

*П. А. БРАНДИС, канд. техн. наук, А. Л. КУЛИКОВ*

### **АППАРАТУРНЫЙ КОНТРОЛЬ ДИСКРЕТНЫХ ОРТОГОНАЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ**

---

Цифровая обработка сигналов (ЦОС) — одно из быстроразвивающихся направлений техники, находящее все более широкое применение. Основу ЦОС составляет решение двух важных задач — вычисление свертки и спектральный анализ. Решение этих важных задач в большинстве случаев связано с реализацией дискретных ортогональных преобразований (ДОП) [1].

На результаты вычисления ДОП оказывают влияние различные внешние факторы, в том числе отказы и сбои аппаратуры. Таким образом, информация на выходе вычислителя ДОП может быть искажена из-за нарушения условий его нормального функционирования. Факт искажения выходной информации должен быть выявлен и либо сформирован признак искажения, либо информация должна быть восстановлена.

Существуют два принципиально отличных подхода к обеспечению надежности аппаратуры. Первый основан на использовании исключительно надежных компонентов в устройствах ДОП и защите этих компонентов от внешних воздействий. Однако повышению надежности элементов есть предел, обусловленный применяемой технологией, поэтому преимущественное применение для увеличения надежности находит второй принцип — принцип отказоустойчивости [2].

Наиболее общей характеристикой отказоустойчивости является вероятность правильного решения задачи в условиях отказов и сбоев [3], а основным средством достижения отказоустойчивости является временная и аппаратурная избыточность, которая

может быть введена в целях обнаружения отказа или в целях устранения его последствий.

По способу организации [3] контроль разделяют на программный, аппаратурный, комбинированный.

Программный контроль [5] основан на использовании специальных программ и требует дополнительной памяти для их хранения. Отсутствие возможности оперативного контроля, большая временная избыточность, существенно снижающая производительность устройства, ограничивают возможности применения программного контроля в отказоустойчивых системах ЦОС.

Аппаратурный контроль [5] связан с обнаружением ошибок функционирования с помощью вспомогательного устройства, функционирующего совместно с исходным. Простейшим методом аппаратурного контроля ДОП является дублирование узлов или самого устройства. Эффективность контроля дублированием высока, поскольку вероятность появления одинаковых ошибок в двух устройствах с независимыми отказами мала. Временная избыточность такого контроля невелика, а минимальное значение аппаратурной избыточности составляет сто процентов [2—4]. Однако, в случае возникновения в устройстве отказа или сбоя контроль дублированием не позволяет дать ответ на вопрос: результат вычислений основной или дублирующей аппаратуры — правильный?

Этого недостатка лишен мажоритарный метод контроля [2—4], основанный на параллельной работе нечетного числа устройств. Правильный результат вырабатывается по принципу большинства, причем существует возможность корректировать любые ошибки. Основной недостаток мажоритарного метода — высокая стоимость многократного резервирования.

Широкое распространение в системах ЦОС получил контроль по модулю [3; 4]. Контроль осуществляется с помощью контрольных кодов, представляющих собой остатки от деления чисел на некоторый модуль. Над контрольными кодами производятся те же операции, что и над числами, причем остатки по модулю  $r$  от результата выполнения операций над числами и от результата выполнения тех же операций над контрольными кодами в отсутствии ошибок должны совпадать. Аппаратурная и временная избыточность устройств с таким контролем зависит от величины модуля; наибольшее распространение получил контроль по модулю три.

Более эффективные и экономичные процедуры контроля можно построить, если полнее учитывать информацию о структуре и характере алгоритма. Так, например, в работе [5] предлагается метод контроля матричных операций с контрольным суммированием. Суть этого метода контроля заключается в том, что любой матрице  $A$  размером  $n \times m$  можно поставить в соответствие:

$A^{(1)} = 1_n^T \cdot A$  — вектор-строку, каждый элемент которого определяется путем суммирования элементов в соответствующем столбце,

$A^{(2)} = A \cdot 1m$  — вектор-столбец, каждый элемент которого определяется путем суммирования элементов в соответствующей строке,  $A^{(3)} = 1_n^T \cdot A \cdot 1m$  — число, значение которого равно сумме элементов матрицы, где  $1k$  —  $k$ -мерный вектор-столбец, все элементы которого равны единице.

