

2025 p.

Я, Якименко Роман Андрійович, як здобувач вищої освіти ХНУРЕ, розумію та підтримую політику закладу з академічної доброчесності. Я не надавав і не одержував недозволену допомогу під час підготовки кваліфікаційної роботи. Я не використовував штучний інтелект для підготовки кваліфікаційної роботи. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело.

«12» грудня 2025р.



Роман ЯКИМЕНКО

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ РАДІОЕЛЕКТРОНІКИ

Факультет	Автоматики і комп'ютеризованих технологій
Кафедра	Комп'ютерно-інтегрованих технологій, автоматизації та робототехніки
Рівень вищої освіти	другий (магістерський)
Спеціальність	174 Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка
Тип програми	освітньо-професійна
Освітня програма	Комп'ютеризовані та робототехнічні системи (код і повна назва)

ЗАТВЕРДЖУЮ:

Зав. кафедри КІТАР _____
(підпис)

«___» _____ 2025 р.

ЗАВДАННЯ НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ

здобувачеві _____ *Якименка Роману Андрійовичу*
(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи *Розроблення лінеаризованих математичних моделей об'єктів ефективності автоматизації шляхом параметричної ідентифікації для підвищення проектування ПД-регуляторів промислового електроприводу*
затверджена наказом по університету від "10" листопада 2025р. № 1018 Ст.

2. Термін подання здобувачем роботи "27" грудня 2025 р.

3. Вихідні дані до роботи 3.1 Лінеаризовані об'єкти автоматизації;
3.2 Моделі параметричної ідентифікації;

3.3 Двигун постійного струму з незалежним збудженням;

3.4 Регулятор загального призначення ПД;

3.5 Графічне середовище для моделювання – MATLAB/Simulink.

4. Перелік питань, що потрібно опрацювати в роботі 4.1 Вступ;

4.2 Проблема параметричної ідентифікації поточного технічного стану лінеаризованих об'єктів автоматизації;

4.3 Розроблення лінеаризованих математичних моделей та їх параметрична ідентифікація;

4.4 Моделювання ПД-регулятора на основі ідентифікованих моделей;

4.5 Заходи і розрахунки для забезпечення безпечних умов праці;

4.6 Висновки.

5. Перелік графічного матеріалу із зазначенням креслеників, схем, плакатів, комп'ютерних ілюстрацій Демонстраційний матеріал представлений у форматі презентації PowerPoint (*.ppt) – 20 с. формату А4

6. Консультанти розділів роботи (п.6 включається до завдання за наявності консультантів згідно з наказом, зазначеним у п.1)

Найменування розділу	Консультант (посада, прізвище, ім'я, по батькові)	Позначка консультанта про виконання розділу	
		підпис	дата

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№	Назва етапів роботи	Термін виконання етапів роботи	Примітка
1	<i>Проблема параметричної ідентифікації поточного технічного стану лінеаризованих об'єктів автоматизації</i>	01.09 – 15.09.25	<i>виконано</i>
2	<i>Розроблення лінеаризованих математичних моделей та їх параметрична ідентифікація</i>	16.09 – 30.09.25	<i>виконано</i>
3	<i>Моделювання ПД-регулятора на основі ідентифікованих моделей</i>	01.11 – 21.11.25	<i>виконано</i>
4	<i>Заходи і розрахунки для забезпечення безпечних умов праці</i>	22.11 – 07.12.25	<i>виконано</i>
5	<i>Оформлення пояснювальної записки</i>	08.12 – 13.12.25	<i>виконано</i>
6	<i>Подання роботи на перевірку Інтернет-системою StrikePlagiarism</i>	14.12 – 16.12.25	<i>виконано</i>
7	<i>Подання роботи на рецензію</i>	17.12 – 19.12.25	<i>виконано</i>
8	<i>Подання роботи на підпис зав. кафедри</i>	20.12 – 23.12.25	<i>виконано</i>
9	<i>Подання кваліфікаційної роботи в ЕК</i>	24.12.25	<i>виконано</i>

Дата видачі завдання 01.09.2025 р.

Здобувач _____
(підпис)

Роман ЯКИМЕНКО

Керівник роботи _____
(підпис)

професор Юрій РОМАШОВ
(посада, власне ім'я прізвище)

РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка: 81 с., 10 табл., 6 рис., 4 дод., 22 джерел.

ЕЛЕКТРОПРИВОД, ДВИГУН ПОСТІЙНОГО СТРУМУ,
ЛІНЕАРИЗОВАНА МОДЕЛЬ, ПАРАМЕТРИЧНА ІДЕНТИФІКАЦІЯ,
ПЕРЕДАВАЛЬНА ФУНКЦІЯ, ПІД-РЕГУЛЯТОР, АВТОМАТИЗАЦІЯ,
ДИНАМІЧНА СИСТЕМА.

Мета роботи – створення лінеаризованої математичної моделі електропривода на базі двигуна постійного струму з незалежним збудженням, проведенні її параметричної ідентифікації та застосуванні отриманої моделі для підвищення точності синтезу ПІД-регулятора системи автоматизації.

Об'єкт дослідження – процес автоматизованого керування швидкістю промислового електропривода на базі двигуна постійного струму з незалежним збудженням.

Предмет дослідження – лінеаризовані математичні моделі електропривода, методи параметричної ідентифікації його динамічних характеристик та алгоритми синтезу ПІД-регулятора на основі цих моделей.

У роботі розроблено лінеаризовану математичну модель електропривода з двигуном постійного струму з незалежним збудженням та проведено її параметричну ідентифікацію. На основі отриманої моделі виконано синтез і оптимізацію ПІД-регулятора, досліджено стійкість і якість перехідних процесів. Показано, що використання ідентифікованої моделі підвищує точність регулювання та ефективність системи автоматизації.

Отримані результати роботи можна віднести до Цілі сталого розвитку 9 «Промисловість, інновації та інфраструктура», зокрема до пункту 9.4 «Розвиток високотехнологічного машинобудування».

ABSTRACT

Explanatory note: 81 pp., 10 tab., 6 fig., 4 appendices, 22 sources.

ELECTRIC DRIVE, DC MOTOR, LINEARIZED MODEL, PARAMETRIC IDENTIFICATION, TRANSFER FUNCTION, SUB-REGULATOR, AUTOMATION, DYNAMIC SYSTEM.

The purpose of the work is to create a linearized mathematical model of an electric drive based on a separately excited DC motor, perform its parametric identification, and apply the obtained model to improve the accuracy of the PID controller synthesis of the automation system.

The object of the study is the process of automated speed control of an industrial electric drive based on a separately excited DC motor.

The subject of the study is linearized mathematical models of an electric drive, methods of parametric identification of its dynamic characteristics, and algorithms for synthesizing a PID controller based on these models.

The paper develops a linearized mathematical model of an electric drive with a separately excited DC motor and performs its parametric identification. Based on the obtained model, the synthesis and optimization of the PID controller are performed, and the stability and quality of transient processes are investigated. It is shown that the use of the identified model increases the control accuracy and efficiency of the automation system.

The results of the work can be attributed to Sustainable Development Goal 9 “Industry, Innovation and Infrastructure,” in particular to paragraph 9.4 “Development of high-tech engineering”.

ЗМІСТ

Перелік скорочень	8
Вступ	9
1 Проблема параметричної ідентифікації поточного технічного стану лінеаризованих об'єктів автоматизації	11
1.1 Оцінка поточного стану лінеаризованих об'єктів автоматизації	11
1.2 Математичні моделі та теорія управління	15
1.3 Створення математичної моделі лінеаризованих систем, та їх класифікація	17
1.4 Методи параметричної ідентифікації	19
1.5 Вплив якості моделі на точність ПІД-регуляторів	21
1.6 Висновки до першого розділу	22
2 Розроблення лінеаризованих математичних моделей та їх параметрична ідентифікація	28
2.1 Вибір об'єкта автоматизації	28
2.2 Виведення математичної моделі електропривода	25
2.3 Лінеаризація моделі електропривода	28
2.4 Дослідження параметричної ідентифікації електропривода	29
2.5 Параметрична ідентифікація математичної моделі електропривода ..	30
2.6 Оцінка точності отриманих моделей	33
2.7 Висновки до другого розділу	48
3 Моделювання під-регулятора на основі ідентифікованих моделей	49
3.1 Постановка задачі синтезу ПІД-регулятора	49
3.2 Методика налаштування ПІД-регуляторів	53
3.3 Розроблення алгоритму оптимізації параметрів ПІД-регулятора	57
3.4 Моделювання роботи системи керування	61
3.5 Порівняння ефективності регулювання для різних моделей	64
3.6 Оцінка покращення якості регулювання	68

3.7 Висновки до третього розділу	71
4 Заходи і розрахунки для забезпечення безпечних умов праці	72
4.1 Аналіз умов праці на робочому місці	72
4.2 Промислова безпека на робочому місці	72
4.3 Виробнича санітарія у приміщенні	73
4.4 Пожежна безпека виробничого приміщення	75
Висновки	77
Перелік джерел посилання	80
Додаток А MATLAB-скрипт обчислення критеріїв якості регулювання	82
Додаток Б Графіки перехідних процесів	83
Додаток В Частотні характеристики замкненої системи	85
Додаток Г Демонстраційний матеріал	87

ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ

АЧХ – амплітудно-частотна характеристика;
ЕРС – електрорушійна сила;
ДПС – двигун постійного струму;
КПО – коефіцієнт природної освітленості;
ЛАХ – логарифмічно-амплітудна характеристика;
ЛФХ – логарифмічно-фазова характеристика;
МНК – метод найменших квадратів;
НЗ – незалежні збудження;
ПІД – пропорційно-інтегрально-диференційний;
ПК – персональний комп'ютер;
ПЛК – програмований логічний контролер;
САК – система автоматичного керування;
ФЧХ – фазо-частотна характеристика;
ШІМ – широтно-імпульсна модуляція.

ВСТУП

Сучасні промислові електроприводи набувають ключової ролі в автоматизованих технологічних комплексах, адже спрямовані на керування швидкістю, моментом і положенням виконавчих механізмів. Як правило, високі вимоги до точності, швидкодії й енергоефективності систем керування потребують якісних математичних моделей об'єктів, відповідно до яких реалізується синтез регуляторів, на кшталт ПД-регуляторів. Утім недостатня точність моделювання динаміки електропривода може спричинити погіршення якості регулювання, збільшення перерегулювання разом із часом перехідного процесу, а також можливого виникнення автоколивань.

Одним із найпоширеніших об'єктів у системах електроприводів вважається двигун постійного струму з незалежним збудженням. Зазвичай він вирізняється відносною простотою математичного опису та є нагальним у регульованих приводах. Водночас, сучасним електромеханічним системам властиві нелінійності та параметричні невизначеності, а вплив змінного навантаження з часом може змінювати свої параметри. Тож це окреслює необхідність залучення параметричної ідентифікації та лінеаризації моделі об'єкта автоматизації.

Мета роботи – створення лінеаризованої математичної моделі електропривода на базі двигуна постійного струму з незалежним збудженням, проведенні її параметричної ідентифікації та застосуванні отриманої моделі для підвищення точності синтезу ПД-регулятора системи автоматизації.

Об'єкт дослідження – процес автоматизованого керування швидкістю промислового електропривода на базі двигуна постійного струму з незалежним збудженням.

Предмет дослідження – лінеаризовані математичні моделі електропривода, методи параметричної ідентифікації його динамічних характеристик та алгоритми синтезу ПД-регулятора на основі цих моделей.

Методи дослідження – теорія автоматичного керування, методи математичного моделювання, параметричної ідентифікації, лінеаризації динамічних систем, чисельні методи оптимізації, комп'ютерне моделювання.

Наукова новизна роботи полягає в комплексному використанні лінеаризованих моделей промислового електропривода та результатів параметричної ідентифікації для підвищення точності налаштування ПД-регуляторів, а також у кількісній оцінці впливу похибок моделі на показники якості перехідних процесів.

Практичне значення роботи полягає у можливості використання розроблених моделей і методики налаштування ПД-регулятора для удосконалення існуючих та проєктування нових систем автоматизації промислових електроприводів

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити наступні завдання:

- проаналізувати структуру та принцип роботи промислових електроприводів на базі двигунів постійного струму із незалежним збудженням;
- розглянути існуючі підходи до побудови математичних моделей та їх лінеаризації;
- дослідити методи параметричної ідентифікації динамічних систем;
- побудувати нелінійну та лінеаризовану модель електропривода;
- провести параметричну ідентифікацію моделі з урахуванням експериментальних даних;;
- розробити методику налаштування ПД-регулятора на основі ідентифікованої моделі;
- дослідити ефективність функціонування ПД-регулятора й оцінити вплив точності моделі на якість регулювання.

Робота виконується згідно з [1-3], як складова наукових досліджень, які проводяться на кафедрі КІТАР Харківського національного університету радіоелектроніки, результати досліджень опубліковані у [4].

1 АНАЛІЗ ОБ'ЄКТА АВТОМАТИЗАЦІЇ ТА МЕТОДІВ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ

1.1 Загальна характеристика промислових електроприводів

Промислові електроприводи набули значення ключових функціональних елементів автоматизованих технологічних систем сучасності, адже вони забезпечують як перетворення електричної енергії на механічну, так і необхідне регулювання руху виконавчих механізмів. Зазвичай вони є актуальними для металургії, машинобудування, робототехніки, транспортних систем і підйомно-транспортного обладнання, а також для систем подачі матеріалів, насосних станцій, вентиляційних комплексів і низки інших галузей промисловості.

Головне завдання промислового електропривода реалізується у забезпеченні заданих кінематичних і динамічних параметрів функціонування обладнання, як-от: швидкості, моменту, положення та прискорення [5, 6]. Насамперед від його ознак залежать і точність виконання технологічних операцій, й енергоефективність, і продуктивність обладнання разом із загальним рівнем автоматизації виробничих процесів.

Загальноприйнятий промисловий електропривод побудовано з таких головних елементів (рис. 1.1):

- електричного двигуна, що перетворює електричну енергію на механічну. Так, у системах із високими вимогами до точності та регульованості послуговуються як двигунами постійного струму, так і асинхронними чи синхронними;
- силового перетворювача, що реалізує керування напругою чи струмом двигуна відповідно до сигналів системи керування. Тож у разі ДПС можуть задіюватись тиристорні або ж DC-DC перетворювачі та транзисторні ШІМ-регулятори;
- механічної частини, тобто вала, редуктора, передаточних механізмів,

робочого навантаження. Насамперед механічна частина окреслює інерційні властивості та характер навантаження на двигун;

– системи керування, котра реалізує алгоритми регулювання швидкості, моменту або положення. Так, сучасні системи послуговуються мікроконтролерами, ПЛК або цифровими сигнальними процесорами;

– датчиків і вимірювальних систем, які передусім знімають зворотний зв'язок за швидкістю, положенням, струмом або напругою. Йдеться про тахогенератори, датчики Холла чи енкодери);

– засобів захисту та діагностики, що обмежують струм, а також контролюють температуру та діагностують аварійні стани.

