В. А. ДОРОШЕНКО, канд. физ.-мат. наук

СИНГУЛЯРНЫЕ ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ В ЗАДАЧЕ ДИФРАКЦИИ ВОЛН НА РЕШЕТКЕ ИЗ НЕИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩИХ ПЛОСКИХ НЕРЕГУЛЯРНЫХ ЛЕНТ

Дифракционные решетки нашли широкое применение в различных областях физики и техники. Исследованию задач дифракции на одномерных идеально проводящих плоских ленточных решетках посвящено большое число работ [1-4]. В этих работах решение электродинамических задач сводилось к решению первой и второй краевых задач. Учет конечной (неидеальной) проводимости лент усложняет соответствующие краевые задачи, но позволяет изучить, например, поглощение при рассеянии электромагнитных волн на одномерных решетках из резистивных лент[5]. Введение импедансных краевых условий на лентах решетки приводит к решению третьей и четвертой краевых задач математической физики[6]. Численно-аналитический метод решения третьей и четвертой краевых задач для одномерной ленточной решетки предложен в [6]. Целью настоящей работы является развитие подхода, основанного на применении интегрального преобразования Конторовича- Лебедева и сингулярных интегральных уравнений [7] для решения задачи дифракции волн на трехмерных решетках из нерегулярных лент, на которых заданы третье и четвертое краевые условия.

1. Постановка задачи. Третье краевое условие на лентах

Рассмотрим скалярную задачу дифракции волн на периодической решетке из N бесконечно тонких неограниченных неидеально проводящих плоских нерегулярных (угловых) лент, имеющих общую вершину. Решетка расположена в плоскости $z = 0$ декартовой системы координат; ее период $l = 2\pi/N$, ширина лент α, ширина щели $d = l - \alpha$ – величины двугранных углов, которые образованы плоскостями, проходящими через ось OZ и ребра соседних лент (рис.). Введем сферическую систему координат r, ϑ, φ с началом в вершине лент (плоскость решетки определяется уравнением $\vartheta = \pi/2$). Источник сферических волн расположен в точке $B(\vec{r}_0)$, $\vec{r}_0 = (r_0, \vartheta_0, \varphi_0)$, поле которого меняется по гармоническому закону. Требуется найти потенциал $u(\vec{r})$, $\vec{r} = (r, \vartheta, \varphi)$, соответствующий полному полю и удовлетворяющий

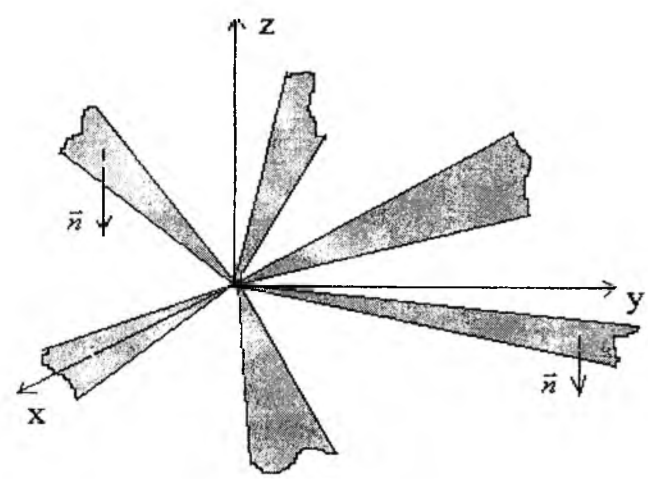

Рис.

1) уравнению Гельмгольца всюду вне лент и источника $\Delta u - q^2 u = 0$, $q > 0$;

2) краевому условию на лентах решетки Σ

$$\left(\tilde{\xi} u + \tilde{\zeta}\frac{\partial u}{\partial n}\right)\Big|_{\Sigma} = 0, \tilde{\xi}(r,\varphi)\cdot\tilde{\zeta}(r,\varphi) \neq 0; \quad (1)$$

3) условию ограниченности энергии $\int\limits_D \left(|u|^2 + |\nabla u|^2\right) dV < \infty$;

4) принципу предельного поглощения.

