ОПТИМАЛЬНОЕ РАЗБИЕНИЕ ДИАПАЗОНА ЧАСТОТ С УЧЕТОМ ВОЗДЕЙСТВИЯ ПОМЕХ

И. Ф. Огороднейчук, А. Я. Кузьмин, В. И. Мелешко, В. И. Пономарев

Харьков

Многоканальные системы телемеханической связи имеют ряд особенностей, например, эффективность использования частотного диапазона, помехоустойчивость, характер передаваемой информации, метод модуляции

канальных сигналов и т. д. В работе [3] решалась задача оптимального разбиения диапазона частот по критерию минимума средних ошибок. В более общей постановке указанные вопросы необходимо решать с учетом действия помех, которыми сопровождается работа системы. Необходимо принимать во внимание вид конкретной передаваемой информации [4].

Учет вида передаваемой информации

Будем рассматривать, как и в [3], разветвленный телемеханический канал связи, причем передающая сторона каждого $i = \overline{1, m}$ частотного канала связи представляется в таком виде, как на рис. 1.

Здесь передатчик каждого канала связан с объектом, состоящим из N_i подсистем, каждая из которых характеризуется вектором внутреннего состояния, могущим принимать значения 0 или 1. Так как в i-м канале N_i подсистем, то для любого $i = \overline{1, m}$ возможно 2^{N_i} реализаций вектора состояния всей системы, т. е. систему характеризует случайный процесс $a_\tau(t)$ [1]. Какая-то конкретная реализация его имеет вид

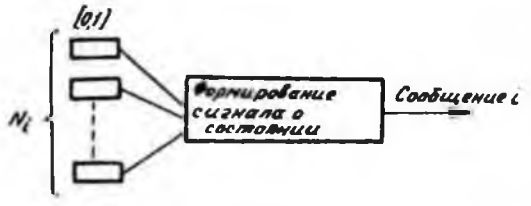


Рис. 1.

$$a_\tau^k(t) = [\underbrace{00\ldots11010\ldots1}_{N_i}]$$

$$k = \overline{1, 2^{N_i}}.$$

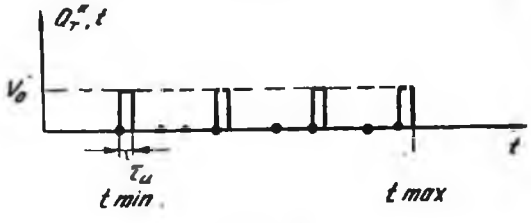


Рис. 2.

Вид реализации $a_\tau^k(t)$ на временной оси показан на рис. 2.

Расстояния в коде будем считать одинаковыми

$$\Delta t_k = \frac{t_{max} - t_{min}}{N_i - 1}. \tag{1}$$

Длительность импульса в каждом «частном» канале определяется из условий полосы каналов

$$\tau_u^i \geqslant \frac{1}{\Delta f_i}. \tag{2}$$

В [3] было получено оптимальное разбиение диапазона частот (F_{min}, F_{max}), причем частотный коэффициент передачи i канала на j месте C_{ij} выбирался из условий минимума средних ошибок по всему диапазону

$$\sum_{i=1}^{m} C_{ij}(\omega)\,\{\Delta f_i\} = \min, \tag{3}$$

где $C_{ij}(\omega)$ — характеристическая функция i места полосы (F_{min}, F_{max})

$$\{\Delta f_i\} = \begin{cases} 1, & f \in \Delta f_i, \\ 0, & f \bar{\in} \Delta f_i \end{cases} \tag{4}$$

Здесь Δf_i — i полоса диапазона (F_{max}, F_{min});

C_{ij} — аппроксимация реальной частотной характеристики $C_{ij}(\omega)$ прямоугольной.

Считая, что выходы передатчиков характеризуются величиной выходной мощности, пропорциональной v_0^2, получим, что в каждом канале воздействие шумов способно создать ложный положительный выброс импульса на месте, где в данной реализации кода $a_i^k(t)$ нет импульса; ложный отрицательный выброс импульса на месте, где в данной реализации кода $a_i^k(t)$ есть импульс; отсутствие импульса, где в реализации кода $a_i^k(t)$ есть импульс.

