

К ВОПРОСУ О НАДЕЖНОСТИ ПРИ РЕЗЕРВИРОВАНИИ КОНТАКТНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

В. К. Дущенко, В. А. Артеменко

Х а р ь к о в

Общие вопросы оптимального резервирования радиотехнических устройств и элементов разработаны и освещены довольно подробно в изданной за последние годы обширной литературе по теории надежности. Применение же полученных результатов для расчета конкретных схем зачастую встречает почти непреодолимые трудности вычислительного характера. Это прежде всего относится к резервированию широко используемых в последнее время релейных схем. Цель настоящей статьи — возможно более простой и удобный для практики расчет этих схем.

В дальнейшем изложении приняты следующие допущения:

1. Контакт может находиться только в одном из трех состояний, а именно: быть исправным, иметь отказ типа «обрыв» (обгорание контакта), или отказ типа «короткое замыкание» (замыкание контакта).

Различные контакты одной контактной группы статистически независимы, что справедливо для контактов различных реле или в случае, если отказы обмоток и магнитной системы реле, не учитываются.

Для расчета надежности резервированных контактных групп в настоящее время предложено два метода. Первый метод, который условно назовем «классическим», предполагает непосредственный подсчет «опасных» комбинаций в схеме с последующим вычислением вероятности появления данной комбинации. Далее производится суммирование всех найденных вероятностей — получается суммарная вероятность отказа. Второй метод, названный «упрощенным», основывается на том, что определенная неисправность системы вызывается лишь **одноименной** неисправностью входящих в нее элементов (например, замыкание системы контактов может произойти только вследствие замыкания определенного числа контактов). С точки зрения конечных результатов оба метода эквивалентны и приводят к одинаковым конечным выражениям, хотя процесс подсчета по второму методу значительно проще. Рассмотрим более подробно каждый из них.

Классический метод расчета надежности контактных систем назван «классическим» потому, что он взят из теории вероятностей без каких-либо изменений и в общем случае может иметь три несовместных и независимых состояния: быть исправным, иметь отказ типа «обрыв» или отказ типа «короткое замыкание». Таким образом, полная группа событий для одного элемента запишется в виде

$$P + q_{к.з} + q_0 = 1, \quad (1)$$

где

P — вероятность безотказной работы;

$q_{к.з}$ — вероятность отказа типа «короткое замыкание»;

q_0 — вероятность отказа типа «обрыв».

Расчет надежности системы элементов состоит в следующем:

- а) из имеющихся элементов составляются все возможные комбинации;
- б) из полученных комбинаций выбираются опасные, т. е. те, которые выводят из строя всю систему;
- в) рассчитывается вероятность появления каждой опасной комбинации;
- г) суммированием вероятностей появления опасных комбинаций определяется вероятность отказа системы.

Следует отметить, что смысл вычисления вероятности отказа системы, а не вероятности безотказной ее работы состоит в том, что обычно для первого варианта количество комбинаций оказывается меньшим, чем для второго, поэтому в большинстве случаев при пользовании классическим методом имеет смысл определить вероятность отказа системы.

В качестве примера рассчитаем надежность элементарной «четверки» контактов (рис. 1). Соединения такого типа применяются часто, так как при этом получается резервирование по обоим типам отказа. Для определения вероятности отказа этой системы воспользуемся приводимой ниже методикой. Все возможные опасные состояния можно разбить на четыре группы:

I группа — элементы системы могут быть в двух состояниях: либо исправны, либо имеют отказ типа «короткое замыкание» (состояния 1—7, рис. 2);

II группа — элементы системы либо исправны, либо имеют отказ типа «обрыв» (состояния 8—16, рис. 2);

III группа — элементы системы могут находиться в трех состояниях: либо исправны, либо имеют отказ типа «обрыв» или типа «короткое замыкание» (состояния 17—28, рис. 2);

IV группа — элементы системы могут быть в двух состояниях отказа, исправных элементов нет (состояния 28—42, рис. 2).

Вероятность того, что система находится в данном состоянии, может быть вычислена по известной формуле

$$q_{k,z}^i q_0 (1 - q_{k,z} - q_0)^{k-j-i}, \quad (2)$$

где k — общее число контактных соединений в системе;

j — число контактов, имеющих отказ типа «короткое замыкание»;

i — число элементов, имеющих отказ типа «обрыв».

Вероятность появления событий данной группы определяется из очевидных формул для первой группы

$$Q_1 = \sum_{j=0}^k A_j q_{k,z} (1 - q_{k,z} - q_0)^{k-j}, \quad (3)$$

где A_j — число опасных комбинаций, при которых система имеет отказ типа «короткое замыкание».

