

УДК 519.2:40.1

Ж.В. Дейнеко, В.В. Кирій, Л.О. Кіріченко

## ДОСЛІДЖЕННЯ ФРАКТАЛЬНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ РЯДІВ ВИРОБНИЦТВА І СПОЖИВАННЯ ЕЛЕКТРОЕНЕРГІЇ В УКРАЇНІ

### Вступ

Специфіка електроенергетики як галузі промислового виробництва накладає особливі обмеження на багато техніко-економічних процесів в даній сфері, їх проходження, облік, організацію і планування. Особлива увага вчених і практичних працівників завжди пов'язана з питаннями виробництва і споживання електроенергії, оскільки одночасність цих процесів створює необхідність більш уважного, об'єктивного і ретельного підходу до задач планування виробництва, технології засобів розподілу і поширення електроенергії та прогнозування попиту. Дослідження в цих напрямках завжди були пріоритетними, оскільки вони мають і значний науковий потенціал, пов'язаний з невирішеністю проблем, і практичну значущість, зумовлену необхідністю зниження витрат на функціонування галузі, складністю обчислювальних процедур для моделювання процесів та недостатньою точністю й адекватністю [1].

Питання вивчення виробництва і споживання електроенергії в нашій країні досліджувалися протягом тривалого часу. Значна увага цим питанням приділялася в період 70-х і 80-х років минулого сторіччя і це, насамперед, пов'язувалося з удосконалюванням розрахунків лімітів потужності споживачів енергосистеми, обґрунтуванням необхідного і достатнього рівня встановленої потужності енергосистем регіонів і держави в цілому.

Сучасна світова економіка, зокрема, й економіка України та її електроенергетична галузь, характеризується трансформаційними процесами [2]. Економічні системи еволюціонують у часі, в них відбуваються структурні трансформації. Зміна організаційно-економічних і правових відносин в енергосистемі держави, створення ринку електроенергії й ускладнення технічних і технологічних процесів, притаманних сучасній електроенергетиці, формування нових вимог до надійності енергопостачання, з одного боку, і оптимізація встановлених потужностей з виробництва електроенергії, з іншого,

створюють передумови для необхідності удосконалення методів і моделей прогнозування попиту на такий специфічний товар внаслідок того, що застосування статистичних і аналітичних методів моделювання ускладнене, а в ряді випадків просто неможливе. При моделюванні необхідно враховувати безліч різних факторів, що відображують як властивості елементів системи, так і взаємини між ними.

Характерною рисою сучасних досліджень економіки стає все більш широке застосування економіко-математичних методів, що дає можливість досліджувати властивості економічної системи як традиційними методами, так і методами, в основі яких покладені теорія хаосу, нелінійна динаміка, теорія фракталів, теорія катастроф і синергетика [3]. Для повного й адекватного моделювання економічної системи необхідно моделювати як її поведінку, так і структуру. Аналіз результатів, отриманих різними дослідниками, привів до такого спостереження: детерміноване поведінку виявляється в економічних часових рядах набагато рідше, ніж можна було б припустити на основі змістовного аналізу поведінку економічної системи.

Складні економічні системи, такі, як електроенергетика, належать до систем, що самоорганізуються. У процесі еволюційного розвитку таких систем закріплюються зв'язки між елементами, що сприяють ефективному функціонуванню системи. Причина цього криється у високому рівні складності економічних систем. Особливо це стосується систем енергетики, тому що саме ця галузь істотно сама впливає на економіку інших галузей і найбільшою мірою залежить від зовнішнього середовища функціонування – стану і розвитку виробництва, правових економічних відносин, соціально-економічного стану суспільства та ін. Безліч усіх внутрішніх зв'язків між елементами економічної системи утворює її структуру, яка в багатьох випадках має фрактальні (самоподібні) властивості [4]. Слід відзначити, що на сьогодні немає публікацій, які присвячені дослідженню динаміки виробництва та споживання електроенергії в Україні з погляду на фрактальність структури і наявність довгострокової залежності, властивої самоподібним стохастичним процесам.

### Постановка задачі

Метою даної статті є дослідження фрактальної структури часових рядів споживання і

виробництва електроенергії в Україні, виявлення наявності довгострокової пам'яті і часових інтервалів, на яких вона простежується.