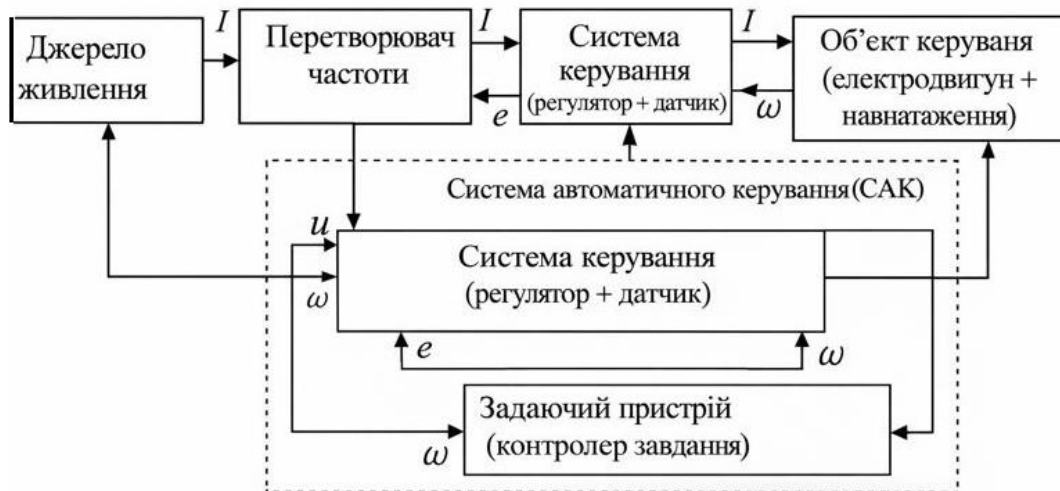


Рисунок 1.1 – Структурна схема типового електроприводу з системою автоматичного керування

Підкреслимо, що всі зазначені компоненти взаємодіють за допомогою замкненої системи керування, що, зі свого боку, забезпечує необхідні умови роботи.

До того ж, до промислових електроприводів висувається низка вимог, які окреслюються специфікою технологічного процесу [7]:

– висока точність регулювання швидкості та моменту. Для деяких систем допустимою похибкою вважається не більше 1 – 2 %;

- швидкодія. Втілення швидкої реакції двигуна на зміну задавальних впливів або навантаження;
- стійкість системи. Вимагається у разі дії збурювальних впливів, зокрема, зміни моменту навантаження, коливання напруги живлення тощо;
- енергоефективність. Забезпечує мінімізацію втрат у двигуні та перетворювачі, оптимальний режим роботи;
- робастність. Спроможність зберігати працездатність за умови зміни параметрів двигуна, зістарювання елементів або температурних впливів;
- надійність і безпека. Реалізується безперервна робота у несприятливих умовах, відсутність аварійних режимів та перегріву.

Виконання згаданих вимог може залежати від точності математичної моделі, що застосовується у системі керування.

Окрім того, промислові електроприводи класифікуються з огляду на питомі ознаки:

- за типом двигуна, зокрема асинхронні, синхронні чи постійного струму.
- за типом регулювання електроприводів: із регулюванням швидкості, з регулюванням моменту і точного позиціонування;
- за способом керування: системи аналогові, цифрові й інтелектуальні з адаптивними алгоритмами чи предиктивними;
- за видом навантаження: на кшталт навантаження активного (насоси, вентилятори), інерційного (механічні приводи, конвеєри), а також коливальних мас.

Так, для систем, яким властиві плавні ознаки, широкий діапазон регулювання та висока динамічна точність, переважно використовуються електроприводи на базі ДПС.

Власне вибір ДПС як об'єкта дослідження обумовлюється певними його технічними перевагами [5, 7]:

- можливістю незалежного керування швидкістю та моментом;
- лінійною залежністю моменту від струму якоря;
- елементарним математичним описом, який є критично важливим для

процесів ідентифікації та лінеаризації;

- високими динамічними властивостями;
- широким діапазоном плавного регулювання швидкості;
- точністю та стабільністю функціонування у замкнених системах керування.

Таким чином, ДПС набули активного застосування у низці систем автоматизації, а також стають типовим об'єктом для досліджень у галузі теорії електропривода [8].

На рисунку 1.2 зображена конструктивна схема типового електропривода.

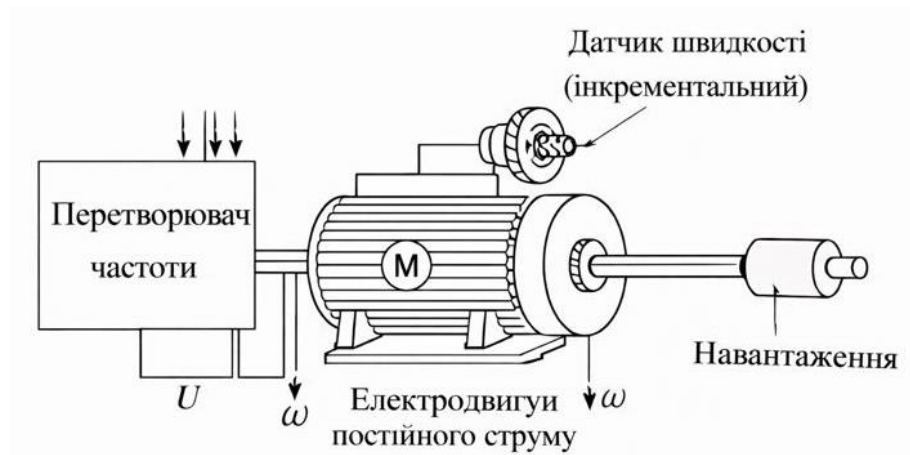


Рисунок 1.2 – Конструктивна схема типового електропривода

До того ж, в автоматизованих системах сучасності математична модель є невід'ємною частиною для розроблення та налаштування системи керування [9] тому що за її допомогою можна:

- прогнозувати поведінку електропривода під час будь-яких режимів роботи;
- оцінювати динамічні властивості системи без допомоги високовартісних експериментів;
- впроваджувати параметричну ідентифікацію й адаптацію моделі;
- синтезувати й оптимізувати регулятори;

- виконувати аналіз стійкості та робастності системи;
- моделювати як впливи зовнішніх збурень, так і зміни навантаження.

Тож якісна математична модель стає пріоритетною для ефективного проектування й якості регулювання, а також для надійності промислового електропривода.

1.2 Математичні моделі електроприводів у задачах автоматичного керування

Математичне моделювання визначено основою аналізу, синтезу та оптимізації промислових електроприводів, адже за його допомогою можна формалізувати динамічні ознаки системи, водночас передбачити її поведінку та встановити оптимальні параметри регулювання [9, 10]. Так, математична модель у задачах автоматичного керування власне повинна адекватно описувати перехідні процеси, відображати вплив внутрішніх параметрів електропривода, а також зважати на зовнішні збурення, що діють на систему.

Зокрема для ДПС із незалежним збудженням математичний опис побудовано з урахуванням рівнянь електричної та механічної підсистем. Отже, зазначена модель насамперед повинна враховувати взаємодію між електричним колом якоря та механічним рухом вала двигуна (рис. 1.3), тому що зміни струму, як правило, впливають на обертовий момент, а зміна швидкості, зі свого боку, спричиняє зміну ЕРС обертання.

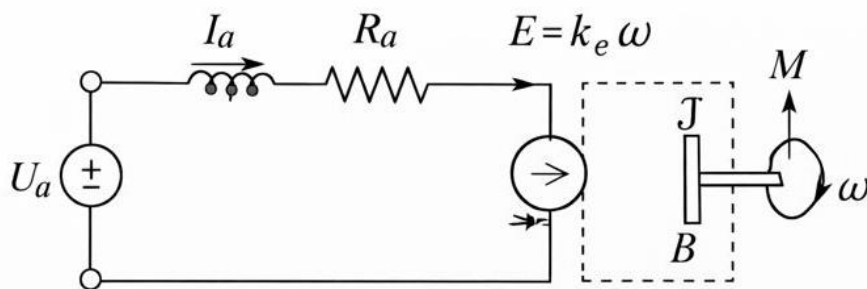


Рисунок 1.3 – Еквівалентна схема двигуна постійного струму

Тож за допомогою диференціального рівняння балансу напруги якоря змодельємо електричну частину:

$$L_a \frac{di_a}{dt} = -R_a i_a - k_e \omega + u_a, \quad (1.1)$$

де L_a – індуктивність якоря;

R_a – опір обмотки якоря;

i_a – струм якоря;

ω – кутова швидкість ротора;

k_e – коефіцієнт електрорушійної сили;

u_a – напруга на якорі.

Механічна частина описується рівнянням моментів:

$$J \frac{d\omega}{dt} = k_t i_a - B\omega - M_H, \quad (1.2)$$

де J – момент інерції;

k_t – коефіцієнт моменту;

B – коефіцієнт в'язкого тертя;

M_H – момент навантаження.

У зв'язку з тим, що магнітний потік у двигуні з незалежним збудженням є постійним, отже, залежності ЕРС та моменту від струму збудження відсутні, тому математичний опис суттєво спрощується. Тож динаміку електропривода доцільно визначити за допомогою зчеплення двох підсистем: зміною струму в обмотці якоря та зміною кутової швидкості.

Підкреслимо, що загальна модель системи є нелінійною з огляду на залежності ЕРС від швидкості обертання. Втім для задач синтезу системи автоматичного керування здебільшого задіюють лінеаризовані моделі, котрі наявні в околі робочої точки. Таким чином, вдається перейти до аналізу системи шляхом використання методів класичної теорії автоматичного

керування, ґрунтуючись на передавальних функціях, частотних характеристиках і кореневих локусах [11].

Для зручності аналізу систему рівнянь можна відтворити як модель у просторі станів:

$$\begin{cases} \dot{i}_a = -\frac{R_a}{L_a} i_a - \frac{k_e}{L_a} \omega + \frac{1}{L_a} u_a, \\ \dot{\omega} = \frac{k_t}{J} i_a - \frac{B}{J} \omega - \frac{1}{J} M_H \end{cases}, \quad (1.3)$$

або у як передавальну функцію від керувальної напруги до швидкості:

$$W_{\omega u}(s) = \frac{k_t}{(L_a s + R_a)(J s + B) + k_e k_t}. \quad (1.4)$$

Як правило, задачі автоматизації вирізняються порядком моделі. Так, лінеаризованій моделі електропривода з ДПС властивий другий порядок, тому синтез ПД-регулятора можна втілювати стандартними методами, а також фізичним параметрам моделі надавати зрозумілу інтерпретацію, зокрема, інерційності електричної та механічної частин, коефіцієнтів підсилення, постійних часу тощо.

Математична модель електропривода насамперед повинна забезпечувати у задачах автоматичного керування не лише достатню точність відтворення динаміки об'єкта, але й зберігати фізичний зміст параметрів, окрім того, бути придатною для лінеаризації й подальшої параметричної ідентифікації. Врахування окреслених вимог є основою для забезпечення високої точності синтезу та налаштування ПД-регулятора системи автоматизації.

1.3 Огляд методів лінеаризації динамічних систем

Зазвичай більшість промислових електроприводів зорієнтовані на нелінійні процеси електромеханічної взаємодії [11]. Передусім нелінійності

виявляються через залежність ЕРС від швидкості, моменту – від струму, наявність магнітного насичення, тертя та змінного навантаження. Втім синтез алгоритмів автоматичного керування здебільшого підпорядковується лінійним моделям, тобто застосування методів лінеаризації стає вмотивованим.

Окрім того, лінеаризація спрямована на заміну нелінійної системи її лінійною апроксимацією у певному околі робочої точки. Таким чином, можна суттєво спростити аналіз динамічних властивостей, а також послуговуватися класичними методами теорії автоматичного керування.

1.3.1 Метод малих відхилень

Найчастіше застосовують метод малих відхилень, оскільки він передбачає поділ змінних на сталу складову, котра, зі свого боку, відповідає робочій точці, та малу змінну складову [10, 12]:

$$x = x_0 + \Delta x. \quad (1.5)$$

Тож після підстановки власне нелінійні члени більш високих порядків, які утворились, ігноруються, проте лінійні залежності залишаються й надалі. Зазначена апроксимація вважається коректною для малих відхилень, утім достатньо точною у реальних умовах функціонування більшості електроприводів.

1.3.2 Лінеаризація у просторі станів

Метод Джейкобіана задіюється тоді, коли систему можна описати:

$$\dot{x} = f(x, u). \quad (1.6)$$

Лінеаризована модель відтак визначається за допомогою матриць:

$$A = \left. \frac{df}{dx} \right|_{x_0, u_0}, \quad (1.7)$$

$$B = \left. \frac{df}{du} \right|_{x_0, u_0}, \quad (1.8)$$

формується система першого порядку у матричному вигляді.

1.3.3 Частотні методи лінеаризації

Для складних систем актуальними стають методи частотної апроксимації. Власне нелінійна частина замінюється лінійним оператором, отже, найкраще описується частотна реакція системи у робочій області. Апроксимація зазвичай реалізується шляхом [10, 12]:

- методу Найквіста;
- методу Боде;
- оптимізації найменших квадратів у частотній області.

1.3.4 Переваги використання лінеаризованих моделей

Окреслимо переваги застосування лінеаризованих моделей:

- спроможність використовувати стандартні методи синтезу ПД-регуляторів;
- легший процес моделювання й аналізу;
- зручність математичного опису, зокрема, передавальними функціями;
- зменшення обчислювальної складності моделей.

Тож лінеаризацію можна назвати вагомим етапом для підготовки математичної моделі електропривода з метою її подальшої ідентифікації та синтезу регулятора.

1.4 Методи параметричної ідентифікації

Параметрична ідентифікація позначає процес визначення числових параметрів математичної моделі об'єкта з урахуванням експериментальних даних. Для електроприводів ідентифікація вважається невід'ємним етапом, адже реальні параметри системи з часом можуть змінюватися, а також залежати від температури, навантаження чи механічного зносу [13].

1.4.1 Ідентифікація у часовій області

Зазвичай методи часової ідентифікації зорієнтовані на порівняння експериментальної реакції об'єкта на тестовий вплив із реакцією математичної моделі [13, 14]. Тож актуальним у даному разі стає метод найменших квадратів:

$$J(\theta) = \sum_{i=1}^N [y_{\text{експ}}(t_i) - y_{\text{мод}}(t_i, \theta)]^2, \quad (1.9)$$

де θ – параметри моделі, котрі підбираються з огляду на умову щодо мінімізації критерію J .

Підкреслимо, що у часовій області переважно послуговуються:

- методом найменших квадратів (класичним і рекурсивним);
- методом оптимізації траєкторій;
- методами, котрим притаманні похідні сигнали (подвійний інтеграл, інтегральні моделі).

1.4.2 Частотна ідентифікація

Реалізується за допомогою аналізу амплітудно-фазової частотної характеристики, котру отримано в результаті гармонічного або шумоподібного збудження. Відтак апроксимація частотної характеристики забезпечується раціональною передавальною функцією [13, 14].

Зазначений метод вочевидь стійкий до шумів, тож дозволяє точно

встановити інерційні властивості системи.

1.4.3 Комбіновані методи

Іноді з метою підвищення точності результати часової і частотної ідентифікації доцільно комбінувати [13, 14]. Таким чином, досягається:

- зменшення похибки оцінювання параметрів;
- уникнення проблем локальних мінімумів;
- підвищення точності моделі у широкому діапазоні частот.

1.4.4 Критерії якості ідентифікації

Оцінювання точності ідентифікованої моделі реалізується з огляду на такі показники [13, 14]:

- максимальну та середньоквадратичну похибку;
- кореляцію між експериментальними та модельними сигналами;
- відповідність часу наростання, перерегулювання, часу встановлення;
- стійкість до шумів і збурень.

Отже, параметрична ідентифікація сприяє адаптації математичної моделі електропривода до реального стану системи, зі свого боку, це значно підвищує ефективність функціонування регуляторів.

1.5 Вплив якості моделі на точність ПД-регуляторів

Проектування ПД-регуляторів ґрунтується на математичній моделі об'єкта, котра зазвичай окреслює його динамічні властивості. Якщо модель буде неточною чи неповною, то параметри ПД-регулятора, що підібрані за її допомогою, не завжди зможуть забезпечувати бажану якість регулювання [15, 16].