Для второй группы

$$Q_2 = \sum_{i=0}^k B_i q_0^i (1 - q_{k,z} - q_0)^{k-i}, \quad (4)$$

где B_i — число опасных комбинаций, при которых система имеет отказ типа «обрыв».

Для третьей группы

$$Q_3 = \sum_{i=0}^k \sum_{j=0}^k C_{ij} q_0^i q_{k,z}^j (1 - q_{k,z} - q_0)^{k-j-i}, \quad (5)$$

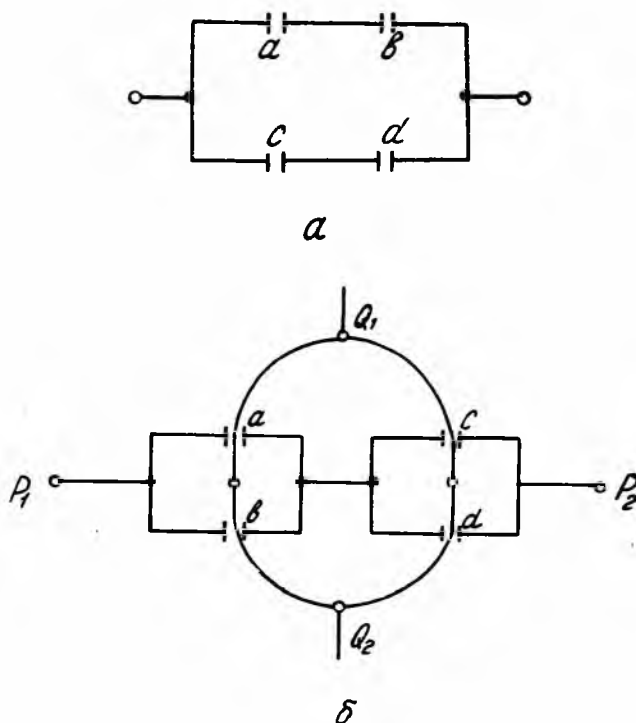


Рис. 1. Элементарная четверка контактов (А) и дуальная ей (Б).

где C_{ij} — число опасных комбинаций, при которых система выходит из строя из-за отказа контактов обоих типов.

Для четвертой группы

$$Q_4 = \sum_{i=1}^k D_{ij} q_0^i q_{\kappa, \text{з}}^i, \quad (6)$$

где D_{ij} — число опасных комбинаций, когда все элементы системы отказали.

Применительно к рассматриваемому случаю формулы для расчета указанных вероятностей получаем в виде

$$Q_1 = q_{\kappa, \text{з}}^4 + 4q_{\kappa, \text{з}}^3 (1 - q_0 - q_{\kappa, \text{з}}) + 2q_{\kappa, \text{з}}^2 (1 - q_0 - q_{\kappa, \text{з}})^2;$$

$$Q_2 = q_0^4 + 4q_0^3 (1 - q_0 - q_{\kappa, \text{з}}) + 4q_0^2 (1 - q_0 - q_{\kappa, \text{з}})^2;$$

$$Q_3 = 4q_{\kappa, \text{з}}^2 q_0 (1 - q_0 - q_{\kappa, \text{з}}) + 8q_{\kappa, \text{з}} q_0^2 (1 - q_0 - q_{\kappa, \text{з}});$$

$$Q_4 = 4q_{\kappa, \text{з}} q_0^3 + 6q_{\kappa, \text{з}}^2 q_0^2 + 4q_{\kappa, \text{з}}^3 q_0.$$

