

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНОЇ КОЛІСНОЇ ПЛАТФОРМИ МОБІЛЬНОГО РОБОТУ ІЗ БОРТОВИМИ ВИМІРЮВАЛЬНИМИ ПРИСТРОЯМИ

Алешко К. А.

Харківський національний університет радіоелектроніки

Україна, 61166, Харків, пр. Науки 14

E-mail: kyryl.aleshko@nure.ua

Анотація: На основі електромеханічних аналогій та рівнянь Лагранжа 2-го роду у вигляді системи чотирьох звичайних диференціальних рівнянь другого порядку та одного звичайного диференціального рівняння першого порядку з початковими умовами запропоновано математичну модель роботизованої колісної платформи з акселерометром та тахометрами для забезпечування необхідних вимірювань щодо оцінки поточного стану та автоматичного управління колісної платформи. В запропонованій моделі механічні рухи платформи та чутливих елементів її вимірювальних приладів є зв'язаними із електричними процесами в рушійних електродвигунах та вимірювальних пристроях.

Ключові слова: робот, колісна платформа, акселерометр, тахометр, математична модель

MATHEMATICAL MODEL OF ELECTROMECHANICAL WHEEL PLATFORM OF THE MOBILE ROBOT WITH ON-BOARD MEASURING DEVICES

K. A. Aleshko

Kharkiv National University of Radioelectronics

Ukraine, 61166, Kharkiv, Nauky av., 14

E-mail: kyryl.aleshko@nure.ua

Abstract: Based on electromechanical analogies and Lagrange equations of the 2nd kind in the form of a system of four ordinary second-order differential equations and one ordinary first-order differential equation with initial conditions, the mathematical model of the robotic wheel platform with accelerometer and tachometers is proposed to provide necessary measurements and automatic control of this wheel platform. In the proposed model, the mechanical movements of the platform and the sensitive elements of the platform's measuring devices are related with the electrical processes in the drive electric motors and in the measuring devices.

Key words: robot, wheel platform, accelerometer, tachometer, mathematical model

ВСТУП. Електромеханічні колісні платформи широко використовуються сьогодні в якості складових мобільних автономних робото-технічних систем різного призначення. Зрозуміло, що автономність таких платформ забезпечується у тому числі за рахунок автоматизованого визначення їхнього стану – координат, швидкості та прискорення, а також їхньої взаємодії із зовнішнім середовищем, що потребує наявності досить складних бортових вимірювальних пристроїв та систем.

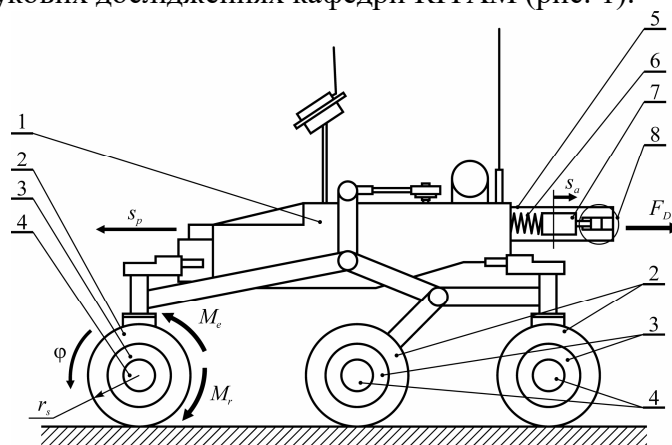
АКТУАЛЬНІСТЬ, МЕТА ТА ЗАДАЧІ ДОСЛІДЖЕННЯ. Одним із основних загальних трендів щодо розвитку сучасної індустрії є впровадження роботизованих мобільних електромеханічних платформ [1–6], у тому числі із колісним рушієм, що дозволяють суттєво зменшити безпосередню участь промислового персоналу у виконанні широкого кола операцій для більш ефективного їх виконання та для забезпечення безпеки персоналу.

