УДК 621.391

С. И. ПРИХОДЬКО, канд. техн. наук, *А. Г. СНИСАРЕНКО*

ПРИВЕДЕНИЕ ОРТОГОНАЛИЗИРУЕМЫХ СВЕРТОЧНЫХ КОДОВ К КВАЗИОРТОГОНАЛЬНЫМ СВЕРТОЧНЫМ КОДАМ

В последние годы все более пристальное внимание уделяется изучению и исследованию различных аспектов теории и практики применения сверточных кодов, использование которых позволяет получить ряд преимуществ по сравнению с блочными кодами при сравнимых вычислительных скоростях обработки, а именно: более высокую корректирующую способность, в наибольшей степени приближающаяся к теоретическому шенноновскому пределу [1; 2], а также исключение необходимости блоковой синхронизации, упрощение согласования модема с кодеком, облегчение контроля качества канала и т. п. [3].

Среди методов декодирования сверточных кодов все более широкое применение находит метод порогового декодирования, одним из существенных преимуществ которого является простота реализации [4; 5].

Известен ряд сверточных кодов, допускающих декодирование этим методом [4; 5], параметрами которых являются кодовая скорость R, длина кодового ограничения n_A и минимальное кодовое расстояние d, причем величина n_A определяется согласно выражению: $n_A = n_0(m+1)$ (1), где n_0 — количество выходных символов сверточного кодера; m — максимальная из степеней порождающих сверточный код многочленов; а величина d находится согласно выражению $d \geqslant I+1$ (2), где I — число ортогональных проверок.

В ходе исследований параметров ортогонализируемых сверточных кодов, введенных Месси [5], установлено, что при заданных величинах длин кодового ограничения n_A, определяющих техническую сложность реализации сверточных кодеров, ортогонализируемые сверточные коды не всегда обладают максимально возможным минимальным кодовым расстоянием d, что, по-видимому, объясняется отсутствием цельного математического аппарата их построения. Отсюда возникает задача построения ортогонализируемых сверточных кодов с улучшенными характеристиками. Одним из путей решения этой задачи является построение квазиортогональных сверточных кодов.

Для решения задачи приведения ортогонализируемого сверточного кода к квазиортогональному рассмотрим двоичный несистематический сверточный (n_0, k_0) код над полем $GF(2)$ со скоростью $R = 1/2$ с порождающими многочленами

$$G_{0_1}(x) = g_{1_{m_0}} x^{m_0} + g_{1_{m_0-1}} x^{m_0-1} + \dots + g_1 x + g_{1_0};$$

$$G_{0_2}(x) = g_{2_{f_0}} x^{f_0} + g_{2_{f_0-1}} x^{f_0-1} + \dots + g_2 x + g_{2_0}, \qquad (3)$$

кодовым ограничением n_{A_0} минимальным кодовым расстоянием d_0 и числом ортогональных оценок $I_0 \leqslant d-1$. Выберем другой несистематический сверточный $(n_д, k_д)$ код над полем $GF(2)$ со скоростью $R = 1/2$ с порождающими многочленами

$$G_{д_1}(x) = a_{1_{m_д}} x^{m_д} + a_{1_{m_д-1}} x^{m_g-1} + \dots + a_1 x + a_{1_0};$$

$$G_{д_2}(x) = a_{2_{f_д}} x^{f_д} + a_{2_{f_д-1}} x^{f_д-1} + \dots + a_2 x + a_{2_0}, \qquad (4)$$

кодовым ограничением n_{A_0}, минимальным кодовым расстоянием $d_д$.