### Визначення показника Херста за емпіричними даними

Традиційно самоподібність стохастичного процесу розпізнається визначенням параметра (показника) Херста  $H$ ,  $0 < H < 1$ . Часові послідовності, для яких  $H$  більше 0,5, належать до класу персистентних, що зберігають наявну тенденцію. Якщо збільшення досліджуваного ряду були позитивними протягом деякого часу в минулому, тобто відбувалося збільшення  $H$ , то й надалі в середньому відбуватиметься його збільшення. І навпаки, тенденція до зменшення  $H$  в минулому означає в середньому продовження зменшення цього показника в майбутньому. Чим більше  $H$ , тим сильніша тенденція.

Значення  $H = 0,5$  свідчить про незалежність випадкових даних, при цьому ніякої вираженої тенденції процесу не проявляється. Випадок  $H < 0,5$  характеризується антиперсистентністю: зростання  $H$  в минулому означає зменшення його в майбутньому, а тенденція до зменшення  $H$  в минулому робить ймовірним збільшення в майбутньому. Чим менше  $H$ , тим більша ця імовірність. У таких процесах після зростання змінної зазвичай відбувається її зменшення, а після зменшення — зростання.

Існує багато методів визначення показника Херста. Одним із найбільш затребуваних і застосовуваних на практиці є метод нормованого розмаху [5]. У цьому випадку для часового ряду  $x(t)$  довжиною  $\tau$  визначається відношення  $\frac{R(\tau)}{S(\tau)}$  ( $R(\tau)$  — розмах кумулятивного ряду  $x^{\text{cum}}(t, \tau)$ ;  $S(\tau)$  — середнє квадратичне відхилення ряду  $x(t)$ ):

$$\frac{R}{S} = \frac{\max(x^{\text{cum}}(t, \tau)) - \min(x^{\text{cum}}(t, \tau))}{\sqrt{\frac{1}{\tau-1} \sum_{i=1}^{\tau} (x(i) - \bar{x})^2}}, \quad t = \overline{1, \tau},$$

$$\text{де } \bar{x}(\tau) = \frac{1}{\tau} \sum_{i=1}^{\tau} x(i); \quad x^{\text{cum}}(t, \tau) = \sum_{i=1}^t x(i) - \bar{x}(\tau).$$

Для самоподібного процесу це відношення при великих значеннях  $\tau$  має таку характеристику:

$$M \left[ \frac{R}{S} \right] \approx (c \tau)^H,$$

де  $c$  — деяка стала величина.

Графік залежності  $\frac{R(\tau)}{S(\tau)}$  від  $\tau$  в логарифмічному масштабі являтиме собою пряму лінію, що апроксимується методом найменших квадратів (рис. 1). Оцінка показника  $H$  обчислюється як тангенс кута нахилу прямої залежності

$\log \frac{R(\tau)}{S(\tau)}$  від  $\log(\tau)$ .

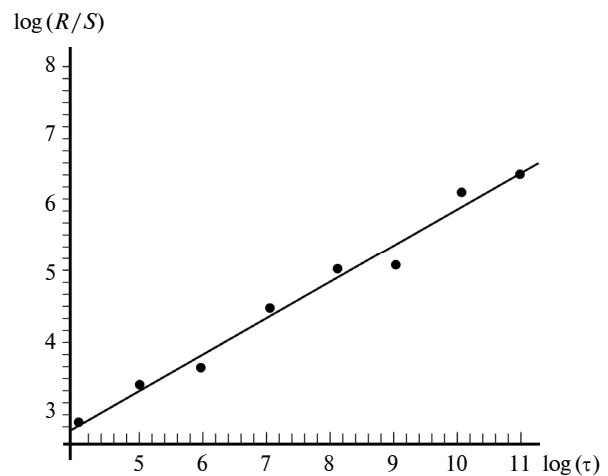


Рис. 1. Залежності  $R/S$  і  $\tau$  від тангенса кута нахилу прямої

### Аналіз зміни показника Херста

Різні стохастичні процеси можуть мати різну пам'ять: короткострокову, довгострокову і нескінченну. Крім того, той самий процес може містити в собі різні типи часової залежності. Виявити наявність тієї або іншої пам'яті дає змогу  $R/S$ -аналіз зміни показника Херста  $H$  залежно від довжини часового ряду.

Відповідно до загальноприйнятих методів розрахунку показника Херста за даним часовим рядом отримують точкову оцінку цього параметра — число, яке характеризує ступінь довгострокової залежності. У даній статті для аналізу типу часової залежності застосовується модифікована методика, розглянута в [6]. У цьому випадку показник Херста  $H$  розглядається як функція числа відліків часового ряду:  $H(n)$ . Поводження функції  $H(n)$  дає можливість визначити такі характерні риси часового ряду: незалежність випадкових даних; наявність циклічних складових і середню довжину неперіодичного циклу; наявність довгострокової і короткострокової залежності.