Намагання щодо забезпечення автоматичного управління певними типами мобільних робото-технічних платформ вимагає розв'язування складної проблеми автоматизованого визначення їхнього стану та їхньої взаємодії із зовнішнім середовищем у тому числі для автоматизованого вибору режимів їхнього руху. Зрозуміло, що визначення поточного стану руху та взаємодії із зовнішнім середовищем колісних платформ вимагає наявності досить складних бортових вимірювальних пристроїв – датчиків різного типу, та вимірювальних

систем, що забезпечують належну обробку результатів вимірювань датчиків. Основою таких вимірювальних систем є досить складні математичні моделі, що мають забезпечувати належну обробку даних прямих вимірювань з метою одержання максимально повної інформації щодо поточного стану рухомої автономної мобільної колісної платформи. Від досконалості математичних моделей, що використовуються у бортових вимірювальних системах мобільних автономних колісних платформ, істотно залежать можливості щодо визначення поточного стану таких платформ та можливості забезпечення належної якості їхнього автоматичного управління. Завдяки цієї обставині проблема створення досконалих математичних моделей електромеханічних колісних платформ із бортовими вимірювальними пристроями є актуальною завдяки постійним намаганням щодо удосконалення конструкцій для забезпечення ефективної експлуатації. Основна складність математичного моделювання колісних платформ із бортовими вимірювальними пристроями та системами полягає у тому, що в цих моделях стан колісної платформи та вимірювальних пристроїв і систем має розглядатися як зв'язаний і їм неможливо нехтувати для спрощення рівнянь математичних моделей.

Метою дослідження є розробка математичної моделі електромеханічної колісної платформи мобільного роботу із бортовими вимірювальними пристроями – акселерометром, що визначає прискорення руху платформи та тахометрами, що визначають кутові швидкості коліс платформи та вимірювальними системами для обробки результатів вимірювань. В розроблюваній математичній моделі передбачається розглядати зв'язки між станом платформи та її бортових вимірювальних пристроїв і систем з метою забезпечення можливостей її використання в бортових системах інтелектуальної обробки результатів вимірювань.

СХЕМАТИЗАЦІЯ КОЛІСНОЇ ПЛАТФОРМИ ТА ЇЇ ВИМІРЮВАЛЬНИХ ПРИСТРОЇВ. Математична модель динаміки колісної платформи має відповідним чином враховувати особливості її конструктивного виконання, включаючи компоновку, загальну кількість коліс, кількість рушійних коліс, передачу обертового моменту на рушійні колеса; її характеристики, такі як маса платформи та її складових, розміри платформи та її складових, характеристики рушійних електричних двигунів, а також взаємодію із зовнішнім середовищем, включаючи проковзування, опір котінню коліс та в'язкий опір. Завдяки означеним обставинам цілком розуміло, що математична модель динаміки колісної платформи має бути одержана для конкретного конструктивного виконання колісної платформи для заданих умов її руху та взаємодії із навколишнім середовищем. Далі будемо розглядати математичне моделювання роботизованої колісної платформи-прототипу, що використовується в наукових дослідженнях кафедри КІТАМ (рис. 1).



1 – корпус платформи; 2 – колесо; 3 – тягловий електричний двигун;
 4 – бортовий тахометричний датчик; 5 – бортовий акселерометр;
 6 – пружний, 7 – інерційний та 8 – дисипативний елементи акселерометру
 Рисунок 1 – Схематизація рухів та взаємодій прототипу колісної платформи

Прямолінійний поступальний рух колісної платформи визначатимемо за допомогою лінійної координати $s_p = s_p(t)$ (рис. 1), яку розглядатимемо як функцію часу t . Вважаємо, що прямолінійний поступальний рух платформи забезпечується за рахунок обертання коліс, які визначатимемо за допомогою кута повороту $\varphi = \varphi(t)$ (рис. 1); вважатимемо, що кути повороту усіх коліс платформи є однаковими. Зрозуміло, що лінійна координата платформи та кут повороту її коліс зв'язані між собою, і такий зв'язок можна представити у вигляді рівняння зв'язку досліджуваної колісної платформи:

$$s_p = \varphi \cdot r_s, \quad (1)$$

де r_s – ефективний радіус кочення колеса досліджуваної платформи.

