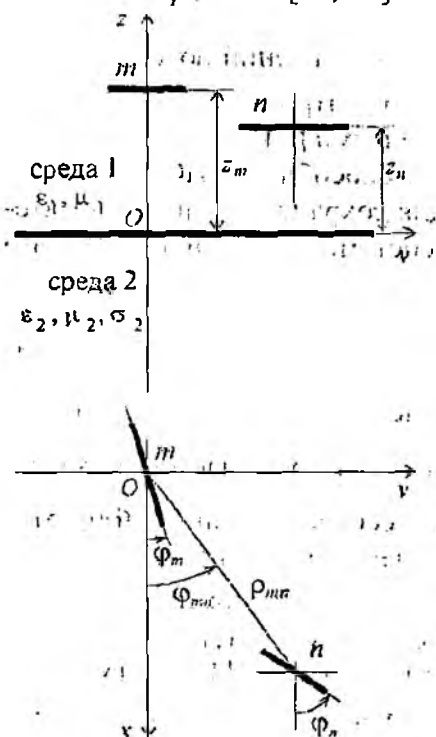


Рис. 1

Постановка задачи

Рассмотрим излучающую систему, состоящую из M отдельных линейных проволочных проводников, расположенные над плоскостью $z = 0$, разделяющей все безграничное пространство на две половины (рис. 1). Среды, заполняющие верхнее 1 и нижнее 2 полупространства, являются однородными и изотропными с известными параметрами - диэлектрическими $\epsilon_{1,2}$ и магнитными $\mu_{1,2}$ проницаемостями, а также удельными проводимостями $\sigma_{1,2}$. В дальнейшем будем полагать, что среда 1 является идеальным диэлектриком ($\sigma_1 = 0$), а параметры среды 2 могут быть произвольными.

Длины проводников равны L_m , а диаметр $2a_m \ll L_m$ ($m = \overline{1, M}$). Ось каждого из них лежит в плоскости $z_m = Const > 0$ и повернута на угол φ_m по отношению к координатной оси X . Будем полагать, что ИС имеет N входов (N может быть не равным M), которые возбуждаются от независимых генераторов напряжения с зависимостью от времени $\exp(j\omega t)$. Такими входами будем считать поперечные расщелины излучателей с координатами x_n, y_n, z_n

($n = \overline{1, N}$). Построим матричную математическую модель данной ИС и определим ее параметры, используя методику, изложенную в работе [12].

Математическая модель излучающей системы

Поставим в соответствие системе проволочных излучателей, расположенной над границей раздела двух сред, эквивалентный многополюсник (МП), N входов которого совпадают с N реальными входами ИС (рис. 2). Параметры МП будем описывать матрицей Z собственных и взаимных сопротивлений излучателей.

$$U \rangle = Z I \rangle, \quad (1)$$

где $I \rangle$ и $U \rangle$ – матрицы-столбцы комплексных амплитуд токов I_n и напряжений U_n на входах МП

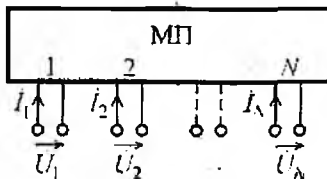


Рис. 2

$$P_{in} = 0,5 \langle I^* R I \rangle \quad (2)$$

Данный МП замещает не только саму излучающую систему, но и все внешнее пространство, куда излучаются радиоволны, и для внешних возбуждающих генераторов является конечной нагрузкой. Мерой входной мощности P_{in} , которая потребляет ИС от генераторов, служит вещественная часть матрицы сопротивлений МП $R = \text{Re}(Z)$

Всю мощность P_{in} , потребляемую многополюсником от генераторов, можно условно разделить на две части – мощность P_{Σ} , которая излучается в дальнюю зону, и мощность потерь P_d , которая рассеивается в виде тепла в проводниках ИС и имеющихся в ее структуре резистивных элементах, а также поглощается в среде 2. Чтобы модель позволяла разделять мощность P_{in} на P_{Σ} и P_d , представим вещественную часть матрицы сопротивлений в виде суммы

$$R = \Re_{\Sigma} + \Re_d, \quad (3)$$

где \Re_{Σ} и \Re_d – матрица сопротивлений излучения и матрица сопротивлений потерь ИС, каждая из которых является мерой одноименной мощности. Обе эти матрицы в общем случае являются комплексными, эрмитовыми и положительно определенными [14]

Теперь введем в модель параметры, которые характеризуют способность ИС выполнять ее прямые функции, т.е. излучать электромагнитные волны. Для сохранения единства математической модели опишем поле ИС в дальней зоне в той же системе параметров холостого хода, каковыми, являются введенные выше Z-параметры МП:

$$\vec{E}(R, \theta, \varphi) = \frac{Z_{c1,2}}{2} \langle \vec{\Phi}(\theta, \varphi) I \rangle \frac{e^{-jk_1 R}}{R}, \quad (4)$$