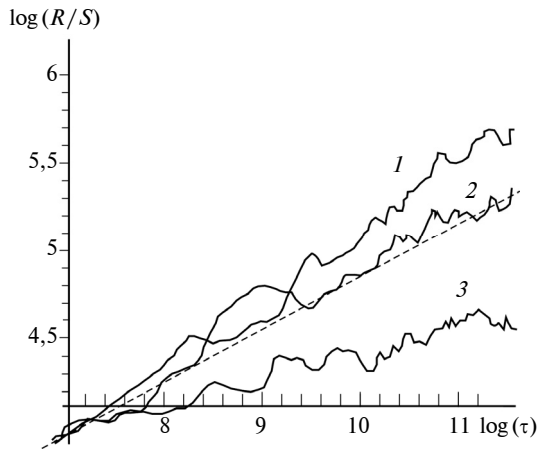


Рис. 2. Типові залежності  $\log(R/S)$  від довжини ряду

На рис. 2 наведено типові залежності  $\log(R/S)$  від довжини ряду для процесів з різними типами пам'яті. Пунктирною лінією позначено теоретичні значення  $\log(R/S)$  для незалежних випадкових даних при  $H = 0,5$ . За наявності довгострокової залежності (крива 1) значення  $\log(R/S)$  знаходяться вище пунктирної лінії, а у випадку антиперсистентності (крива 3) – нижче. Аналіз поведінки показника Херста дає змогу визначити значення часового інтервалу, починаючи з якого процес змінює властивості довгострокової залежності.

За допомогою  $R/S$ -аналізу можна виявити циклічність процесу і визначити середню довжину неперіодичних циклів, характерних для хаотичних систем. Оскільки в цьому випадку динаміка системи обмежена атрактором (періодичним або хаотичним), починаючи з певного періоду значення показника  $H$  (нахил кривої  $\log(R/S)$ ) перестають змінюватися. Цей період характеризує середню довжину циклу. Особливе значення при дослідженні фрактальних процесів має виявлення й усунення короткострокової залежності, характерної для авторегресійних процесів. Лінійна залежність збільшує значення показника Херста і демонструє ефект довгостро-

кової пам'яті. Для усунення короткострокової залежності необхідно значення часового ряду процесу  $S(t)$  регресувати як залежну змінну відносно  $S(t-1)$  і знайти лінійну залежність між ними. Після цього проводиться  $R/S$ -аналіз залишку  $X(t) = S(t) - (a + bS(t-1))$ . Якщо вихідний ряд мав довгострокову залежність, то вона зберігається, у той час як короткострокова залежність усувається [6].

### Аналіз часового ряду споживання електроенергії

Дані для поданих у статті досліджень було взято на офіційному сайті ДП “Енергоринок України” [7]. Нами досліджено ряд щоденного споживання електроенергії за період з 06.01.2003 р. по 06.01.2010 р., що містить 2554 спостереження (рис. 3). Спостерігаючи часову реалізацію, відразу можна відзначити яскраво виражену сезонність: зима–літо, наявність тенденції зростання споживання електроенергії до 2009 р. і різкий спад на початку 2009 р., що відповідає світовій фінансовій кризі.

Почнемо дослідження структури ряду споживання електроенергії з побудови ряду першої різниці  $D(-1)$ . Процедура взяття першої різниці рівноцінна вилученню авторегресійної залежності і лінійного тренду, що часто дає можливість отримати стаціонарний, у широкому