При этом для матриц  $A$  и  $B$  справедливы следующие тождества:

$$A^{(1)} \cdot B = (A \cdot B)^{(1)}; \quad A \cdot B^{(2)} = (A \cdot B)^{(2)}; \quad A^{(1)} \cdot B^{(2)} = (A \cdot B)^{(3)} \quad (1);$$

$$A^{(1)} \cdot A^{-1} = I^{(1)}; \quad A \cdot (A^{-1})^{(2)} = I^{(2)}; \quad A^{(1)} \cdot (A^{-1})^{(2)} = I^{(3)}.$$

На основе тождеств можно организовать контроль ДОП, операций умножения и обращения матриц. Наиболее широко для этих целей применяется выражение (1).

Применительно к ДОП это выражение приобретает следующий смысл:  $A$  — матрица коэффициентов преобразования,  $B$  — матрица временных дискретов сигнала. Таким образом, можно организовать контроль ДОП путем вычисления левой и правой частей соотношения (1) и последующего их сравнения.

Для вычисления левой части (1) необходимо сформировать вектор  $A^{(1)}$  путем сложения элементов в соответствующем столбце матрицы коэффициентов преобразования. Эту операцию можно выполнить заранее и компоненты вектора  $A^{(1)}$  хранить в запоминающем устройстве. В процессе выполнения ДОП вычисление левой части (1) будет заключаться в поэлементном суммировании дискретов обрабатываемого сигнала с весами, определяемыми вектором  $A^{(1)}$ . Для вычисления правой части необходимо получить сумму спектральных составляющих.

Структурная схема устройства ДОП, в котором контроль основан на этом принципе, а выходные данные формируются последовательно, приведена на рис. 1. Метод характеризуется относительно

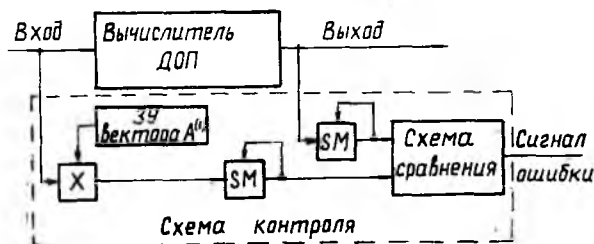


Рис. 1

высокой вероятностью обнаружения ошибок устройством контроля и малыми значениями аппаратурной и временной избыточности, поскольку алгоритм контроля несложен, и контрольная сумма накапливается параллельно вычислению ДОП.

Специализированный, ориентированный на ДОП, метод контроля можно построить на основе равенства Парсевала, которое для дискретного случая принимает вид

$$\sum_{j=0}^{N-1} |x_j|^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} |y_i|^2, \quad (2)$$

или в векторно-матричной форме

$$X^{T*} \cdot X = \frac{1}{N} Y^{T*} \cdot Y,$$

где  $X$  — вектор-столбец отсчетов входного сигнала  $x_j$ ,  $Y$  — вектор-столбец отсчетов спектра  $y_i$  ДОП,  $N$  — размерность преобразования. Процедура контроля сводится к вычислению левой и правой частей выражения (2) и проверке их на равенство. Структурная схема устройства при последовательном способе формирования выходных данных представлена на рис. 2.

Произведем сравнительный анализ алгоритмов и устройств с контролем, базирующихся соответственно на выражениях (1),

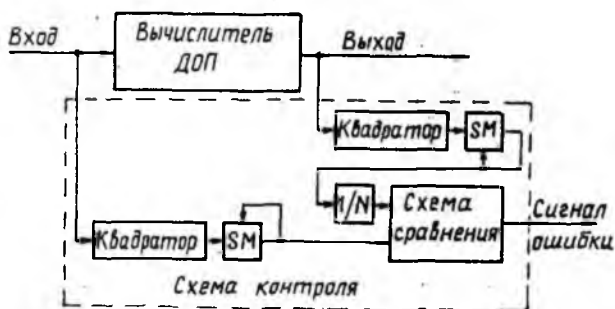


Рис. 2

(2). Алгоритмы основаны: первый — на линейной обработке, второй — на квадратичной:

Временная и аппаратная избыточность обоих алгоритмов приблизительно одинакова. Кажущуюся сложность в выражении (2) составляет операция деления на  $N$ . Однако для наиболее распространенных ДОП существуют «быстрые» алгоритмы, такие как быстрое преобразование Фурье (БПФ), быстрое преобразование Уолша — Адамара (БПУА) и т. д., для которых  $N$  равно степени двойки. Поскольку деление на степень двойки можно реализовать сдвигом разрядов вправо или простой коммутацией проводов, то выполнение этой операции не требует дополнительных аппаратных и временных затрат.