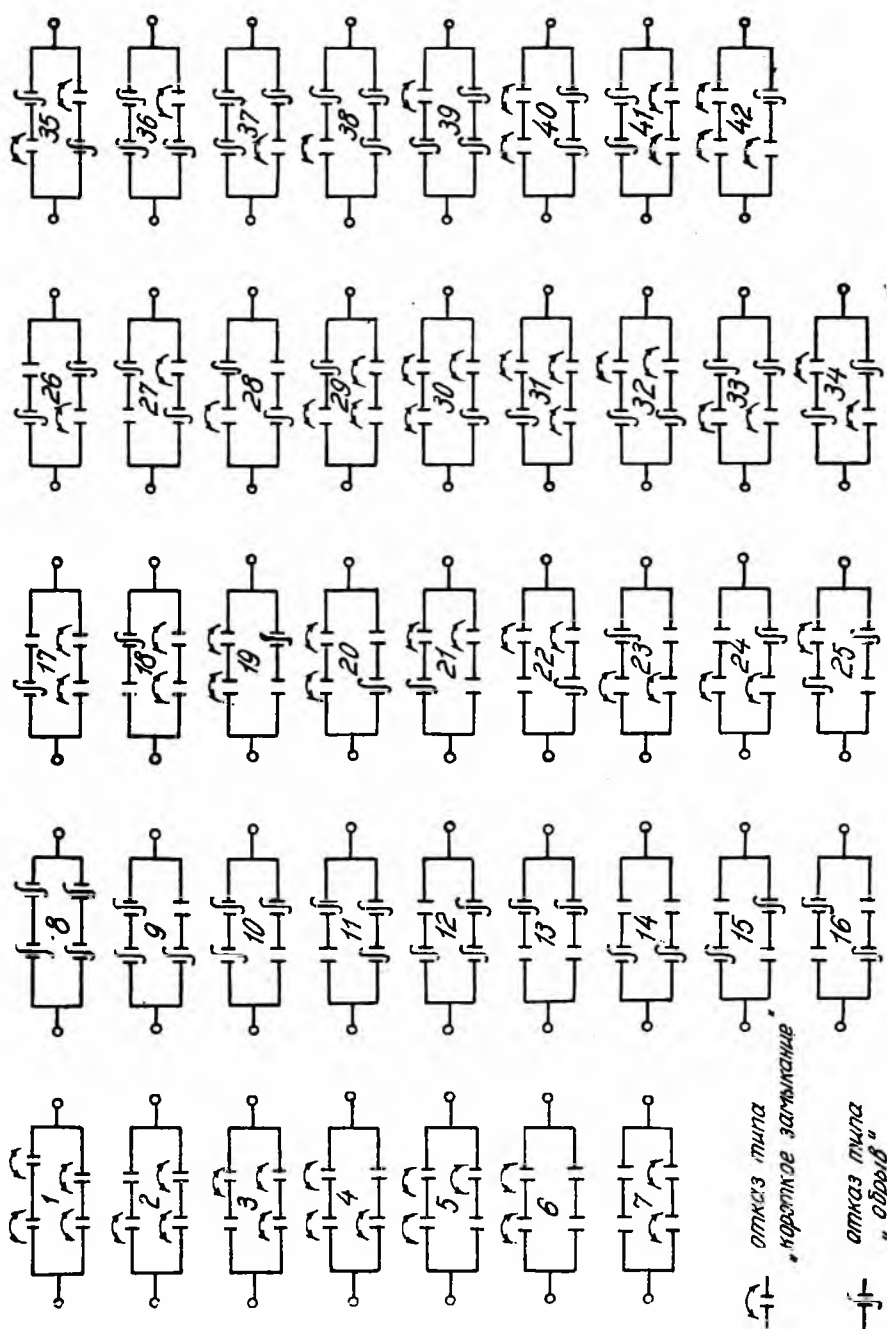


Рис. 2. Возможные состояния в элементарной четверке.

Общая вероятность отказа определяется как алгебраическая сумма вероятностей появления событий всех групп.

В нашем случае после раскрытия скобок и приведения подобных членов она оказывается равной

$$Q_{\Sigma} = 4q_0^2 + 2q_{\kappa.3}^2 - 4q_0^3 + q_0^4 - q_{\kappa.3}^4 \simeq 4q_0^2 + 2q_{\kappa.3}^2. \quad (7)$$

Рассмотренный метод контактных схем принципиально позволяет рассчитать схему любой сложности, но не всегда применяется из-за сложности вычислений. Это вызывается тем, что до настоящего времени не разработан приемлемый метод для определения коэффициентов в выражениях (3)—(6), что требует перебора всех возможных опасных комбинаций. Напомним, что только в случае элементарной четверки контактов существует 42 опасных положения, которые необходимо учитывать.

Излагаемый ниже метод расчета назван упрощенным, хотя его логическое обоснование более строгое и более соответствует физическому содержанию задачи (применительно к релейным схемам). Рассмотрим реле с нормально разомкнутым контактом. В общем случае оно может находиться в двух состояниях: когда реле возбуждено (*a*) и не возбуждено (*b*). Эти два состояния представляют собой полную группу несовместных событий. Предположим, что существует две вероятности, относящиеся к контакту реле. При возбужденном реле контакт замкнут с вероятностью $(1 - q_0)$ и разомкнут с вероятностью q_0 . Если реле не возбуждено (обесточено), то контакт замкнут с вероятностью $q_{\kappa.3}$ и разомкнут с вероятностью $(1 - q_{\kappa.3})$.