Выполнимость условий 2-4 обеспечивает единственность решения поставленной задачи. Учитывая, что $\vec{n} = \vec{e}_\vartheta$, краевое условие (1) записывается в виде

$$\left(\tilde{\xi} u + \tilde{\zeta}\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial \vartheta}\right)\Big|_{\Sigma} = 0, \tag{2}$$

$$\Sigma = \{(r,\vartheta,\varphi) \in R^3 : r \in [0,+\infty), \vartheta = \pi/2, \varphi \in L\},$$

$$L = \bigcup_{s=1}^{N} L_s, L_s = ((s-1)l + d/2, sl - d/2), \; CL = [0,2\pi] \setminus L.$$

Предположим, что один из нижеуказанных случаев имеет место:

1. $\hat{\xi} = \frac{1}{r}\xi$, $\xi = const$, $\hat{\zeta} = \zeta$, $\zeta = const$;

2. $\hat{\zeta} = \zeta \cdot r$, $\zeta = const$, $\hat{\xi} = \xi$, $\xi = const$.

Тогда условие (2) принимает вид

$$\left(\xi \cdot u + \zeta \cdot \frac{\partial u}{\partial \vartheta}\right)\Big|_{\Sigma} = 0, \tag{3}$$

где ξ, ζ – постоянные величины. В дальнейшем будем использовать краевое условие (3). Искомый потенциал u представим в виде

$$u = u_0 + u_1, \tag{4}$$

где $u_0 = \exp(-qr)/4\pi r_0|\vec{r} - \vec{r}_0|$ соответствует полю источника (первичное поле), а потенциал u_1 обусловлен наличием решетки и соответствует вторичному полю. Для решения задачи используем пару интегральных преобразований Конторовича-Лебедева относительно радиальной координаты

$$\hat{g}(\tau) = \int_0^{+\infty} g(r)\frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}}dr, \tag{5}$$

$$g(r) = \frac{2}{\pi^2}\int_0^{+\infty} \tau sh\pi\tau \hat{g}(\tau)\frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}}d\tau, \tag{6}$$

где $K_{i\tau}(z)$ – функция Макдональда. Учитывая представление

$$u_0 = \frac{2}{\pi^2}\int_0^{+\infty} \tau sh\pi\tau \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_{m\tau}U_{m\tau}^{(0)} \cdot e^{im\varphi} \cdot \frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}}d\tau, \tag{7}$$

$$U_{m\tau}^{(0)}(\vartheta, \vartheta_0, m, \tau) = \begin{cases} P_{-1/2+i\tau}^{m}(\cos\vartheta)P_{-1/2+i\tau}^{m}(-\cos\vartheta_0), \vartheta < \vartheta_0, \\ P_{-1/2+i\tau}^{m}(-\cos\vartheta)P_{-1/2+i\tau}^{m}(\cos\vartheta_0), \vartheta_0 < \vartheta, \end{cases}$$

$$a_{m\tau} = \frac{1}{4r_0}e^{-im\varphi_0}(-1)^m \cdot \frac{K_{i\tau}(qr_0)}{\sqrt{r_0}} \cdot \frac{1}{ch\pi\tau} \cdot \frac{\Gamma(\frac{1}{2} - m + i\tau)}{\Gamma(\frac{1}{2} + m + i\tau)},$$