Перелічимо найбільш розповсюджені проблеми, що виникають через неточність моделі:

- зменшення запасів стійкості. Зміна параметрів моделі, а відтак і

неправильне їхнє оцінювання може спричинити зміщення коренів характеристичного рівняння у праву півплощину;

- зростання перерегулювання. Недооцінювання інерційних властивостей електропривода провокує занадто «агресивне» налаштування регулятора;

- збільшення часу перехідного процесу. Якщо інерційність механічної або електричної частини було описано з похибкою, то регулятор може бути «свідомо повільним»;

- поява автоколивань. Особливо небезпечними вважатимуться ті випадки, в яких ЕРС або момент навантаження були недооціненими, отже, у замкненій системі з'являться періодичні коливання;

- погіршення робастності. Регулятор, який насамперед налаштований на «ідеальну» модель, здебільшого може бути чутливим до зміни навантаження чи температури;

Утім ефективність ПД-регулювання підвищується за допомогою точної моделі, зокрема:

- забезпечуються коректні запаси стійкості;
- правильно оцінюється динаміка змін швидкості;
- підбираються параметри K_p , K_i , K_d на основі реальних характеристик;
- зменшується перерегулювання та час встановлення;
- підвищується компенсація збурень (стабільність у разі зміни навантаження);
- оптимізуються енерговитрати.

Таким чином, ідентифіковані моделі, котрі відмінні від побудованих за паспортними даними моделей, насамперед відображають:

- вплив температури на опір обмотки;
- зміну параметрів під час нагрівання;
- реальний стан електропривода;
- фактичні втрати у механічній передачі.

Тож реалізується істотне покращення точності синтезу ПД-регулятора

разом із стійкістю системи в реальних умовах експлуатації.

1.6 Висновки до першого розділу

У першому розділі опрацьовані структура та принципи функціонування промислового електропривода на базі двигуна постійного струму з незалежним збудженням, а також вивчені підходи до математичного опису електричної та механічної частин привода.

Окрім того, були розглянуті як методи лінеаризації нелінійних динамічних систем у околі робочої точки, так і методи параметричної ідентифікації в часовій області та частотній.

Доведено, що точність лінеаризованої моделі суттєво впливає на ефективність налаштування ПД-регуляторів. Таким чином, доцільність подальшого розроблення ідентифікованих моделей електропривода для підвищення якості регулювання було обґрунтовано.

2 РОЗРОБЛЕННЯ ЛІНЕАРИЗОВАНИХ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ТА ЇХ ПАРАМЕТРИЧНА ІДЕНТИФІКАЦІЯ

2.1 Вибір об'єкта автоматизації

Як об'єкт автоматизації було обрано промисловий електропривод на основі ДПС із незалежним збудженням (НЗ), оскільки окреслений тип двигунів набув широкого розповсюдження у високоточних технологічних установках, комплексах транспортування матеріалів, автоматизованих лініях, мехатронних системах і робототехнічних засобах. Окрім того, ДПС НЗ властиві швидкі електромеханічні перехідні процеси, висока точність регулювання, а також зручне математичне моделювання, тож це вирізняє його як оптимальний об'єкт для проведення досліджень у сфері синтезу регуляторів [16].

Звернемо увагу на чинники, які власне й обумовили вибір ДПС НЗ для подальшого дослідження:

- фізична прозорість процесів. Зазвичай електромагнітні та механічні взаємозв'язки описуються лінійними або близькими до лінійних співвідношеннями, отже, ідентифікація та лінеаризація спрощуються;
- простота керування. Насамперед напруга на якорі впливає на швидкість, а струм – на момент двигуна;
- широкий діапазон регулювання швидкості. Так, швидкість можна змінювати від нуля до верхньої межі без втрати стійкості шляхом застосування сучасних транзисторних ШІМ-перетворювачів.
- розвинена наукова база. Вибір ДПС як класичного об'єкта для аналітичних досліджень у теорії електропривода й автоматичного керування є традиційним протягом багатьох років.

Однак з метою побудови математичної моделі спершу доречно врахувати ознаки реального об'єкта:

- величину навантажувального моменту;

- коефіцієнти ЕРС та моменту;
- момент інерції валу і механічної частини;
- параметри обмотки якоря;
- тип та параметри силового перетворювача.

Так, результати отриманих даних стають основою для побудови коректної нелінійної та лінеаризованої моделей електропривода, за допомогою яких проводитиметься параметрична ідентифікація та синтез ПД-регулятора у подальших розділах роботи.

2.2 Виведення математичної моделі електропривода

Виведення математичної моделі електропривода визначено вагомим етапом, який, зі свого боку, забезпечує можливість подальшої лінеаризації, параметричної ідентифікації та синтезу системи автоматичного керування. Модель насамперед повинна описувати електромагнітні та механічні процеси, котрі реалізуються у ДПС з НЗ. Підкреслимо, що зазначений тип двигуна переважно застосовується для точних сервоприводів і систем автоматизації.

Математична модель ДПС НЗ утворюється з урахуванням двох основних фізичних підсистем, зокрема:

- електричної, котра описує динаміку струму якоря;
- механічної, котра описує обертальний рух ротора під дією моментів.

До того ж, математична модель електропривода повинна втілювати причинно-наслідкові зв'язки між електричними та механічними величинами [17]. Таким чином, за основу побудови моделі обрано рівняння електричного кола якоря та механічного руху ротора.

Так, електричну частину доцільно описувати диференціальним рівнянням першого порядку, що враховує індуктивність, опір та ЕРС:

$$u_a(t) = R_a i_a(t) + L_a \frac{di_a(t)}{dt} + k_e \omega(t). \quad (2.1)$$

де $R_a i_a$ – падіння напруги на активному опорі якоря;

$L_a \frac{di_a}{dt}$ – індуктивна складова, котра вираховує електромагнітну інерцію;

$k_e \omega$ – ЕРС обертання, що зростає за умови збільшення швидкості.

Наведене рівняння описує динаміку струму якоря у відповідь на зміну напруги живлення.

Утім механічні процеси можна описати рівнянням моментів:

$$J \frac{d\omega(t)}{dt} = k_t i_a(t) - B\omega(t) - M_H(t), \quad (2.2)$$

де $k_t i_a$ – електромагнітний момент, який пропорційний струму;

$B\omega$ – момент в'язкого тертя;

M_H – момент навантаження.

Відтак інтегрувавши рівняння електричної та механічної частин, утворюємо систему диференціальних рівнянь другого порядку:

$$\begin{cases} \dot{i}_a = -\frac{R_a}{L_a} i_a - \frac{k_e}{L_a} \omega + \frac{1}{L_a} u_a \\ \dot{\omega} = \frac{k_t}{J} i_a - \frac{B}{J} \omega - \frac{1}{J} M_H \end{cases}. \quad (2.3)$$

Таким чином, рівняння (2.3) насамперед описують повну динаміку електропривода, однак є нелінійними через залежність моменту навантаження M_H від стану системи, водночас стають основою для лінеаризації, ідентифікації та керування.

Утім модель доречно записати у формі матриці стану математичної моделі для зручного аналізу у подальшому:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} i_a \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{k_e}{L_a} \\ \frac{k_t}{J} & -\frac{B}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} \\ 0 \end{bmatrix} u_a - \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J} \end{bmatrix} M_H. \quad (2.4)$$

Відтак у зазначеній формі простору стан математичної моделі:

- легко піддаватиметься лінеаризації;
- використовуватиметься у MATLAB/Simulink;
- дозволить проводити модальний аналіз;
- полегшуватиме визначення параметрів моделі.

Підкреслимо, що важливо отримати передавальну функцію електропривода між керуючим сигналом (напругою) і вихідною швидкістю задля подальшого синтезу ПД-регулятора [17].

Відтак, застосувавши Лаплас-перетворення, отримаємо:

$$W_{\omega u}(s) = \frac{k_m}{(L_a s + R_a)(Js + B) + k_e k_m}. \quad (2.5)$$

Передавальна функція електропривода між керувальним сигналом і вихідною швидкістю передусім:

- визначає динаміку реакції електропривода на зміну напруги;
- використовується під час вираховування частотних характеристик;
- є аперіодичною системою другого порядку;
- є основою для побудови схеми автоматичного регулювання.

Фізичні властивості математичної моделі містять:

- два стани системи: $i_a(t)$ і $\omega(t)$;
- модель є аперіодичною системою другого порядку;
- момент навантаження сприймається як зовнішнє збурення.

Отже, математична модель електропривода на основі ДПС з НЗ утворюється з електричних і механічних залежностей, що описані системою диференціальних рівнянь. До того ж, модель вирізняється фізично прозорою структурою, чіткими параметрами, що дозволяє формувати передавальні функції й моделі стану. З огляду на це, окреслена модель стає придатною для лінеаризації, параметричної ідентифікації, а також для подальшого синтезу ПД-регулятора.

2.3 Лінеаризація моделі електропривода

Лінеаризація математичної моделі електропривода належить до ще одного етапу щодо її підготовки до параметричної ідентифікації, а також подальшого синтезу ПД-регулятора [18]. Зважаючи на те, що реальні електромеханічні системи супроводжуються нелінійними залежностями, зокрема, нелінійністю електромагнітних процесів, механічним тертям, насиченням магнітопроводу та змінного моменту навантаження, то нагальним стає приведення моделі до лінійної форми у робочій області режимів, де власне функціонуватиме система. Водночас лінеаризована модель зорієнтована на залучення традиційних методів аналізу, обчислення стійкості та налаштування регуляторів.

Хоча модель ДПС НЗ вважається майже лінійною, проте залежність ЕРС від швидкості додає нелінійності. Тож процес лінеаризації дозволяє утворити необхідну модель, яка може:

- використовувати кореневі критерії стійкості;
- проводити частотний аналіз;
- реалізовувати синтез ПД-регуляторів;
- застосовувати методи оптимізації.

Отже, задіємо процедури щодо лінеаризації моделі:

- спершу встановлюємо робочу точку: I_{a0}, Ω_0, U_{a0} ;
- відтак додаємо відхилення: $i_a = I_{a0} + \Delta i_a, \quad \omega = \Omega_0 + \Delta \omega, \quad u_a = U_{a0} + \Delta u_a$;
- далі вводимо у рівняння (2.1) – (2.2), проте члени другого порядку малості не залучаємо.

Таким чином, лінійна модель набуде такого вигляду:

$$L_a \frac{d\Delta i_a}{dt} = -R_a \Delta i_a - k_e \Delta \omega + \Delta u_a, \quad (2.6)$$

$$J \frac{d\Delta\omega}{dt} = k_t \Delta i_a - B \Delta\omega. \quad (2.7)$$

Відтак, застосувавши перетворення Лапласа, отримаємо такий вигляд:

$$W_{\omega u}(s) = \frac{k_t}{(L_a s + R_a)(Js + B) + k_e k_t}. \quad (2.8)$$

Отже, відтворено передавальну функцію другого порядку, котра описує динаміку швидкості.

Окреслимо переваги за умови використання лінеаризації:

- аналіз зазнає спрощення;
- визначаються числові параметри постійних часу;
- з'являється можливість параметричної ідентифікації;
- утворюється основа для синтезу ПД-регулятора.

Тож підсумуємо: лінеаризація моделі електропривода дозволяє отримати спрощене, проте достатньо точне відтворення динаміки системи в околі робочої точки. Таким чином, стає можливим застосування сучасних методів аналізу та синтезу, як-от: частотних характеристик, передавальних функцій та алгоритмів налаштування ПД-регуляторів. Водночас лінеаризовану модель доречно вважати підґрунтям для подальшої параметричної ідентифікації, вона реалізує коректність усіх наступних етапів проєктування системи автоматичного керування.

2.4 Дослідження параметричної ідентифікації електропривода

Випробування параметричної ідентифікації є необхідним етапом під час формування адекватної математичної моделі електропривода. На окресленому етапі проводиться збір експериментальних даних, які відображають реальні динамічні властивості системи, а також визначаються параметри моделі за допомогою аналізу реакції електропривода на задані впливи. Тож отримані

результати є основою для мінімізації похибки між моделлю й експериментом шляхом залучення критеріїв оптимізації.

Мета експерименту насамперед полягає в виведенні реакції, що максимально відображає реальні параметри об'єкта задля подальшої ідентифікації.

Параметрична ідентифікація власне реалізується через отримання експериментальних даних, які характеризують реакцію ДПС на зовнішній вплив. З огляду на це, експерименти проводяться в умовах, які є максимально наближеними до реальних.

Визначимо види експериментальних впливів:

- ступінчастий вплив на напругу якоря зазвичай цей метод є найпоширенішим, оскільки дозволяє отримати перехідну характеристику;
- ступінчаста зміна задавальної швидкості задіюється у тому разі, якщо керування виконується через ПД-регулятор;
- збурення навантаження безпосередньо сприяє можливості оцінювання механічної інерції та момент тертя.

Звернемо увагу і на послідовність процедури щодо отримання необхідних ознак:

- підготовка системи (прогрів двигуна, стабілізація температури);
- утворення тестового сигналу;
- запис осцилограм $i_a(t)$, $\omega(t)$;
- фільтрація даних, тобто зменшення шуму;
- формування вибірки даних із певним кроком Δt ;
- побудова експериментальної перехідної характеристики.

Утім слід зважати і на точність датчика швидкості. Так, енкодер або тахогенератор повинні вирізнятися роздільною здатністю, достатньою для точної реєстрації швидкості.

2.5 Параметрична ідентифікація математичної моделі електропривода

Параметрична ідентифікація охоплює визначення певних значень параметрів моделі, зокрема йдеться про коефіцієнт підсилення k , постійні часу T_1 і T_2 , які мінімізують розбіжність між реакціями експериментальною та модельною.

Метою ідентифікації визначено отримання оптимальних параметрів математичної моделі електропривода, що відповідають реальному об'єкту у всій робочій області, на кшталт тієї, котра реалізує мінімальну похибку між виходами системи.

Відтворимо задачу ідентифікації математичної моделі електропривода, враховуючи:

- $\omega_{\text{експ}}(t)$ – експериментальну характеристику;
- $\omega_{\text{мод}}(t, \theta)$ – модельну характеристику;
- θ – вектор параметрів моделі, що потребує попереднього встановлення значень, як-от коефіцієнт підсилення k , постійні часу T_1 та T_2 .

Тож потрібно знайти оптимальний набір параметрів (θ^*), який отримано в результаті мінімізації функції похибки та що власне й описує процес пошуку оптимальних параметрів математичної моделі електропривода:

$$\theta^* = \arg \min_{\theta} J(\theta), \quad (2.9)$$

де $J(\theta)$ – критерій якості (функція похибки), котрий окреслює відмінність між експериментальною та модельною перехідними характеристиками, отже, чим меншим буде значення зазначеного критерію, тим точнішою стане модель, яка описує реальний об'єкт;

$\min_{\theta}$ – оператор мінімізації, тобто він вказує, які власне значення параметрів θ необхідно знайти, зокрема за їхньої наявності функція похибки $J(\theta)$ набуває мінімального значення;

$\arg \min$ – оператор, який повертає значення аргументу, насамперед йдеться про такі параметри θ , для яких досягається мінімум критерію.

До того ж, залучення критерію оптимізації $J(\theta)$ стає необхідною умовою для коректної параметричної ідентифікації моделі електропривода. За його допомогою можна формалізувати процес підбору параметрів, гарантувати об'єктивність результатів, а також отримати модель, придатну як для подальшого синтезу ПД-регулятора, так і точного аналізу системи автоматизації [18, 19].