где (R, θ, φ) – координаты точки наблюдения в дальней зоне, $\vec{\epsilon}_{1,2} = \epsilon_{1,2}(1 - j\sigma_{1,2}/\omega\epsilon_{1,2})$, $Z_{c1,2} = \sqrt{\mu_{1,2}/\vec{\epsilon}_{1,2}}$ и $k_{1,2} = \omega\sqrt{\epsilon_{1,2}\mu_{1,2}}$ – комплексная диэлектрическая проницаемость, характеристическое сопротивление и волновое число среды (1 или 2 соответственно); $\langle \vec{\Phi}(\theta, \varphi) \rangle$ – матрица-строка, элементы которой являются парциальными диаграммами направленности (ДН) ИС $\vec{\Phi}_n(\theta, \varphi)$ ($n = \overline{1, N}$). Каждая ДН $\vec{\Phi}_n(\theta, \varphi)$ формируется всей ИС при возбуждении одного из ее входов (n -го), в то время как клеммы остальных входов разомкнуты. Иногда подобное возбуждение ИС ассоциируют с понятием «отдельный излучатель» [15], а функцию $\vec{\Phi}_n(\theta, \varphi)$ называют диаграммой направленности отдельного излучателя антенной решетки. Следует отметить также, что функции $\vec{\Phi}_n(\theta, \varphi)$ описывают ненормированные ДН ИС, однако от них нетрудно перейти к нормированным ДН $\vec{F}_n(\theta, \varphi)$, максимумы которых равны 1 ($|\vec{F}_n(\theta, \varphi)|_{\max} = 1$), используя следующее соотношение: $\vec{\Phi}_n(\theta, \varphi) = \frac{l_{en}}{\lambda} \vec{F}_n(\theta, \varphi)$, где l_{en} – действующая длина n -го отдельного излучателя, λ – длина волны в среде 1.

Поскольку парциальные ДН $\bar{\Phi}_n(\theta, \varphi)$ являются векторными функциями, характеризующими поляризацию электромагнитных волн, излучаемых антенной решеткой, их можно разложить по ортам любого из известных ортогональных поляризационных базисов, линейного кругового или эллиптического. В линейном поляризационном базисе, например, это разложение будет иметь вид

$$\langle \bar{\Phi}(\theta, \varphi) = \bar{\theta}^0 \langle \Phi_\varepsilon(\theta, \varphi) + \bar{\varphi}^0 \langle \Phi_\varphi(\theta, \varphi), \quad (5)$$

где $(\bar{\theta}^0, \bar{\varphi}^0)$ – единичные орты сферической системы координат.

Поскольку все ортогональные базисы имеют взаимно однозначное соответствие, переход от одного из них к любому другому может быть выполнен с помощью известных унитарных преобразований [16].

Параметры модели проволочной излучающей системы

Матрицы сопротивлений Z , \mathfrak{R}_Σ и \mathfrak{R}_d эквивалентного МП, а также набор парциальных ДН ИС $\langle \bar{\Phi}(\theta, \varphi)$ фактически являются выходными параметрами ее модели, поскольку содержат в себе всю минимально необходимую информацию о показателях качества, характеризующие ее потребительские свойства, как в режиме излучения, так и в режиме приема. Выразим эти выходные параметры математической модели ИС через ее внутренние параметры, характеризующие ее структуру и параметры составляющих ее элементов.

Вначале определим набор внутренних параметров модели проволочной ИС, используя для этого решение краевой электродинамической задачи относительно распределения в ней токов проводимости. Предположим, что такая краевая задача решена с помощью метода моментов, когда вся излучающая система условно разбита на P прямолинейных отрезков длиной $l_p \ll \lambda$ ($p = \overline{1, P}$), а неизвестная функция распределения тока проводимости $\dot{I}(\ell)$ на ней представлена в виде следующего ряда:

$$\dot{I}(\ell) = \sum_{p=1}^P \tilde{I}_p \bar{g}_p(\ell) = \langle \bar{g}(\ell) \tilde{I} \rangle,$$

где $\bar{g}_p(\ell)$ – заданная базисная функция, описывающая распределение тока на p -м сегменте ИС, составленном из двух соседних p -го и $(p+1)$ -го отрезков; \tilde{I}_p – p -й коэффициент разложения; ℓ – координата вдоль контура L , проходящего через оси всех проволочных проводников излучающей системы.

Применение метода моментов сводит систему интегральных уравнений относительно неизвестной функции $\dot{I}(\ell)$ к системе алгебраических уравнений P -го порядка относительно неизвестных коэффициентов \tilde{I}_p разложения ее в ряд:

$$\tilde{Z} \tilde{I} = \tilde{U}, \quad (6)$$

где \tilde{Z} – матрица коэффициентов при неизвестных; \tilde{U} – матрица-столбец свободных членов.

В качестве базисных функций $g_p(\ell)$ выберем кусочно-синусоидальные функции Ричмонда [17]:

$$g_p(\ell) = \begin{cases} \frac{\sin k(\ell - \ell_{p-1})}{\sin kl_p}, & \ell_{p-1} \leq \ell \leq \ell_p; \\ \frac{\sin k(\ell_p - \ell)}{\sin kl_{p+1}}, & \ell_p \leq \ell \leq \ell_{p+1}; \\ 0, & \ell \leq \ell_{p-1}, \ell \geq \ell_{p+1}; \end{cases} \quad \ell \in L, \quad (7)$$

взаимное расположение которых на оси провода показано на рис. 3.