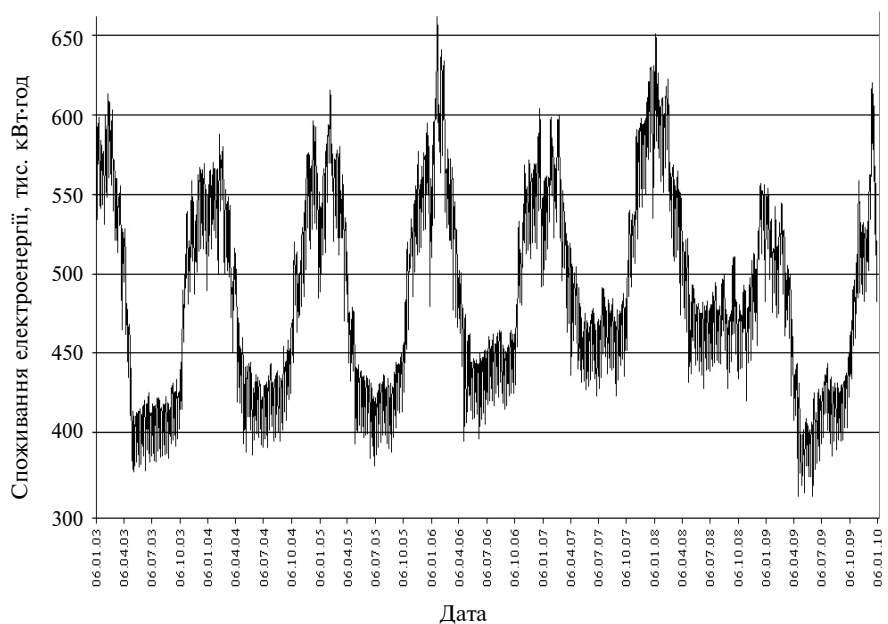


Рис. 3. Динаміка щоденного споживання електроенергії по Україні

значенні, [8] ряд, який було досліджено на стаціонарність за критеріями серій, інверсій і поворотних точок. Проведені тести продемонстрували відсутність тренду. Автокореляційна функція даного ряду, яка показана на рис. 4, а, демонструє сплески, що відповідають семиденній періодичності. Тижнева циклічність природна для споживання електроенергії.

Проведемо  $R/S$ -аналіз зміни показника Херста  $H(n)$  залежно від довжини  $n$  часового ряду  $D(-1)$ . Графік у подвійному логарифмічному масштабі для  $R/S$ -аналізу показано на рис. 4, б.

На графіку  $R/S$ -залежності чітко видно цикли, що відповідають щомісячній повторюваності. Прямою лінією позначено ділянку, на якій простежується довгострокова залежність з показником Херста  $H = 0,54$ . Починаючи із значення  $n = 356$ , що відповідає річному циклові,  $R/S$ -залежність демонструє періодичні складові, які відповідають сезонним циклам різної довжини.

Під час проведення  $R/S$ -аналізу семиденна циклічність заважає коректному обчисленню ступеня довгострокової залежності. У цьому випадку можна вилучити циклічність за допо-

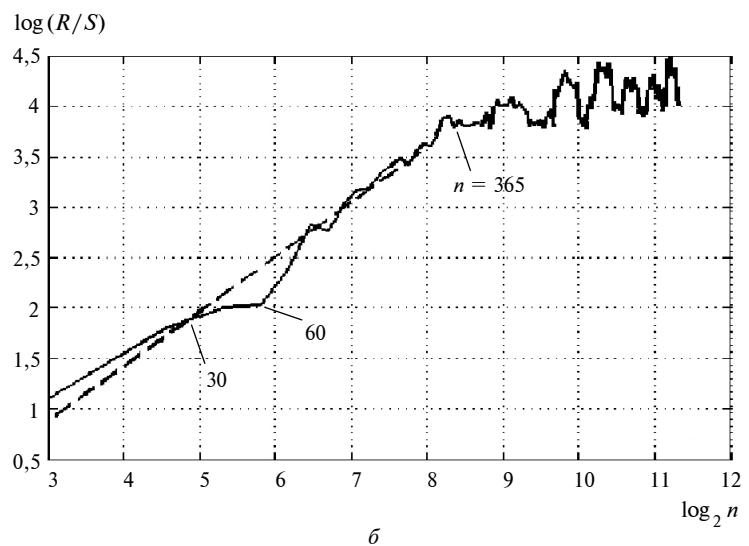
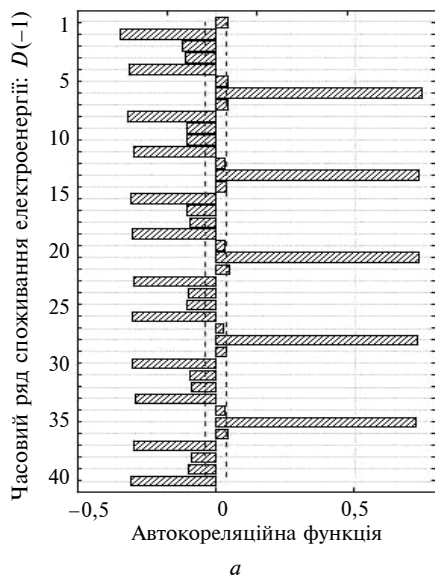


Рис. 4. Кореляційна функція ряду  $D(-1)$  (а) і відповідна  $R/S$ -залежність (б),  $H = 0,54$  для ряду споживання електроенергії в Україні