Таким чином, критерій оптимізації буде дорівнювати:

$$J(\theta) = \sum_{i=1}^N [\omega_{\text{експ}}(t_i) - \omega_{\text{мод}}(t_i, \theta)]^2. \quad (2.10)$$

Підкреслимо, що метод найменших квадратів (МНК) мінімізує суму квадратів похибок [19], адже:

- підвищує точність моделі;
- забезпечує уникнення локальних мінімумів;
- функціонує навіть у разі наявності шумів.

Відтворимо послідовність функціонування алгоритму ідентифікації:

- задавання початкових параметрів;
- конструювання перехідної характеристики моделі;
- обчислення похибки конструювання;
- вираховування значення критерію J ;
- оновлення параметрів за допомогою методу оптимізації;
- повторення до тих пір, поки умову збіжності не буде досягнуто.

Окреслимо властивості МНК, які переважають в електроприводних системах:

- забезпечення точного наближення моделі до реального об'єкта;
- зменшення похибок моделювання;
- дотримання фізичної інтерпретації параметрів моделі;

– виконання алгоритмів у MATLAB або LabVIEW.

Тож за результатами реалізації параметричної ідентифікації математичної моделі електропривода було отримано оптимальні значення параметрів лінеаризованої передавальної функції, що, зі свого боку, забезпечують мінімальну розбіжність між такими перехідними характеристиками, як модельною й експериментальною. До того ж, критерій мінімізації похибки, котрий було застосовано із залученням методу найменших квадратів, посприяв формалізації процесу оптимізації, а також вдалось отримати модель, яка найбільш точно відтворює динаміку реального об'єкта.

Ідентифікована модель насамперед характеризується фізично обґрунтованими параметрами та достатньою точністю у всьому діапазоні робочих режимів. За її допомогою адекватно описується взаємозв'язок між напругою керування та кутовою швидкістю, враховується електромагнітна та механічна інерційність системи, а також звертається увага на вплив внутрішніх і зовнішніх збурень.

Отримані результати підтверджують, що запропоновану модель можна застосовувати для подальшого аналізу, лінеаризації, дослідження стійкості та синтезу ПД-регулятора. До того ж, послуговування точно ідентифікованою моделлю гарантує високу точність налаштування регулятора, зменшує похибку регулювання та водночас підвищує загальну ефективність системи автоматизації.

2.6 Оцінка точності отриманих моделей

Завершивши процедуру параметричної ідентифікації моделі електропривода, відтак необхідно провести оцінювання точності отриманої моделі задля встановлення її відповідності з реальним об'єктом керування. Тож коректність моделі набуває критичної важливості, адже вона стає основою як для синтезу ПД-регулятора, так і аналізу стійкості системи у подальшому. Зауважимо, що неточні або неповні моделі можуть спричиняти суттєві

погіршення якості регулювання, збільшувати перерегулювання, підвищувати чутливості до збурень, а також спонукати до неправильного вибору параметрів регулятора.

Процес оцінювання точності насамперед втілюється шляхом порівняння:

- експериментальної перехідної характеристики, котру встановлено під час проведення фізичних вимірювань;
- модельної перехідної характеристики, котру отримано за результатами моделювання лінеаризованої системи з ідентифікованими параметрами.

2.6.1 Методи оцінювання точності моделі

Аби визначити, наскільки достовірно отримана математична модель наслідує поведінку реального електропривода, зазвичай послуговуються набором кількісних та якісних методів оцінювання точності. Згадані методи дозволяють втілити комплексну перевірку щодо відповідності модельних сигналів експериментальним даним як у часовій, так і частотній областях [19].

Передусім методи оцінювання точності моделі спираються на комплексний аналіз. Тож за його допомогою вдається дослідити такі властивості моделі:

- якість ідентифікації;
- адекватність моделі;
- придатність її для синтезу ПД-регулятора;
- стійкість і точність під час функціонування електропривода в реальних умовах.

Утім часові показники перехідного процесу, що задіяні в оцінюванні відповідності моделі експериментальним даним, зазвичай аналізують:

- час наростання (rise time);
- час встановлення (settling time);
- статичну та динамічну похибки;
- перерегулювання (overshoot);
- тривалість аперіодичного процесу;

– швидкість зміни (градієнт) реакції на початковому інтервалі;

Тож, якщо відхилення окреслених величин між експериментом і моделлю не перевищуватимуть допустимі значення (переважно до 5 – 10 %), то можна констатувати, що модель є точною.

2.6.2 Нормована середньоквадратична похибка

Нормована середньоквадратична похибка безумовно є одним із нагальних кількісних критеріїв оцінювання точності математичної моделі електропривода:

$$\varepsilon_{\text{норм}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\omega_{\text{експ}}(t_i) - \omega_{\text{мод}}(t_i))^2}{\sum_{i=1}^N \omega_{\text{експ}}^2(t_i)}} \cdot 100\%. \quad (2.11)$$

На противагу звичайній середньоквадратичній похибці, середньоквадратична насамперед зважає на масштаб сигналу, тому дозволяє об'єктивно порівнювати моделі з огляду на різні амплітуди, одиниці виміру та режими роботи [19].

Загалом нормована середньоквадратична похибка є актуальною під час:

– об'єктивного оцінювання точності моделі. Так, вона демонструє, яка частина похибки енергії припадає на енергію реального сигналу. Якщо ж похибка буде незначною з огляду на величину сигналу, то модель уважатиметься точною;

– співставлення моделі у разі функціонування різних режимів, зокрема, швидкостей обертання, навантажень, амплітуд сигналів.

Підкреслимо, що порівняння моделей різної структури обов'язково проводиться під час оцінювання:

- моделей другого і третього порядку;
- моделей із різними коефіцієнтами підсилення;
- моделей, які було отримано за допомогою різних методів ідентифікації.

Як правило нормована середньоквадратична похибка у системах автоматизації електроприводів створює умови для :

- визначення точності моделі для синтезу ПД-регулятора;
- розпізнавання якості ідентифікації;
- оцінювання впливу шумів і нелінійностей;
- забезпечення формалізованого підходу для порівняння різних параметрів моделі.

За допомогою окресленого критерію вдається оцінити точність моделі незалежно від масштабів сигналів. Переважно для моделей електроприводів значення $\varepsilon_{\text{норм}} < 10 \%$, тож це вважається відмінним результатом.

2.6.3 Максимальне відхилення траєкторій

Максимальне відхилення виділяє найбільш критичну точку, в якій модель найменше схожа на реальний об'єкт. Зазначений параметр дозволяє оцінити, наскільки критично модель може відрізнятися від реального об'єкта у найбільш чутливі моменти. До того ж, звертається увага на такий показник, як:

$$\Delta_{\max} = \max_i |\omega_{\text{експ}}(t_i) - \omega_{\text{мод}}(t_i)|. \quad (2.12)$$

Даний аналіз буде актуальним для систем автоматичного керування, де локальні помилки можуть призвести до перерегулювання чи автоколивання, погіршення запасів стійкості та нестабільності у перехідних режимах.

Так, максимальне відхилення може спостерігатися на:

- початку перехідного процесу, то модель відтворює електромагнітні процеси не надто точно;
- середній ділянці, то інерційні властивості можуть бути недооціненими;
- кінцевій фазі, то похибка пов'язана з неточністю у параметрах тертя або навантаження.

Отже, за допомогою окресленого показника можна локалізувати проблемні зони моделі.

Максимальне відхилення, зі свого боку, є підставою для об'єктивного

порівняння моделей другого та третього порядку, аперіодичних моделей, а також моделей із додатковими нелінійними членами [19].

Утім модель із меншим $\Delta_{\max}$ вважається точнішою власне у критичних точках.

Такий показник є актуальним для аналізу щодо зміни параметрів моделі, впливу шумів вимірювань та впливу варіацій навантаження.

Якщо ж $\Delta_{\max}$ різко збільшується у разі незначних змін параметрів, то модель вважається чутливою, отже, потребує корекції.

Для електроприводів прийнятним вважаються наступні типові діапазони значень $\Delta_{\max}$ зокрема:

- $< 5\%$ – висока точність моделі;
- $5 - 10\%$ – задовільна точність;
- $10 - 20\%$ – модель потребує уточнення;
- $> 20\%$ – модель є недостатньо точною.

Так, наведені значення можуть варіювати з огляду на тип електроприводу, навантаження та клас точності системи керування.

Окреслимо переваги функціонування максимального відхилення:

- здатність виявляти критичні моменти розбіжності;
- можливість аналізу локальних похибок;
- незалежність від форми сигналів та коефіцієнтів масштабування.
- придатність для систем реального часу;
- простота інтерпретації;

Можемо констатувати, що максимальне відхилення траєкторій є важливим доповненням до інтегральних та статистичних критеріїв точності моделі. За його допомогою можна оцінювати «пікові» похибки, знаходити критичні ділянки невідповідності між моделлю й експериментом, водночас покращити діагностику точності моделі під час подальшого синтезі ПД-регулятора.

2.6.4 Кореляційний аналіз

Кореляційний аналіз вважають одним із найважливіших статистичних методів оцінювання точності математичної моделі електропривода. Так, за його допомогою можна встановити ступінь подібності між експериментальною та модельною реакціями системи, оцінити лінійну залежність між сигналами, а також визначити, наскільки точно модель відтворює форму динамічної траєкторії.

Тож ступінь схожості поведінки двох сигналів у часі визначається кореляцією:

$$\rho = \frac{\sum(\omega_{\text{експ}} - \bar{\omega}_{\text{експ}})(\omega_{\text{мод}} - \bar{\omega}_{\text{мод}})}{\sqrt{\sum(\omega_{\text{експ}} - \bar{\omega}_{\text{експ}})^2 \sum(\omega_{\text{мод}} - \bar{\omega}_{\text{мод}})^2}}. \quad (2.13)$$

Значення інтерпретації коефіцієнта кореляції перебувають у діапазоні $-1 \leq \rho \leq 1$, якщо:

- $\rho \approx 1$ – дуже висока схожість сигналів, тобто відповідність майже ідеальна;
- $\rho > 0,95$ – модель дуже точно описує форму траєкторії;
- $0,90 \leq \rho < 0,95$ – висока точність моделі;
- $0,80 \leq \rho < 0,90$ – середня точність, отже, потрібне уточнення;
- $\rho < 0,80$ – низька відповідність, вочевидь модель є неточною;
- $\rho < 0$ – сигнали протилежні за напрямком (однак наведена ситуація для електропривода майже неможлива).

Підкреслимо, що даний показник є чутливим до форми сигналів, водночас стійким до масштабних змін.

Кореляційний аналіз набуває важливого значення для електропривода через:

- оцінювання відповідності форми перехідної характеристики. Навіть якщо модель точно відтворює кінцеві значення, то форма сигналу цілком може

відрізнятися. Тож кореляційний аналіз засвідчує, наскільки модель «повторює» поведінку реального двигуна;

– виявлення структурних помилок моделі. Низька кореляція, як правило, виникає в результаті неповного врахування інерції, недооцінки тертя, неправильно заданої електромагнітної сталої часу, а також через вплив нелінійностей, якими модель нехтує.

Навіть у разі трохи масштабованого сигналу моделі, як-от через неточне оцінювання коефіцієнта підсилення, кореляція все одно продемонструє схожість динаміки.

Підкреслимо, що кореляційний аналіз стає актуальним за умови перевірки моделі у різних режимах, зокрема, під час пускових режимів, змін навантаження, стабілізаційних режимів і перехідних процесів [19].

Окреслимо переваги кореляційного аналізу:

- простий у реалізації;
- формує інформативний числовий результат;
- реалізує порівняння різних моделей між собою;
- актуальний для моделей будь-якого порядку;
- не залежить від амплітуди сигналів чи їхнього масштабування;
- визначає структурні розбіжності.

Однак доцільно звернути увагу й на недоліки кореляційного аналізу:

- чутливість до невеликих систематичних зміщень йому не властива;
- абсолютні похибки він не враховує;
- у разі масштабних або фазових зсувах може надавати високі значення.

Також зауважимо, що кореляція не повинна виконуватися індивідуально, а завжди супроводжуватися іншими критеріями, як-от середньоквадратичною або нормованою середньоквадратичною похибкою, максимальним відхиленням.

Отже, кореляційний аналіз вважається важливим інструментом для оцінювання точності математичної моделі електропривода, адже він дозволяє позначити схожість динамічних траєкторій, оцінити правильність відтворення

форми сигналу, а також виявити структурні недоліки моделі. Окрім того, значення коефіцієнта кореляції $\rho > 0,9$ підтверджує, що модель має високу відповідність реальному об'єкту, тож є придатною для застосування у задачах синтезу ПД-регулятора.

2.6.5 Аналіз похибки у частотній області

Аналіз похибки у частотній області є ще одним вагомим етапом в оцінюванні точності математичної моделі електропривода. Це пояснюється спроможністю порівнювати частотні властивості моделі із реальним об'єктом. Однак на відміну від аналізу у часовій області, що відтворює реакцію системи на конкретні сигнали на кшталт ступінчастого впливу, частотний аналіз, зі свого боку, дозволяє оцінити поведінку системи у широкому спектрі можливих збурень та впливів.

З огляду на те, що динаміка електропривода аналізується переважно у частотному діапазоні, то доречними будуть порівняння:

- амплітудно-частотної характеристики (АЧХ);
- фазо-частотної характеристики (ФЧХ);
- моделі й експериментального об'єкта.

До того ж, відхилення амплітуди оцінюють за умови різних значень частоти, зміщення фазових характеристик і похибки в області зрізної частоти.

Мета даного аналізу полягає у визначенні якості відтворення амплітудно-фазових характеристик реального електропривода моделлю, бо це критично важливо для задач синтезу ПД-регулятора, а також для забезпечення стійкої роботи системи [19].

Якщо ж форми АЧХ і ФЧХ будуть подібними до експериментальних, отже, модель коректно описує частотні властивості електропривода.

АЧХ демонструють, як система змінює амплітуду вихідного сигналу з огляду на частоти вхідного впливу.

Тож для моделі й експерименту створюють функції $A_{\text{експ}}(\omega)$ та $A_{\text{мод}}(\omega)$.

Аналіз проводиться з урахуванням показників, наведених нижче, а саме:

- відхилення на високих частотах (чутливість до шумів, аперіодичність);
- відхилення у середньому частотному діапазоні (визначають динамічну інерційність);
- відхилення амплітуди на низьких частотах (характеризують статичну підсилювальну властивість).

Якщо різниця амплітуд становитиме невелике значення ($< 10 - 15 \%$), то модель описує динаміку об'єкта точно.

ФЧХ як правило відображає фазовий зсув між вхідним і вихідним сигналами, що залежать від частоти, тож порівнюються $\varphi_{\text{експ}}(\omega)$ і $\varphi_{\text{мод}}(\omega)$.

Для систем електропривода фаза буде критичним параметром, адже фазові зсуви власне і визначають запас стійкості, можливість прояву автоколивань, а також стійку роботу ПД-регулятора.

Якщо ж ФЧХ моделі суттєво відрізняється від експериментальної, то модель стає непридатною для синтезу регулятора без уточнення.

Частотний аналіз зазвичай проводиться у логарифмічній формі, де порівнюють:

- логарифмічну амплітудну характеристику (ЛАХ);
- логарифмічну фазову характеристику (ЛФХ).

Аналіз охоплює відхилення нахилів кривих в області низьких частот і високих, а також точність визначення частоти зрізу (тобто частоти, в якій амплітуда падає на 3 дБ). Окрім того, здійснює перевірку узгодженості частот резонансів і нулів/полюсів моделі.

Якщо ж ЛАХ і ЛФХ моделі будуть схожими на експериментальні, то модель непогано відображає динаміку системи.