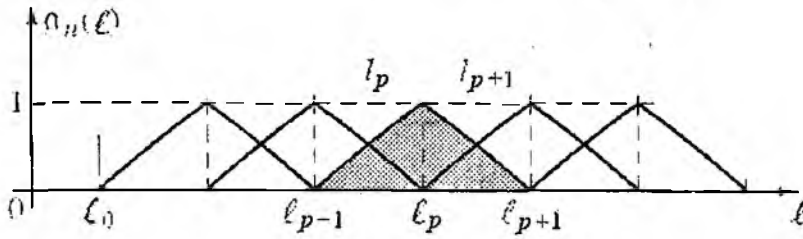


Рис 3

При таком выборе базисных функций $\tilde{g}_p(\ell)$ метод моментов сводится к известному из теории антенн обобщенному методу наведенных ЭДС [8]. В нем каждый сегмент излучающей системы, по сути являющийся прямолинейным вибратором с синусоидальным распределением тока, считается самостоятельным излучателем со своим входом. При этом все составляющие, входящие в уравнение (6), приобретают реальный физический смысл – элементы матриц \tilde{I} и \tilde{U} являются амплитудами токов и напряжений, соответственно, на клеммах сегментов, а элементы матрицы \tilde{Z} выступают в роли взаимных сопротивлений между сегментами. Эти излучающие сегменты относятся к классу канонических минимально рассеивающих антенн [18], которые при размыкании клемм становятся невидимыми для их окружающих соседей, и ДН каждого из них (p -го) $\tilde{\Phi}_p(\theta, \varphi)$ формируется только собственным распределением тока $\tilde{g}_p(\ell)$.

Матрицу \tilde{Z} можно представить в виде суммы ее составляющих

$$\tilde{Z} = \tilde{\mathfrak{R}}_{\Sigma} + \tilde{\mathfrak{R}}_d + j\tilde{X}, \quad (8)$$

где $\tilde{\mathfrak{R}}_{\Sigma}$, $\tilde{\mathfrak{R}}_d$ и \tilde{X} – матрицы сопротивлений излучения, сопротивлений потерь и реактивных сопротивлений сегментов ИС относительно их клемм.

Составляющие матрицы сопротивлений \tilde{Z} и функции направленности сегментов $\langle \tilde{\Phi}(\theta, \varphi) \rangle$ в общей для всей ИС системе координат, собственно говоря, и представляют собой совокупность внутренних параметров искомой модели ИС. Воспользуемся ними и определим выходные параметры ИС (3) и (5), для чего разделим все множество сегментов ИС на два подмножества α и β , в первое из которых включим только те из них, клеммы которых совпадают с входами ИС, а во втором соберем все остальные сегменты. Естественно, что матрицы-столбцы \tilde{I} и \tilde{U} в (6) также разобьются на два блока каждый $\tilde{I} = (\langle \tilde{I}_{\alpha} \rangle \langle \tilde{I}_{\beta} \rangle)^T$ и $\tilde{U} = (\langle \tilde{U}_{\alpha} \rangle \langle \tilde{U}_{\beta} \rangle)^T$, где каждый из блоков (α или β) описывает амплитуды токов или напряжений на клеммах соответствующего подмножества сегментов. Очевидно, что такая перегруппировка элементов в столбцах \tilde{I} и \tilde{U} приведет к блочному представлению матрицы сопротивлений \tilde{Z} (а также всех ее составляющих) и матрицы строки $\langle \tilde{\Phi}(\theta, \varphi) \rangle$, описывающей ДН сегментов

$$\tilde{Z} = \begin{pmatrix} \tilde{Z}_{\alpha\alpha} & \tilde{Z}_{\alpha\beta} \\ \tilde{Z}_{\beta\alpha} & \tilde{Z}_{\beta\beta} \end{pmatrix} \text{ и } \langle \tilde{\Phi}(\theta, \varphi) \rangle = \left(\langle \tilde{\Phi}(\theta, \varphi)_{\alpha} \rangle \langle \tilde{\Phi}(\theta, \varphi)_{\beta} \rangle \right). \quad (9)$$

Представление внутренних параметров модели ИС блочными матрицами (9) позволяет в следующем компактном виде записать выходные параметры модели ИС [12]:

$$\mathbf{Z} = \tilde{Z}_{\alpha\alpha} + \tilde{Z}_{\alpha\beta} \mathbf{H} + \mathbf{H}_l^* \tilde{Z}_{\beta\alpha} + \mathbf{H}_l^* \tilde{Z}_{\beta\beta} \mathbf{H} = \tilde{Z}_{\alpha\alpha} + \tilde{Z}_{\alpha\beta} \mathbf{H}; \quad (10)$$

$$\mathfrak{R}_{\Sigma} = \tilde{\mathfrak{R}}_{\Sigma\alpha\alpha} + \tilde{\mathfrak{R}}_{\Sigma\alpha\beta} \mathbf{H} + \mathbf{H}_l^* \tilde{\mathfrak{R}}_{\Sigma\beta\alpha} + \mathbf{H}_l^* \tilde{\mathfrak{R}}_{\Sigma\beta\beta} \mathbf{H};$$

