

явном виде работа коммутатора описывается следующей системой:

$$\begin{aligned} b^{k_0} l^0 \vee b^{k_0} l^1 \vee \dots \vee b^{k_0} l^{k-1} &= z^{k_0}, \\ b^{k_1} l^0 \vee b^{k_1} l^1 \vee \dots \vee b^{k_1} l^{k-1} &= z^{k_1}, \\ &\dots \\ b^{k_{k-1}} l^0 \vee b^{k_{k-1}} l^1 \vee \dots \vee b^{k_{k-1}} l^{k-1} &= z^{k_{k-1}}. \end{aligned}$$

Так как все  $k$  ключей выходного формирователя постоянно подключены к соответствующим  $k$  значениям выходных сигналов, то на выход преобразователя (структуры), по ходу изменений  $k$ -значных функций на входах преобразователя, будут поступать значения функции, выбранной коммутатором и блоком управления соответственно. Управление процессом логической перекоммутации осуществляется под воздействием внешних управляющих сигналов [5,6].

#### 4. Заключение

Таким образом, решение задач формализации принципов организации универсальных  $k$ -значных структур пространственного типа средствами предикатно-гибридной логики обеспечит построение современной концепции для систем искусственного интеллекта; использование пространственного параллелизма на структурном и алгоритмическом уровнях; создание функциональных языков параллельных машин баз знаний; применение симбиоза двух- и многоуровневого неоднородного кодирования.

**Литература:** 1. Шабанов-Кушнарченко Ю.П. Теория интеллекта. Математические средства. Харьков. 1984. 144с. 2. Бондаренко М.Ф., Четвериков Г.Г., Коноплянко З.Д. Основы теории синтеза надшвидкодiючих структур мовних систем штучного iнтелекту. Київ: IЗМН, 1997. 264с. 3. Будущее искусственного интеллекта. М.: Наука, 1991. 302с. 4. Шимбирев П.Н. Гибридные непрерывно-логические устройства. М.: Энергоатомиздат, 1990. 174с. 5. Пат. 20462 А. Украина, МКВ НОЗК 19/02. Двухходовый багатозначний логiчний елемент / М.Ф. Бондаренко, З.Д. Коноплянко, Г.Г. Четвериков (Україна). Опубл. 15.07.97, Бюл. №3. 4с. 6. Пат. 2147789 РФ, МПК НОЗК 19/02, НОЗМ 1/00. Функциональный преобразователь с многозначным кодированием / М.Ф. Бондаренко, З.Д. Коноплянко, Г.Г. Четвериков (Украина). Опубл. 22.04.2000, Бюл. №11.-6с.

Поступила в редколлегию 07.12.2000

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Алексеев О.П.

**Бавыкин Виктор Николаевич**, старший научный сотрудник кафедры ПО ЭВМ ХТУРЭ. Научные интересы: вопросы анализа и синтеза многозначных логических элементов и структур в системах искусственного интеллекта. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. ((380)-0572)-409446.

**Четвериков Григорий Григорьевич**, канд. техн. наук, доцент кафедры ПО ЭВМ ХТУРЭ. Научные интересы: разработка теории и практика использования методов синтеза многозначных пространственных структур языковых систем искусственного интеллекта. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. ((380)-0572)-409446, ((380)-0572)-279748

УДК 519.71

## ПРОБЛЕМЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ И АНАЛИЗА НЕЧЕТКИХ ПРОЦЕССОВ УПРАВЛЕНИЯ

*КУЧЕРЕНКО Е. И.*

Предлагается комплекс задач моделирования и анализа процессов управления, которые представлены в виде отношений "условие - действие" и характеризуются существенной нечеткостью, а также эффективная нечеткая сетевая модель (НСМ). Приводятся правила интерпретации процессов в пространстве состояний НСМ, формулируются утверждения, определяющие подходы к решению комплекса поставленных задач.

