

ДИФРАКЦИЯ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ НА ЦИЛИНДРЕ С ОБОЛОЧКОЙ ИЗ МЕТАМАТЕРИАЛА

Костина Н.А., Одаренко Е.Н.

Харьковский национальный университет радиоэлектроники
61166, Харьков, пр. Ленина, 14, каф. ФОЭТ, тел.(057)702-14-84)

e-mail: oen@kture.kharkov.ua

The scattering of plane electromagnetic waves by the metamaterial covered cylinder has been considered. This problem has been solved on the base of the equations for electromagnetic field components in the cylinder and in the surrounding space. Basic attention was spared to spatial distribution visualization of the electromagnetic field components into a cylinder and in its near zone. The effect of the left-handed material parameters on the scattered field spatial distribution have been investigated on the base of developed project. Numerical computations for different material parameters and geometrical sizes of the cylinder and metamaterial cladding have been carried out.

Введение

Исследования метаматериалов в последнее время все больше доказывают их актуальность для разработки новых устройств микроволнового и оптического диапазона [1]. Благодаря уникальным физическим свойствам этих материалов открываются возможности для реализации качественно новых эксплуатационных характеристик различных функциональных устройств, кардинально отличающихся от известных.

На основе применения метаматериалов создаются средства для маскировки объектов (cloaking), формирования фокусирующих элементов с необычными свойствами, волноводов и высокودобротных резонаторов [2]. Основой для моделирования взаимодействия электромагнитных сигналов с такими объектами служит решение базовых задач дифракции плоских волн на элементарных геометрических объектах — отверстиях, цилиндрах, сферах и т. д. Особое место занимают задачи, в которых рассматриваются цилиндрические объекты с одной или несколькими оболочками, что обусловлено широким применением оптоволоконных волноводов и довольно интенсивными исследованиями различных устройств градиентной оптики. Применение метаматериалов для формирования оболочек различных цилиндров в настоящее время рассматривается как перспективный способ управления характеристиками рассеянных полей и является одним из наиболее интенсивно развиваемых направлений экспериментальных и теоретических исследований [3].

В данной работе рассматривается дифракция плоской монохроматической волны на металлическом и диэлектрическом цилиндрах с оболочками, материальные параметры которых могут иметь как положительные, так и отрицательные значения. Подразумевается, что отрицательные значения диэлектрической и магнитной проницаемости соответствуют отрицательному показателю преломления метаматериала. Основное внимание уделено визуализации распределения поля внутри оболочки и в области пространства вблизи цилиндра.

Постановка и решение задачи

На рис. 1 представлена схема падения волны на исследуемую структуру. Предполагается, что вектор напряженности электрического поля направлен вдоль продольной оси цилиндра, т. е. рассматривается параллельная поляризация. Падение волны происходит под углом 90° к образующей цилиндра.

Цилиндр покрыт оболочкой из немагнитного изотропного материала с произвольными значениями диэлектрической проницаемости и, соответственно, показателя преломления. На рис. 1 представлена также выбранная декартова система координат, которая затем преобразуется в цилиндрическую с помощью стандартных соотношений.

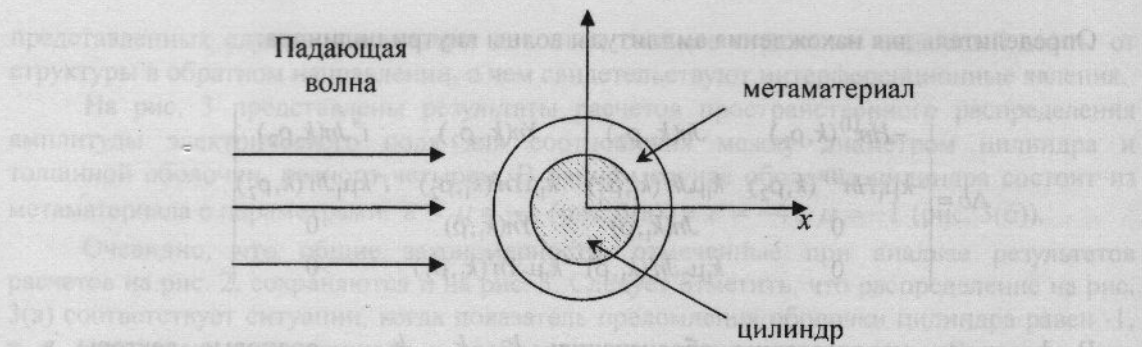


Рис. 1 – Схема падения плоской волны на цилиндр с оболочкой.