Електромеханічний момент (див. рис. 1) від тяглового електричного двигуна постійного струму (рис. 2) визначатимемо наступним чином [7, 8]:

$$M_e = B_e \cdot I_e, \quad (2)$$

де B_e – електромеханічний параметр та I_e – електричний струм ротору електродвигуна.

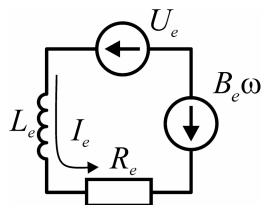


Рисунок 2 – Еквівалентна електрична схема ротору електродвигуна постійного струму

Використовуємо спрощену еквівалентну електричну схему ротору електричного двигуна постійного струму, що показана на рис. 2. Відповідно цій схемі (рис. 2) обмотку ротору електричного двигуна постійного струму представляємо у вигляді послідовно з'єднаного індуктивного L_e та активного R_e опорів, в яких завдяки напрузі U_e від джерела зовнішнього живлення в обмотці ротору утворюється електричний струм I_e , завдяки якому утворюється обертальний момент (2), і ротор починає обертатися із кутовою швидкістю в електромагнітному полі статора. Напрузі від джерела зовнішнього живлення якому протидіє електрорушійна сила $B_e \omega$, де $\omega \equiv \dot{\varphi}$ – кутова швидкість коліс, що утворюється внаслідок обертання обмотки ротору в електромагнітному полі статора.

Передбачаємо, що для визначення поточного стану колісна платформа (див. рис. 1) оснащена тахометрами, які визначають кутову швидкість коліс та акселерометром, який визначає прискорення поступального руху платформи.

Бортовий тахометричний датчик, що передбачений для визначення кутової швидкості коліс мобільної платформи (рис. 3), зазвичай, представляє собою електричний мікрогенератор постійного струму [9]. Оскільки основним призначенням бортового тахометричного датчику є визначення кутової швидкості коліс мобільної платформи, то з урахуванням мети цього дослідження достатньо розглянути спрощену еквівалентну схему вимірювального ланцюга (рис. 3), що включає індуктивний опір L_T та активний опір R_T обмотки ротору електричного мікродвигуна постійного струму датчику; джерело електрорушійної сили $B_T \omega$, де B_T – електромеханічний параметр електричного мікрогенератора постійного струму датчику, що утворюється внаслідок обертання ротору в електромагнітному полі статора електричного мікрогенератора постійного струму датчику; також вимірювальний ланцюг містить вимірювальний активний опір R_{TM} .

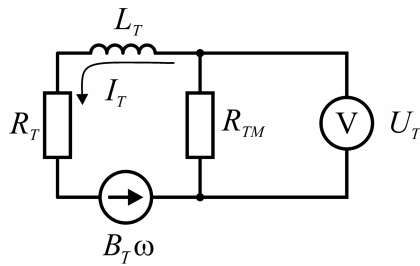


Рисунок 3 – Еквівалентна електрична схема тахометричного датчику

Завдяки обертанню із кутовою швидкістю ω ротору, мікро-генератор постійного струму тахометричного датчику буде створювати електричний струм I_T , який, в свою чергу, буде створювати відповідне падіння напруги U_T на спеціально передбаченому вимірювальному активному опорі:

$$U_T = I_T \cdot R_{TM}, \quad (3)$$

Оскільки електричний струм ротору мікро-генератору $I_T = I_T(\omega)$, то з урахуванням співвідношення (2.6) матимемо за вимірною напругою U_T оцінку величини кутової швидкості ω ротору, мікро-генератор постійного струму тахометричного датчику, яка дорівнює кутовій швидкості колеса мобільної платформи (див. рис. 1).

Завдяки прискоренню \ddot{s}_p прямолінійного руху платформи інерційний елемент її бортового акселерометру (див. рис. 1) одержує переміщення відносно положення, яке відповідає недеформованому пружному елементу; таке відносне переміщення визначатимемо відносною лінійною координатою $s_a = s_a(t)$. Переміщення інерційної маси акселерометру перетворюється зазвичай у вимірювану напругу відповідного електричного сигналу, саме яка далі безпосередньо вимірюється для оцінки переміщення інерційного елемента та відповідно прискорення колісної платформи (рис. 4).



