О МАТРИЧНОМ ПОДХОДЕ К ЗАДАЧАМ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

Веревкина А.В., Грицунов А.В.
Харьковский национальный университет радиоэлектроники
14, Ленина пр., Харьков, 61166, Украина. Тел. (057) 702-13-62
E-mail: gritsunov@list.ru

A matrix method for calculation of eigenvalues and eigenfunctions of the Laplace operator for a closed electrodynamic system (ES) is offered. This is based on decomposition of the electrodynamic potentials in a set of partial functions of the ES (synonyms: partial oscillators, oscillets). The eigenvalues problem is solved in two stages. First, the partial functions are evaluated. Second, the intervalues matrix is diagonalized and eigenfunctions are calculated.

В настоящее время возрос интерес к использованию для получения, обработки и передачи информации сверхширокополосных электромагнитных импульсов. Тем самым пересматриваются разработанные Г.Герцем, А.Поповым, Г.Маркони и др. фундаментальные принципы радиосвязи, основанные на применении квазигармонических электромагнитных волн.

Такая ревизия невозможна без использования современного математического аппарата, позволяющего решать неоднородное волновое уравнение для электромагнитных потенциалов во временной области при произвольных граничных условиях (ГУ) и возбуждающих токах. Методы конечных разностей и конечных элементов (FDTD, FETD) достаточно универсальны, но их применение зачастую лежит за пределами возможностей современных компьютеров. В таком случае целесообразнее отделять временную часть решения и искать его в виде ряда по неким базисным функциям электродинамической системы (ЭС), которые вычисляются заранее.

Иногда высказываются сомнения в перспективности метода разделения переменных при решении нестационарных задач (см., например, [1]). Однако авторы предполагают, что декомпозиция осуществляется по собственным функциям оператора Лапласа. В [2] предложены иные базисные функции (парциальные функции или осциллеты), позволяющие расширить область применимости метода Фурье при решении волнового уравнения. Главное отличие их от собственных функций – локализация по всем пространственным координатам. Кроме того, поскольку множество парциальных функций конечно, эти функции могут быть неортогональными.

Предложенный в [2] математический аппарат является матричной теорией распределенных колебательных систем. Частный случай его – электродинамика в матричных обозначениях. Данный подход открывает новые возможности в решении электродинамических проблем, сводя их к задачам матричной алгебры. Например, собственные значения (квадраты собственных волновых чисел) закрытой ЭС можно вычислять как собственные числа конечной матрицы квадратов взаимных волновых чисел этой же системы (используемая здесь терминология поясняется в [2]). При этом определяется также матрица формы нормальных мод, после чего собственные функции ЭС могут быть вычислены как линейное преобразование ее парциальных функций.

Целесообразность матричного подхода к решению электродинамических задач заключается в том, что алгоритм нахождения собственных значений и собственных функций ЭС разделяется на два этапа. Первый состоит в расчете парциальных функций ЭС и матриц единичных взаимных псевдоэнергий и энергий родового потенциала парциальных осцилляторов. На втором этапе вычисляется матрица квадратов взаимных волновых чисел, эта матрица диагонализируется, определяется матрица формы и собственные функции. Предполагается, что данный подход должен занимать меньше процессорного времени по сравнению с известными методами расчета собственных значений ЭС [3].

Основания для такого предположения следующие. Во-первых, вид парциальных функций вдали от границ ЭС известен (например, при амплитудной нормировке это функции $\sin(x)/x$ или их производные по каждой из координат). Во-вторых, при расчете данных функций вблизи металлических поверхностей решение задачи о взаимных значениях заключается в интегрировании матричной начальной задачи (вместо краевой задачи в случае собственных функций), поскольку предполагается, что осциллеты, локализованные вблизи одной из границ ЭС, практически затухают при приближении к противоположной границе.

В докладе рассматривается простейшая реализация вышеописанного подхода – расчет собственных значений оператора Лапласа для одномерной колебательной системы с ГУ первого, второго рода или периодическими. Данная модель, с одной стороны, реализует все основные составляющие предложенного алгоритма, с другой – достаточно проста для сравнения полученных результатов с известными истинными значениями собственных чисел. Результаты моделирования позволяют сделать вывод о перспективности дальнейших исследований в области матричной электродинамики двух- и трехмерных ЭС.

Список литературы:

1. Шварцбург А.Б. Видеоимпульсы и непериодические волны в диспергирующих средах (точно решаемые модели) // Успехи физических наук. – 1998. – Т. 168, № 1. – С. 85-103.

2. Грицунов А.В. Разложение нестационарных электромагнитных потенциалов по парциальным функциям электродинамической системы // Известия ВУЗов. Радиоэлектроника. – 2006. – Т. 49. – № 7. – С. 10-20.

3. Григорьев А.Д., Янкевич В.Б. Резонаторы и резонаторные замедляющие системы СВЧ: Численные методы расчета и проектирования. – М.: Радио и связь, 1984. – 248 с.