Для возбужденного реле с нормально разомкнутыми контактами отказ—это состояние, в котором контакт разомкнут и вероятность реализации этого явления равна q_0 . При отсутствии возбуждения отказом является состояние, когда контакт замкнут и вероятность его реализации $q_{\kappa.3}$. Очевидно, что для любой схемы, составленной из произвольного числа одно-контактных реле, предыдущие рассуждения остаются справедливыми, т. е. отказ схемы определяется как отсутствие замыкания всей системы при возбуждении всех реле и наличие замыкания при отсутствии возбуждения. Вероятность отказа всей системы определяем как алгебраическую сумму вероятностей отказов при соответствующих состояниях, поскольку последние являются событиями несовместными и независимыми. Проиллюстрируем упрощенный метод на примере той же элементарной четверки.

Согласно принятым обозначениям, вероятность отказа схемы при наличии возбуждения обозначим $q(a)$ и при отсутствии последнего как $q(b)$. Тогда, если вероятность размыкания каждого из четырех контактов при возбужденном реле равна q_0 , то вероятность размыкания одной ветви четверки равна

$$(1 - q_0)^2,$$

а вероятность размыкания всей четырехконтактной схемы получаем в виде

$$q(a) = [1 - (1 - q_0)^2]^2 = 4q_0^2 - 4q_0^3 + q_0^4. \quad (8)$$

Если вероятность размыкания каждого из четырех контактов при отсутствии возбуждения $q_{\kappa.3}$, то вероятность замыкания двух последовательно включенных контактов равна (вероятность одновременной реализации двух независимых событий), а вероятность замыкания всей четверки при отсутствии возбуждения

$$q(b) = 1 - (1 - q_{\kappa.3}^2)^2 = 2q_{\kappa.3}^2 - q_{\kappa.3}^4. \quad (9)$$

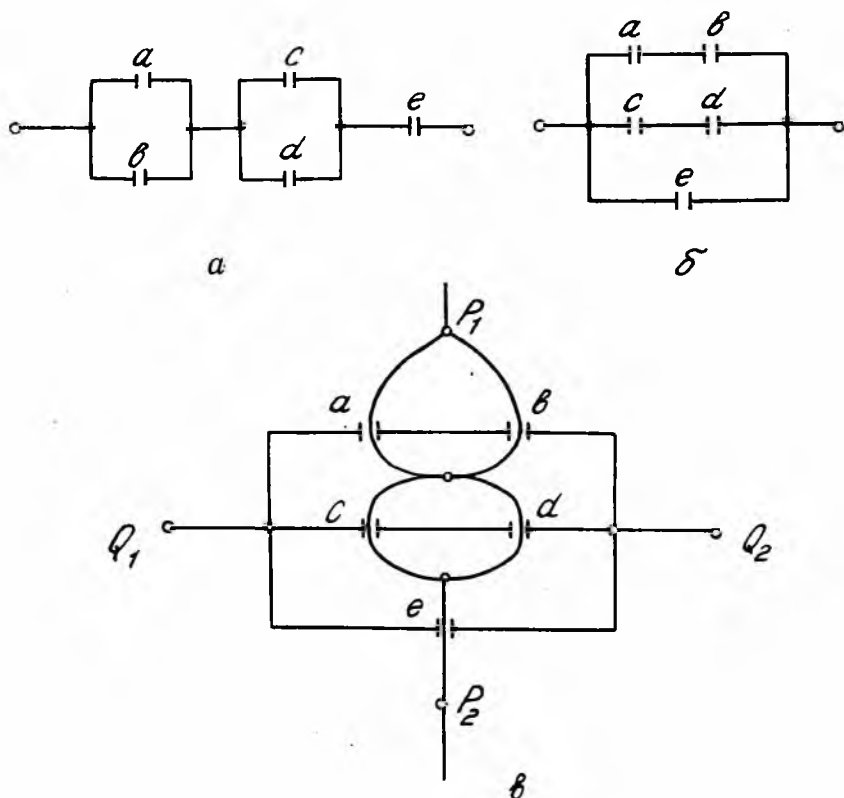


Рис. 3. Две схемы, описываемые одной и той же функцией (для схемы а — функция передачи, для схемы б — функция замыкания) и образование дуальной цепи с помощью топологического преобразования (в).

