

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИНЫ РЕАЛИЗАЦИИ И ВЫБОР ШАГА КВАНТОВАНИЯ ПРИ ВЕРОЯТНОСТНОМ ИССЛЕДОВАНИИ ФЛОТОПРОЦЕССА

В. И. Салыга, Н. Р. Хаджиков

Х а р ь к о в

Промышленный флотопроцесс представляет собой сложный стохастический объект, исследовать который можно вероятностными методами теории автоматического управления. При определении статистических характеристик большую роль играет правильность выбора времени наблюдения T и шага квантования $\Delta\tau$ случайного процесса.

В работах [1, 2] на основании анализа длительных реализаций было установлено, что изменения параметров, описывающих флотопроцесс, могут рассматриваться как стационарные случайные процессы, удовлетворяющие условию эргодичности. Нахождение статистических характеристик в этом случае удобно производить на ЦВМ по следующим формулам:

$$m_x^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i; \quad (1)$$

$$R_{xx}^*(m\Delta\tau) = \frac{1}{n-m} \sum_{i=1}^{n-m} (x_i - m_x^*)(x_{i+m} - m_x^*). \quad (2)$$

Как видно из (2), погрешность при вычислении корреляционной функции обуславливается ограниченностью времени наблюдения и дискретизацией процесса.

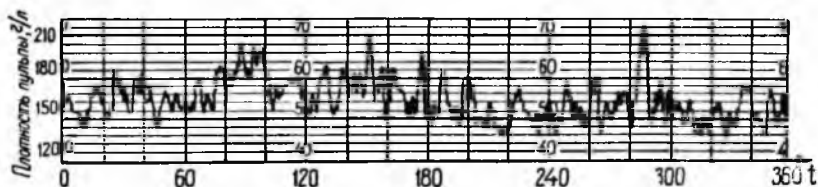
В то же время реальный стохастический процесс всегда имеет некоторую нестационарность. В связи с этим использование чрезмерно длинных реализаций приведет к ошибкам, так как расчетные формулы основаны на эргодической гипотезе. Кроме того, большой объем исходных данных увеличивает трудоемкость или машинное время расчетов, а также вероятность случайных ошибок.

Выбор значений T и $\Delta\tau$ в каждом конкретном случае зависит от частотных характеристик случайного процесса. При конечном времени наблюдения на точность определения $R_{xx}^*(m\Delta\tau)$ в основном влияют низкие частоты спектра ω_n , а при нахождении шага дискретности $\Delta\tau$ — выс-

шие частоты ω_v . В работе [3] рекомендуют следующие формулы полуэмпирического характера:

$$T \geq \frac{50}{\omega_n}; \Delta\tau = \frac{\pi}{10\omega_v}. \quad (3)$$

Случайные процессы, описывающие флотопроект, имеют неограниченный спектр [1]. Поэтому использование приведенных зависимостей предполагает наличие априорной информации для выбора «крайних» частот (ω_n , ω_v), за пределами которых гармонические составляющие процесса не оказывают существенного влияния на характер изменения корреляционной функции. На практике обычно такая информация отсутствует.



Поэтому при исследовании процесса флотации угля предлагается способ определения времени наблюдения и шага квантования непосредственно по отрезку реализации случайного процесса [4]. Для этого используется связь характеристик процесса со средним числом пересечений случайным процессом линии математического ожидания в единицу времени n_0 и количеством максимумов m_0 . При нахождении T и $\Delta\tau$ обработке подвергались осциллограммы изменения случайных процессов, определяющих процесс флотации на Суходольской ЦОФ. На рисунке представлен отрезок реализации изменения плотности пульпы. По реализации длительностью 360 мин непосредственным визуальным подсчетом были определены

$$n_0 = \frac{46}{360} = 0,13 \text{ 1/мин};$$

$$m_0 = \frac{84}{360} = 0,23 \text{ 1/мин}.$$

Дискретизация исследуемого процесса ведет к частичной потере информации и, следовательно, к увеличению погрешности.

Нахождение шага дискретности основывается на использовании следующего неравенства для динамической погрешности нормированной корреляционной функции

$$\sup |\gamma(\tau)| = \left| \gamma\left(\frac{\Delta\tau}{2}\right) \right| \leq \frac{n_0^2 \pi^2}{8} \Delta\tau^2; \tau \in [\tau_i, \tau_{i+1}]. \quad (4)$$

Чтобы динамическая погрешность интерполирования не превышала по абсолютной величине $\left| \gamma\left(\frac{\Delta\tau}{2}\right) \right|$, выбор шага квантования определяется следующим условием:

$$\Delta\tau \leq \frac{2}{\pi n_0} \sqrt{2 \left| \gamma\left(\frac{\Delta\tau}{2}\right) \right|}. \quad (5)$$

Задавшись величиной максимально допустимой погрешности $\left| \gamma\left(\frac{\Delta\tau}{2}\right) \right| \approx 0,1$, шаг дискретности $\Delta\tau = 3 \text{ мин}$.