Широкий класс процессов управления и обработки данных сложных технологических комплексов, функционирующих в нечеткой среде и характеризующихся сложным параллельно-последовательным взаимодействием функционально и территориально распределенных объектов, может быть представлен в виде отношений "условие-действие".

### 1. Комплекс решаемых задач

Выделим группы задач, решение которых существенно влияет на эффективность функционирования технологических комплексов:

— задачи, связанные с моделированием и совместным анализом структуры и пространства состояний процессов принятия решений и управления;

— задачи, связанные с моделированием и анализом процессов принятия решений и управления в пространстве состояний;

— комплексное решение задач, отнесенных выше к первой и второй группам, ориентированных на моделирование и совместный анализ структуры и пространства состояний процессов принятия решений и управления.

К первой группе в первую очередь нужно отнести следующие задачи:

— анализ и выявление свойств достижимости принимаемых решений  $\{D_{sj}\}, j \in J$  при взаимодействии процессов в нечеткой среде функционирования объектов анализа;

— анализ, выявление и локализация конфликтных ситуаций  $\{C_k\}, k \in K$  при взаимодействии процессов в нечеткой среде функционирования объектов анализа;

— поиск и оптимизация альтернативных решений и путей развития процессов  $\{A_r\}, r \in R$  по критериям четкости, надежности, временным, стоимостным параметрам и при заданных ограничениях;

— анализ, выявление, локализация нерациональных и бесполезных заикливающих процессов  $\{Z_m\}, m \in M$

в нечеткой среде функционирования объектов анализа.

Ко второй группе могут быть отнесены следующие задачи:

- анализ полноты  $\{Pl_n\}$ ,  $n \in N$  исходных данных, реализуемых процессов и принимаемых решений на их основе;
- анализ противоречивости  $\{Npt_s\}$ ,  $s \in S$  исходных данных, реализуемых процессов и принимаемых решений на их основе.

К третьей группе следует отнести задачи анализа, моделирования, выявления и локализации характерных ситуаций, отнесенных в работе к первым двум группам с последующей модификацией НСМ и процессов в целях адекватного отображения предметной области по заданным критериям.

## 2. Постановка задачи

Принимаем, что объекты анализа обычно включают как традиционные, так и интеллектуальные компоненты с использованием баз знаний и машин логического вывода.

Пусть задано множество процессов  $\{\tilde{\Pi}_i\}$ ,  $i \in I$ . Тогда математическая постановка решения задач может быть представлена следующей совокупностью:

$$\forall \tilde{\Pi}_i \in \{\tilde{\Pi}_i\} / (\forall Ds_j \in \{Ds_j\} / Ds_j = True); i \in I; j \in J; \quad (1)$$

$$\forall \tilde{\Pi}_i \in \{\tilde{\Pi}_i\} / \{C_k\} = \emptyset; i \in I, k \in K; \quad (2)$$

$$\forall \tilde{\Pi}_i \in \{\tilde{\Pi}_i\} / \{Z_m\} = \emptyset; i \in I, m \in M; \quad (3)$$

$$\forall \tilde{\Pi}_i \in \{\tilde{\Pi}_i\} / \{A_r\} = \emptyset; i \in I, r \in R; \quad (4)$$

где F – множество ограничений,

$$\forall \tilde{\Pi}_i \in \{\tilde{\Pi}_i\} / \{Npt_s\} = \emptyset; i \in I, s \in S; \quad (5)$$

$$\forall \tilde{\Pi}_i \in \{\tilde{\Pi}_i\} / (\forall Pl_n \in \{Pl_n\} / Pl_n = True); i \in I, n \in N, \quad (6)$$

$$\forall \tilde{\Pi}_i \in \{\tilde{\Pi}_i\} / Pr = True / /; i \in I, \quad (7)$$

здесь Pr – некоторый предикат, отображающий справедливость условий (1)-(6).

Условия (1)-(4) определяют постановку решения задач первой группы, условия (5),(6) – постановку решения задач второй группы.