$$\begin{aligned} \mathfrak{R}_d &= \tilde{\mathfrak{R}}_{d\alpha\alpha} + \tilde{\mathfrak{R}}_{d\alpha\beta} \mathbf{H} + \mathbf{H}_l^* \tilde{\mathfrak{R}}_{d\beta\alpha} + \mathbf{H}_l^* \tilde{\mathfrak{R}}_{d\beta\beta} \mathbf{H}; \\ \mathbf{X} &= \tilde{\mathbf{X}}_{\alpha\alpha} + \tilde{\mathbf{X}}_{\alpha\beta} \mathbf{H} + \mathbf{H}_l^* \tilde{\mathbf{X}}_{\beta\alpha} + \mathbf{H}_l^* \tilde{\mathbf{X}}_{\beta\beta} \mathbf{H}; \\ \langle \tilde{\Phi}(\theta, \varphi) \rangle &= \langle \tilde{\Phi}(\theta, \varphi)_{\alpha} \rangle + \langle \tilde{\Phi}(\theta, \varphi)_{\beta} \rangle \mathbf{H}, \end{aligned} \quad (11)$$

где $\mathbf{H} = -\tilde{\mathbf{Z}}_{\beta\beta}^{-1} \tilde{\mathbf{Z}}_{\beta\alpha}$.

Данные выражения позволяют найти выходные параметры модели ИС по известным ее внутренним параметрам.

Определение внутренних параметров модели проволочной ИС

Учитывая, что рассматриваемая излучающая система располагается над диссипативным полупространством, представим каждую из матриц $\tilde{\mathbf{Z}}$ и $\langle \tilde{\Phi}(\theta, \varphi) \rangle$ в виде суммы двух слагаемых:

$$\tilde{\mathbf{Z}} = \tilde{\mathbf{Z}}^{\infty} + \Delta\tilde{\mathbf{Z}}, \quad \langle \tilde{\Phi}(\theta, \varphi) \rangle = \langle \tilde{\Phi}^{\infty}(\theta, \varphi) \rangle + \langle \Delta\tilde{\Phi}(\theta, \varphi) \rangle, \quad (12)$$

первые из которых $\tilde{\mathbf{Z}}^{\infty}$ и $\langle \tilde{\Phi}^{\infty}(\theta, \varphi) \rangle$ определяют внутренние параметры ИС для случая, когда среда 2 является идеально проводящей ($\sigma_2 \rightarrow \infty$), а вторые – $\Delta\tilde{\mathbf{Z}}$ и $\langle \Delta\tilde{\Phi}(\theta, \varphi) \rangle$ – учитывают изменения, которые произойдут в $\tilde{\mathbf{Z}}$ и $\langle \tilde{\Phi}(\theta, \varphi) \rangle$ при замене идеальной среды 2 на реальную.

Задача определения матриц $\langle \tilde{\Phi}^{\infty}(\theta, \varphi) \rangle$ и $\tilde{\mathbf{Z}}^{\infty}$, характеризующих сегменты ИС, размещенной над бесконечным плоским идеально проводящим экраном, сводится к задаче определения параметров взаимосвязанных коротких линейных вибраторов с синусоидальным током. Поскольку каждый из таких сегментов является канонической минимально рассеивающей антенной, ДН p -го сегмента решетки совпадает с ДН изолированного горизонтального вибратора над экраном и может быть представлена известным способом

$$\tilde{\Phi}_p^{\infty}(\theta, \varphi) = 2 \sin(kz_p \cos \theta) \cdot \tilde{\Phi}_p(\theta, \varphi) e^{jk_1 \psi_{\perp p}}, \quad (13)$$

где $\tilde{\Phi}_p(\theta, \varphi)$ – ДН изолированного горизонтального вибратора в свободном пространстве, определяемая выражениями

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}_p(\theta, \varphi) &= \tilde{\theta}^0 \tilde{\Phi}_{p\theta}(\theta, \varphi) - \tilde{\varphi}^0 \tilde{\Phi}_{p\varphi}(\theta, \varphi); \\ \tilde{\Phi}_{p\theta}(\theta, \varphi) &= j \frac{\tilde{l}_{ep}}{\lambda} \cos \theta \cos(\varphi - \varphi_p) \cdot \mathbf{F}_p(\theta, \varphi); \quad \tilde{\Phi}_{p\varphi}(\theta, \varphi) = -j \frac{\tilde{l}_{ep}}{\lambda} \sin(\varphi - \varphi_p) \cdot \mathbf{F}_p(\theta, \varphi); \\ \tilde{l}_{ep} &= \frac{\sin k_1 l_p + \sin k_1 l_{p+1} - \sin k_1 (l_p + l_{p+1})}{k_1 \sin k_1 l_p \sin k_1 l_{p+1}}; \\ \mathbf{F}_p(\theta, \varphi) &= \frac{\sin k_1 l_p \cdot e^{jk_1 l_{p+1} \cos \Theta_p} + \sin k_1 l_{p+1} \cdot e^{-jk_1 l_p \cos \Theta_p} - \sin k_1 (l_p + l_{p+1})}{[\sin k_1 l_p + \sin k_1 l_{p+1} - \sin k_1 (l_p + l_{p+1})] \sin^2 \Theta_p}; \\ \psi_{\perp p} &= k_1 (x_p \cos \varphi + y_p \sin \varphi) \sin \theta; \quad \cos \Theta_p = \sin \theta \cos(\varphi - \varphi_p); \end{aligned} \quad (14)$$

Θ_p – угол между осью p -го сегмента и направлением на точку наблюдения; $l_{p+1} = l_p$ – длины плеч p -го сегмента; \tilde{l}_{ep} – его действующая длина.