Иллюстрацией результатов воздействия шума на сигнал служит таблица

Помеха \ Сигнал	1	0
+1	1	1
−1	0	−1

Обозначим через

$$\overline{P}_+(v_0^2C_{ij}) = \left(P_{1_+}(v_0^2C_{ij}) \ldots P_{N_{i_+}}(v_0^2C_{ij})\right) \tag{5}$$

вектор вероятностей превышения уровня $v_0^2C_{ij}$;
через

$$\overline{P}_-(v_0^2C_{ij}) = \left(P_{1_-}(v_0^2C_{ij}) \ldots P_{N_{i_-}}(v_0^2C_{ij})\right) \tag{6}$$

вектор вероятностей при отрицательных выбросах шумов.

Имея вероятность ошибки (искажения), используя скалярное произведение векторов, получим информацию о данном состоянии системы в виде

$$(\overline{P}_-(v_0^2C_{ij}),\ a^k(t)) + (\overline{P}_+(v_0^2C_{ij}),\ 1 - a^k(t)) = P_\Sigma^{a^k(t)}(v_0^2C_{ij}), \tag{7}$$

где $a^k(t)$ — конкретное состояние системы (реализация);
$1 = \underbrace{(1 \ldots 1)}_{N_i}$ — единичный вектор состояния системы.

Если apriori не имеет смысла считать какое-либо состояние системы преобладающим, нужно усреднить полученные значения вероятностей искажений по равномерному распределению состояний, в противном случае — по заданному априорному распределению

$$P_{\Sigma_{\text{сред}}}^{N_i} = \frac{1}{2^{N_i}} \sum_{a^k(t)=0}^{a^k(t)=1} P_\Sigma^{a^k(t)}(v_0^2C_{ij}); \tag{8}$$

$$P_{\Sigma_{\text{сред}}}^{N_i} = \sum_{a^k(t)=0}^{a^k(t)=1} p_{a^k(t)} \cdot P_\Sigma^{a^k(t)}(v_0^2C_{ij}), \tag{9}$$

где

$$\sum_{a^k(t)=0}^{a^k(t)=1} p_{a^k(t)} = 1. \tag{10}$$

В формуле (8) $P_{\Sigma_{\text{сред}}}^{N_i}$ выражает среднюю вероятность искажения сообщения для i-го канала $(i = \overline{1, m})$.

Ясно, что величины $\left\{P_{\Sigma_{\text{сред}}}^{N_i}\right\}_{i=\overline{1,m}}$ выражают средние вероятности

искажений кодов, но система связи будет оптимальна, если взвешенная сумма вероятностей ошибок по каналам будет минимальна:

$$\sum_{i=1}^{i=m} V_i P^{N_i}_{\text{сред}}(v_0^2 C_{ij}) = \min_{\{C_{ij}\}}, \tag{11}$$

где $V_i \sum_{1}^{m} V_i = 1$ — веса каналов, которые в случае симметрии каналов принимаются равными $V_i = V = \frac{1}{m}$.

В каждом конкретном случае V_i являются известными и могут быть взяты из условия ценности информации о данном i-м объекте для получателя.

Все сказанное и работа [3] позволяют сформулировать задачу оптимального разбиения диапазона частот в виде следующей оптимизационной задачи:

$$\begin{aligned}
&\sum_{i=1}^{i=m} V_i P^{N_i}_{\text{сред}}(v_0^2 C_{ij}) \{\Delta f_i\} = \min_{\{C_{ij}\}};\\
&\sum_{i=1}^{i=m} G_{ij} \{\Delta f_i\} = \min_{\{C_{ij}\}};\\
&\sum_{i=1}^{i=m} \Delta f_i = F_{\max} - F_{\min}.
\end{aligned} \tag{12}$$

Оптимизационная задача очень сложна, поэтому представляется интересным рассмотрение некоторых предельных случаев.