где $\Gamma(z)$ – гамма-функция, $P_{-1/2+i\tau}^{m}(\cos\vartheta)$ – присоединенная функция Лежандра первого рода, потенциал u_1 ищем в виде интеграла Конторовича-Лебедева (5-7)

$$u_1 = \frac{2}{\pi^2}\int_0^{+\infty} \tau sh\pi\tau \sum_{m=-\infty}^{+\infty} b_{m\tau}U_{m\tau}^{(1)} \cdot \frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}}d\tau, \tag{8}$$

$$b_{m\tau} = -a_{m\tau}P_{-1/2+i\tau}^{m}(\cos\vartheta_0), \ \vartheta_0 < \pi/2,$$

$$U_{m\tau}^{(1)} = \begin{cases} \sum\limits_{n=-\infty}^{+\infty} x_{m,n+m_0}(\tau)\dfrac{P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(\cos\vartheta)}{\dfrac{d}{d\vartheta}P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(\cos\vartheta)\Big|_{\vartheta=\pi/2}} \cdot e^{i(nN+m)\varphi}, 0 < \vartheta < \pi/2, \\ \sum\limits_{n=-\infty}^{+\infty} y_{m,n+m_0}(\tau)\dfrac{P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(-\cos\vartheta)}{\dfrac{d}{d\vartheta}P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(-\cos\vartheta)\Big|_{\vartheta=\pi/2}} \cdot e^{i(nN+m)\varphi}, \pi/2 < \vartheta < \pi. \end{cases}$$

2. Функциональные соотношения. Сингулярное интегральное уравнение

Для определения неизвестных коэффициентов $x_{m,n+m_0}$ и $y_{m,n+m_0}$ воспользуемся краевым условием (3)

$$\left[\xi\cdot u_1+\zeta\cdot\frac{\partial u_1}{\partial\vartheta}\right]_{\vartheta=\pi/2+0}=\left[\xi\cdot u_1+\zeta\cdot\frac{\partial u_1}{\partial\vartheta}\right]_{\vartheta=\pi/2-0}=-\left[\xi\cdot u_0+\zeta\cdot\frac{\partial u_0}{\partial\vartheta}\right]_{\vartheta=\pi/2}=g(\varphi)\ ,\varphi\in L \quad (9)$$

и условием сопряжения в щелях

$$\left.\frac{\partial u_1}{\partial\vartheta}\right|_{\vartheta=\frac{\pi}{2}-0}=\left.\frac{\partial u_1}{\partial\vartheta}\right|_{\vartheta=\frac{\pi}{2}+0},\qquad \varphi\in CL. \quad (10)$$

Применяя к условиям (9, 10) преобразование Конторовича-Лебедева (5),(6) и учитывая представление (8), приходим к системе уравнений (в силу периодичности решетки эти уравнения рассматриваются на периоде) относительно искомых коэффициентов

$$\xi^2\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\frac{1}{N(n+\nu)}\cdot\frac{|n|}{n}(1-\varepsilon^{(1)}{}_n)z_ne^{in\psi}-\zeta^2\sum_{n=-\infty}^{+\infty}N(n+\nu)\cdot\frac{|n|}{n}(1-\varepsilon^{(2)}{}_n)z_ne^{in\psi}=\xi\cdot\hat{g}(\psi),\quad (11)$$

$$|\psi|<\pi\alpha/l$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty}z_n\cdot e^{in\psi}=0,\qquad \pi\alpha/l<|\psi|\le\pi, \quad (12)$$

где $\frac{m}{N}=m_0+\nu$, m_0 – ближайшее целое число к $\frac{m}{N}$, $-1/2\le\nu<1/2$;

$$\frac{1}{N(n+\nu)}\cdot\frac{|n|}{n}(1-\varepsilon^{(1)}{}_n)=-\frac{P^{m+nN}_{-1/2+i\tau}(0)}{\frac{d}{d\vartheta}P^{m+nN}_{-1/2+i\tau}(\cos\vartheta)\big|_{\vartheta=\frac{\pi}{2}}}=\left|(m_0+n)\to n\right|=$$

$$=\frac{1}{\pi}\cdot(-1)^{N(n+\nu)+1}ch\pi\tau\frac{\Gamma(\frac{1}{2}+i\tau+N(n+\nu))}{\Gamma(\frac{1}{2}+i\tau-N(n+\nu)}\cdot\frac{1}{\left[\frac{d}{d\vartheta}P^{N(n+\nu)}_{-1/2+i\tau}(\cos\vartheta)\big|_{\vartheta=\frac{\pi}{2}}\right]^2}; \quad (13)$$

$$1-\varepsilon_n^{(2)}=\frac{1}{1-\varepsilon_n^{(1)}},\ z_n=(-1)^n\cdot(y_{m,n}-x_{m,n});\ \psi=N\varphi-\frac{|\varphi|}{\varphi}\pi;$$