Для симметричного сегмента $l_{p+1} = l_p$ последние два выражения приобретают хорошо знакомый из литературы вид [16]

$$\tilde{l}_{ep} = \frac{2}{k_1} \frac{1 - \cos k_1 l_p}{\sin k_1 l_p}; \quad \mathbf{F}_p(\theta, \varphi) = \frac{\cos[k_1 l_p \sin \theta \cos(\varphi - \varphi_p)] - \cos k_1 l_p}{(1 - \cos k_1 l_p) \cdot [1 - \sin^2 \theta \cos^2(\varphi - \varphi_p)]}.$$

Теперь коротко рассмотрим вопрос вычисления матрицы сопротивлений \tilde{Z}^∞ , которую представим в виде

$$\tilde{Z}^\infty = \tilde{Z}_\Sigma^\infty - \tilde{Z}_d^\infty,$$

где \tilde{Z}_Σ^∞ – матрица взаимных сопротивлений между идеально проводящими сегментами решетки над идеальным экраном; \tilde{Z}_d^∞ – матрица взаимных сопротивлений, обусловленная конечной проводимостью материала проводников, наличием распределенных поверхностных импедансов, а также сосредоточенных сопротивлений, включенных в рассечки проводников.

Элементы матрицы \tilde{Z}_Σ^∞ нетрудно найти, воспользовавшись известными соотношениями для расчета взаимных сопротивлений линейных вибраторов с синусоидальным распределением тока (см. например, работы [8, 16, 19, 20]) и методом зеркальных изображений. Элементы матрицы сопротивлений \tilde{Z}_d^∞ , вещественная часть которой позволяет учесть джоулевы потери в самих излучателях, рассчитываются с помощью соотношения

$$Z_{d\,pq} = \int_L Z_\ell(\ell) g_p^*(\ell) \cdot g_q(\ell) d\ell + \delta_{pq} Z_{Lp}, \quad (15)$$

где $Z_\ell(\ell)$ – распределение линейного сопротивления проводника ($\ell \in L$); Z_{Lp} – импеданс сосредоточенной нагрузки на клеммах p -го сегмента; δ_{pq} – символ Кронекера.

Интеграл, входящий в (15), легко вычисляется аналитически. При этом матрица \tilde{Z}_d , составленная из этих элементов, будет трехдиагональной, поскольку области ненулевых значений базисных функций $\bar{g}_p(\ell)$ и $\bar{g}_q(\ell)$ (рис.3) только для элементов с номерами $|p - q| \leq 1$, а сосредоточенные импедансы добавляются к диагональным элементам.

Выражения для расчета элементов матрицы \tilde{Z}_d имеют вид:

$$\begin{aligned} Z_{d\,pp} &= \frac{Z_{\ell\,p} l_p}{2 \sin^2 k_1 l_p} \left(1 - \frac{\sin 2k_1 l_p}{2k_1 l_p} \right) + \frac{Z_{\ell\,p+1} l_{p+1}}{2 \sin^2 k_1 l_{p+1}} \left(1 - \frac{\sin 2k_1 l_{p+1}}{2k_1 l_{p+1}} \right) + Z_{Lp}; \\ Z_{d\,pp+1} &= \frac{Z_{\ell\,p-1} \cdot l_{p+1}}{2k_1} \left(\sin k_1 l_{p+1} - \frac{k_1 l_{p+1} - \sin k_1 l_{p+1} \cos k_1 l_{p-1}}{\sin^2 k_1 l_{p+1}} \cos k_1 l_{p+1} \right); \\ Z_{d\,p-1\,p} &= \frac{Z_{\ell\,p} \cdot l_p}{2k_1} \left(\sin k_1 l_p - \frac{k_1 l_p - \sin k_1 l_p \cos k_1 l_p}{\sin^2 k_1 l_p} \cos k_1 l_p \right), \end{aligned}$$

где $Z_{\ell\,p}$ – линейное омическое сопротивление p -го сегмента провода, которое для цилиндрического проводника связано с его поверхностным сопротивлением Z_S известным соотношением $Z_\ell = Z_S / 2\pi a$. Если цилиндрический проводник с параметрами ϵ , μ , σ высокую проводимость ($\sigma / \omega \epsilon \gg 1$), то сопротивление Z_S может быть найдено по приближенной формуле [21]: $Z_S = \frac{k J_0(ka)}{\sigma J_1(ka)}$, $k = \omega \sqrt{\mu \epsilon \left(1 - j \frac{\sigma}{\omega \epsilon} \right)}$. Для случая, когда радиус цилиндрического проводника будет намного превышать толщину скин-слоя ($a \gg \sqrt{2 / \omega \mu \sigma}$), эта формула легко преобразуется в известное выражение для расчета поверхностного сопротивления плоского проводника $Z_S \approx \sqrt{\omega \mu / \sigma} e^{j\pi/4}$.