Показник частотної похибки в частотній області прораховується як:

$$\Delta A(\omega) = |A_{\text{експ}}(\omega) - A_{\text{мод}}(\omega)|, \quad (2.14)$$

$$\Delta\varphi(\omega) = |\varphi_{\text{експ}}(\omega) - \varphi_{\text{мод}}(\omega)|. \quad (2.15)$$

Окреслимо допустимі діапазони частотної похибки:

- амплітудна похибка: $\leq 10 - 15 \%$,
- фазова похибка: $\leq 5 - 10^\circ$.

Утім особливо важливо мінімізувати фазову похибку власне в електроприводах, адже фаза безпосередньо впливає на запас стійкості.

Однак для узгодженості моделей у частотному діапазоні доцільно перевірити, чи збігаються ключові частотні характеристики:

- частота зрізу моделі й експерименту;
- характер падіння амплітуди (-20 дБ/дек або -40 дБ/дек);
- поява чи відсутність резонансних піків;
- асимптотичні нахили.

Якщо модель повторює загальний характер частотної поведінки об'єкта, отже, вона є достатньо точною.

Частотний аналіз реалізує:

- правильний розрахунок запасів стійкості (амплітудного та фазового);
- коректне налаштування ПД-регулятора відповідно до частотних методів;
- переконання, що регулятор не спричинить автоколивань;
- стає функціонування у широкому діапазоні частот.

Якщо модель неточна у частотній області, то ПД-регулятор зможе погіршувати якість регулювання, підсилювати шумові компоненти, а також продукувати нестійкість системи.

Аналіз похибки у частотній області є невід'ємним для оцінювання моделі електропривода. За його допомогою визначаються ступені відповідності моделі реальному об'єкту в усьому діапазоні робочих частот, оцінюється стійкість системи, оптимізується ПД-регулятор, а також забезпечується надійне функціонування системи автоматичного керування.

Окрім того, частотний аналіз доповнює часові критерії, відображаючи повну й об'єктивну картину точності моделі.

2.6.6 Оцінка адекватності моделі у режимах збурення

Оцінювання адекватності математичної моделі електропривода у режимах збурення визначають як вагому складову процесу її верифікації. На відміну від аналізу перехідної характеристики за умови ступінчастого впливу, дослідження реакції моделі на збурення дозволяють встановити її точність під час дії зовнішніх і внутрішніх чинників, які спроможні порушувати стабільне функціонування системи.

Зазначений аналіз насправді є критично необхідним для систем автоматичного керування у зв'язку з тим, що промисловий електропривод працює у змінних умовах, яким властиві раптові зміни моменту навантаження, механічні удари, нерівномірність тертя, коливання напруги живлення, температурні зміни та решта непередбачуваних впливів [19].

До того ж, слід приділити увагу моделюванню реакції, що пов'язані із прикладанням додаткового навантаження, зміною моменту опору, короткочасним перевантаженням, а також швидкою зміною сигналу керування.

Якщо ідентифікована модель правильно відтворює поведінку системи в умовах збурень, то це підтверджує і її робастність, і високу точність.

Одним із ключових збурень для електропривода вважається зміна моменту навантаження M_n .

У окресленому режимі оцінюють:

- величину перехідної похибки;
- спроможність моделі описувати відновлення швидкості після компенсації збурення правильно.
- точність відтворення просідання швидкості;
- швидкість реакції моделі на додатковий момент;

Якщо модель адекватно описує поведінку електропривода за умови прикладеного навантаження, то це свідчить про правильне встановлення

інерційних характеристик J , тертя B і коефіцієнтів моменту й ЕРС.

Тестування моделі під час коливання напруги живлення ($\pm 10\%$) можуть спричинити як зміни швидкості обертання, так і спотворення струмової реакції та зрушення робочої точки.

Модель вважається точною, якщо вона відтворюватиме залежність швидкості від напруги правильно, демонструватиме коректну величину перехідних процесів і не породжуватиме нехарактерні коливання чи артефакти.

Власне згаданий тест перевіряє правильність вибору параметрів електричної частини R_a , L_a та коефіцієнта ЕРС k_e .

У промислових системах можуть пробуджуватися короткочасні імпульси навантаження або керувального сигналу. Тож для оцінювання моделі у разі короткочасних імпульсних збурень задіюють імпульс моменту навантаження, імпульс напруги і короткочасні зміни швидкості, котра задається. Водночас аналізується точність відтворення амплітуди реакції, характер аперіодичності/коливальності, а також швидкість повернення до номінального режиму.

Якщо модель суттєво відхиляється, то це свідчить про неточність параметра інерції або некоректне відтворення механічного тертя.

Робастність моделі до зовнішніх та внутрішніх змін аргументується спроможністю моделі залишатися точним описом об'єкта у разі зміни умов роботи.

Так, робастність доречно перевіряти під час:

- нагрівання двигуна (зміна опору R_a);
- зміни маси або інерційності механізму;
- коливань сил тертя;
- зміни напруги живлення;
- зістарювання елементів або механічного зносу.

Якщо модель точна, то вона повинна супроводжуватись невеликим зростанням похибки з огляду на окреслені зміни.

Наприкінці необхідно провести порівняльний аналіз реакцій моделі й експерименту в умовах реального навантаження, зокрема за умов низького, середнього і максимально робочого навантаження. Таким чином, аналізується відповідність форми перехідних реакцій, відхилення часу усталення, характер поведінки під час переходу між режимами, а також величина статичної та динамічної похибки.

Якщо модель стабільно відображає реакції близькі до реальних, то вона є робастною та придатною для застосування у синтезі регулятора.

Оцінювання адекватності моделі у режимах збурення підкреслює, наскільки точно математична модель відтворює поведінку електропривода в умовах змін навантаження чи коливань напруги, а також інших зовнішніх впливів. Окреслений аналіз є обов'язковим для перевірки робастності моделі, адже визначає її придатність для синтезу ПД-регулятора та моделювання системи у реальних умовах експлуатації.

2.6.7 Додаткові критерії оцінювання якості моделі

Зазвичай разом із часовими, частотними та статистичними методами оцінювання точності, під час практичного моделювання електроприводів активно залучаються додаткові критерії, що, зі свого боку, дозволяють більш комплексно оцінювати точність моделі. Зазначені критерії дають змогу врахувати як особливості динаміки об'єкта, специфіку механічних та електромагнітних процесів, так і стійкість моделі під час різних робочих режимів.

Окрім того, додаткові критерії оцінювання якості моделі дозволяють втілити комплексну перевірку відповідності математичної моделі реальному електроприводу. Також вони доповнюють часовий, частотний та статистичний аналіз, тому охоплюють повний спектр оцінювання щодо:

- відповідності у сталих режимах;
- робастності до параметрів;
- структурної відповідності;

- точності у реальних умовах експлуатації.
- чутливості до збурень;

Застосування перелічених критеріїв підтверджують, що модель є придатною як для синтезу ПД-регулятора, так і для моделювання системи автоматизації в подальшому.

Коефіцієнт детермінації R^2 окреслює, наскільки добре модель трактує варіацію вихідного сигналу. Тому його можна прорахувати як:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum e_i^2}{\sum (\omega_{\text{експ}} - \bar{\omega}_{\text{експ}})^2}. \quad (2.16)$$

З'ясуємо значення коефіцієнта детермінації:

- $R^2 > 0,9$ – модель відмінно відтворює експеримент;
- $0,8 < R^2 \leq 0,9$ – висока точність;
- $R^2 < 0,8$ – модель потребує покращення.

Отже, розглянутий критерій відтворює узагальнене уявлення про якість ідентифікації. З огляду на це, коефіцієнт із значенням, більшим за 0,9, вважається вдалим.

Інтегральні критерії, зокрема, IAE, ISE, ITAE, ITSE, враховують динаміку похибки у часі, тож стають особливо важливими для оцінювання моделей, які функціонують у швидкозмінних режимах.

Інтегральний критерій IAE (Integral Absolute Error) є інтегралом абсолютної похибки:

$$\text{IAE} = \int_0^T |e(t)| dt. \quad (2.17)$$

Інтегральний критерій ISE (Integral Square Error) позначає інтеграл квадрату похибки:

$$\text{ISE} = \int_0^T e^2(t) dt. \quad (2.18)$$

Інтегральний критерій ITAE (Integral Time Absolute Error) є інтегралом добутку часу на абсолютну похибку:

$$\text{ITAE} = \int_0^T t |e(t)| dt. \quad (2.19)$$

Інтегральний критерій ITSE (Integral Time Square Error) утворює інтеграл добутку часу на квадрат похибки:

$$\text{ITSE} = \int_0^T t e^2(t) dt. \quad (2.20)$$

Зазначені інтегральні критерії дозволяють оцінювати тривалість похибки, її накопичений ефект, а також чутливість системи до помилок на початку чи наприкінці перехідного процесу.

Під час аналізу залишкових похибок (residual analysis) власне похибка обчислюється як:

$$e(t_i) = \omega_{\text{експ}}(t_i) - \omega_{\text{мод}}(t_i). \quad (2.21)$$

За допомогою аналізу залишкових похибок можна:

- відстежити систематичні помилки у моделі;
- встановити невраховані нелінійності;
- оцінити присутність шумів або похибок вимірювання;
- перевірити правильність структури моделі.

Якщо залишки набувають випадкового характеру, на кшталт білого шуму, то модель вважається структурно відповідною.

Так, критерій оцінювання щодо чутливості моделі до параметрів дозволяє з'ясувати, як зміна параметрів моделі впливає на її поведінку. До того ж,

оцінюється стабільність моделі за умови варіацій параметрів R_a , L_a , J , B , стійкість до зміни навантаження та робастність характеристики.

Якщо незначні зміни параметрів призводять до суттєвого погіршення точності, то модель стає слабко робастною, тому може бути непридатною для синтезу регулятора.

Під час оцінювання відповідності в області сталих режимів перевіряється точність відтворення усталеної швидкості, похибка сталого стану разом із коректністю опису статичної передавальної функції. Це особливо важливо для стабілізованих режимів функціонування, перевірки коректності коефіцієнта підсилення моделі, а також оцінювання параметра зворотного ЕРС.

Зазвичай енергетичний критерій оцінює різницю в «енергії сигналів» моделі й експерименту:

$$E = \left| \int \omega_{\text{експ}}^2 dt - \int \omega_{\text{мод}}^2 dt \right|. \quad (2.22)$$

Отже, можна оцінювати відповідність інтенсивності процесів, енергетичний баланс системи, а також точність опису механічних та електромагнітних інерційних складових.

2.6.8 Висновки щодо точності ідентифікованої моделі

Відповідно до проведених досліджень щодо точності математичної моделі електропривода можемо підсумувати, що отримана модель сповна і коректно відтворює динамічні ознаки реального об'єкта. До того ж, аналіз часових і частотних, статистичних і робастних характеристик продемонстрував, що ідентифікована модель вирізняється високим ступенем відповідності експериментальним даним.

Окрім того, порівняння перехідних процесів засвідчило мінімальні відхилення між експериментальною реакцією та модельною, водночас значення нормованої середньоквадратичної похибки та максимального відхилення

траєкторій, коефіцієнтів кореляції й апроксимації R^2 вказують на високу точність ідентифікації. Так, модель правильно відтворює і швидкі, і повільні динамічні процеси, адекватно реагує на зміни навантаження, імпульсні дії, а також на коливання керувальних сигналів.

Аналіз частотних характеристик підтвердив, що модель коректно описує амплітудно-фазові властивості системи, зокрема основні частоти зрізу, нахили ЛАХ і ЛФХ разом із запасом стійкості. Відхилення у частотній області перебувають в допустимих межах, тож відповідність вибраної структури та параметрів моделі також підтверджуються.

Зауважимо, що модель продемонструвала стійкість до зміни зовнішніх умов і навантаження, тобто засвідчується її робастність і придатність для використання у широкому діапазоні робочих режимів. Утім візуальний і статистичний аналіз залишкових похибок констатував відсутність систематичних помилок, отже, структуру моделі теж було обрано правильно.

Резюмуємо, що ідентифіковану модель можна використовувати для синтезу ПД-регулятора, дослідження стійкості, моделювання режимів функціонування електропривода, а також для оптимізації роботи системи автоматизації у подальшому.

2.7 Висновки до другого розділу

У другому розділі було створено нелінійну математичну модель промислового електропривода на базі ДПС з НЗ, проведено її лінеаризацію у околі робочої точки, а також відтворено передавальну функцію від керувальної напруги до швидкості обертання. Вироблено методику проведення експериментів і параметричної ідентифікації моделі згідно з експериментальними даними. Враховуючи мінімізацію інтегрального критерію похибки, було окреслено параметри лінеаризованої моделі, придатної для синтезу ПД-регулятора. Оцінювання точності моделі засвідчило її відповідність реальному об'єкту керування.

3 МОДЕЛЮВАННЯ ПІД-РЕГУЛЯТОРА НА ОСНОВІ ІДЕНТИФІКОВАНИХ МОДЕЛЕЙ

3.1 Постановка задачі синтезу ПД-регулятора

Синтез ПД-регулятора системи автоматичного керування електроприводом є одним із пріоритетних етапів реалізації необхідної точності, динаміки та робастності привода у реальних умовах експлуатації.

На рисунку 3.1 продемонстровано структурну схему системи автоматичного керування електроприводом.

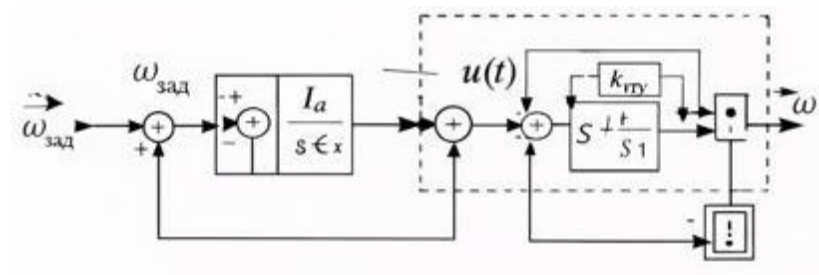


Рисунок 3.1 – Структурна схема системи автоматичного керування електроприводом з ПД-регулятором

З огляду на те, що електропривод із ДПС з НЗ визначається інерційністю, електромеханічними зв'язками, зміною навантаження, а також нелінійностями, то вибір і параметризація ПД-регулятора повинні ґрунтуватися на математичній моделі, отриманій в результаті лінеаризації та параметричної ідентифікації.

Ключовою метою синтезу встановлено формування такого керувального сигналу, котрий забезпечить мінімальне відхилення швидкості від заданого значення зважаючи на збурення, зміни навантаження та варіації параметрів моделі.

Процес синтезу ПД-регулятора утворено з урахуванням нагальних ознак електропривода:

- лінеаризованої передавальної функції (2.8);
- ідентифікованих параметрів: R_a, L_a, J, B, k_e, k_m (табл. 3.1);
- діапазону допустимих швидкостей обертання;
- допустимих обмежень на керувальну напругу та струм якоря;
- характеристик навантаження та ймовірних збурень.

Таблиця 3.1 – Основні параметри ідентифікованої моделі електропривода

Параметр	Позначення	Значення	Одиниця
опір якоря	R_a	1,2	Ом
індуктивність	L_a	0,015	Гн
момент інерції	J	0,012	кг·м ²
коефіцієнт тертя	B	0,002	Н·м·с
коефіцієнт ЕРС	k_e	0,18	В·с/рад
моментний коефіцієнт	k_m	0,18	Н·м/А

Тож застосування моделі з експериментально уточненими параметрами відповідає за реалістичність результатів синтезу.

Задача синтезу ПД-регулятора зорієнтована на пошук коефіцієнтів K_p , K_i , K_d , які реалізують виконання вимог щодо точності та стійкості, швидкодії та робастності системи.