$\hat{g}$ – трансформанта (5) функции g (9).

Для $\varepsilon_n^{(j)}$ имеет место оценка

$$\varepsilon_n^{(j)}=O\left(\frac{1}{N^2(n+\nu)^2}\right),\ N(n+\nu)>>1,\ j=1,2.$$

Умножим обе части (12) на $e^{in\psi}$ и продифференцируем по ψ с добавлением дополнительного условия при $\psi=\pi$:

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty}i(n+\nu)z_n\cdot e^{i(n+\nu)\psi}=0,\qquad \pi\alpha/l<|\psi|\le\pi, \quad (14)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty}(-1)^n\cdot z_n=0,\qquad (\psi=\pi). \quad (15)$$

Введем в рассмотрение функцию

$$F(\psi)=i\sum_{n=-\infty}^{+\infty}N(n+\nu)z_ne^{i(n+\nu)\psi},\ \psi\in[-\pi,\pi]. \quad (16)$$

Поскольку представление (16) является разложением функции $-i\cdot e^{-i\nu\psi}F(\psi)$ в ряд Фурье, то

$$z_n=\frac{1}{2\pi Ni(n+\nu)}\int_{-\pi}^{\pi}F(\psi)e^{-i\nu\psi}\cdot e^{-in\psi}d\psi,\ n+\nu\ne0. \quad (17)$$

Для $n+\nu=0$, а это возможно при $n=0$ и $\nu=0$, z_0 находится из (15). В соответствии с (14)

$$F(\psi)=0, \quad \alpha\pi/l<|\psi|\le\pi$$

и тогда из (17)

$$z_n=\frac{1}{2\pi Ni(n+\nu)}\int\limits_S F(\psi)\cdot e^{-i\nu\psi}\cdot e^{-in\psi}d\psi,\ S:|\psi|<\delta,\ \delta=\alpha\pi/l. \tag{18}$$

Принимая во внимание, что $\frac{\pi}{\sin\pi\nu}e^{-i\nu\beta}=\sum\limits_{n=-\infty}^{+\infty}\frac{(-1)^n}{n+\nu}e^{in\beta}$, из (15) и (18) имеем

$$z_0=-\sum_{n\ne0}(-1)^n z_n=-\frac{1}{2\pi i}\int\limits_S F(\beta)e^{-i\nu\beta}\left(\sum_{n\ne0}(-1)^n\frac{e^{-in\beta}}{N(n+\nu)}\right)d\beta=-\frac{1}{2\pi iN}\int\limits_S F(\beta)\left(\frac{\pi}{\sin\pi\nu}-\frac{1}{\nu}e^{-i\nu\beta}\right)d\beta$$

Получим сингулярное интегральное уравнение (СИУ) для определения неизвестной функции $F(\psi)$ из уравнения (11) подстановкой в него представлений для z_n (18),(19):

$$\frac{1}{\pi}\zeta^2\int\limits_S\frac{F(\beta)e^{-i\nu\beta}}{\beta-\psi}d\beta+\frac{1}{\pi}\int\limits_S\breve{K}_{m\tau}(\beta-\psi)F(\beta)e^{-i\nu\beta}d\beta=\xi\cdot\breve{g}(\psi),\ \psi\in S, \tag{20}$$