Для устройств контроля (рис. 1, 2) характерна неизменность их структуры для любого ДОП и слабая зависимость избыточности (аппаратной и временной) от размерности преобразования  $N$ ,

Алгоритм с контрольным суммированием (выражение (1)) справедлив для любых матричных операций и имеет возможность выявить отказавший элемент вычислителя ДОП [5], а алгоритм, основанный на равенстве Парсеваля (выражение (2)), такой возможности не имеет.

Для количественной оценки вероятности обнаружения ошибок устройством контроля (рис. 2) производилось имитационное моделирование процесса реализации ДОП со сбоями. Исходные данные моделирования:  $N$  — размерность ДОП,  $M$  — разрядность данных,  $K$  — кратность ошибки,  $G$  — количество искаженных дискретов выходной последовательности.

Сбои моделировались на функциональном уровне [6], как случайное воздействие на  $G$  дискретов выходной последовательности, равновероятно искажающее  $K$  разрядов каждого дискрета.

Результаты имитационного моделирования приведены в табл. 1. В табл. 2 приведены результаты аналогичного моделирования для алгоритма с контрольным суммированием.

Как видно из сравнения табл. 1 и 2, способ контроля выполнения ДОП, основанный на равенстве Парсеваля, обладает до 16 % большей вероятностью обнаружения ошибок, чем метод с контрольным суммированием.

Для оценки затрат количества контрольного оборудования и его влияния на общее количество оборудования вычислителя

Таблица 1

K		1	2	3	4
G = 1	M = 4	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	M = 8	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	M = 16	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
G = 2	M = 4	0,9779	0,9857	1,0000	1,0000
	M = 8	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	M = 16	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
G = 3	M = 4	0,9959	0,9976	1,0000	1,0000
	M = 8	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	M = 16	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
G = 4	M = 4	0,9979	1,0000	1,0000	1,0000
	M = 8	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	M = 16	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

Таблица 2

К		1	2	3	4
G = 1	M = 4	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	M = 8	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	M = 16	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
G = 2	M = 4	0,8199	0,8757	0,9435	0,9979
	M = 8	0,9291	0,9887	0,9942	1,0000
	M = 16	0,9633	0,9919	0,9979	1,0000
G = 3	M = 4	0,9379	0,9963	1,0000	1,0000
	M = 8	0,9819	1,0000	1,0000	1,0000
	M = 16	0,9979	1,0000	1,0000	1,0000
G = 4	M = 4	0,9459	0,9565	0,9823	1,0000
	M = 8	0,9859	0,9913	1,0000	1,0000
	M = 16	0,9939	1,0000	1,0000	1,0000

ДОП воспользуемся коэффициентом аппаратурной избыточности  $\Delta W_0$  [7], характеризующим увеличение общего объема аппаратурной избыточности из-за применения контроля и вычисляемым по правилу  $\Delta W_0 = (W_0 + W_k) / W_0$ , где  $W_k$  — количество контрольного оборудования,  $W_0$  — общее количество оборудования вычислителя ДОП, выраженное, например, в количестве логических элементов.

Результаты оценки коэффициента аппаратурной избыточности  $\Delta W_0$  для контроля, основанного на равенстве Парсевалья, устройства последовательной обработки, реализующего БПУА, приведены в табл. 3, откуда видно, что значения коэффициента аппаратурной избыточности невелики и существенно уменьшаются с ростом разрядности обрабатываемых данных и размерности преобразования. Очевидно, что для систем параллельной обработки значения коэффициента аппаратурной избыточности будут еще меньше.

Произведем сравнение метода контроля, основанного на равенстве Парсевалья, с наиболее широко распространенным контролем по модулю. При контроле по модулю  $r$  вероятность обнаружения ошибок определяется [4; 7] выражением

$$P_{\text{оби}} = 1 - \frac{1}{r} - \frac{r-1}{r} \left( -\frac{1}{r-1} \right)^k,$$

где  $k$  — кратность ошибок.