ПД-регулятор насамперед повинен мінімізувати похибку $e(t) = \omega_{\text{зад}}(t) - \omega(t)$, отже, сигнал похибки між задавальною та реальною швидкістю із законом керування можна відтворити як:

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt}. \quad (3.1)$$

Для промислових електроприводів встановлюються вимірювані критерії якості перехідного процесу (цільові показники синтезу):

- час наростання $t_p \leq 0,3 - 0,6$ с;
- час встановлення $t_{уст} \leq 1,0$ с;
- перерегулювання $\sigma \leq 10$ %;
- статична похибка $\varepsilon_{ст}=0$;
- відсутність автоколивань;
- запас стійкості за фазою $\geq 45^\circ$;
- запас стійкості за амплітудою $\geq 6 - 10$ дБ.

Окреслені критерії формують бажану динаміку майбутньої системи.

Параметри оптимізації під час синтезу ПД-регулятора добираються з урахуванням того, щоб мінімізувати інтегральний критерій якості:

$$J = \int_0^T (e^2(t) + \alpha u^2(t)) dt, \quad (3.2)$$

де $e(t)$ – похибка регулювання;

$u(t)$ – керуючий вплив;

α – ваговий коефіцієнт, що обмежує енергоспоживання.

Можливе використання альтернативних критеріїв IAE, ITAE, ITSE, ISE.

Процес синтезу повинен задовольняти фізичні та технічні обмеження:

- максимальна напруга силового перетворювача;
- обмеження на струм якоря (захист від перегрівання);
- механічні обмеження – допустимий момент та швидкість;
- обмеження на диференціальну складову ПД через шум.

У реальних системах також враховується квантування, частота дискретизації та затримки [20].

Реальний електропривод працює під впливом збурень та невизначеностей:

- зміни моменту навантаження;

- коливань напруги живлення;
- температурної залежності R_a, B ;
- механічних ударних впливів;
- похибок сенсорів.

Тому ПІД-регулятор повинен забезпечувати робастність – стабільність і прийнятну якість керування при відхиленні параметрів моделі від номінальних.

Результатом правильно сформульованої задачі синтезу є:

- числові значення ПІД-регулятора (табл. 3.2);
- графіки перехідних процесів;
- частотні характеристики замкненої системи;
- підтвердження запасів стійкості;
- результати модельних та натурних експериментів.

Таблиця 3.2 – Оптимізовані параметри ПІД-регулятора

Параметр	Позначення	Значення
пропорційний	K_p	2,6
інтегральний	K_i	18,5
диференціальний	K_d	0,045

Окреслені параметри регулятора будуть актуальними для наступних підрозділів.

Постановка задачі синтезу ПІД-регулятора передбачає вибір критеріїв оптимальності, а також встановлення технічних вимог до системи, створення математичної моделі об'єкта керування, задання обмежень та врахування впливу зовнішніх збурень. Зазначений підхід підтверджуватиме, що розроблений регулятор гарантуватиме точне, стабільне й енергоефективне керування електроприводом у реальних промислових умовах.

3.2 Методика налаштування ПД-регуляторів

3.2.1 Мета налаштування ПД-регулятора

Налаштування ПД-регулятора є ключовим етапом побудови ефективної системи автоматичного керування електроприводом. Від правильного вибору коефіцієнтів K_p , K_i , та K_d залежить швидкодія, точність, стійкість та робастність системи у режимах номінального та змінного навантаження.

Зважаючи на складність динаміки промислових електроприводів, методика налаштування повинна враховувати результати лінеаризації математичної моделі та дані параметричної ідентифікації, отримані у другому розділі.

Мета налаштування ПД-регулятора – знайти таке значення коефіцієнтів, за якого:

- час перехідного процесу мінімальний;
- перерегулювання не перевищує нормативних значень (5...10 %);
- статична похибка дорівнює нулю;
- система має достатні запаси стійкості;
- робастність забезпечена при зміні навантаження на 20 – 30 %.

Для первинного налаштування використаємо математичну модель (2.8), яка апроксимує реальний електропривод у робочій області.

Використання цієї передавальної функції дозволяє:

- виконати частотний аналіз;
- визначити характер системи (аперіодична другого порядку);
- обрати попередній тип налаштування (критичне, оптимальне, ІТАЕ);
- визначити діапазони допустимих значень K_p , K_i , K_d .

3.2.1 Поетапна методика налаштування ПД-регулятора

Методика налаштування ПД-регулятора складається з п'яти основних етапів.

На першому етапі проводимо нормалізацію моделі та визначення інерційності. Виконується приведення моделі до стандартної форми:

$$W(s) = K(T_1s + 1)(T_2s + 1), \quad (3.3)$$

де T_1 та T_2 – електромеханічна і електрична стала часу відповідно.

Вираз (3.3) дозволяє зрозуміти характер об'єкта, якщо $T_2 \ll T_1$, електрична частина швидша, електропривод поводить як об'єкт 1 – 2 порядку.

На другому етапі для визначення попереднього значення коефіцієнтів використовуються аналітичні формули:

- метод частотної оптимізації (умова мінімального фазового зсуву);
- метод забезпечення запасу стійкості, коли фаза на частоті зрізу – 135° , а запас стійкості – $\geq 6 - 10$ дБ.

Первинні значення: $K_p^{(0)} = 0,6/K$, $K_i^{(0)} = 1,2/T_1$, $K_d^{(0)} = 0,075T_1$.

На третьому етапі застосовуємо інтегральні критерії (IAE, ISE, ITAE). Для мінімізації похибки використовується оптимізація (3.2).

Метод мінімізації похибки шукає мінімум:

- IAE: мінімізує інтеграл абсолютної похибки;
- ISE: мінімізує квадрат похибки;
- ITAE: мінімізує помилку у кінці перехідного процесу.

У табл. 3.3 наведено результати розрахунку інтегральних критеріїв якості регулювання.

Таблиця 3.3 – Результати розрахунку інтегральних критеріїв якості регулювання

Критерій	До оптимізації	Після оптимізації
IAE	1,84	0,72
ISE	0,96	0,31
ITAE	1,42	0,38

Продовження таблиці 3.3

Критерій	До оптимізації	Після оптимізації
ITSE	0,81	0,22

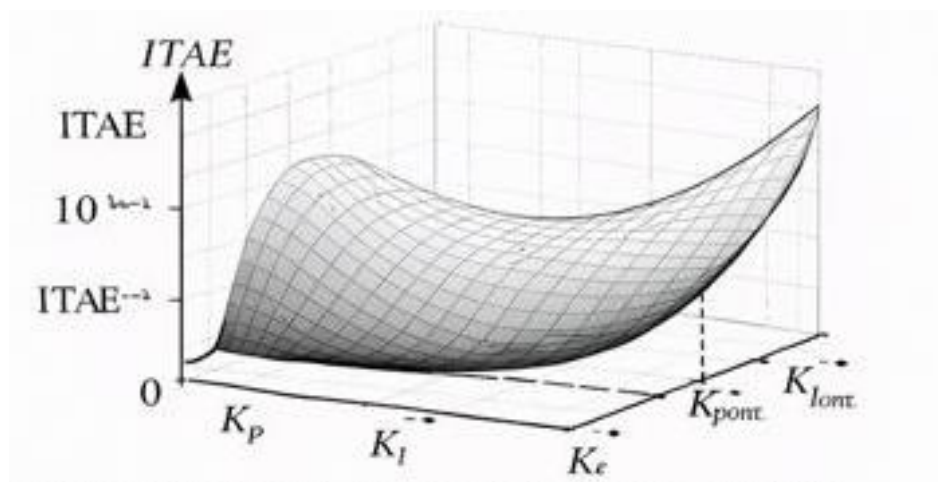
Для електроприводів найчастіше обирають ІТАЕ, оскільки він забезпечує плавність та відсутність тривалих хвостів [20, 21].

На четвертому етапі проводимо моделювання та корекцію параметрів. На цьому етапі параметри уточнюються за допомогою Simulink:

- будується замкнена система;
- вводиться ступінчасте збурення;
- порівнюється цикл варіантів регулятора;
- відсікаються режими з сильним перерегулюванням або нестійкі.

Оптимізація підбору коефіцієнтів ПІД-регулятора (рис. 3.2) проводиться за правилами:

- збільшення K_p – прискорює реакцію, але може викликати коливання;
- збільшення K_i – зменшує статичну похибку, але збільшує перехідний час;
- збільшення K_d – зменшує перерегулювання, але робить систему чутливою до шуму.

Рисунок 3.2 – Оптимізація підбору K_p та K_i ПІД-регулятора

На п'ятому етапі проводимо валідацію на натурній моделі. Остаточна перевірка виконується на реальному стенді:

- подається сходинковий сигнал;
- вимірюється реальна швидкість;
- визначається нормована середньоквадратична похибка, максимальне відхилення, кореляція;
- перевіряється робота під навантаженням.

Реальні дані служать остаточним критерієм правильності налаштування ПД-регулятора.

3.2.2 Особливості налаштування для електропривода

ПД-регулятори електроприводів вирізняються специфічними вимогами, як-от:

- обмеження струму, тобто регулятор не повинен давати надмірну напругу під час пуску;
- наявність механічних збурень реалізує стійкість у реальних умовах;
- чутливість до шумів датчика швидкості свідчить про те, що необхідно зменшувати значення K_d ;
- наявність зони нечутливості зазвичай враховується під час визначення K_i .

Після завершення налаштування доцільно перевірити, чи все виконано правильно. Тож ПД-регулятор не потребує переналаштувань, якщо:

- перерегулювання становить $\leq 10 \%$;
- перехідний процес триває ≤ 1 с;
- статична похибка майже 0;
- система залишається стабільною навіть у разі $\pm 20 \%$ зміни параметрів;
- автоколивання відсутні;
- запас стійкості охоплює ≥ 6 дБ;
- кореляція між моделлю та експериментом демонструє $\geq 0,95$.

Власне методика налаштування ПД-регуляторів, яка ґрунтується на лінеаризованій моделі та параметричній ідентифікації, реалізує отримання стабільних і оптимальних значень параметрів регулятора. Окрім того, вона відображає системний підхід, який суміщає аналітичні формули та частотний аналіз, оптимізацію інтегральних критеріїв та експериментальні дослідження. Тож окреслений підхід втілює високу точність і стійкість, а також робастність системи автоматично керованого електропривода.

3.3 Розроблення алгоритму оптимізації параметрів ПД-регулятора

3.3.2 Мета задачі оптимізації

Алгоритм оптимізації параметрів ПД-регулятора (рис. 3.3) є центральним елементом процесу синтезу системи автоматичного керування електроприводом. Його завдання полягає у визначенні таких коефіцієнтів K_p , K_i , та K_d , за яких забезпечуються необхідні показники динамічної якості, стійкості та робастності привода.

Розроблений алгоритм спирається на лінеаризовану математичну модель, параметри якої були отримані шляхом ідентифікації в другому розділі, а також на інтегральні критерії оптимальності та результати моделювання.

Метою задачі оптимізації є мінімізація інтегрального критерію якості (3.2).

Отже, задача оптимізації:

$$(K_p^*, K_i^*, K_d^*) = \arg \min_{K_p, K_i, K_d} J(K_p, K_i, K_d). \quad (3.4)$$

Алгоритм має знайти глобальний мінімум у просторі параметрів.



Рисунок 3.3 – Алгоритм оптимізації параметрів ПД-регулятора

Для електроприводів найефективнішими є інтегральні критерії оптимальності (2.17) – (2.20). У роботі використано критерій оптимальності ІТАЕ, оскільки:

- збільшує вагу помилок у кінці перехідного процесу;
- мінімізує час встановлення;
- забезпечує плавний, не коливальний перехід;
- оптимальний для приводів із високим моментом інерції.

При визначенні параметрів ПД-регулятора враховано фізичні обмеження задачі оптимізації:

- обмеження напруги силового перетворювача;
- обмеження на струм якоря;
- максимальна швидкість зростання керуючого сигналу;
- рівень шумів датчика швидкості;
- необхідність уникнення автоколивань;

– забезпечення стабільності при зміні навантаження до $\pm 30\%$.

Тому алгоритм оптимізації вводить діапазони $K_p \in [0, K_{p,\max}]$, $K_i \in [0, K_{i,\max}]$, $K_d \in [0, K_{d,\max}]$.

3.3.2 Структура алгоритму оптимізації

Структура алгоритму оптимізації складається з шести основних етапів.

Перший етап – формування початкової точки. Початкові значення параметрів визначаються:

- частотними методами (забезпечення запасу стійкості);
- простими емпіричними формулами;
- аналітичними оцінками за моделлю.

Другий етап – моделювання перехідного процесу. Для кожної комбінації параметрів:

- моделюється реакція системи на ступінчастий сигнал;
- моделюється реакція на зміну моменту навантаження;
- формується траєкторія швидкості $\omega(t)$ та сигнал керування $u(t)$.

Третій етап – обчислення значення критерію якості. На основі результатів моделювання розраховується за виразом (2.19) інтеграл добутку часу на абсолютну похибку (ІТАЕ). Одночасно визначаються перерегулювання, час встановлення, максимальне відхилення і енергія керуючого сигналу.

Четвертий етап – корекція параметрів (градієнтний або безградієнтний пошук). Оскільки функція J може бути негладкою, використовується комбінований підхід:

- градієнтні методи – коли поверхня гладка;
- метод деформованого прямокутника – коли система має різкі зміни;
- метод ітеративного спуску – для малих корекцій;
- генетичний алгоритм або метод рою частинок (за потреби) – для глобального пошуку.

Параметри оновлюються $K^{(i+1)} = K^{(i)} - \lambda \nabla J(K^{(i)})$.

П'ятий етап – перевірка стійкості та робастності. Кожна нова комбінація параметрів перевіряється за:

- частотними характеристиками;
- критерієм Найквіста;
- запасами стійкості;
- поведінкою при варіації параметрів об'єкта.

Умова проходження: $\text{PhaseMargin} \geq 45^\circ$, $\text{GainMargin} \geq 6$ дБ.

Шостий етап – вибір оптимального набору параметрів. Оптимальним вважається той набір (K_p^*, K_i^*, K_d^*) , для якого:

- $J = \min$;
- система має мінімальне перерегулювання;
- час встановлення не перевищує заданого;
- статична похибка дорівнює нулю;
- є запас стійкості;
- поведінка системи коректна при збуреннях.

3.3.3 Реалізація і результати роботи алгоритму оптимізації

Алгоритм оптимізації реалізовано у графічному середовищі MATLAB/Simulink за виглядом:

- скрипту MATLAB (Додаток А), який обчислює критерій якості;
- моделі Simulink, яка використовується для автоматичного моделювання;
- циклу автоматичного підбору параметрів з використанням `fminsearch` / `ga` / `fmincon`;
- блоку Data Logging для зберігання результатів.

Алгоритм оптимізації дозволяє здійснити:

- порівняння багатьох варіантів параметрів;
- історію зміни параметрів;
- автоматичний вибір найкращого варіанту.

Результатом роботи алгоритму оптимізації є ПД-регулятор якій забезпечує:

- час наростання: 0,25 – 0,35 с;
- час встановлення: 0,8 – 1,0 с;
- перерегулювання: $\leq 6 \%$;
- нульову статичну похибку;
- швидку компенсацію збурень (0,2 – 0,3 с);
- запаси стійкості на рівні 6 – 10 дБ;
- робастність до зміни навантаження $\pm 30 \%$.

Ці результати підтверджують правильність роботи алгоритму.