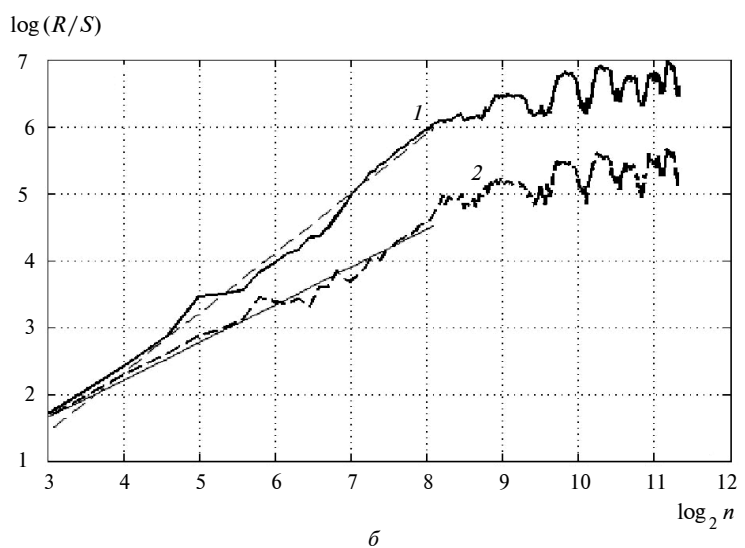
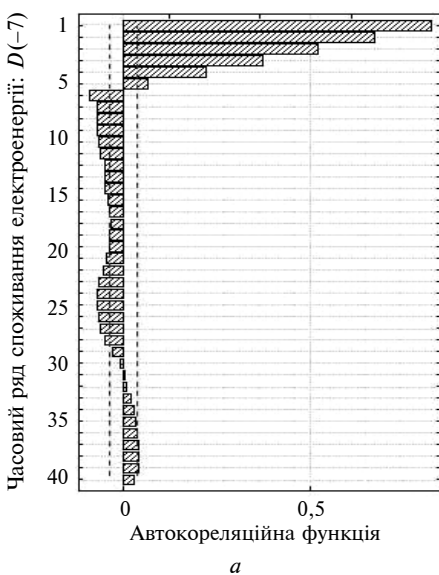


Рис. 5. Кореляційна функція ряду споживання електроенергії  $D(-7)$  (а) і відповідні  $R/S$ -залежності (б): 1 – дані без вилучення авторегресії,  $H = 0,86$ ; 2 – дані з вилученням авторегресії,  $H = 0,56$

могою побудови ряду різниці з лагом 7:  $D(-7)$  [8]. Відповідна автокореляційна функція показана на рис. 5, а. Кореляційна функція демонструє відсутність періодичних складових, що кратні семиденному циклові. Однак її поступовий спад свідчить про наявність авторегресійної складової процесу.

Проведемо  $R/S$ -аналіз зміни показника Херста  $H(n)$  для часового ряду  $D(-7)$ . Графік  $R/S$ -залежності в подвійному логарифмічному масштабі показано на рис. 5, б. Пунктирною прямою на кривій 1 позначено ділянку, на якій простежується довгострокова залежність з показником Херста  $H = 0,86$ . Однак дуже високий показник може пояснюватися наявністю короткострокової залежності. Для її усунення необхідно знайти лінійну залежність між значеннями ряду в точках  $n$  і відповідними значеннями в точках  $n - 1$ . Аналіз ряду  $D(-7)$  показав наявність авторегресійної залежності з коефіцієнтом авторегресії, який дорівнює 0,79. Кривою 2 зображено графік  $R/S$ -залежності для ряду  $D(-7)$  з вилученою авторегресією. Показник Херста знизився до значення  $H = 0,56$ , що близько до значення, отриманого раніше для ряду  $D(-1)$ .

Отже, аналіз часового ряду подобового споживання електроенергії в Україні показав наявність довгострокової залежності з показником Херста  $H = 0,56$ . Часовий інтервал, на якому простежується довгострокова залежність, лежить у діапазоні від 7 до 365 днів.