После того, как найдены параметры сегментов, расположенных над идеально проводящим экраном, осталось найти слагаемые $\Delta \tilde{Z}$ и $\langle \Delta \tilde{\Phi}(\theta, \varphi) \rangle$, учитывающие влияние нижнего

полупространства на внутренние параметры модели ИС. Для этого воспользуемся результатами работы [22], где решена задача излучения двух связанных горизонтальных линейных вибраторов с синусоидальным распределением тока, расположенных над границей раздела двух сред. Полученные там выражения полностью подходят для учета влияния среды $\tilde{\epsilon}_2$ на параметры сегментов рассматриваемой ИС, в частности:

- на функцию направленности p -го сегмента ИС

$$\Delta \bar{\Phi}_p(\theta, \varphi) = \bar{\theta}^0 \Delta \Phi_{\theta p}(\theta, \varphi) + \bar{\varphi}^0 \Delta \Phi_{\varphi p}(\theta, \varphi) = \{-\bar{\theta}^0 j \cos \theta \cos(\varphi - \varphi_p) \cdot T_{\epsilon 0} \cdot e^{-jk_1 z_p \cos \theta} + \bar{\varphi}^0 j \tilde{T}_{\mu 0} e^{-jk_1 z_p \cos \theta} \sin(\varphi - \varphi_p)\} F_p(\theta, \varphi) e^{j\psi_p} \quad (16)$$

- на полные взаимные сопротивления между p -м и q -м сегментами

$$\Delta \tilde{Z}_{pq} = -j \frac{Z_{01} k_1^2 l_{ep} l_{eq}}{4\pi} \int_0^\infty \left(\gamma_1 T_\epsilon \cdot I_\epsilon(v) - \frac{1}{\gamma_1} \tilde{T}_\mu \cdot I_\mu(v) \right) e^{-\gamma_1 k_1 (z_p + z_q)} v dv, \quad (17)$$

- на взаимные сопротивления потерь

$$\Delta \tilde{R}_{dpq} = \frac{Z_{01} k_1^2 l_{ep} l_{eq}}{4\pi} \int_0^\infty \left(I_\epsilon(v) \operatorname{Im} \left\{ \frac{\gamma_1 T_\epsilon \tilde{T}_\epsilon^*}{k_1} \right\} - I_\mu(v) \operatorname{Im} \left\{ \frac{k_1 \tilde{T}_\mu T_\mu^*}{\gamma_1} \right\} \right) e^{-\gamma_1 k_1 (z_p + z_q)} v dv, \quad (18)$$

- на взаимные сопротивления излучения

$$\Delta \tilde{R}_{\Sigma pq} = \Delta \tilde{R}_{\Sigma pq}^{\theta\theta} + \Delta \tilde{R}_{\Sigma pq}^{\varphi\varphi} \quad (19)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta \tilde{R}_{-pq}^{\theta\theta} &= \frac{Z_{01} k_1^2 l_{ep} l_{eq}}{4\pi} \int_0^\infty I_\epsilon(v) \left\{ \operatorname{Re} \left(T_\epsilon e^{-\gamma_1 k_1 (z_p + z_q)} \right) - \left[\operatorname{Re}(T_\epsilon) - \frac{1}{2} |T_\epsilon|^2 \right] e^{-\gamma_1 k_1 (z_p + z_q)} \right\} \frac{v}{jk_1} dv; \\ \Delta \tilde{R}_{\Sigma pq}^{\varphi\varphi} &= \frac{Z_{01} k_1^2 l_{ep} l_{eq}}{4\pi} \int_0^\infty I_\mu(v) \left\{ \operatorname{Re} \left(\tilde{T}_\mu e^{-\gamma_1 k_1 (z_p + z_q)} \right) - \left[\operatorname{Re}(\tilde{T}_\mu) - \frac{1}{2} |\tilde{T}_\mu|^2 \right] e^{-\gamma_1 k_1 (z_p + z_q)} \right\} \frac{k_1 v}{j\gamma_1} dv; \\ I_\epsilon(v) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} s_p(v, \alpha) s_q(v, \alpha) \left\{ \begin{array}{l} \cos(\alpha - \varphi_p) \cos(\alpha - \varphi_q) \\ \sin(\alpha + \varphi_p) \sin(\alpha - \varphi_q) \end{array} \right\} e^{jk_1 v \rho_{pq} \cos(\alpha - \varphi_{pq})} d\alpha; \\ I_\mu(v) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} s_p(v, \alpha) s_q(v, \alpha) \left\{ \begin{array}{l} \cos(\alpha - \varphi_p) \cos(\alpha - \varphi_q) \\ \sin(\alpha + \varphi_p) \sin(\alpha - \varphi_q) \end{array} \right\} e^{jk_1 v \rho_{pq} \cos(\alpha - \varphi_{pq})} d\alpha; \\ T_\epsilon &= \frac{2\gamma_1 n_\epsilon^2}{\gamma_1 n_\epsilon^2 + \gamma_2 n_\mu^2}; \quad \tilde{T}_\mu = \frac{2\gamma_1 n_\mu^2}{\gamma_1 n_\mu^2 + \gamma_2 n_\epsilon^2}; \quad s_p(\alpha, v) = \frac{1}{l_{ep} - l_{p-1}} \int_0^{l_{ep}} g_p(\xi) e^{jk_1 v \cos(\alpha - \varphi_p)} d\xi; \\ T_{\epsilon 0} &= \frac{j 2 \sqrt{\sin^2 \theta - n_\epsilon^2}}{j n_\epsilon^2 \cos \theta + \sqrt{\sin^2 \theta - n_\epsilon^2 n_\mu^2}}; \quad \tilde{T}_{\mu 0} = \frac{j 2 \cos \theta}{j n_\mu^2 \cos \theta + \sqrt{\sin^2 \theta - n_\epsilon^2 n_\mu^2}}; \\ \rho_{pq} &= \sqrt{(x_p - x_q)^2 + (y_p - y_q)^2}; \quad \varphi_{pq} = \arctan \frac{y_p - y_q}{x_p - x_q}; \end{aligned}$$