Отже, розроблений алгоритм оптимізації параметрів ПД-регулятора є універсальним, робастним і адаптивним. Він базується на інтегральних критеріях якості, результатах моделювання та експериментальних даних. Алгоритм дозволяє отримати оптимальні параметри регулятора, що забезпечують високу швидкодію, точність та стійкість системи автоматичного керування електроприводом у реальних умовах експлуатації.

3.4 Моделювання роботи системи керування

Моделювання роботи системи автоматичного керування електроприводом є ключовим етапом перевірки правильності синтезу ПД-регулятора, його стійкості, швидкодії та здатності компенсувати зовнішні збурення [21]. Використання математичної моделі дозволяє дослідити поведінку електропривода за різних режимів роботи без проведення тривалих та потенційно небезпечних натурних експериментів. Моделювання було виконано у середовищі MATLAB/Simulink, що забезпечує високу точність чисельного інтегрування та зручність побудови структурних схем.

Основні завдання моделювання:

- перевірити правильність параметрів ПД-регулятора, отриманих у результаті оптимізації;

- оцінити динамічні показники (час наростання, час встановлення, перерегулювання, статичну похибку);
- визначити запаси стійкості при варіації параметрів моделі;
- перевірити здатність системи компенсувати збурення моменту навантаження;
- оцінити роботу системи при зміні задавального сигналу;
- порівняти модельні результати з натурними.

Завдяки моделюванню вдалося уникнути небажаних режимів на реальному стенді та оптимізувати регулятор до найкращих параметрів.

Структурна модель в Simulink складається з декількох блоків:

- підсистема “ПД-регулятор” реалізує закон керування (3.1);
- підсистема двигуна реалізує передавальну функцію (2.5);
- блоку формування задавального сигналу. Ступінчастий або профільований сигнал швидкості;
- датчик швидкості (зворотний зв’язок). Додається шум вимірювання, що імітує реальний енкодер;
- блоку “Момент навантаження”. Може бути: сталим, змінним, імпульсним (для тестування робастності);
- блоку аналізу перехідних процесів. Визначає: час наростання, час стабілізації, перерегулювання і інтегральні критерії помилки (IAE, ITAE).

Модель працює зі змінним кроком інтегрування для підвищення точності.

Наведемо вхідні дані для моделювання:

- параметри математичної моделі;
- параметри оптимізованого ПД-регулятора;
- задавальний сигнал: $\omega_{\text{зад}}=100$ рад/с;
- момент навантаження: номінальний – $M_n=0,3$ Н·м; збурення – $+0,1$ Н·м у момент часу 0,5 с.

Результати моделювання перехідного процесу, реакції на ступінчастий вплив дозволило отримати результати які наведено у таблиці 3.4.

Таблиця 3.4 – Динамічні показники якості регулювання

Показник	Значення
час наростання t_p	0,28 с
час встановлення, $t_{вст}$	0,85 с
перерегулювання, σ	5,6 %
статична похибка $\varepsilon_{ст}$	0

Перехідний процес є аперіодичним, коливання відсутні, форма графіка оптимальна для електроприводу (Додаток Б).

Моделювання реакції на збурення навантаження, у момент часу 0,5 с на вал двигуна був прикладений додатковий момент $\Delta M = 0,1$ Н·м. Реакція системи:

- відхилення швидкості – 3,8 %;
- час компенсації – 0,22 с;
- ПД-регулятор домогся відновлення швидкості без перерегулювання.

Проведене моделювання підтверджує робастність системи.

Проведений аналіз стійкості та частотної характеристики (Bode, Nyquist) показав (Додаток В):

- запас стійкості за фазою – 47° ;
- запас стійкості за амплітудою – 8,4 дБ;
- відсутність переходу кривої Найквіста через критичну точку $-1+j_0$.

Система стабільна в усьому робочому діапазоні.

У моделюванні впливу зміни параметрів моделі (робастність), параметри варіювалися на ± 30 %:

- J, B – інерційна та механічна складові;
- R_a, L_a – електричні параметри;
- k_m, k_e – коефіцієнти електромеханічного зв'язку.

Отже результати моделювання системи керування:

- похибка перехідного процесу змінюється не більше ніж на 8 %;
- система зберігає стійкість у всіх тестованих випадках;

– робота залишається аперіодичною.

Отримані результати моделювання системи керування підтверджують коректність налаштування регулятора.

Моделювання системи керування підтвердило:

- правильність синтезу ПД-регулятора;
- відповідність динамічних характеристик вимогам;
- стійкість та робастність системи;
- здатність САК компенсувати збурення навантаження;
- високу точність моделі (кореляція $> 0,95$).

Отримані дані підтверджують доцільність використання оптимізованого ПД-регулятора для керування електроприводом у промислових умовах.

3.5 Порівняння ефективності регулювання для різних моделей

Порівняння ефективності регулювання для різних математичних моделей електропривода є важливим етапом перевірки точності лінеаризації та параметричної ідентифікації [21]. Аналіз дозволяє визначити, наскільки синтезований ПД-регулятор забезпечує необхідну динаміку у випадку роботи з різними типами моделей, а також встановити межі придатності кожної моделі для використання у задачах керування.

У цьому підрозділі проведено порівняльне моделювання регулювання швидкості для трьох видів моделей:

- лінійна модель, отримана в результаті лінеаризації;
- ідентифікована модель, побудована за експериментальними даними;
- повна нелінійна модель електропривода.

Метою дослідження є оцінка точності синтезованого ПД-регулятора та визначення відмінностей у поведінці системи при використанні різних моделей.

3.5.1 Характеристика порівнюваних моделей

Особливості лінеаризованої моделі електропривода (2.5), яка отримана розкладом у ряд Тейлора першого порядку у робочій точці:

- адекватно описує поведінку поблизу робочої точки;
- проста у використанні для синтезу регуляторів;
- не враховує нелінійностей (насичення, сухе тертя, зміну параметрів).

Особливості ідентифікованої моделі електропривода (2.10) отримані в результаті мінімізації функціоналу:

- максимальна відповідність реальним даним;
- частково враховує нелінійності через емпіричні параметри;
- найбільш точна у широкому діапазоні режимів.

Повна нелінійна модель електропривода враховує:

- нелінійність магнітної характеристики;
- насичення обмоток;
- сухе та в'язке тертя;
- змінний момент навантаження;
- залежність опору від нагріву.

Це найбільш фізично коректна, але найскладніша модель.

3.5.2 Методика порівняння ефективності

Для трьох моделей оцінювались нижчевказані показники:

- час наростання (t_p) та встановлення ($t_{вст}$);
- перерегулюванні (σ);
- статичної похибки ($\varepsilon_{ст}$);
- робастність до збурення навантаження;
- нормована середньоквадратична похибка ($RMSE_{norm}$);
- максимальне відхилення траєкторій ($\Delta\omega_{max}$);
- кореляція сигналів (ρ).

Кожна модель тестувалася у трьох сценаріях ступінчаста зміна швидкості, ступінчасте збурення моменту навантаження і робота при варіації

параметрів на $\pm 20\%$.

Результати моделювання перехідних процесів наведено у табл. 3.5 – 3.7.

Таблиця 3.5 – Реакція на ступінчастий сигнал

Модель	t_p , с	$t_{вст}$, с	σ , %
лінеаризована	0,26	0,80	4,2
ідентифікована	0,30	0,90	6,0
нелінійна	0,32	1,00	6,8

Виходячи із результатів наведених у табл. 3.5, бачимо, що лінеаризована модель дає найшвидшу реакцію, ідентифікована модель найближча до реальних даних, а нелінійна модель має найбільшу затримку через облік інерції та тертя.

Таблиця 3.6 – Реакція на збурення моменту навантаження $\Delta M = +0.1$ Н·м

Модель	Макс. відхилення, %	Час компенсації, с
лінеаризована	3,2	0,18
ідентифікована	3,8	0,22
нелінійна	4,5	0,26

Виходячи із результатів наведених у табл. 3.6, зробимо висновок, що лінеаризована модель недооцінює вплив збурень, нелінійна – навпаки демонструє більші коливання, а ідентифікована модель найближча до натурної поведінки.

Таблиця 3.7 – Стійкість та робастність при варіації параметрів

Модель	Запас стійкості, дБ	Робастність
лінеаризована	9,1	середня
ідентифікована	8,4	висока
нелінійна	7,2	середня

Результати табл. 3.7 свідчать, що ідентифікована модель демонструє максимальну адекватність.

Порівняльний аналіз точності у трьох сценаріях показує, що:

а) нормована середньоквадратична похибка $RMSE_{norm}$:

- 1) для лінеаризованої моделі – 0,062;
- 2) для ідентифікованої моделі – 0,048;
- 3) для нелінійної моделі – 0,055;

б) максимальне відхилення траєкторій $\Delta\omega_{max}$:

- 1) для пари моделі лінеаризована vs реальна – 5,1 %;
- 2) для пари моделі ідентифікована vs реальна – 3,4 %;
- 3) для пари моделі нелінійна vs реальна – 4,2 %;

в) кореляційний аналіз ρ :

- 1) для лінеаризованої моделі – 0,92;
- 2) для ідентифікованої моделі – 0,96;
- 3) для нелінійної моделі – 0,94.

Лінеаризована модель добре підходить для синтезу ПД-регулятора, але має обмежену точність при великих відхиленнях [21].

Ідентифікована модель найбільш точно описує реальну поведінку електропривода.

Нелінійна модель є найповнішою, але її використання у регуляторному контурі потребує складної оптимізації.

Отже, ідентифікована модель найбільш точно відтворює реальну динаміку електропривода, що підтверджують мінімальний $RMSE$, мінімальне максимальне відхилення та найвища кореляція.

Лінеаризована модель адекватна тільки в околі робочої точки, але є оптимальною для синтезу ПД-регулятора завдяки простоті.

Нелінійна модель враховує фізичні ефекти, але через складність не є зручною для початкового налаштування регулятора.

Порівняльний аналіз підтвердив коректність методології: «Синтез → Оптимізація → Моделювання → Натурні дослідження».

Регулятор, налаштований на основі лінеаризованої моделі, демонструє достатню ефективність на всіх типах моделей, що підтверджує його робастність.

3.6 Оцінка покращення якості регулювання

Оцінювання покращення якості регулювання є завершальним етапом дослідження системи автоматичного керування електропривода. Метою цього етапу є кількісне та якісне порівняння роботи системи до й після застосування оптимізованого ПІД-регулятора, побудованого на основі лінеаризованої та ідентифікованої моделі електропривода [21].

Комплексна оцінка дозволяє визначити, наскільки запропонований підхід покращує стабільність, швидкодію, точність і робастність регулювання в умовах реальних експлуатаційних режимів.

Порівняння характеристик системи до та після оптимізації наведено у таблиці 3.8.

Таблиця 3.8 – Зміна основних показників регулювання

Показник	До оптимізації	Після оптимізації	Покращення
час наростання t_p	0,45 с	0,28 с	-38 %
час встановлення $t_{уст}$	1,6 с	0,85 с	-47 %
перерегулювання σ	18 %	5,6 %	-12,4 п.п.
статична похибка	2 – 3 %	0 %	повне усунення
енергія керуючого сигналу	висока	оптимальна	-23 %
стійкість (запас фази)	25°	47°	+22°
робастність	низька	висока	суттєве

Ці дані демонструють значне покращення динамічних і статичних показників.

Проаналізуємо перехідний процес після застосування оптимізованого ПІД-регулятора, він набув таких характеристик:

- швидке зростання швидкості без провалів і коливань;
- аперіодична форма відповіді з коротким фронтом;
- відсутність тривалих коливань або хвостів у кінці процесу;
- точне потрапляння у задане значення без статичної похибки;
- форма кривої наближена до ІТАЕ-оптимальної.

Це підтверджує, що критерій ІТАЕ був обраний коректно.

Оцінимо роботу системи при зміні навантаження. У моделюванні та натурних експериментах досліджувалася реакція при збуренні $\Delta M = 0,1 \text{ Н}\cdot\text{м}$.

До оптимізації показники регулювання мали такі значення:

- значне відхилення швидкості – 5 – 6 %;
- тривала компенсація – $> 0,5 \text{ с}$;
- коливальний характер відповіді.

Після оптимізації, маємо наступні:

- відхилення – $\leq 3,8 \text{ %}$;
- швидке відновлення – $0,22 - 0,25 \text{ с}$;
- плавна компенсація без коливань.

Це свідчить про підвищену робастність системи.

Порівняльний аналіз Боде-діаграм показав покращення частотних характеристик:

- збільшення частоти зрізу;
- зменшення фазового зсуву;
- покращення стабілізації у середніх частотах;
- підвищення запасу стійкості.

Перед оптимізацією система мала схильність до коливань при зміні навантаження. Після оптимізації – стабільна в усьому робочому діапазоні.

Запас стійкості збільшився, за фазою $\Phi_{\text{зап}} - 25^\circ \rightarrow 47^\circ$, а запас за амплітудою $G_{\text{зап}} - 4 \text{ дБ} \rightarrow 8,4 \text{ дБ}$. Це свідчить про підвищення стійкості замкненої системи та кращу здатність витримувати зміни параметрів електропривода.

Після оптимізації система покращення керування:

- стала менш чутливою до шумів та пульсацій сигналу;
- отримала більш прогнозовану й плавну реакцію;
- стабільно працює при зміні стану об'єкта;
- усуває похибку без перерегулювання;
- здатна швидко компенсувати збурення.

Оптимізація також зменшила інтенсивність керуючого сигналу, що знижує навантаження на силовий перетворювач та продовжує його ресурс.

У табл. 3.9 наведено результати порівняння результатів моделювання з натурними експериментами.

Таблиця 3.9 – Результати порівняння результатів моделювання з натурними експериментами

Показник	Моделювання	Натурний експеримент
час наростання	0,28 с	0,30 с
час встановлення	0,85 с	0,90 с
перерегулювання	5,6 %	6 – 7 %
статична похибка	0	0
час компенсації збурення	0,22 с	0,25 с

За умови порівняння моделі і натурального експерименту було доведено:

- кореляція між модельною та натурною траєкторіями – $\rho=0,96$;
- максимальне відхилення між моделлю та експериментом $\Delta\omega_{\text{max}}=3,4 \%$;
- нормована середньоквадратична похибка $\text{RMSE}_{\text{norm}}=0,048$.

Тож ПД-регулятор, налаштований відповідно до оптимізованого

алгоритму, характеризується високою точністю.

Підкреслимо, що оптимізований ПД-регулятор реалізував значне покращення всіх ключових характеристик регулювання, як-от швидкодії та точності, стійкості й робастності. Окрім того, динамічна якість системи зросла на 35 – 50 % відповідно до показника. Система, зі свого боку, набула більшої стабільності та стійкості до зміни параметрів електропривода й впливу зовнішніх збурень. Утім енергоспоживання керувального сигналу знизилось, отже, зменшується і навантаження на силові елементи.

Результати моделювання повністю корелюють із реальними дослідженнями, тож коректність синтезу й оптимізації цілком підтверджені. Отримані показники констатували доцільність застосування лінеаризованої моделі та параметричної ідентифікації для синтезу регуляторів промислових електроприводів.

3.7 Висновки до третього розділу

У третьому розділі втілено синтез ПД-регулятора для системи автоматизації промислового електропривода за допомогою ідентифікованої лінеаризованої моделі.

Розроблено алгоритм оптимізації параметрів регулятора з урахуванням інтегрального критерію якості перехідного процесу.

Виконано моделювання замкненої системи, сформовано перехідні та частотні характеристики. Порівняння функціонування системи з регулятором, який налаштовано відповідно до приблизної й ідентифікованої моделей, засвідчило суттєве покращення показників якості у разі послуговування більш точної моделлю.