где

$$\breve{K}_{m\tau}(\theta)=\zeta^2\cdot\left(\frac{1}{2}ctg\frac{\theta}{2}-\frac{1}{\theta}\right)+\frac{1}{2iN}\left(\xi^2\cdot A_\tau^\nu-\zeta^2\cdot\frac{1}{A_\tau^\nu}\right)\cdot\left(\frac{1}{\nu}-\frac{\pi}{\sin\pi\nu}e^{i\nu\theta}\right)+$$

$$+\frac{1}{2i}\xi^2\cdot\left[\sum_{n\ne0}\frac{1}{N^2(n+\nu)^2}\cdot\frac{|n|}{n}\cdot e^{-in\theta}-\sum_{n\ne0}\frac{1}{N^2(n+\nu)^2}\cdot\frac{|n|}{n}\cdot\varepsilon_n^{(1)}\cdot e^{-in\theta}\right]+\frac{1}{2i}\zeta^2\cdot\sum_{n\ne0}\frac{|n|}{n}\cdot\varepsilon_n^{(2)}\cdot e^{-in\theta};$$

$$A_\tau^\nu=\frac{1}{N(n+\nu)}\cdot\frac{|n|}{n}\cdot(1-\varepsilon_n)\Big|_{n=0}.$$

Полученное СИУ (20) с ядром Коши и гладкой функцией $\breve{K}_{m\tau}(\theta)$ может быть численно решено путем дискретизации и использования гауссовых квадратур.

3. Четвертое краевое условие на лентах

Рассмотрим задачу дифракции волн на периодической решетке из лент, на которых задано четвертое краевое условие. Искомый потенциал $w(\vec r)$ удовлетворяет уравнению Гельмгольца всюду вне лент и источника, краевому условию

$$\left(\zeta_1\frac{\partial w}{\partial n}+\zeta_2\frac{\partial w}{\partial\varsigma}\right)\Big|_\Sigma=0,\zeta\cdot\zeta_2\ne0, \tag{21}$$

условию ограниченности энергии и принципу предельного поглощения. В условии (22) $\frac{\partial w}{\partial n}$ и $\frac{\partial w}{\partial\varsigma}$ – нормальная и тангенциальная производные соответственно,

$$\zeta_1=\zeta_1(r,\varphi),\ \zeta_2=\zeta_2(r,\varphi),\ \vec n=\vec e_\vartheta,\ \vec\varsigma=\upsilon_r\vec e_r+\mu_\varphi\vec e_\varphi. \tag{22}$$

Учитывая (22), запишем (21) в виде

$$\left(\zeta_2 r\upsilon_r\frac{\partial w}{\partial r}+\zeta_1\frac{\partial w}{\partial\vartheta}+\zeta_2\mu_\varphi\frac{\partial w}{\partial\varphi}\right)\Big|_\Sigma=0. \tag{23}$$

Полагая $\upsilon_r=0$ из (23) получаем

$$\left(\zeta_1 \frac{\partial w}{\partial \vartheta} + \zeta_2 \mu_\varphi \frac{\partial w}{\partial \varphi}\right)\Bigg|_\Sigma = 0 . \tag{24}$$

Для условия (24) возможны случаи:

1. $\zeta_1 = \chi_1 = const$, $\zeta_2 \mu_\varphi = \chi_2 = const$, $\mu_\varphi(r,\varphi) \neq 0$;
2. $\zeta_1 = \chi_1 \cdot \kappa(r,\varphi)$, $\chi_1 = const$,
   $\zeta_2 \mu_\varphi = \chi_2 \cdot \kappa(r,\varphi)$, $\chi_2 = const$, $\kappa(r,\varphi) \neq 0$;
3. $\zeta_1 = \chi_1 \cdot \mu_\varphi(r,\varphi)$, $\chi_1 = const$, $\zeta_2 = \chi_2 = const$,

в каждом из которых оно преобразуется к виду

$$\chi_1 \frac{\partial w}{\partial \vartheta} + \chi_2 \frac{\partial w}{\partial \varphi} = 0,\ \vartheta = \pi/2,\ r \in (0,+\infty), \varphi \in L, \tag{25}$$