Назовем этот выбранный код дополнительным и укажем ограничения, накладываемые на его выбор,

$$n_{A_0} \geqslant n_{A_д}; \quad d_0 > d_д. \tag{5}$$

Тогда можно получить порождающие многочлены квазиортогонального несистематического сверточного ($n_к$, $k_к$) кода над полем GF (2), используя следующее выражение:

$$G_{к_i}(x) = G_{0_i}(x) + G_{д_i}(x)\, x^l, \tag{6}$$

где $G_{к_i}(x)$ — i-й многочлен квазиортогонального несистематического сверточного кода; $G_{0_i}(x)$ — i-й многочлен ортогонализируемого несистематического сверточного кода; $G_{д_i}(x)$ — i-й дополнительный многочлен несистематического сверточного кода; x_l — множитель, позволяющий сохранить структуру ортогонализируемого сверточного кода в составе квазиортогонального; $l > \deg G_{0_i}(x)$, $i=1, 2$.

Действительно, используя в качестве исходного ортогонализируемый код вида (3), в качестве дополнительного — код согласно выражению (4), с учетом (6) получим порождающие многочлены квазиортогонального несистематического сверточного ($n_к$, $k_к$) кода над полем GF (2):

$$G_{к_1}(x) = a_{1_{m_д}} x^{m_д+l_1} + a_{1_{m_д}-1} x^{m_д+l_1-1} + \ldots + a_1 x^{l_1+1} +$$

$$+ a_{1_0} x^{l_1} + g_{1_{m_0}} x^{m_0} + g_{1_{m_0-1}} x^{m_0-1} + \ldots + g_1 x + g_{1_0}; \tag{7}$$

$$G_{к_2}(x) = a_{2_{f_д}} x^{f_д+l_2} + a_{2_{f_д-1}} x^{f_д+l_2-1} + \ldots + a_2 x^{l_2+1} + a_{2_0} x^{l_2} +$$

$$+ g_{2_{f_0}} x^{f_0} + g_{2_{f_0-1}} x^{f_0-1} + \ldots + g_2 x + g_{2_0}.$$

Учитывая рассмотренные ранее рассуждения, процесс приведения ортогонализируемого несистематического сверточного кода к квазиортогональному несистематическому сверточному коду сведем к следующему алгоритму.

Пусть задан ортогонализируемый несистематический сверточный (n_0, k_0) код над полем GF (2) с порождающими многочленами $G_{0_i}(x)$ вида (3), длиной кодового ограничения n_{A_0} минимальным кодовым расстоянием d_0 и числом ортогональных проверок I_0.

Выберем дополнительный несистематический сверточный ($n_д$, $k_д$) код над полем GF (2) с порождающими многочленами $G_{д_i}(x)$, минимальным кодовым расстоянием $d_д$ и длиной кодового ограничения $n_{A_д}$ согласно условию (5).

Используя выражение (6), получаем квазиортогональный несистематический сверточный ($n_к$, $k_к$) код над полем GF (2) с порождающими многочленами $G_{\text{к}_i}(x)$, длиной кодового ограничения $n_{А_\text{к}}$ и минимальным кодовым расстоянием $d_\text{к} > d_0$.

Из анализа предложенного алгоритма можно заключить, что задача построения квазиортогонального несистематического сверточного $(n_\text{к}, k_\text{к})$ кода над полем $GF(2)$ сводится к выбору дополнительных порождающих многочленов $G_{\text{д}_i}(x)$ несистематического сверточного $(n_\text{д}, k_\text{к})$ кода над полем $GF(2)$, которые выбираются таким образом, чтобы увеличение длины кодового ограничения $n_{А_\text{к}}$ квазиортогонального сверточного кода было бы незначительным, кодовые слова имели максимальный вес и выполнялось условие $I_\text{к} > I_0$ (8), где $I_\text{к}$ — число ортогональных проверок квазиортогонального кода.

Заметим, что предложенный алгоритм приведения ортогонализируемого несистематического сверточного кода к квазиортогональному несистематическому сверточному коду позволяет обобщить его для случая построения систематического ортогонализируемого сверточного кода. Однако условие (8) при этом может иметь вид $I_\text{к} \geqslant I_0$ (9).