Условие (7) определяет требование решения задач третьей группы путем модификации НСМ в целях выполнения справедливости (1)-(6).

## 3. Решение поставленных задач анализа и моделирования процессов

Анализ особенностей объектов исследования и характера решаемых проблем ставит достаточно высокие требования к математическому аппарату и эффективности методов анализа.

Существующие подходы к построению и анализу сложных систем [1-3], наряду с достоинствами, обладают и существенными недостатками, которые ограничивают возможность анализа, а в ряде случаев не дают практических подходов к решению поставленных задач.

Эффективным аппаратом моделирования и анализа сложных процессов при решении комплекса поставленных задач является аппарат теории сетей Петри (СП) и их расширений (РСП) [3-5].

Существенным недостатком, ограничивающим применение СП и РСП для решения прикладных задач, является то, что в ряде случаев в них не учитываются или учитываются не в полной мере такие существенные характеристики процессов, как нечеткость представления и обработки данных [5], сложное взаимодействие процессов в реальных системах [6]. Требуется также учет ряда дополнительных факторов для адекватного отображения предметной области.

Учитывая изложенное выше, для эффективного решения поставленных задач, целесообразно использовать нечеткую сетевую модель, построенную на основе аппарата РСП и теории нечетких множеств [7,8]. НСМ представим как [9]:

$$\tilde{S}(f) = \langle \tilde{P}, \tilde{T}, \tilde{F}(f), \tilde{M}(f)_0, L \rangle, \quad (8)$$

где  $\tilde{P} = \{ \tilde{p}_j : \mu_{\tilde{p}_j}(k) \}$  – конечное множество

нечетких позиций  $\tilde{p}_j$ ,  $\mu_{\tilde{p}_j}(k)$  – функция

принадлежности  $j$ -й позиции множеству  $\tilde{P}$ ,  $k$  – некоторая переменная, определяющая значение

функции  $\mu_{\tilde{p}_j}(k)$ ,  $j = \overline{1, m}$ ,  $\tilde{P} \neq \emptyset$ ,  $|\tilde{P}| = m$ ;

$\tilde{T} = \{ \tilde{t}_i : \mu_{\tilde{t}_i}(k) \}$  – конечное множество нечетких

переходов  $\tilde{t}_i$ ,  $\mu_{\tilde{t}_i}(k)$  – функция принадлежности

$i$ -го нечеткого перехода множеству  $\tilde{T}$ ,  $k$  – некоторая переменная, определяющая значение функции

$$\tilde{F}(f) : (\tilde{P} \times \tilde{T}) \cup (\tilde{T} \times \tilde{P}) \rightarrow \{x_{ij}(k), y_{ij}(k)\}, \quad (9)$$

$\tilde{F}(f)$  – нечеткая функция инцидентностей  $\tilde{P}$  и  $\tilde{T}$ ,

$x_{ij}(k)$ ,  $y_{ij}(k)$  – функции принадлежности входной и выходной инцидентностей некоторых нечетких позиций  $\tilde{p}_j \in \tilde{P}$  и нечетких переходов  $\tilde{t}_i \in \tilde{T}$ ,  $k$  – некоторая переменная, определяющая значение соответствующей функции;

$\tilde{M}(f)_0 = \{ \tilde{M}(\tilde{p}_j) : z_{\tilde{p}_j}(k) \}$  – вектор нечеткого на-

чального маркирования нечетких позиций  $\tilde{P}$  модели,

$\tilde{M}(\tilde{p}_j) \rightarrow [0,1]$  – нечеткое маркирование нечеткой позиции  $\tilde{p}_j \in \tilde{P}$  НСМ;

$L$  – некоторый предикат от множества переменных  $\{x_u\}$ , который, исходя из предметной области, может отображать некое множество  $\{x_u\}$ , характеризующее предметную область и отнесенное на модели к множеству нечетких позиций  $\tilde{P}$ , множеству нечетких переходов  $\tilde{T}$ , нечеткой функции инцидентностей  $\tilde{F}(f)$  в пространстве состояний НСМ.