Предположим, что выбросы шума одинаковы при равенстве соответствующих аргументов, т. е.

$$\overline{P}_+(v_0^2 C_{ij}) = \overline{P}_-(v_0^2 C_{ij}).$$

Кроме того, считая соответствующие условия для выбросов, указанные в (4), выполненными, получим, что для i-го канала $(i = \overline{1, m})$ вероятности выбросов, отвечающих указанным условиям, равны, т. е. в векторе $\overline{P}_+(v_0^2 C_{ij})$

$$P_{1_+}(v_0^2 C_{ij}) = P_{2_+}(v_0^2 C_{ij}) = \ldots = P_{N_{i_+}}(v_0^2 C_{ij}); \quad i = \overline{1, m}. \tag{13}$$

То же самое выполнено для выбросов «вниз» [2, 4]

$$P_{1_-}(v_0^2 C_{ij}) = P_{2_-}(v_0^2 C_{ij}) = \ldots = P_{N_{i_-}}(v_0^2 C_{ij}). \tag{14}$$

Тогда формулы (7), (8) и задача (12) с учетом того, что

$$P_{1_+}(v_0^2 C_{ij}) = \exp\left\{-\frac{C_{ij}^2}{\beta_i^2}\right\} \tag{15}$$

для i-го канала, запишутся так:

$$(\overline{P}_-(v_0^2 C_{ij}), a^k(t)) + (\overline{P}_+(v_0^2 C_{ij}),\ 1 - a^k(t)) = N_i \exp\left\{-\frac{C_{ij}^2}{\beta_i^2}\right\}. \tag{16}$$

Если игнорировать вид передаваемой информации, то получим формулу (8)

$$P^{N_i}_{\text{сред}} = N_i \exp\left\{-\frac{C_{ij}^2}{\beta_i^2}\right\}. \tag{17}$$

В формулах (15), (16), (17) β_l^2 характеризуется интенсивностями шумов по каналам.

С учетом вышеизложенного оптимизационная задача (12) преобразуется в этом важном частном случае в виде

$$\begin{aligned}
&\sum_{l=1}^{l=m} V_l N_l \exp\left\{-\frac{C_{lj}^2}{\beta_l^2}\right\}\{\Delta f_l\} \to \min_{\{a_{lj}\}};\\
&\sum_{l=1}^{l=m} \Delta f_l = F_{\max} - F_{\min};\\
&\sum_{l=1}^{l=m} C_{lj}\{\Delta f_l\} \to \min.
\end{aligned} \tag{18}$$

Решение оптимизационной задачи (13), (18)

Первые два уравнения в (13) отражают наше стремление оптимизировать телемеханический канал связи по двум различным критериям. Наиболее простой способ согласования l различных критериев [5] связан с суммированием этих критериев с определенными весовыми коэффициентами α_l ($l = 1, l$), такими, что $\sum_{l=1}^{l} \alpha_l = 1$. Воспользуемся этим методом и сведем многокритериальную задачу (13) к следующей однокритериальной задаче

$$\begin{aligned}
&\alpha \sum_{l=1}^{l=m} V_l P_{\Sigma_{\text{сред}}}^{N_l}(V_0^2 C_{lj})\{\Delta f_l\} + (1-\alpha)\sum_{l=1}^{m} C_{lj}\{\Delta f_l\} =\\
&= \sum_{l=1}^{l=m}\left[\alpha V_l P_{\Sigma_{\text{сред}}}^{N_l}(v_0^2 C_{lj}) + (1-\alpha) C_{lj}\right]\{\Delta f_l\} = \min_{\{a_{lj}\}},\\
&\sum_{l=1}^{l=m} \Delta f_l = F_{\max} - F_{\min}, \quad \sum_{l=1}^{m} V_l = 1.
\end{aligned} \tag{19}$$

При такой общей постановке наибольшие трудности связаны с получением по формуле (17) средних вероятностей искажения сообщений ввиду большого количества суммируемых членов, равного 2^{N_l}. Эффективным в этом случае является статистическое моделирование на ЭВМ [7]. Обработав выборочные статистические данные, получим оценки средних характеристик $P_{\Sigma_{\text{сред}}}$. Затем оптимизируем задачу (19).