Для решения задачи были использованы представления полей через ряды по цилиндрическим функциям и граничные условия для раздела сред воздух-оболочка и оболочка-цилиндр. В результате была получена система уравнений для определения неизвестных коэффициентов разложения. Система решалась с помощью пакета компьютерной алгебры на основе применения метода Крамера. Ниже приведены выражения для определителей, которые использовались при составлении расчетного проекта. Определитель системы:

$$\Delta = \begin{vmatrix} -H_n^{(1)}(k, \rho_2) & J_n(k_1, \rho_2) & Y_n(k_1, \rho_2) & 0 \\ -k_1 \mu_1 H_n^{(1)'}(k, \rho_2) & k_1 \mu_1 J_n'(k_1, \rho_2) & k_1 \mu_1 Y_n'(k_1, \rho_2) & 0 \\ 0 & J_n(k_1, \rho) & Y_n(k_1, \rho) & -J_n(k_2, \rho) \\ 0 & k_1 \mu_2 J_n'(k_1, \rho) & k_1 \mu_2 Y_n'(k_1, \rho) & -k_2 \mu_1 J_n'(k_2, \rho) \end{vmatrix}$$

Определитель для нахождения амплитуды рассеянной волны:

$$\Delta a = \begin{vmatrix} i^n J_n(k, \rho_2) & J_n(k_1, \rho_2) & Y_n(k_1, \rho_2) & 0 \\ i^n k_1 \mu_1 J_n'(k, \rho_2) & k_1 \mu_1 J_n'(k_1, \rho_2) & k_1 \mu_1 Y_n'(k_1, \rho_2) & 0 \\ 0 & J_n(k_1, \rho) & Y_n(k_1, \rho) & -J_n(k_2, \rho) \\ 0 & k_1 \mu_2 J_n'(k_1, \rho) & k_1 \mu_2 Y_n'(k_1, \rho) & -k_2 \mu_1 J_n'(k_2, \rho) \end{vmatrix}$$

Определители для нахождения амплитуд волн в оболочке цилиндра:

$$\Delta c = \begin{vmatrix} -H_n^{(1)}(k, \rho_2) & i^n J_n(k, \rho_2) & Y_n(k_1, \rho_2) & 0 \\ -k_1 \mu_1 H_n^{(1)'}(k, \rho_2) & i^n k_1 \mu_1 J_n'(k, \rho_2) & k_1 \mu_1 Y_n'(k_1, \rho_2) & 0 \\ 0 & 0 & Y_n(k_1, \rho) & -J_n(k_2, \rho) \\ 0 & 0 & k_1 \mu_2 Y_n'(k_1, \rho) & -k_2 \mu_1 J_n'(k_2, \rho) \end{vmatrix},$$

$$\Delta d = \begin{vmatrix} -H_n^{(1)}(k, \rho_2) & J_n(k_1, \rho_2) & i^n J_n(k, \rho_2) & 0 \\ -k_1 \mu_1 H_n^{(1)'}(k, \rho_2) & k_1 \mu_1 J_n'(k_1, \rho_2) & i^n k_1 \mu_1 J_n'(k, \rho_2) & 0 \\ 0 & J_n(k_1, \rho) & 0 & -J_n(k_2, \rho) \\ 0 & k_1 \mu_2 J_n'(k_1, \rho) & 0 & -k_2 \mu_1 J_n'(k_2, \rho) \end{vmatrix}$$

Определитель для нахождения амплитуды волны внутри цилиндра:

$$\Delta b = \begin{vmatrix} -H_n^{(1)}(k, \rho_2) & J_n(k_1, \rho_2) & Y_n(k_1, \rho_2) & i^n J_n(k, \rho_2) \\ -k_1 \mu_1 H_n^{(1)'}(k, \rho_2) & k_1 \mu J_n'(k_1, \rho_2) & k_1 \mu Y_n'(k_1, \rho_2) & i^n k_1 \mu_1 J_n'(k, \rho_2) \\ 0 & J_n(k_1, \rho) & Y_n(k_1, \rho) & 0 \\ 0 & k_1 \mu_2 J_n'(k_1, \rho) & k_1 \mu_2 Y_n'(k_1, \rho) & 0 \end{vmatrix}.$$

В формулах использованы обозначения: k , k_1 , k_2 – волновые векторы в окружающем пространстве, оболочке и цилиндре соответственно; J_n , Y_n , $H_n^{(1)}$ – функции Бесселя первого и второго рода, а также функции Ханкеля первого рода; ρ , ρ_2 – радиус цилиндра и радиус всей структуры с оболочкой; μ , μ_1 , μ_2 – магнитные проницаемости окружающего пространства, оболочки и цилиндра соответственно.

При вычислении неизвестных коэффициентов для случая, когда цилиндр покрыт оболочкой из метаматериала, следует учитывать отрицательный знак относительной магнитной и диэлектрической проницаемости оболочки цилиндра (т.к. отрицателен показатель преломления). Рассеянная волна описывалась функцией Ханкеля первого рода, чтобы учесть затухание поля волны на бесконечном удалении от цилиндра.

Анализ результатов

На рис. 2 приведены результаты расчета пространственного распределения амплитуды электрического поля, рассеянного металлическим цилиндром с диэлектрической оболочкой (рис. 2(а)) и с оболочкой из метаматериала (рис. 2(б)). Распределения получены для фиксированного значения отношения диаметра цилиндра к толщине оболочки, которое равно двум. Материальные параметры диэлектрика и метаматериала равны по модулю и отличаются только знаком: $\varepsilon = \pm 4$; $\mu = \pm 1$.