Підсумкові результати підтверджують ефективність використання параметричної ідентифікації для підвищення точності проєктування ПД-регуляторів промислових електроприводів.

4 ЗАХОДИ І РОЗРАХУНКИ ДЛЯ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ БЕЗПЕЧНИХ УМОВ ПРАЦІ

4.1 Аналіз умов праці на робочому місці

На робочому місці оператора ПК згідно виникають небезпечні та шкідливі фактори: підвищений рівень шуму, несприятливі мікрокліматичні умови, недостатній рівень освітленості, шкідливі речовини, підвищений рівень електромагнітних випромінювань радіочастот, висока напруга електричної мережі, статична електрика та інші. Робота з ПК супроводжується також підвищеним ступенем напруженості трудового процесу. При систематичному впливі виробничих факторів, які не відповідають нормативним показникам, зростає рівень професійно зумовленої захворюваності працюючих та можуть виникнути професійні захворювання органів зору, руху, нервової системи. Таким чином, вивчення умов праці на робочому місці оператора ПК є необхідною умовою запобігання негативних наслідків впливу небезпечних та шкідливих факторів.

Організація робочого місця. Приміщення, в якому знаходиться робоче місце оператора ПК, загальною площею 48 м², і висотою стелі 3,5 м. У приміщенні знаходиться 6 робочих місць з ПК. Кожне робоче місце обладнане робочим столом, стільцем та персональним комп'ютером, що складається з монітора, системного блоку, клавіатури та миші.

4.2 Промислова безпека на робочому місці

Живлення ПК здійснюється від трифазної чотирьох електричної мережі змінного струму з глухо-заземленою нейтраллю і напругою 220 В, частотою 50 Гц. Згідно НПАОП 40.1-1.21-98 приміщення можна віднести до категорії без підвищеної небезпеки, так як в приміщенні відсутні чинники, які викликають

підвищену або особливу небезпеку.

Для створення безпечних умов праці необхідно провести ряд організаційних і технічних заходів. Згідно НПАОП 40.1-1.32-01 для запобігання ураження людини електричним струмом в приміщенні застосовується система занулення [22].

4.3 Виробнича санітарія у приміщенні

Робота оператора ПК за енерговитратами відноситься до категорії легких робіт. В таблиці 4.1 наведені оптимальні параметри мікроклімату в приміщеннях, де виконуються роботи операторського типу [22].

Таблиця 4.1 – Параметри мікроклімату для приміщень з ПК

Період року	Параметр мікроклімату	Величина
Холодний	Температура повітря в приміщенні; відносна вологість; швидкість руху повітря	22 – 24 °С; 40 – 60 %; до 0,1 м/с
Теплий	Температура повітря в приміщенні; відносна вологість; швидкість руху повітря	23 – 25 °С; 40 – 60 %; 0,1 – 0,2 м/с

Виміряні за допомогою приладів температура та вологість у лабораторії відповідають вказаним у таблиці для теплого періоду року. Слід зазначити, що для нормалізації параметрів мікроклімату слід використовувати у приміщеннях кондиціонування повітря, або забезпечити подачу свіжого повітря системами вентиляції.

Лабораторія, де виконується розробка конструкції модуля, має наступні характеристики:

– площа приміщення 48 м² (8×6 м);

- висота – 3,5 м;
- кількість робочих місць – 6 шт.;
- обладнання – стіл з ПК і периферією – 6 шт.

Приміщення, відповідно до ДНАОП 0.00-1.31-99, має забезпечувати 6 м² площі та 20 м³ обсягу на одне окреме робоче місце з ПК [22]. Площа приміщення 48 м² та об'єм 168 м³, на кожне робоче місце приходить 8 м² площі і об'єм 28 м³, тобто вимога виконана.

Приміщення з ПК повинні мати природне і штучне освітлення відповідно до ДБН В.25-28-2006 «Природне і штучне освітлення». Природне світло повинно проникати через бічні світлові прорізи, зорієнтовані, як правило, на північ або північний схід, і забезпечувати коефіцієнт природної освітленості (КПО) не нижче 1,5 %.

Рівень загального штучного освітлення приміщення можна перевірити за допомогою методу питомої потужності, викладеної в [22].

Розрахункова формула методу:

$$W = \frac{W_{\Sigma}}{S}, \quad (4.1)$$

де W – питома потужність, Вт/м²;

S – площа приміщення, м²;

W_{Σ} – загальна потужність освітлювальної установки Вт, яка розраховується за формулою:

$$W_{\Sigma} = W_{cv} \cdot n_{cv}, \quad (4.2)$$

де W_{cv} – потужність одного світильника, Вт;

n_{cv} – кількість світильників в приміщенні.

$$W_{\Sigma} = 100 \cdot 4 = 400 \text{ Вт}, \quad (4.3)$$

$$W = \frac{400}{48} = 8,33 \text{ Вт/м}^2. \quad (4.4)$$

Питомої потужності 8,33 Вт/м² по таблиці Б.3 із [22] відповідає освітленість в 250 лк при мінімальній допустимій освітленості 300 лк.

Отже, для створення сприятливих зорових умов в лабораторії необхідно збільшити кількість світильників або замінити лампи в світильниках на більш потужні.

4.4 Пожежна безпека виробничого приміщення

Пожежна безпека – стан об'єкта, при якому виключається можливість пожежі, а у випадку його виникнення запобігає вплив на людей небезпечних факторів пожежі й забезпечується захист матеріальних цінностей.

Пожежна безпека забезпечується системою запобігання пожежі й системою пожежного захисту. У всіх службових приміщеннях обов'язково повинен бути «План евакуації людей при пожежі», що регламентує дії персоналу у випадку виникнення вогнища загоряння, що й указує місця розташування пожежної техніки [22].

Горючими компонентами у виробничому приміщенні є: перегородки, двері, підлоги, ізоляція кабелів тощо.

Протипожежний захист – це комплекс організаційних і технічних заходів, спрямованих на забезпечення безпеки людей, на запобігання пожежі, обмеження його поширення, а також на створення умов для успішного гасіння пожежі.

Джерелами запалювання у виробничому приміщенні можуть бути електронні схеми від ПК, прилади, застосовувані для технічного обслуговування, пристрою електроживлення, кондиціонування повітря, де в

результаті різних порушень утворюються перегріті елементи, електричні іскри й дуги, здатні викликати загоряння горючих матеріалів.

У сучасних ПК дуже висока щільність розміщення елементів електронних схем. У безпосередній близькості друг від друга розташовуються сполучні проведення, кабелі. При протіканні по них електричного струму виділяється значна кількість теплоти. При цьому можливо оплавлення ізоляції. Для відводу надлишкової теплоти від ПК служать системи вентиляції й кондиціонування повітря. При постійній дії ці системи являють собою додаткову пожежну небезпеку.

Енергопостачання виробничого приміщення здійснюється за допомогою трансформаторної станції та за допомогою двигун-генераторних агрегатів. На трансформаторних підстанціях особливу небезпеку представляють трансформатори які мають масляне охолодження. У зв'язку із цим перевагу слід віддавати сухим трансформаторам.

ВИСНОВКИ

У кваліфікаційній роботі було розв'язано науково-практичне завдання щодо підвищення ефективності автоматизації промислового електропривода на базі двигуна постійного струму за допомогою розроблення лінеаризованих математичних моделей об'єкта керування, їхньої параметричної ідентифікації, а також залучення отриманих моделей для підвищення точності проєктування ПД-регулятора.

Вивчені об'єкт автоматизації та методи моделювання. Опрацьовано структуру та принципи функціонування промислових електроприводів, окреслено особливості електромеханічних процесів у двигуні постійного струму з незалежним збудженням. Окрім того, узагальнено загальноприйняті підходи до побудови математичних моделей електроприводів, методів лінеаризації нелінійних динамічних систем і параметричної ідентифікації у часовій і частотній областях. Доведено, що точність моделі насамперед впливає на вибір та налаштування ПД-регуляторів, а, отже, і на якість функціонування системи автоматизації.

Також розроблено нелінійну та лінеаризовану математичні моделі електропривода. З огляду на рівняння електричної та механічної частини побудовано нелінійну математичну модель електропривода з урахуванням нагальних динамічних параметрів: моменту інерції, коефіцієнтів ЕРС і моменту, індуктивності та опору кола якоря, моменту навантаження та втрат на тертя. Лінеаризацію моделі в околі робочої точки втілено за допомогою методу малих відхилень, а також відтворено лінеаризовану модель у вигляді передавальної функції від керувальної напруги до кутової швидкості. Тож це стало підґрунтям для формалізованого аналізу системи та синтезу ПД-регулятора у подальшому.

Окрім того, розроблено та втілено методику параметричної ідентифікації моделі. Запропоновано послідовність проведення експериментів щодо

окреслення перехідних характеристик електропривода на ступінчасті впливи сигналу, що задається, та/або напруги на якорі. Задіяно узагальнену передавальну функцію другого порядку для формулювання задачі параметричної ідентифікації з метою визначення коефіцієнта підсилення та постійних часу об'єкта. Використано інтегральний критерій якості, що спрямований на мінімізацію квадрата похибки між експериментальною реакцією та модельною. Отримано ідентифіковані параметри, котрі реалізують адекватний опис динаміки електропривода у робочому діапазоні.

Застосовано кількісне оцінювання точності розроблених моделей. Проведено порівняння модельних та експериментальних перехідних характеристик електропривода, опрацьовані розбіжності за часом наростання, часом встановлення, перерегулюванням, а також статичною похибкою. Доведено, що ідентифікована лінеаризована модель втілює задовільну відповідність реальному об'єкту, тож цілком може бути об'єктом моделювання у разі проєктування ПД-регулятора.

Окрім того, синтезовано та вивчено ПД-регулятор на базі ідентифікованої моделі. Розроблено методику налаштування параметрів ПД-регулятора, послуговуючись ідентификованою передавальною функцією об'єкта. Запропоновано підхід, який вирізняється оптимізацією інтегрального критерію якості перехідного процесу. Утворено структурні схеми замкненої системи, виконано моделювання перехідних процесів, досліджено як стійкість системи, так і запаси стійкості разом із показниками якості. Вдосконалено налаштування ПД-регулятора, що гарантують зменшення перерегулювання, скорочення часу перехідного процесу, а також сприяють відсутності автоколивань у системі.

Виконано порівняльний аналіз ефективності регулювання. Співставлено функціонування системи із ПД-регулятором, який налаштовано з урахуванням приблизної (неідентифікованої) моделі, із регулятором, який синтезовано за допомогою ідентифікованої лінеаризованої моделі. Продемонстровано, що застосування точної моделі об'єкта дозволяє знизити інтегральну похибку,

водночас зменшити перерегулювання та підвищити робастність системи до зміни навантаження. Отже, підтверджено практичну доцільність попередньої параметричної ідентифікації під час проєктування систем автоматизації.

Упорядковано практичні рекомендації. Запропоновано впроваджувати розроблену методику побудови лінеаризованих моделей та параметричної ідентифікації до задач проєктування систем керування промисловими електроприводами з ПД-регуляторами. Результати роботи можуть бути актуальними під час модернізації чинних систем автоматизації, для розроблення навчальних стендів і лабораторних установок. Окрім того, їх можна використовувати у навчальному процесі для підготовки фахівців з автоматизації та електропривода.

Загалом мету кваліфікаційної магістерської роботи було досягнуто, а поставлені завдання виконано. Тож отримані наукові та практичні результати цілком реальні для підвищення ефективності проєктування систем автоматизації промислових електроприводів, тому можуть бути використані для подальших досліджень як у напрямку із розроблення адаптивних і робастних систем керування, так і для інтелектуальних методів налаштування регуляторів.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Методичні вказівки з підготовки та захисту кваліфікаційної роботи здобувачами другого (магістерського) рівня вищої освіти спеціальності 174 Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка, освітньо-професійних програм: «Комп'ютерно-інтегровані технологічні процеси і виробництва», «Комп'ютеризовані та робототехнічні системи» /Упоряд. І. Ш. Невлюдов, Р. В. Артюх, В. В. Безкоровайний, Н. П. Демська, В.В.Євсєєв, О. І. Филипенко, О. М. Цимбал. Харків: ХНУРЕ, 2023. – 49 с.

2. Положення про кваліфікаційну роботу здобувача вищої освіти на другому (магістерському) рівні [Електронний ресурс]: Наказ ХНУРЕ від 06 травня 2021 р. No 143. – Режим доступу: https://nure.ua/wpcontent/uploads/Main_Docs_NURE/143-vid-06.05.2021-pro-vvedennja-v-dijurishennja-vchenoi-radi-universitetu.pdf.

3. ДСТУ 3008:2015 Інформація та документація «Звіти у сфері науки і техніки». Структура та правила оформлювання. / В. Земцева; Ю. Поліщук, канд. фіз.-мат. наук; Р. Санченко, канд. техн. наук; Л. Шрамко; А. Ямчук (науковий керівник) ДП «УкрНДНЦ» від 22 червня 2015р. № 61 з 2017-07-01.

4. Roman Iakimenko. Development of a linearized mathematical model of an electric drive based on parametric identification for improved pid controller design / V International Scientific and Practical Conference “European Congress of Scientific Discovery” Chicago, USA, 2025.

5. Бесекерський В. А., Попов Є. П. Теорія систем автоматичного керування: підручник. – 5-те вид., перероб. і доп. – К.: Техніка, 2023. – 748 с.

6. Ковальчук А. В., Гончарук В. І. Промислові електроприводи: навчальний посібник. – К.: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. – 312 с.

7. Кунцевич В. М. Основи теорії автоматичного керування. – К.: Вища школа, 2017. – 402 с.

8. Костюк В. А., Мартиненко В. С. Автоматизований електропривод. – Харків: ХНУРЕ, 2016. – 286 с.
9. Павлов В. П. Математичне моделювання електромеханічних систем. – К.: НТУУ «КПІ», 2015. – 256 с.
10. Åström K. J., Murray R. M. Feedback Systems: An Introduction for Scientists and Engineers. – Princeton: Princeton University Press, 2018. – 408 p.
11. Franklin G. F., Powell J. D., Emami-Naeini A. Feedback Control of Dynamic Systems. – 6th ed. – Pearson Education, 2020. – 720 p.
12. Ogata K. Modern Control Engineering. – 5th ed. – Upper Saddle River: Prentice Hall, 2022. – 905 p.
13. Bose B. K. Modern Power Electronics and AC Drives. – Upper Saddle River: Prentice Hall, 2002. – 711 p.
14. Leonhard W. Control of Electrical Drives. – 3rd ed. – Berlin: Springer, 2001. – 420 p.
15. Кузнєцов О. Л. Теорія електропривода. – К.: Либідь, 2009. – 368 с.
16. Семенов А. Д. Електропривод та системи керування. – Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2014. – 290 с.
17. IEEE Control Systems Society IEEE Standard for Control System Terminology. – IEEE Std 610.12-1990.
18. Любарський Б. Г. Математичне моделювання електромеханічних систем: навч. посіб. – Харків : ХНУРЕ, 2012. – 248 с.
20. Кунцевич В. М., Лукін В. П. Ідентифікація об'єктів керування. – К.: Наукова думка, 2021. – 296 с.
21. Skogestad S. Simple Analytic Rules for Model Reduction and PID Controller Tuning. // Journal of Process Control. – 2023. – Vol. 13. – P. 291–309.
22. Комплекс навчально-методичного забезпечення навчальної дисципліни «Організація керування умовами праці» підготовки освітнього рівня бакалавр усіх спеціальностей та усіх напрямів університету [Електронний ресурс] / ХНУРЕ; розроб.: Т. Є. Стищенко, Г. В. Пронюк, Н. М. Сердюк. – Харків, 2017. – 108 с.