В частном случае (18) удается непосредственно прийти к оптимизационной задаче о назначении [7]. По аналогии с (19) путем «взвешивания» критериев перейдем к следующей задаче:

$$\begin{aligned}
&\sum_{l=1}^{l=m}\left[V_l \alpha \exp\left\{-\frac{C_{lj}^2}{\beta_l^2}\right\} + (1-\alpha) C_{lj}\right]\{\Delta f_l\} \to \min_{\{a_{lj}\}};\\
&\sum_{l=1}^{l=m} V_l = 1;\\
&\sum_{l=1}^{l=m} \Delta f_l = F_{\max} - F_{\min}.
\end{aligned} \tag{20}$$

Заметим, что в (20) числа V_l, α, C_{lj}, Δf_l, β_l, ($l = \overline{1, m}$; $j = \overline{1, m}$) заданы. Обозначим

$$V_l \alpha \exp\left\{-\frac{C_{lj}^2}{\beta_l^2}\right\} + (1-\alpha) C_{lj} = D_{lj}.$$

Числа D_{ij} образуют матрицу $\|D_{ij}\|_{i,j=1}^{m}$. Оптимизационная задача (20) адекватна задаче о назначении.

Решением задачи о назначении для матрицы $\|D_{ij}\|$ называется такой выбор из n элементов матрицы по одному в каждом столбце и в каждой строчке, что сумма этих элементов минимальна по всем таким выборкам. Тем самым для каждого i будет однозначно указано $j = j(i)$, т. е. если для i-го канала связи мы назначили j-ю полосу по соответствию $j = j(i)$, которое установлено решением задачи о назначении, то оптимизационная задача (20) будет решена.

Первое приближение алгоритма решения задачи о назначении указано в [3]. В [7] построен алгоритм, решающий точно эту задачу за C_n^3 действий, где C — множитель, не зависящий от n.

Необходимо отметить, что приведенная математическая модель может быть использована с незначительными изменениями и для анализа других электронных систем, когда возникает задача о назначении места [3] каждой подсистеме таким образом, чтобы суммарные потери были минимальны (максимальны), причем в качестве критерия можно не брать средние суммарные ошибки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. Р. Левин. Теоретические основы статистической радиотехники, т. I, т. II. Изд-во «Сов. радио», 1966, 1968.

2. Р. Л. Стратонович. Избранные вопросы теории флуктуаций в радиотехнике. Изд-во «Сов. радио», 1961.

3. И. Ф. Огороднейчук, А. Я. Куземин, В. И. Мелешко, В. И. Пономарев. Оптимальное разбиение диапазона частот в системе телемеханики по критерию минимума средней ошибки. Трулы семинара «Математические методы в кибернетической технике». ИК АН УССР, вып. III, 1970.

4. Г. Крамер, М. Линдбеттер. Стационарные случайные процессы, свойства выборочных функций и их приложения. Изд-во «Мир», 1969.

5. Р. Д. Льюс, Х. Райер. Игры и решения. ИЛ, 1961.

6. Н. П. Бусленко. Моделирование сложных систем. Изд-во «Наука», 1968.

7. Е. А. Диниц, М. А. Копрод. Один алгоритм решения задачи о назначении. Докл. АН СССР, т. 189, № 1, 1969.

ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ СИСТЕМ ТЕЛЕУПРАВЛЕНИЯ ПРИ ЗАМИРАНИЯХ СИГНАЛА

В. А. Дикарев, В. Я. Журавлев, В. И. Пономарев

Харьков

В настоящее время известны работы ряда авторов, развивающих теорию потенциальной помехоустойчивости [1] применительно к радиоканалам с замираниями [2, 3, 4].

Под замираниями сигнала в каналах телемеханики, организованных по шахтным силовым низковольтным сетям, следует понимать изменение коэффициента передачи от подключения низкоомных токоприемников [5]. Сеть считается сильно разветвленной с количеством ответвлений не менее 8—10. Случайность подключения и отключения токоприемников приводит к тому, что для каждого момента времени величина коэффициента передачи канала связи будет случайной. Непрерывное замирание амплитуды сигнала в каналах, организованных по шахтным низковольтным РЭС, подчиняется нормальному закону распределения вероятностей

$$P(\mu) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\mu_0} \exp\left\{-\frac{(\mu-\bar{\mu})^2}{2\mu_0^2}\right\}, \qquad (1)$$