Полная вероятность отказа схемы получается в виде

$$Q_z = q(a) + q(b) = 4q_0^2 + 2q_{к.з}^2 - 4q_0^3 + q_0^4 - q_{к.з}^4 \approx 2q_{к.з}^2 + 4q_0^2. \quad (10)$$

Сравнивая результирующие выражения (7) и (9), видим, что они идентичны, тогда как последнее получено крайне просто и быстро. В качестве примера в приведенной ниже таблице даны формулы для определения вероятности отказа системы из шести контактов при различных комбинациях, полученные вторым методом.

Анализ выражений (7) и (10) позволяет утверждать, что с точки зрения надежности рассматриваемая схема более подвержена отказам типа «обрыв». Если к тому же в применяемых реле $q_0 > q_{к.з}$, то целесообразность использования подобной схемы вызывает сомнение. Поэтому есть смысл применять схему, обладающую противоположными свойствами, которую по отношению к рассмотренной можно назвать дуальной (рис. 3). Этот термин широко используется в переключательной технике. Две переключательные цепи являются дуальными, если функция передачи одной цепи имеет ту же формулу, что и функция замыкания другой. Таким образом, дуальной по отношению к последовательной цепи является параллельная цепь, составленная из тех же самых ключей, и наоборот. В общем случае можно сказать, что если цепи 1 и 2 дуальны, то

$$T_1 = H_2; T_2 = H_1, \quad (11)$$

где T_1 , T_2 — функции замыкания или передачи соответственно первой и второй цепи;

H_1 , H_2 — функции размыкания первой и второй цепи.

Как известно, эти функции можно составить, пользуясь следующими правилами.

1. При интерпретации переменных в виде проводимостей (функция замыкания):

а) сложение означает, что релейные элементы (или группы их) соединены параллельно;

б) умножение означает, что релейные элементы (или группы их) соединены последовательно.

2. При интерпретации переменных в виде сопротивлений (функция размыкания):

а) сложение означает, что релейные элементы (или группы их) соединены последовательно;

б) умножение означает, что релейные элементы (или группы их) соединены параллельно.

В качестве примера рассмотрим цепь, приведенную на рис. 3, а. Очевидно, что функция замыкания этой цепи записывается в виде

$$T_1 = (a + b)(c + d)e, \quad (12)$$

а размыкания как

$$H_1 = ab + cd + e. \quad (13)$$

Для дуальной цепи должны выполняться соотношения (11), т. е.

$$T_2 = ab + cd + e; \quad (14)$$

$$H_2 = (a + b)(c + d)e. \quad (15)$$

Сама дуальная цепь может быть построена непосредственно по виду уравнений (14) и (15). Однако, можно использовать топологическое преобразование, встречающееся в теории электрических цепей для получения дуальных плоских схем. При этом соединительные проводники двухполюсной цепи предполагаются бесконечно продолженными с каждой стороны; в каждой ячейке цепи ставятся точки, которые затем соединяются линиями, проходящими через различные ключи по кратчайшему расстоянию.

Если построить цепь с одноименным ключом в каждой линии, которая проведена через ключ, то эта цепь будет дуальной. Пример такого преобразования цепи, показанной на рис. 3, а, приведен на рис. 3, в, при этом первоначальная цепь имеет полюсы P_1 и P_2 , а дуальная — Q_1 и Q_2 .

Можно показать, что с точки зрения алгебры цепей выражение (8) представляет собой не что иное, как функцию размыкания цепи, а выражение (9) — функцию передачи. Поэтому рассчитав, что схема рис. 2, а больше подвержена ошибке типа «обрыв», пользуясь принципом дуальности и не производя вычислений, можем сказать, что дуальная схема рис. 1, б имеет большую вероятность отказов типа «короткое замыкание». Действительно, элементарные расчеты показали, что для схемы рис. 1, б справедливо

$$q(a) = 4q_{к.з}^2 - 4q_{к.з}^3 + q_{к.з}^4;$$

$$q(b) = 2q_0^2 - q_0^4,$$

а общая вероятность отказа

$$Q_2 = 4q_{к.з}^2 + 2q_0^2 - 4q_{к.з}^3 + q_{к.з}^4 - q_0^4 \cong 2q_0^2 + 4q_{к.з}^2. \quad (16)$$

Изложенное выше позволяет сделать вывод: если при исследовании какой-нибудь контактной цепи оказывается, что цепь более «чувствительна» к отказам, вероятность появления которых для каждого контакта больше, чем

для отказов другого типа, то целесообразно перейти к дуальной цепи, поскольку в любом случае она более выгодна.