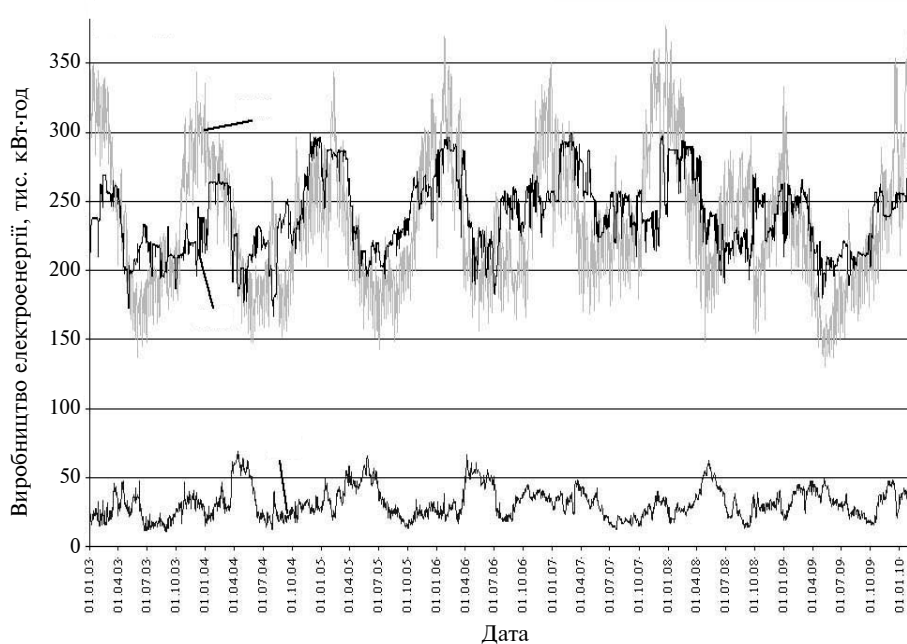


Рис. 5. Динаміка обсягів електроенергії, виробленої на АЕС, ТЕС, ГЕС

### Аналіз часових рядів виробництва електроенергії

У статті досліджено ряди подобового виробництва електроенергії електростанціями України (ГЕС, АЕС і ТЕС) за період з 01.01.2003 р. по 01.01.2010 р., що містять 2554 спостереження (рис. 6). У поданих рядах спостерігається сезонність (зима–літо) і деякий спад виробництва на початку 2009 р., що відповідає фінансовій кризі.

Проведемо дослідження структури поданих часових рядів за допомогою  $R/S$ -аналізу зміни показника Херста. Почнемо дослідження з побудови рядів першої різниці і відповідних кореляційних функцій, показаних на рис. 7, а, б, в, які було досліджено на стаціонарність за критеріями серій, інверсій і поворотних точок, що підтвердило відсутність тренда. Автокореляційні функції рядів ТЕС і ГЕС демонструють сплески, що відповідають тижневій циклічності, у той час як у ряду виробництва електроенергії АЕС явно виражена відсутність семиденної періодичності. Автокореляційні функції різниці з лагом 7 для рядів виробництва ТЕС і ГЕС, що демонструють наявність авторегресії, показані на рис. 7, г, д. Отже, для ряду АЕС можна проводити  $R/S$ -аналіз за рядом першої різниці, а для рядів виробництва на ТЕС і ГЕС необхідно досліджувати ряд різниці з лагом 7 з вилученою короткостроковою залежністю.

На рис. 8 наведено графіки  $R/S$ -аналізу для розглянутих рядів. Для всіх рядів, починаючи із значення  $n = 365$ , що відповідає річному циклові,  $R/S$ -залежність демонструє періодичні складові, які відповідають сезонним циклам різної довжини.  $R/S$ -аналіз ряду виробництва АЕС вказує на два часових інтервали з різними показниками Херста (рис. 8, а). Інтервали розділені ділянкою, що вказує на одно- і двомісячну циклічність. Показник Херста для ділянки 1 дорівнює 0,58, а для 2 – 0,79.