Приведенные выражения (12) - (19) позволяют вычислять все внутренние параметры модели. Необходимые для расчета ее выходных параметров с помощью формул (10), (11).

Численные результаты

Данная модель реализована в виде компьютерной программы, позволяющей выполнять анализ энергетических, импедансных и направленных характеристик излучающих систем рассмотренного типа. Ниже приведены результаты исследования собственных и взаимных сопротивлений на входах ИС, состоящей двух идентичных симметричных проволочных вибраторов длиной $2l_n = 0,48\lambda$ и диаметром $2a_n = 0,014\lambda$. Вибраторы располагались в вакууме параллельно друг другу и параллельно плоскости, отделяющей их от диссипативной среды

с параметрами $\varepsilon_2/\varepsilon_1=10$, $\sigma_2=0,01(\text{Ом}\cdot\text{м})^{-1}$ и $\mu_2/\mu_1=1$. Расчеты проводились для частоты 6 МГц, при этом каждый излучатель разбивался на 16 сегментов, что обеспечивало приемлемый компромисс между точностью вычислений и затратами времени на их выполнение. Результаты расчетов представлены на рис. 4, а, б.

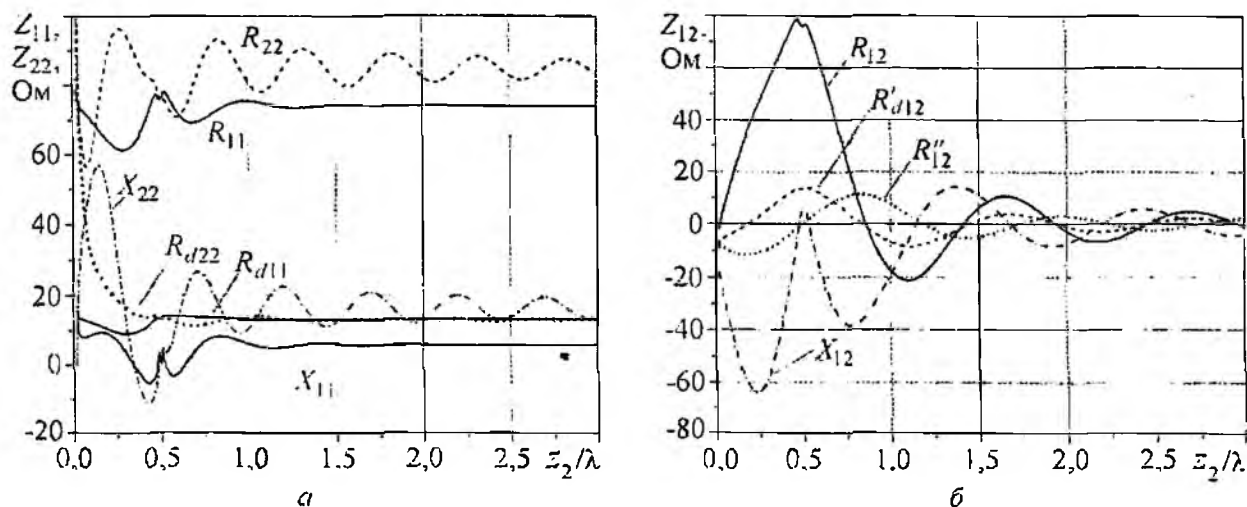


Рис 4

На первом из них (рис 4, а) показаны зависимости активных и реактивных составляющих собственных сопротивлений обоих вибраторов Z_{11} , Z_{22} , R_{d11} и R_{d22} от высоты подвеса z_2 второго вибратора над границей раздела при фиксированном положении первого ($z_1 = 0,5\lambda$). На рис. 2, б изображена аналогичная зависимость составляющих взаимных сопротивлений между этими вибраторами $Z_{12} = R_{12} - jX_{12}$ и $R_{d12} = R'_{d12} - jR''_{d12}$. Из графиков следует, что при перемещении одного из вибраторов заметно изменяются не только взаимные сопротивления между ними, но и собственные. С физической точки зрения, это явление является очевидным, поскольку при изменении высоты подвеса одного из вибраторов меняется геометрия всей ИС, что не может не повлиять на ее параметры. Вместе с тем, обнаружить изменения собственного сопротивления неподвижного вибратора при перемещении второго из них позволяют лишь те модели, которые корректно отслеживают все изменения распределения тока в ИС при изменении любых ее параметров. Данная модель относится к их числу, поэтому на рис. 4, а отчетливо видны изменения сопротивлений Z_{11} и R_{d11} с увеличением z_2 , особенно заметные при расстоянии между вибраторами $\Delta z = |z_1 - z_2| < 0,5\lambda$.