С этой точки зрения представляют определенный интерес схемы, для которых дуальные схемы оказываются одинаковыми по начертанию и описываются одинаковыми выражениями. Это в первую очередь относится к мостиковым схемам рис. 4.

Функцию $q(b)$ для мостиковой схемы вычисляем следующим образом. Пусть X_i — некоторый контакт в рассматриваемой схеме. Рассмотрим функцию вероятности $f(b)$ для схемы, полученной из исходной посредством размыкания этого же контакта. Тогда очевидно, что

$$q(b) = q_{к.з} f(b) + (1 - q_{к.з}) q(b). \quad (17)$$

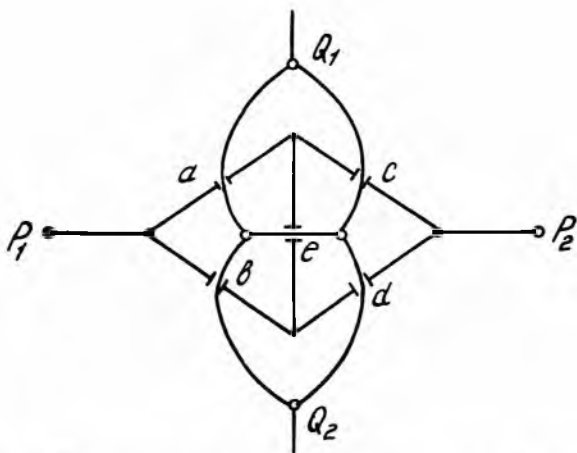


Рис. 4. Топологическое преобразование мостиковой схемы.

Это выражение получаем из известной теоремы переключательных цепей, которая утверждает, что любую релейную функцию n переменных можно разложить в ряд следующим образом:

$$f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = x_1 f(1, x_2, x_3, \dots, x_n) + x'_1 f(0, x_2, x_3, \dots, x_n),$$

где x'_1 — отрицание переменной x_1 .

Применяя выражение (17) и разлагая его по контакту e получаем

$$\begin{aligned} g(b) &= q_{к.з} (4q_{к.з}^2 - 4q_{к.з}^3 + q_{к.з}^4) + (1 - q_{к.з}) (2q_{к.з}^2 - q_{к.з}^4) = \\ &= 2q_{к.з}^2 + 2q_{к.з}^3 - 5q_{к.з}^4 + 2q_{к.з}^5. \end{aligned} \quad (18)$$

Рассуждая аналогично, можно показать, что функция размыкания идентична функции замыкания (18) и равна

$$q(a) = 2q_0^2 + 2q_0^3 - 5q_0^4 + 2q_0^5, \quad (19)$$

а общая вероятность отказа

$$Q_2 = q(a) + q(b).$$

Идентичность выражений (18) и (19) непосредственно следует из того, что начертания мостиковой и дуальной схем одинаковы.

В заключение следует отметить, что принципиально за счет резервирования надежность релейной схемы может быть сделана сколь угодно высокой. Для этого каждый контакт в элементарной схеме (четверке,

мостиковой и др.) необходимо заменить такой же элементарной схемой до достижения требуемого уровня надежности. Выбор начальной элементарной схемы определяется соотношением между $q_{к.з}$ и q_0 . В случае если $q_{к.з} > q_0$ следует применять схему, приведенную на рис. 1, а при $q_0 > q_{к.з}$ — дуальную ей (рис. 1, б). Если величины q_0 и $q_{к.з}$ равны, предпочтение надо отдать мостиковой схеме.

Схема соединения	$q(b)$	$q(a)$	Q_{Σ}
	$1 - (1 - q_{кз}^2)^2$	$[1 - (1 - q_0)^2]^3$	$1 - (1 - q_{кз}^2)^3 + [1 - (1 - q_0)^2]^3$
	$[1 - (1 - q_{кз}^3)^2]^2$	$1 - (1 - q_0^3)^2$	$1 - (1 - q_0^3)^2 + [1 - (1 - q_{кз}^3)^2]^2$
	$[1 - (1 - q_{кз}^2)^2]^3$	$1 - (1 - q_0^2)^3$	$1 - (1 - q_0^2)^3 + [1 - (1 - q_{кз}^2)^2]^3$
	$1 - (1 - q_{кз}^3)^2$	$[1 - (1 - q_0)^3]^2$	$1 - (1 - q_{кз}^3)^2 + [1 - (1 - q_0)^3]^2$