Рисунок 4 – Еквівалентна електрична схема вимірювальної частини акселерометру

Відповідно прийнятій еквівалентній електричній схемі вимірювальної частини акселерометру (рис. 4), в якій оцінка переміщення інерційної маси здійснюється за зміною опору спеціального резистору R_a перемінного опору. В такій схемі передбачене джерело живлення із постійною напругою U_a , що утворює струм I_a , а вимірюється напруга U_{aM} , яка залежить від переміщення s_a інерційної маси (рис. 2.5):

$$U_{aM} = I_a R_a \left(\frac{1}{2} + \frac{s_a}{l_a} \right), \quad (4)$$

де R_a та l_a – повний активний опір та загальна довжина резистору змінного опору.

ПОБУДОВА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ. Для побудови математичної моделі електромеханічної колісної платформи (див. рис. 1 та див. рис. 2) з її бортовими

вимірювальними пристроями (див. рис. 2 та див. рис. 3) використовуємо електромеханічні аналогії [10] та рівняння Лагранжа 2-го роду, які мають наступний вигляд [10]:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial L}{\partial q_k} = -\frac{\partial R}{\partial \dot{q}_k} + Q_k, \quad k = 1, 2, \dots, n, \quad (5)$$

де q_1, q_2, \dots, q_n – узагальнені координати, а n – число ступенів вільності; L – функція Лагранжа та R – функція Релея; Q_1, Q_2, \dots, Q_n – узагальнені сили, що відповідають узагальненим координатам q_1, q_2, \dots, q_n .

Маємо 5 ступенів вільності для схематизованої електромеханічної колісної платформи (див. рис. 1 та див. рис. 2) з її бортовими вимірювальними пристроями (див. рис. 2 та див. рис. 3) та можемо прийняти її узагальнені координати у наступному вигляді:

$$\varphi = q_1, s_p = r_s q_1, s_a = q_2, I_e = \dot{q}_3, I_a = \dot{q}_4, I_T = \dot{q}_5. \quad (6)$$

Слід відзначити, що введені у вигляді (6) узагальнені координати мають різноманітний фізичний сенс таким чином, що одна частина із них є суто механічними, та представляє лінійні координати складових платформи, а друга частина є електричними зарядами, що представляють відповідні електричні струми у ланцюгах двигунів, тахометрів та акселерометру.

З використанням рівнянь Лагранжа 2-го роду (5) та узагальнених координат (6) отримаємо диференціальні рівняння математичної моделі колісної платформи у наступному вигляді:

$$J\ddot{q}_1 - m_a r_s \ddot{q}_2 = 6B_e \dot{q}_3 - \left(c_D \frac{\rho}{2} A_f r_s^3 \dot{q}_1^2 + f_r mg \right) \text{sign}(\dot{q}_1), \quad (7)$$

$$-m_a r_s \ddot{q}_1 + m_a \ddot{q}_2 + c_a q_2 = -b_a \dot{q}_2, \quad (8)$$

$$L_e \ddot{q}_3 = -B_e \dot{q}_1 - R_e \dot{q}_3 + U_e, \quad (9)$$

$$0 = -R_a \dot{q}_4 + U_a, \quad (10)$$

$$L_T \ddot{q}_5 = B_T \dot{q}_1 - (R_T + R_{TM}) \dot{q}_5. \quad (11)$$

В диференціальних рівняннях (7)–(11) введені позначення: $J = mr_s^2 + 6J_k$; m та m_a – повна маса платформи та маса інерційного елемента її бортового акселерометра; J_k – сумарний момент інерції колеса, ротору тяглого електродвигуна та ротору тахометричного датчику; c_a та b_a – жорсткість пружного та в'язкість дисипативного елементів акселерометру; f_r – коефіцієнт опору коченню коліс платформи; c_D – коефіцієнт аеродинамічного (лобового) опору, що істотно визначається формою кузова колісної платформи; ρ – густина повітря; A_f – характеристична площа автомобіля, яка визначається, зазвичай, як площа проекції автомобіля на площину, перпендикулярну вектору його швидкості.