**Определение 1.** Множество нечетких переходов  $\tilde{t}_i \in \tilde{T}$  НСМ  $\tilde{S}(f)$  интерпретирует множество нечетких действий  $\{\tilde{d}_r\}$  моделируемых нечетких процессов  $\{\tilde{I}_i\}$ .

**Утверждение 1.** При интерпретации множества нечетких действий  $\{\tilde{d}_r\}$  множеством нечетких переходов  $\tilde{T}$  НСМ  $\tilde{S}(f)$  в общем случае

$$|\{\tilde{d}_r\}| \neq |\{\tilde{t}_i\}|, \text{ при } r \neq 1, i \neq 1. \quad (10)$$

**Определение 2.** Множество нечетких позиций  $\tilde{p}_j \in \tilde{P}$  НСМ  $\tilde{S}(f)$  интерпретирует множество нечетких условий  $\tilde{U}_l$  выполнения множества нечетких действий  $\{\tilde{d}_r\}$ .

**Утверждение 2.** При интерпретации множества нечетких условий  $\{\tilde{U}_l\}$  множеством нечетких позиций  $\tilde{P}$  НСМ  $\tilde{S}(f)$  в общем случае

$$|\{\tilde{U}_l\}| \neq |\{\tilde{p}_j\}|, \text{ при } l \neq 1, j \neq 1. \quad (11)$$

**Определение 3.** Динамика моделируемых процессов интерпретируется перемещением нечетких меток на множестве нечетких позиций  $\{\tilde{p}_j\}$  через множество разрешенных нечетких переходов.

**Определение 4.** Множество пространства состояний  $\{\tilde{A}_l\}, l \in L$  интерпретируется множеством векторов маркирования  $\{\tilde{M}(f)_s\}, s \in S$  множества позиций  $\{\tilde{p}_j\}$  в пространстве состояний НСМ.

**Утверждение 3.** Нечеткий переход  $\tilde{t}_i \in \tilde{T}$  нечеткой сетевой модели  $\tilde{S}(f)$  разрешен, если справедливо:

$$(\tilde{t}_i \in \tilde{T} : \mu_{\tilde{t}_i}(k_0) \geq \mu_{\tilde{t}_i}^*(k_0) \wedge ((\forall \tilde{p}_j \in \{\tilde{p}_i(in)\})$$

$$|\tilde{p}_j : \mu_{\tilde{p}_j}(k_0) \geq \mu_{\tilde{p}_j}^*(k_0) \wedge (\forall \tilde{M}(\tilde{p}_j) \in \tilde{M}(f))| \quad (12)$$

$$|z_{\tilde{p}_j}(k_0) \geq Z_{\tilde{p}_j}(k_0) \wedge x_{ij}(k_0) \geq x_{ij}(k_0)^*,$$

где  $\mu_{\tilde{t}_i}^*(k_0), \mu_{\tilde{p}_j}^*(k_0), z_{\tilde{p}_i}^*(k_0), z_{\tilde{p}_j}^*(k_0), x_{ij}(k_0)^*$  – ограничения на значения соответствующих функций принадлежности;  $k_0$  – некоторое значение переменной  $k$ , определяющее конкретное, исходя из экспертных оценок о предметной области, значение соответствующей функции принадлежности.

**Утверждение 4.** Все нечеткие переходы  $\tilde{t}_i \in \tilde{T}$  НСМ  $\tilde{S}(f)$  разрешены, если при заданном векторе нечеткой начальной маркировки  $\tilde{M}(f)_0$  достижимо некоторое подмножество нечетких маркировок  $\tilde{M}(f)_\alpha \subset \tilde{M}(f)$ , при которых для всех переходов  $\forall \tilde{t}_i \in \tilde{T}$  справедливо (12).

**Утверждение 5.** Решение задач, отнесенных в работе к первой группе, требует совместного анализа множеств  $\tilde{P}, \tilde{T}, \tilde{F}(f), \tilde{M}(f), \tilde{M}(f)_0$ .