где χ_1 и χ_2 – постоянные величины. При сделанных допущениях исходное краевое условие (21) свелось к (25), которое в дальнейшем и будем рассматривать. Первичное поле такое, как и в случае третьего краевого условия на лентах. Потенциал w_1, соответствующий вторичному полю, ищем в виде (8):

$$w_1 = \frac{2}{\pi^2} \int_0^{+\infty} \tau sh \pi\tau \sum_{m=-\infty}^{+\infty} b_{m\tau} V_{m\tau}^{(1)} \cdot \frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}} d\tau ,$$

$$b_{m\tau} = -a_{m^-} P_{-1/2+i\tau}^{m}(\cos\vartheta_0), \vartheta_0 < \pi/2,$$

$$V_{m\tau}^{(1)} = \begin{cases} \sum\limits_{n=-\infty}^{+\infty} \widehat{x}_{m,n+m_0}(\tau) \dfrac{P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(\cos\vartheta)}{P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(0)} \cdot e^{i(nN+m)\varphi}, 0 < \vartheta < \pi/2, \\ \sum\limits_{n=-\infty}^{+\infty} \widehat{y}_{m,n+m_0}(\tau) \dfrac{P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(-\cos\vartheta)}{P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(0)} \cdot e^{i(nN+m)\varphi}, \pi/2 < \vartheta < \pi. \end{cases} \tag{26}$$

В результате использования граничного условия

$$\left[\chi_1 \frac{\partial w_1}{\partial \vartheta} + \chi_2 \frac{\partial w_1}{\partial \varphi}\right]\Bigg|_{\vartheta=\frac{\pi}{2}+0} = \left[\chi_1 \frac{\partial w_1}{\partial \vartheta} + \chi_2 \frac{\partial w_1}{\partial \varphi}\right]\Bigg|_{\vartheta=\frac{\pi}{2}-0} = -\left[\chi_1 \frac{\partial w_1}{\partial \vartheta} + \chi_2 \frac{\partial w_1}{\partial \varphi}\right]\Bigg|_{\vartheta=\frac{\pi}{2}} = f(\varphi), \varphi \in L$$

и условия сопряжения в щелях

$$w_1\big|_{\vartheta=\frac{\pi}{2}+0} = w_1\big|_{\vartheta=\frac{\pi}{2}+0},\ \varphi \in CL$$

приходим к системе уравнений

$$\chi_1^2 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} N(n+\nu) \cdot \frac{|n|}{n} (1-\varepsilon^{(2)}{}_n) \widehat{z}_n e^{in\psi} -$$

$$\chi_1^2 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} N(n+\nu) \cdot \frac{|n|}{n} (1-\varepsilon^{(2)}{}_n) \widehat{z}_n e^{in\psi} - \chi_2^2 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} N(n+\nu) \cdot \frac{|n|}{n} (1-\varepsilon^{(2)}{}_n) \widehat{z}_n e^{in\psi} = \chi_1 \cdot \widehat{f}(\psi),$$

$$|\psi| < \delta , \tag{27}$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} iN(n+\nu) \widehat{z}_n \cdot e^{i(n+\nu)\psi} = 0, \qquad \delta < |\psi| \leq \pi , \tag{28}$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-1)^n \cdot \widehat{z}_n = 0, \qquad (\psi = \pi), \tag{29}$$

$$\widehat{z}_n = (-1)^n \cdot (\widehat{y}_{m,n} - \widehat{x}_{m,n}),$$

где $\widehat{f}$ – трансформанта функции f. После введения функции

$$\Phi(\psi) = i\sum_{n=-\infty}^{+\infty} N(n+\nu)\widehat{z}_n e^{i(n+\nu)\psi}, \psi \in [-\pi, \pi]$$