Числовые значения вероятности обнаружения ошибок устройством контроля для различных значений модуля  $r$  и кратности ошибок  $k$  приведены в табл. 4. Анализ этих значений показывает, что для получения вероятности обнаружения ошибок, соизмеримой с аналогичной вероятностью, обеспечиваемой методом контроля на основе равенства Парсевалея, необходимо использовать большие значения модуля  $r$  ( $r=7\div 11$ ).

Оценку аппаратурной избыточности для контроля по модулю  $r$  можно производить по упрощенной формуле [7]  $\Delta W_0 = (M + M_k)/M$ ,

Таблица 3

N	$\Delta W_0$		
	M = 4	M = 8	M = 16
4	1,72	1,42	1,37
16	1,47	1,31	1,15
64	1,15	1,09	1,02
128	1,10	1,04	1,01

Таблица 4

K	$F_{\text{обн}}$		
	r = 3	r = 7	r = 11
1	1	1	1
2	0,5	0,833	0,9
3	0,75	0,861	0,91
4	0,625	0,832	0,909

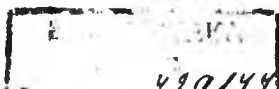
Таблица 5

$M_k$	$\Delta W_0$		
	M = 4	M = 8	M = 16
1(r=2)	1,25	1,125	1,0625
2(r=3)	1,5	1,25	1,125
3(r=7)	1,75	1,375	1,1875
4(r=11)	2	1,5	1,25

где  $M$  и  $M_k$  — соответственно разрядность данных и число контролируемых разрядов, причем  $M_k$  определяется значением модуля  $r$ . Результаты расчета  $\Delta W_0$  (табл. 5) приведены для устройства последовательной обработки, реализующего БПУА. Анализ приведенных данных позволяет сделать вывод, что для реализации контроля с большим значением модуля  $r$ , а следовательно и с большой вероятностью обнаружения ошибок, требуется большая избыточность аппаратуры. В этой ситуации, метод контроля, основанный на равенстве Парсевалея, обеспечивая высокую вероятность обнаружения ошибок (табл. 1), требует в 1,5÷1,8 раз меньшую аппаратурную избыточность, чем контроль по модулю.

Анализ операций алгоритма контроля (выражение (2)) и структуры контролирующего устройства (рис. 2) показывает, что реализация метода контроля, основанного на равенстве Парсевалея, возможна на существующей элементной базе и эффективна в виде БИС и СБИС в силу универсальности алгоритма контроля для любого ДОП.

Таким образом, большинство алгоритмов ЦОС основано на ДОП, в вычислениях которых в силу воздействия внешних факторов могут вноситься ошибки. Проведен обзор методов контроля и предложен специальный метод для контроля результатов вычислений ДОП, обладающий высокой вероятностью обнаружения ошибок и малой аппаратурной избыточностью. Он реализуем на существующей элементной базе и может найти широкое применение при построении аппаратуры цифровой обработки.



**Список литературы:** 1. *Ахмед Н., Рао К.* Ортогональные преобразования при обработке сигналов: Пер. с англ. / Под ред. Фоменко И. Б., 1980. 248 с. 2. *Авиженис А., Лапри Ж.-К.* Гарантикоспособные вычисления // Тр. ин-та инж. по радиотехнике и электронике. 1986. Т. 4, № 5. С. 8—21. 3. *Сидоров А. М.* Методы контроля электронных цифровых машин / Под ред. Мееровича, М., 1966. 160 с. 4. *Щербаков Н. С.* Достоверность работы цифровых устройств, М., 1989. 224 с. 5. *Huang K. H., Abraham I. A.* Algorithm based fault tolerance for matrix operations. // IEEE Trans. Comput. 1984. Vol. C. 33. P. 518—528. 6. *Абрахам Дж. А., Фукс У. К.* Модели неисправностей и ошибок для проектирования СБИС // Тр. ин-та инж. по радиотехнике и электронике. 1986. Т. 74, № 5. С. 22—41. 7. *Надежность и контроль ЭВМ / Ю. П. Журавлев, А. Л. Котелюк, Н. И. Циклинский и др., М., 1978.* 416 с.

*Поступила в редакцию 26.06.90*