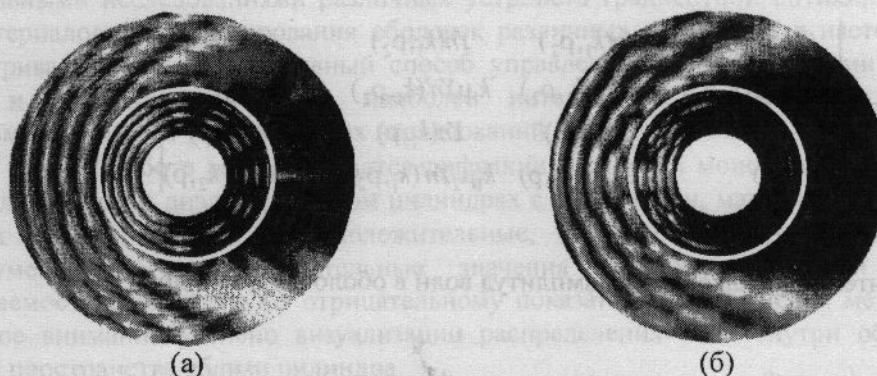


Рис. 2. Пространственное распределение амплитуды электрического поля.

Как видно из рисунков, для случая с метаматериалом происходит фокусировка поля внутри оболочки металлического цилиндра и наблюдается увеличение интенсивности поля возле границы раздела воздух-метаматериал со стороны падающей волны. Если оболочка цилиндра является обычным диэлектриком, то внутри нее формируется распределение поля, характерное для кольцевого резонатора – наблюдаются периодические вариации поля в радиальном и азимутальном направлениях. Однако добротность такого резонатора невелика, поскольку происходит переотражение падающей волны в различных направлениях. Следует отметить, что в обоих

представленных случаях происходит довольно сильное отражение падающей волны от структуры в обратном направлении, о чем свидетельствуют интерференционные явления.

На рис. 3 представлены результаты расчетов пространственного распределения амплитуды электрического поля для соотношения между диаметром цилиндра и толщиной оболочки, равного четырем. В данном случае оболочка цилиндра состоит из метаматериала с параметрами: $\varepsilon = \mu = -1$ (рис. 3(а)) и $\varepsilon = -4$, $\mu = -1$ (рис. 3(б)).

Очевидно, что общие закономерности, отмеченные при анализе результатов расчетов на рис. 2, сохраняются и на рис. 3. Следует отметить, что распределение на рис. 3(а) соответствует ситуации, когда показатель преломления оболочки цилиндра равен -1, т. е. импедансы метаматериала и свободного пространства совпадают. В этом случае область фокусировки падающего излучения выходит за пределы оболочки. Увеличение абсолютного значения показателя преломления метаматериала приводит к формированию поверхностных волн на границе оболочка-воздух.

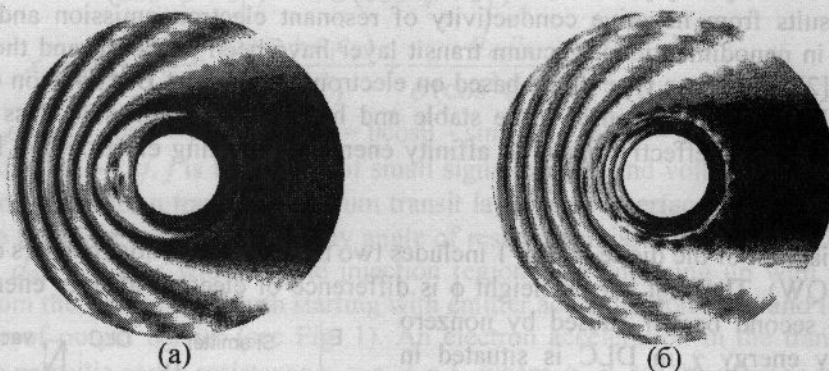


Рис. 3. Пространственное распределение амплитуды электрического поля.

Выводы

Разработанный расчетный проект позволяет исследовать пространственное распределение координатных компонент электромагнитного поля, рассеянного бесконечным цилиндром с оболочкой, которая может иметь как положительный, так и отрицательный показатель преломления. Установлены основные закономерности влияния материальных параметров оболочки и геометрических размеров структуры на амплитудное распределение электрического поля. Показано, что оболочка из метаматериала обеспечивает фокусировку падающего излучения внутри структуры для случаев, когда цилиндр является как металлическим, так и диэлектрическим.

Список литературы:

1. Li C., Shen Z. Electromagnetic scattering by a conducting cylinder coated with metamaterials // Progress in electromagnetics research. – 2003. – P. 91-105.
2. Wu Q., Zhang K., Meng F.-Y., Li L.-W. Electromagnetizing characteristics of metamaterial cloak covered dielectric cylinder illuminated by electric line source // IET Microwaves, Antennas & Propagation. – 2010. – V. 4, Iss. 10. – P. 1680-1688.
3. Кильдышев А.В., Шалаев В.М. Трансформационная оптика и метаматериалы // Успехи физических наук. – 2011. – Т. 181. – №1. – С. 59-70.