и использования алгоритма (17)-(20) получаем СИУ:

$$\frac{\chi_1^2 + \chi_2^2}{\pi}\int_S \frac{\Phi(\beta)e^{-i\nu\beta}}{\beta-\psi}d\beta + \frac{1}{\pi}\int_S Q_{m\tau}(\beta-\psi)\Phi(\beta)e^{-i\nu\beta}d\beta = \chi_2 \cdot \widehat{f}(\psi), \psi \in S, \tag{30}$$

где

$$Q_{m\tau}(\theta) = \left(\chi_1^2 + \chi_2^2\right)\cdot\left(\frac{1}{2}ctg\frac{\theta}{2} - \frac{1}{\theta}\right) + \frac{1}{2i}\left(\frac{1}{NA^\nu_{m\tau}}\cdot\chi_1^2 + N^2\nu^2 A^\nu_{m\tau}\chi_2^2\right)\cdot\left(\frac{\pi}{\sin\pi\nu}\cdot e^{i\nu\theta} - \frac{1}{\nu}\right) +$$

$$+\frac{1}{2i}\left(\chi_1^2 + \chi_2^2\right)\sum_{n\neq 0}\frac{1}{N^2(n+\nu)^2}\frac{|n|}{n}\cdot e^{-in\theta} + \frac{\chi_1^2}{2i}\sum_{n\neq 0}\frac{|n|}{n}\cdot\left(\varepsilon^{(2)}{}_{m,n} - \frac{1}{N^2(n+\nu)^2}\right)e^{-in\theta} +$$

$$+\frac{\chi_2^2}{2i}\sum_{n\neq 0}\frac{|n|}{n}\cdot\left(\varepsilon^{(1)}{}_{m,n} - \frac{1}{N^2(n+\nu)^2}\right)e^{-in\theta}.$$

СИУ (30) имеет ядро Коши, причем $Q_{\nu\tau}(\theta)$ – гладкая функция.

Таким образом, использование вышеописанного подхода позволяет свести третью и четвертую краевые задачи для уравнения Гельмгольца к сингулярному интегральному уравнению первого рода с ядром Коши. Однозначная разрешимость СИУ (20) и (30) следует из их эквивалентности парным сумматорным уравнениям (11),(12) и (27),(28) соответственно, а последние - исходной краевой задаче. Численное решение сингулярных интегральных уравнений может быть получено путем их дискретизации и применения гауссовых квадратур.

Список литературы:1. *Агранович З.С., Марченко В.А., Шестопалов В.П.* Дифракция электромагнитных волн на плоских металлических решетках //ЖТФ.1962.Т.32, № 4. С.381-394. 2. *Шестопалов В.П., Литвиненко Л.Н., Масалов С.А., Сологуб В.Г.* Дифракция волн на решетках. Харьков. Изд.-во Харьк. ун-та. 1973. 287с. 3.*Вайнштейн Л.А.* К электродинамической теории решеток.// В сб. "Электроника больших мощностей". Изд.-во АН СССР. 1963. С.26-56. 4. *Uchida T., Noda T., Matsuda T.* Spectral domain analysis of electromagnetic wave scattering by an infinite plane metallic grating" // IEEE Trans. Antennas and Propagat. Vol.AP-35. 1987. P. 46-52. 5.*Zinenko T.L., Nosich A.I., Okuno Y.* Plane wave scattering and absorption by resistive-strip and dielectric-strip periodic gratings// IEEE Trans. Antennas and Propagat. Vol.46. 1998. P.1498-1505. 6. *Гандель Ю.В.* Метод парных и интегральных уравнений в задачах дифракции на ограниченных решетках// Электромагнитные явления. Харьков. 1998. Т.1,№12. С.220-232. 7. *Дорошенко В.А., Ремаева О.А.* Интегральные уравнения в задаче возбуждения конуса с продольной щелью // Радиотехника. Харьков. 2000.Вып.113. С. 64-69.

Харьковский государственный технический университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 3.04.2001