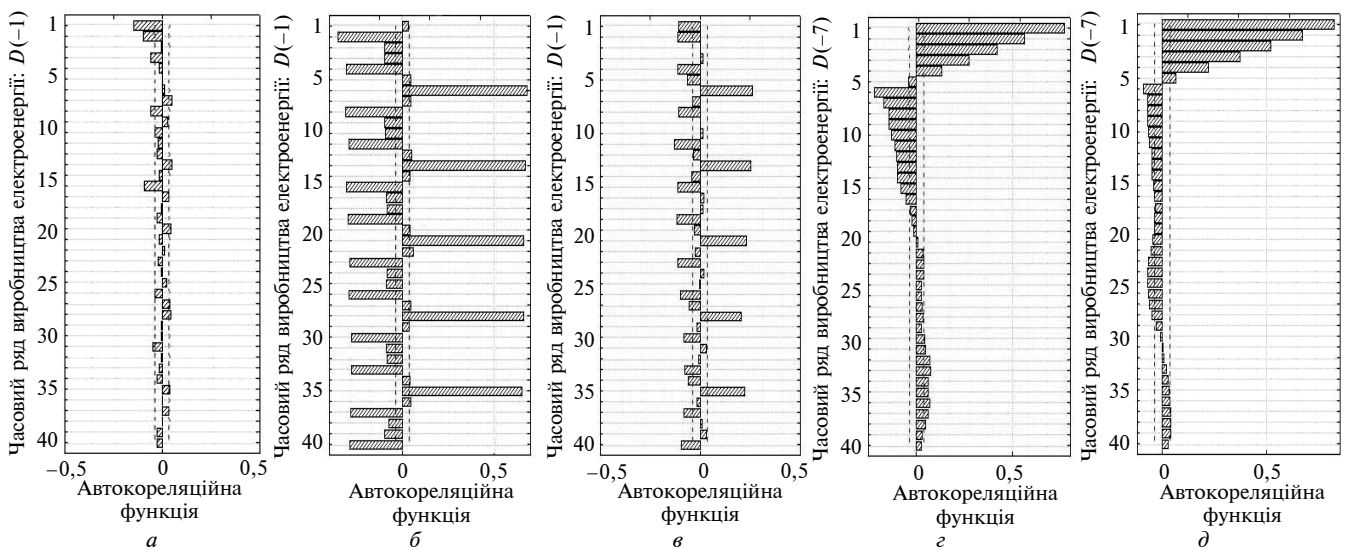


Рис. 7. Функції автокореляції рядів виробництва електроенергії АЕС, ТЕС, ГЕС: *a* – АЕС,  $D(-1)$ ; *б* – ТЕС,  $D(-1)$ ; *в* – ГЕС,  $D(-1)$ ; *г* – ТЕС,  $D(-7)$ ; *д* – ГЕС,  $D(-7)$

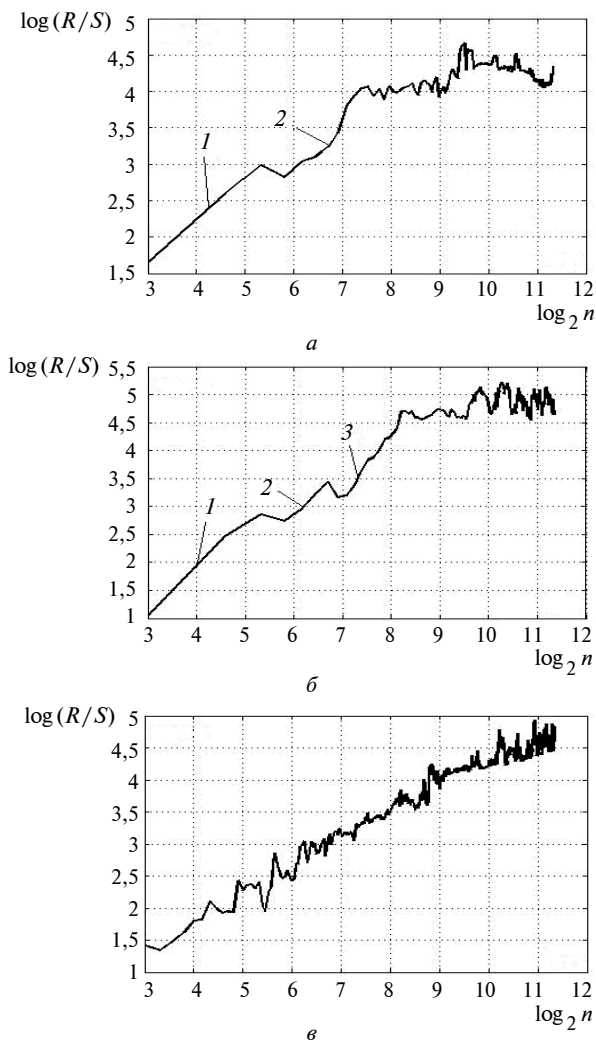


Рис. 8.  $R/S$ -залежність для рядів виробництва електроенергії: *a* – АЕС; *б* – ТЕС; *в* – ГЕС

$R/S$ -аналіз ряду виробництва електроенергії ТЕС для ряду  $D(-7)$  з вилученою авторегресією вказує на три часових інтервали (1, 2, 3) довгострокової залежності (від тижня до місяця, від двох до трьох місяців і від трьох місяців до року) з різними показниками Херста (рис. 8, б). Показники Херста для відповідних ділянок дорівнюють: 1 – 0,80; 2 – 0,79; 3 – 0,89.