**Утверждение 6.** Решение задач, отнесенных в работе ко второй группе, требует совместного анализа векторов  $\tilde{M}(f), \tilde{M}(f)_0$ .

**Утверждение 7.** Решение задач, отнесенных в работе к третьей группе, требует совместного анализа множеств  $\tilde{P}, \tilde{T}, \tilde{F}(f), \tilde{M}(f), \tilde{M}(f)_0$  и предметной области.

Справедливость утверждений 5, 6 и 7 достаточно очевидна, их доказательства могут быть непосредственно получены из постановки задачи (1)-(7), определения НСМ (8) и интерпретации компонент НСМ.

Как пример, рассмотрим фрагмент НСМ, заданный множествами нечетких позиций  $\tilde{P}$ , нечетких переходов  $\tilde{T}$ , значениями соответствующих функций принадлежности

$$\mu_{\tilde{p}_j}(k) \Big|_{k=k_0}, \mu_{\tilde{t}_i}(k) \Big|_{k=k_0}, x_{ij}(k) \Big|_{k=k_0}$$

и ограничениями на их значения

$$\mu_{\tilde{p}_j}^*(k) \Big|_{k=k_0}, \mu_{\tilde{t}_i}^*(k) \Big|_{k=k_0}, x_{ij}^*(k) \Big|_{k=k_0} :$$

$$\tilde{P} = \tilde{P}_i(in) \cup \tilde{P}_i(out), \tilde{P}_1(in) = \{\tilde{p}_1 : \tilde{p}_2\},$$

$$\tilde{P}_1(out) = \{\tilde{p}_3\}, \tilde{T} = \{\tilde{t}_1\}, \quad (13)$$

$$\mu_{\tilde{p}_1}(k) \Big|_{k=k_0} = 0.8; \mu_{\tilde{p}_2}(k) \Big|_{k=k_0} = 0.7,$$

$$\mu_{\tilde{t}_1}(k) \Big|_{k=k_0} = 0.6 \quad (14)$$

$$x_{11}(k) \Big|_{k=k_0} = 0.7; x_{12}(k) \Big|_{k=k_0} = 0.8$$

$$z_{\tilde{p}_1}(k) \Big|_{k=k_0} = z_{\tilde{p}_2}(k) \Big|_{k=k_0} = 0.7;$$

$$\begin{aligned} z_{\tilde{p}_j}^*(k) \Big|_{k=k_0} &= \mu_{\tilde{p}_j}^*(k) \Big|_{k=k_0} = \mu_{\tilde{p}_j}^*(k) \Big|_{k=k_0} = \\ &= x_{ij}^*(k) \Big|_{k=k_0} \geq 0.65, \end{aligned} \quad (15)$$

где  $k_0$  — некоторые значения переменных  $k$ , определяющих значения соответствующих функций принадлежности.

Учитывая (13), (14) и ограничения (15), согласно утверждениям 3 и 4, переход  $\tilde{t}_1$  не является разрешенным в связи с тем, что условие (12) не выполняется, так как

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{t}_1}^*(k) \Big|_{k=k_0} &< \mu_{\tilde{t}_1}^*(k) \Big|_{k=k_0} \\ \text{и } \mu_{\tilde{t}_1}^*(k) \Big|_{k=k_0} &< \mu_{\tilde{t}_1}^*(k) \Big|_{k=k_0}. \end{aligned}$$

## Выводы

1. Сформулирована постановка решения комплекса задач анализа, моделирования и модификации процессов принятия решений и управления, которые можно представить в виде отношений типа “условие-действие”, в сложных технологических объектах, характеризующихся существенной нечеткостью.

2. Для решения поставленных задач предложена эффективная нечеткая сетевая модель, построенная с использованием аппарата теории расширенных интерпретированных сетей Петри и теории нечетких множеств. Сформулированы правила интерпретации и условия разрешенности нечетких переходов НСМ.