Зрозуміло, що звичайні диференціальні рівняння (7)–(11), які представляють математичну модель мобільної роботизованої колісної платформи (див. рис. 1), необхідно розглядати з урахуванням початкових умов, що визначають стан досліджуваної платформи у початковий момент часу. Вибір таких початкових умов істотно визначається метою дослідження. Таким чином, можна, наприклад, розглядати проблему плавного зрушення з місця колісної платформи, проблеми плавного та екстреного гальмування колісної платформи, проблему щодо зміни режиму руху колісної платформи для прискорення або уповільнення її руху; оцінку механічної взаємодії колісної платформи із зовнішнім середовищем можна розглядати для перелічених проблем, відповідних різним режимам руху платформи. Далі розглядатимемо простіший випадок, що відповідає зрушенню з нерухомого стану колісної платформи, який відповідає нульовим початковим умовам:

$$\begin{aligned} q_1(0) = 0, \dot{q}_1(0) = 0, q_2(0) = 0, \dot{q}_2(0) = 0, q_3(0) = 0, \dot{q}_3(0) = 0, \\ q_4(0) = 0, q_5(0) = 0, \dot{q}_5(0) = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Необхідно зазначити, що кількість початкових умов (12) є узгодженою із порядком диференціальних рівнянь (7)–(11). Отже математична модель колісної платформи з бортовими вимірювальними пристроями – акселерометром та тахометрами, відповідна режиму зрушення платформи з місця, одержано у вигляді звичайних диференціальних рівнянь (7)–(11) з початковими умовами (12).

ВИСНОВКИ. В результаті виконання досліджень одержані досить важливі результати щодо математичного моделювання електромеханічних колісних роботизованих платформ із їхніми бортовими вимірювальними приладами та пристроями, що є необхідним для забезпечення автоматизованого визначення стану рухомих колісних платформ та їхнього автоматичного управління. Одержані результати дозволяють зробити наступні висновки.

Колісні роботизовані платформи із встановленими на них бортовими вимірювальними приладами та пристроями слід розглядати як електромеханічну систему, в якій стан механічного руху колісної платформи та чутливих елементів її бортових вимірювальних приладів та пристроїв а також стан еквівалентних електричних ланцюгів вимірювальних приладів та пристроїв є взаємозв'язаними. Тільки взаємозв'язані моделі механічних та електричних процесів дозволять забезпечити розв'язування важливих задач щодо автоматизованої оцінки стану колісної платформи та її автономного управління.

Для побудови математичної моделі електромеханічної колісної платформи із бортовими вимірювальними пристроями та приладами слід використовувати електромеханічні аналогії та рівняння Лагранжа 2-го роду, що в узагальненому вигляді представляють диференціальні рівняння динаміки голомних електромеханічних систем.

Запропонована схематизація прямолінійного руху прототипу колісної роботизованої електромеханічної платформи, що рухається за допомогою електричних двигунів постійного струму, в якій враховані взаємна зв'язаність електричних процесів в електродвигунах та механічного руху платформи.

Запропоновано схематизацію тахометрів, що встановлені на колісній платформі для вимірювання кутової швидкості її коліс, а також акселерометру, що встановлений на колісній платформі для вимірювання прискорення її поступального руху.

Одержані диференціальні рівняння математичної моделі колісної платформи та встановлених на ній бортових вимірювальних приладів та пристроїв, які можуть бути використані для моделювання колісної платформи, а також для обробки результатів вимірювань її бортових датчиків, оскільки в цих рівняннях стан механічного руху колісної платформи та чутливих елементів її бортових вимірювальних приладів та пристроїв а також стан еквівалентних електричних ланцюгів вимірювальних приладів та пристроїв є взаємозв'язаними.