На відміну від усіх раніше розглянутих рядів  $R/S$ -аналіз ряду виробництва електроенергії ГЕС після вилучення короткострокової залежності показав наявність антиперсистентної залежності з показником Херста  $H = 0,44$ . Це цікавий і важливий результат, тому що антиперсистентна динаміка в економічних і технічних процесах трапляється досить рідко [5, 6]. Даний результат демонструє особливості структури часових рядів виробництва електроенергії гідроелектростанціями, дослідження й прогнозування яких вимагає окремого підходу.

## Висновки

Фрактальний аналіз часових рядів виробництва і споживання електроенергії в Україні показав наявність короткострокової і довгострокової пам'яті даних стохастичних процесів. Часовий інтервал, на якому простежується довгострокова залежність, лежить у діапазоні від тижня до року. Таким чином, для математичного моделювання і прогнозування процесів виробництва і споживання електроенергії в Україні необхідно використовувати стохастичні процеси, яким притаманна як довгострокова,

так і короткострокова залежність, наприклад, фрактальні моделі авторегресії і ковзного середнього (FARIMA).

Практичне застосування результатів даної статті полягає у виробленні рекомендацій для оцінювання показника Херста по часових рядах, фрактальна структура яких не однакова в різних часових діапазонах. До часових рядів, що містять трендову і періодичну компоненти, необхідно застосовувати не тільки процедуру взяття першої різниці, але й різниці з лагом, що дорівнює періоду, і після цього вилучити авторегресійну складову.

Нами проведено дослідження на прикладі аналізу часових рядів виробництва і споживання електроенергії. Однак запропоновану методику оцінювання параметра Херста можна використовувати для дослідження фрактальної структури часових рядів різної природи: технічних, геофізичних, економічних, біомедичних. Подальші дослідження в рамках даної проблеми передбачають проведення фрактального аналізу часових рядів аналогічної складної динаміки за допомогою методів, заснованих на вейвлет-перетвореннях, які дають можливість одержувати більш точні оцінки параметра Херста.

Ж.В. Дейнеко, В.В. Кирий, Л.О. Кириченко

ИССЛЕДОВАНИЕ ФРАКТАЛЬНЫХ СВОЙСТВ  
РЯДОВ ПРОИЗВОДСТВА И ПОТРЕБЛЕНИЯ  
ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ В УКРАИНЕ

Проведено исследование фрактальной структуры временных рядов производства и потребления электроэнергии в Украине, в основе которых лежат нелинейная динамика и теория фракталов.

УДК 519.2:40.1

Дослідження фрактальних властивостей рядів виробництва і споживання електроенергії в Україні / Дейнеко Ж.В., Кирий В.В., Кириченко Л.О. // Наукові вісті НТУУ "КПІ". – 2010. – № 5. – С. 00–00.

Проведено дослідження фрактальної структури часових рядів виробництва й споживання електроенергії в Україні, в основі яких лежать нелінійна динаміка й теорія фракталів.

Л. 7. Бібліогр.: 7 назв.

1. *Енергетична стратегія України на період до 2030 р.* [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://zakon.rada.gov.ua/signal/kr06145a.doc>
2. *Трансформація моделі економіки України (ідеологія, протиріччя, перспективи)* / За ред. акад. НАН України В.М. Гейця. – К.: Логос, 1999. – 500 с.
3. *Занг В.Б.* Синергетическая экономика. Время и периоды в нелинейной экономической теории / Пер. с англ. – М.: Мир, 1999. – 336 с.
4. *Петерс Э.* Хаос и порядок на рынках капитала. Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка. – М.: Мир, 2000. – 334 с.
5. *Федер Е.* Фракталы. – М.: Мир, 1991. – 260 с.
6. *Петерс Э.* Фрактальный анализ финансовых рынков: применение теории хаоса в инвестициях и экономике. – М.: Интернет-трейдинг, 2004. – 304 с.
7. *Электронный ресурс.* – Режим доступа: <http://www.er.gov.ua>
8. *Ханк Д.Э., Уичерн Д.У., Райтс А.Дж.* Бизнес-прогнозирование. – 7-е изд. / Пер. с англ. – М.: Изд. дом "Вильямс", 2003. – 656 с.

Рекомендована Радою  
факультету прикладної математики  
НТУУ "КПІ"

Надійшла до редакції  
29 березня 2010 року

**Кіриченко Людмила Олегівна,**  
кандидат технічних наук, доцент Харківського національного університету радіоелектроніки.

**Дейнеко Жанна Валентинівна,**  
старший викладач Центру післядипломної освіти Харківського національного університету радіоелектроніки.

**Кирий Валентина Василівна,**  
кандидат економічних наук, доцент Харківського національного університету радіоелектроніки.