3. Сформулирован комплекс утверждений, определяющий подходы к решению поставленных задач с использованием НСМ. Определено, что НСМ является основой построения эффективных методов моделирования, анализа, построения и модификации процессов реальных технологических объектов.

**Литература:** 1. *Дмитриев А.К., Мальцев П.А.* Основы теории построения и контроля сложных систем. Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1988. 192 с. 2. *Вейцман К.* Распределение системы мини- и микро-ЭВМ: Пер. с англ. / Под ред. Васильева Г.П. М.: Финансы и статистика, 1983. 362с. 3. *Мурата Т.* Сети Петри: Свойства, анализ, приложения// ТИИЭР, т.77, №4, апрель 1989г. С.41-85. 4. *Питерсон Дж.* Теория сетей Петри и моделирование систем: Пер. с англ. М.: Мир, 1984. 264с. 5. *Lipp H.-P.* The application of fuzzy Petri net for controlling complex industrial process // Fuzzy Inf., Knowledge Represented and Decis. Anal. Proc. IFAC Symp., Marseille, 19-21 July 1983, Oxforde a., 1984. P.471-477. 6. *Управление ГПС: модели и алгоритмы /* Под общ. ред. С.В. Емельянова. М.: Машиностроение, 1987. 368с. 7. *Кофман А.* Введение в теорию нечетких множеств: Пер. с франц. М.: Радио и связь, 1982. 432с. 8. *Pedzycz W., Gomide F.* A generalized Fuzzy Petri Net Model // IEEE Trans. of Fuzzy System. Vol.2, №4. 1994. P.295-301. 9. *Кучеренко Е.И., Фадеев В.А.* Инструментальные средства моделирования процессов управления в сложных технологических комплексах //Авиационно-космическая техника и технология. Харьков, Государственный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского “ХАИ”, 2000. Вып. 14. С. 166-168.

Поступила в редколлегию 17.03.2001

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Гриб О.Г.

**Кучеренко Евгений Иванович**, канд. техн. наук, старший научный сотрудник, доцент кафедры искусственного интеллекта ХТУРЭ. Научные интересы: вычислительная техника, системы управления и системный анализ. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. (0572)-409-337.

УДК 519.85

## ВЫПУКЛЫЕ ПРОДОЛЖЕНИЯ ПОЛИНОМОВ НА КОМБИНАТОРНЫХ МНОЖЕСТВАХ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

*ВАЛУЙСКАЯ О.А., ПИЧУГИНА О.С.,  
ЯКОВЛЕВ С.В.*

Предлагается ряд способов нахождения выпуклых продолжений полиномов с евклидовых комбинаторных множеств в евклидово пространство. Дается сравнительный анализ эффективности каждого из них, показывается, что один из предложенных способов дает кубическую оценку числа арифметических операций.

В работах [1,2] был предложен подход к конструктивному доказательству существования выпуклого продолжения на множестве перестановок, поэтому задача оптимизации числа операций, объема памяти ЭВМ и т.п. не ставилась. Вместе с тем существует

широкий класс задач оптимизации с целевой функцией в виде полиномов на множествах комбинаторной природы. Среди них можно назвать такие задачи: про балансировку лопаток на диске турбины; про оптимизацию взвешенной длины связывающей сети линейного расположения прямоугольных элементов; про центр тяжести дискретно распределенных масс [3,4]. Перечисленные задачи относятся к задачам квадратичной, кубической и т.п. полиномиальной оптимизации. Нахождение выпуклых продолжений [2] позволяет применять методы выпуклой оптимизации [5] к решению данных задач. Поэтому возникает необходимость построения оптимальных, по числу операций, способов нахождения выпуклых продолжений полиномов.

В данной работе предложен способ поиска выпуклых продолжений, дающий кубическую оценку числа арифметических операций, в то время как ранее опубликованный способ [1,2] давал комбинаторную оценку такого типа.