Рассмотрим примеры построения квазиортогональных сверточных кодов.

Пример 1.

Пусть задан ортогонализируемый несистематический сверточный (n_0, k_0) код над полем $GF(2)$ с порождающими многочленами.

$$G_{0_1}(x) = x^2 + 1;$$

$$G_{0_2}(x) = x^2 + x + 1. \tag{10}$$

Для данного кода $n_{А_0} = 8$, $d_0 = 5$, $I_0 = 4$.

Приведем данный код к квазиортогональному несистематическому сверточному коду, используя вышеприведенный алгоритм. В качестве дополнительных порождающих многочленов $G_{\text{д}_i}(x)$ выберем многочлены

$$G_{\text{д}_1}(x) = x^2 + 1;$$

$$G_{\text{д}_2}(x) = x^2 + 1. \tag{11}$$

Тогда согласно выражению (6) порождающими многочленами квазиортогонального несистематического сверточного $(n_\text{к}, k_\text{к})$ кода над полем $GF(2)$ будут многочлены

$$G_{\text{к}_1}(x) = x^5 + x^3 + x^2 + 1;$$

$$G_{\text{к}_2}(x) = x^5 + x^3 + x^2 + x + 1. \tag{12}$$

Полученный код имеет параметры $n_{А_\text{к}} = 12$, $d_\text{к} = 7$, $I_\text{к} = 5$.

Пример 2.

Пусть задан ортогонализируемый систематический сверточный (n_0, k_0) код над полем $GF(2)$ с порождающим многочленом

$$G_0(x) = x^5 + x^4 + x^3 + 1. \tag{13}$$

Данный код имеет своими параметрами: $n_{A_0}=12$, $d_0=5$, $I_0=4$.

В качестве дополнительного порождающего многочлена $G_д(x)$ выберем многочлен

$$G_д(x) = x + 1. \tag{14}$$

Тогда согласно выражению (6) порождающий многочлен квазиортогонального систематического сверточного $(n_к, k_к)$ кода над полем $GF(2)$ имеет вид

$$G_к(x) = x^8 + x^7 + x^5 + x^4 + x^3 + 1. \tag{15}$$

Полученный код имеет параметры $n_{A_к} = 18$, $d_к = 7$, $I_к = 4$.

Необходимо отметить, что предложенный принцип построения квазиортогональных как систематических, так и несистематических сверточных кодов, относящихся к классу сверточных кодов, допускающих пороговое декодирование, указывает простое конструктивное решение построения таких кодов.

Как показано, на основании указанного алгоритма можно получать порождающие многочлены квазиортогональных сверточных кодов над полем $GF(2)$, используя для этого порождающие многочлены ортогонализируемых сверточных кодов над полем $GF(2)$. Однако данный алгоритм не указывает правило выбора дополнительных порождающих многочленов сверточного кода. Отсюда возникает задача поиска таких многочленов для получения порождающих многочленов двоичных квазиортогональных сверточных кодов с заранее заданными характеристиками и свойствами.

Список литературы: 1. *Банкет В. Л., Ляхов А. И.* Применение сверточных кодов и системах связи с фазовой манипуляцией//Зарубеж. радиоэлектроника. 1981. № 8. С. 3—23. 2. *Витерби А. Д., Омура Дж. К.* Принципы цифровой связи/Пер. с англ. Под ред. К. Ш. Зигангирова. М., 1982. Вып. 18. 123 с. 3. *Банкет В. Л., Голощапов В. А., Ляхов А. И.* Техника декодирования сверточных кодов//Зарубеж. радиоэлектроника. 1983. № 2. С. 3—27. 4. *Теория* кодирования/Т. Касами, Н. Токура, Е. Ивандари, Я. Инагаки. М., 1978. 576 с. 5. *Месси Дж.* Пороговое декодирование. М., 1966. 207 с.

Поступила в редколлегию 03.02.89