Заключение

Представленная модель излучающей системы является конкретным воплощением обобщенной модели диссипативной антенной решетки, разработанной в [12]. Она корректно описывает параметры ИС, состоящей из линейных вибраторов, размещенных над полупространством с потерями, и может быть использована для расчета широкого спектра их параметров и характеристик – описывающих их направленные, энергетические и импедансные свойства. С помощью данной модели, в частности, были проведены исследования поведения КПД эквидистантной антенной решетки, расположенной над реальной землей, при сканировании ее главного луча в угломестной плоскости, результаты которых приведены в [23].

Список литературы: 1. Бузов А. М. Современные тенденции развития антенной техники ДКМВ-радиосвязи // Антенны. 2007. Вып. 10. С 25-29. 2. Коноваленко А. А. Перспективы низкочастотной радиоастрономии // Радиопизика и радиоастрономия, 2005. Т 10. Спец. выпуск. С. 86-114. 3. Вопросы перспективной радиолокации / Под ред. А. В. Соколова. М. Радиотехника. 2003. 512 с. 4. Зоммерфельд А. Дифференциальные уравнения в частных производных физики / Пер. с нем. А. А. Самарского и Н. Н. Яненко. Под ред. А. Н. Тихонова. М. ИИЛ, 1950. 456 с. 5. Лавров Г. А., Князев А. С. Приземные и под-

- земные антенны. М.: Сов. радио, 1965. 472 с. 6. *A. Vayns*. Dipole radiation in the presence of a conducting half-space. New York: Pergamon Press, 1966. 245 p. 7. *Содин Л. Г.* Энергетические характеристики антенн, расположенных вблизи границы раздела // Антенны. 1974. Вып. 20. С. 70-78. 8. *Коротковолновые антенны* / Г. З. Айзенберг, С. П. Белоусов, Э. М. Журбенко и др.; Под ред. Г.З. Айзенберга. М.: Радио и связь. 1985. 536с. 9. *P. Parhami, R. Mittra*. Wire Antennas over a Lossy Half-Space // IEEE Trans. on Antennas and Propagation. 1980. V. 28, № 3. С.397-403. 10. *Токарский П. Л.* Взаимные сопротивления и КПД горизонтальных электрических диполей, расположенных над поверхностью земли // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2001. Вып. 118. С.42-46. 11. *Токарський П. Л.* Моделювання вібраторних антенних решіток над реальним ґрунтом // Вісник ДУ «Львівська політехніка». Сер. Радіоелектроніка та телекомунікації. 2000. № 387. С. 258-264. 12. *Токарский П. Л.* Матричная модель диссипативной антенной решетки // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2006. Вып. 146. С. 156-170. 13. *Tokarsky P. L.* Matrix Theory of Dissipative Antenna Arrays // Proc. of the VIth Intern. Conference on Antenna Theory and Techniques (ICATT'07), 17–21 September 2007, Ukraine, Sevastopol, Ukraine. 2007. С.87-92. 14. *Токарский П.Л.* Взаимные связи в системе излучателей с джоулевыми потерями // Радиотехника и электроника. 1986. Т.31, № 9. С.1717-1723. 15. *Вендик О.Г., Парнес М.Д.* Антенны с электрическим сканированием: Введение в теорию // Под ред. Л. Д. Бахраха. С.-Петербург. 2001. 16. *Марков Г. Т., Сазонов Д. М.* Антенны. М.: Энергия, 1975. 528 с. 17. *Вычислительные методы в электродинамике* / Под ред. Р. Митры; Пер. с англ.; Под ред. Э. Л. Бурштейна. М.: Мир, 1977. 485 с. 18. *Kahn W. K., Kurss H.* Minimum scattering antennas. IEEE Trans. on Antennas and Propagat. 1965. V.13, №5. С 671-675. 19. *Лавров Г. А.* Взаимное влияние линейных вибраторных антенн. М.: Связь, 1975. 128 с. 20. *Hansen R. C.* Formulation of Echelon Dipole Mutual Impedance for Computer // IEEE Trans. on Antennas and Propag. 1972. V. 20, №6, P.780-781. 21. *Стрэттон Дж. А.* Теория электромагнетизма. М.; Л.: ГИТТЛ, 1948. 539 с. 21. 250 с. 22. *Токарский П. Л.* Энергетические характеристики решеток горизонтальных вибраторов над границей раздела двух сред // Электромагнитные волны и электронные системы (Москва). 2004. Т.9, №3-4. С.59-65. 23. *Tokarsky P. L., Panchenko Yu. A.* Modeling Dipole Antenna Arrays Placed Near to Interface between Two Media // Proc. of the VIth Intern. Conference on Antenna Theory and Techniques (ICATT'07), 17–21 September 2007, Ukraine, Sevastopol, Ukraine. 2007. С.452-454.

*Харьковский национальный
университет радиоэлектроники*

Поступила в редакцию 23.10.2008