ЛІТЕРАТУРА

1. Alyokhina S., Nevliudov I., Romashov Yu., Aleshko K., Bakanov D. Mathematical Modelling of Electromechanical Wheeled Robotic Platforms as Automation Objects // Виробництво & Мехатронні Системи 2021: матеріали V-ої Міжнародної конференції, Харків, 21-22 жовтня 2021 р.: тези доповідей / [редкол. І.Ш. Невлюдов (відповідальний редактор)]. – Харків: [електронний друк], 2021. – 180 с. – р. 21-23.
2. Alyokhina S., Nevliudov I., Romashov Y. Safe Transportation of Nuclear Fuel Assemblies by Means of Wheeled Robotic Platforms // Ядерна та радіаційна безпека. – 3(91). – 2021. – р. 43-50. Doi: 10.32918/nrs.2021.3(91).05.
3. Roshanianfard A., Noguchi N., Okamoto H., Ishii K. A review of autonomous agricultural vehicles (The experience of Hokkaido University) // Journal of Terramechanics. – vol. 91. – 2020. – р. 155-183.

4. Tsitsimpelis I., Taylor C.J., Lennox B., Joyce M.J. A review of ground-based robotic systems for the characterization of nuclear environments // Progress in Nuclear Energy. – vol. 111. – 2019. – 109-124.
5. Banos A., Hayman J., Wallace-Smith T., Bird B., Lennox B., Scott T.B. An assessment of contamination pickup on ground robotic vehicles for nuclear surveying application // Journal of Radiological Protection. – vol. 41(2). – 2021. – p. 179-186.
6. Робототехнические системы и комплексы . И.И. Мачульский, В.П. Запятой, Ю.П. Майоров; под ред. И.И. Мачульского. – Москва: Транспорт, 1999. – 446 с.
7. Mamalis A.G., Nevliudov I., Romashov Yu. An approach for numerical simulating and processing of measured electrical signals from board sensors installed on wheeled electro-mechanical platforms // Journal of Instrumentation. – vol. 16 (10). – 2021. – P10006. doi: 10.1088/1748-0221/16/10/P10006.
8. Конструирование роботов: Пер. с франц. / Андре П., Кофман Ж.-М., Лот Ф., Тайар Ж.-П. – Москва: Мир, 1986. – 360 с.
9. Аш Ж. Датчики измерительных систем: в 2-х кн. / Ж. Аш, П. Андре, Ж. Бофрон и др. – Кн. 1. – Москва: Мир, 1992. – 480 с.
10. Гантмахер Ф.Р. Лекции по аналитической механике. – Москва: Наука, 1966. – 300 с.

Науковий керівник: Ромашов Юрій Володимирович, д.т.н., професор кафедри КІТАМ, Харківський національний університет радіоелектроніки.

УДК 338.2

ПРОБЛЕМА АВТОМАТИЗОВАНОГО ВИЗНАЧЕННЯ МЕХАНІЧНОЇ ВЗАЄМОДІЇ КОЛІСНОЇ РОБОТОТЕХНІЧНОЇ ПЛАТФОРМИ ІЗ ЗОВНІШНІМ СЕРЕДОВИЩЕМ

Алешко К. А.

Харківський національний університет радіоелектроніки
Україна, 61166, Харків, пр. Науки, 14
Email: kyryl.aleshko@nure.ua

Анотація: У даній статті було розглянуто принципові обмеженості традиційних підходів щодо автоматизації управління рухом мобільних роботизованих платформ, що є необхідним для розуміння значущості проблеми автоматизованого визначення механічної взаємодії колісної роботизованої платформи із навколишнім середовищем, та механічна взаємодія із зовнішнім середовищем та її характеристики.

Ключові слова: автоматизація, управління, середовище, мобільна платформа.

PROBLEM OF AUTOMATED DETERMINATION OF MECHANICAL INTERACTION OF WHEEL ROBOTIC TECHNICAL PLATFORM WITH EXTERNAL ENVIRONMENT

K. Aleshko

Kharkiv National University of Radioelectronics
Ukraine, 61166, Kharkiv, Nauky av., 14
Email: kyryl.aleshko@nure.ua

Abstract: This article discusses fundamental limitations of traditional approaches to automate the control of mobile robotic platforms, which is necessary to understand the importance of the problem of automated determination of mechanical interaction of a wheeled robotic platform with environment, and mechanical interaction with environment and its characteristics.

Key words: automation, management, environment, mobile platform.

АКТУАЛЬНІСТЬ РОБОТИ. Робототехніка і автоматизація систем контролю управління виробництвом активно розвивається в останні роки завдяки розвитку технологічного