При определении необходимого времени наблюдения T следует задаться математической моделью исследуемого случайного процесса, т.е. отнести его к некоторому классу процессов с известной структурой корреляционной функции. Если принятая модель адекватна реальному процессу, методику вычисления можно считать оптимальной в смысле погрешности. Так, случайные процессы, характеризующие флотацию углей, имеют монотонно-убывающие корреляционные функции, которые аппроксимируются следующими выражениями [1, 2]:

$$R_{xx}(\tau) = D_{xx}e^{-\gamma|\tau|}; \quad R_{xx}(\tau) = D_{xx}e^{-\gamma|\tau|} \cos \beta\tau. \quad (6)$$

Для уяснения физического характера корреляционных функций можно воспользоваться аппроксимацией в виде линейной комбинации экспонент

$$R_{xx}(\tau) = \begin{cases} \frac{D^*}{\alpha-1} (\alpha e^{-\gamma|\tau|} - e^{-\alpha\gamma|\tau|}) & \text{при } \alpha > 1 \\ D^* (1 + \gamma|\tau|) e^{-\gamma|\tau|} & \text{при } \alpha = 1 \end{cases} \quad (7)$$

Для такой аппроксимации задача сводится к нахождению постоянных α и γ . Необходимую информацию можно получить после определения n_0 и m_0 , для которых в случае нормальных стационарных дифференцируемых случайных процессов справедливы выражения вида

$$n_0 = \frac{1}{\pi} \left[\frac{\int_0^\infty \omega^2 S(\omega) d\omega}{\int_0^\infty S(\omega) d\omega} \right]^{\frac{1}{2}}; \quad (8)$$

$$m_0 = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{\int_0^\infty \omega^4 S(\omega) d\omega}{\int_0^\infty \omega^2 S(\omega) d\omega} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (9)$$

Выражение для спектральной плотности $S(\omega)$ в соответствии с аппроксимацией вида (7) следующее:

$$S(\omega) = D \frac{2\gamma^3 \alpha (1 + \alpha)}{(\gamma^2 \alpha^2 + \omega^2)(\gamma^2 + \omega^2)}, \quad \alpha > 1 \quad (10)$$

Выражение для n_0 получим подстановкой (10) в (8):

$$n_0 = \frac{1}{\pi} \sqrt{\alpha}, \quad \alpha > 1 \quad (11)$$

Для получения среднего числа максимумов m_0 в единицу времени используется метод исследования выбросов негладких процессов [5]

$$m_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\alpha^2 + 3\alpha + 1}, \quad \alpha \geq 1 \quad (12)$$

Выражение для α можно получить совместным решением уравнений (11) и (12)

$$\alpha_{1,2} = \frac{-(3n_0^2 - 4m_0^2) \pm \sqrt{(3n_0^2 - 4m_0^2)^2 - 4n_0^4}}{2n_0^2}. \quad (13)$$

После подстановки получим $\alpha_1 = 2,7$ (значение α_2 отбрасываем, $\alpha_2 = 0,25 < 1$). По формуле (11) $\gamma = 0,29 \text{ мин}^{-1}$.

Выбираем ординату усечения корреляционной функции $\rho^*(\tau_y) = 0,2$. При этом значении и при $\alpha_1 = 2,7$ находим по графику [4] величину $\mu F^2 = 45$. Принимаем F в точке усечения равным 1. Интервал наблюдения

$$T = \frac{\mu}{\gamma} = \frac{45}{0,29} = 155 \text{ мин.}$$

Таким образом, при исследовании процесса флотации углей для получения достоверных статистических характеристик достаточны реализации длительностью 2,5 ч с шагом квантования $\Delta\tau = 3 \text{ мин.}$

ЛИТЕРАТУРА

1. В. И. Салыга. Исследование с применением ЭВМ процесса флотации угля как объекта автоматического управления. Автор. канд. дисс., Харьков, 1967.
2. Е. Я. Иванченко, В. И. Салыга. Вероятностный анализ процесса флотации угля. «Известия вузов. Электромеханика», № 4, 1969.
3. В. В. Солодовников. Статистическая динамика линейных систем автоматического управления. Физматгиз, 1960.
4. В. В. Волгин, Р. Н. Каримов. О выборе шага дискретности по времени при вычислении корреляционных функций случайных процессов. «Автоматика и телемеханика», № 5, 1967.
5. В. И. Бунимович. Флуктуационные процессы в радиотехнических устройствах. Изд-во «Советское радио», 1951.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЭКСТРЕМАЛЬ ИНТЕГРАЛЬНОЙ ОЦЕНКИ

$$\int_0^{\infty} t \Delta^2(t) dt$$

А. И. Тупицын, Л. Б. Быстрицкая

Х а р ь к о в

Один из методов оптимизации систем автоматического управления — использование интегральных оценок качества. Идея этого метода оптимизации заключается в таком выборе численных значений варьируемых параметров структурно заданной системы, при которой соответствующая интегральная оценка получается наименьшей. В процессе развития теории автоматического регулирования и методов расчета систем автоматического управления предложен ряд интегральных критериев.

При использовании интегральных оценок для оптимизации систем автоматического регулирования основной интерес представляет связь между минимальным значением интегральной оценки и качественными показателями переходного процесса (величины перерегулирования, времени регулирования и пр.), полученного в системе, параметры которой выбраны из условия минимума той или иной интегральной оценки.

Предложены способы, позволяющие в общем виде, используя вариационное исчисление, найти кривые переходных процессов, соответствующих минимуму выбранной интегральной оценки. Поскольку при этом делаются некоторые допущения, возможные в реальных системах, данные кривые получили название теоретических экстремалей.

Минимуму того или иного интеграла соответствует своя теоретическая экстремаль.

В частности подобным методом была найдена теоретическая экстремаль для квадратичной оценки

$$J_1 = \int_0^{\infty} \Delta^2(t) dt, \quad (1)$$

где Δt — отклонение регулируемой величины от установившегося значения