

ВЫБОР АППРОКСИМИРУЮЩЕЙ ФУНКЦИИ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК НЕЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

В последнее время возрастает интерес к нелинейно-параметрическим системам, поскольку развитие методов расчета таких систем позволяет решать широкий круг задач науки и техники. Изучение параметрических систем, работающих на высших гармониках, необходимо для развития теории колебаний в нелинейной радиотехнике, исследования и проектирования автоматических систем и в ряде других областей.

Однако сложность заключается в том, что физические процессы в параметрических системах описываются нелинейными дифференциальными уравнениями, для решения которых нет достаточно разработанных методов.

Для анализа процессов и расчетов параметрических систем нужно иметь характеристики нелинейных элементов, которые связывают мгновенные значения магнитных и электрических параметров. Эти характеристики могут быть представлены аналитическими аппроксимирующими выражениями в виде полиномов, кусочно-линейных или трансцендентных функций.

Кривая намагничивания, т.е. зависимость магнитной индукции B от напряженности магнитного поля H , которая получается путем соединения вершин симметричных частных петель гистерезиса, может быть аналитически выражена в виде гиперболического синуса:

$$H = \alpha \operatorname{sh} \beta B. \quad (1)$$

Здесь H, B — мгновенные значения напряженности магнитного поля и магнитной индукции в сердечнике; α, β — коэффициенты аппроксимации.

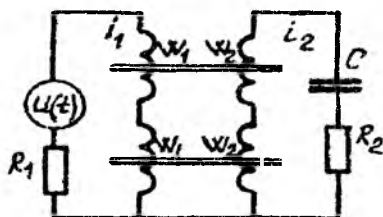
Выбор функции (1) в качестве аппроксимирующей объясняется тем, что она достаточно точно описывает кривую намагничивания [1] и удобна в обращении в силу свойств гиперболических функций.

В работах [1—2] показано, что применение аппроксимаций гиперболическими функциями, содержащих дополнительные члены, дает более точные результаты при расчете вольт-амперной характеристики. Таким образом, наряду с (1) рассмотрим аналитические выражения

$$H = \alpha_1 sh\beta_1 B + \alpha_2 sh\beta_2 B; \quad (2)$$

$$H = \alpha_1 sh\beta_1 B + \alpha_2 sh^2\beta_2 B. \quad (3)$$

Представляет интерес применение данных аппроксимаций для расчета динамических параметров. Рассмотрим индуктивный параметрический генератор как реальную нелинейно-параметрическую систему (рисунок).



На генератор действует напряжение накачки

$$U(t) = U_m \sin \omega t, \quad (4)$$

где U_m, ω — амплитуда и частота напряжения возбуждения.

Используя правила Кирхгофа и закон полного тока, пренебрегая индуктивностью рассеивания, активными потерями обмотки намагничивания и потерями на гистерезис, для одного сердечника с обмоткой записываем:

$$U = \frac{d\psi}{dt} = \frac{swdB}{dt} = U_m \sin \omega t, \quad (5)$$

$$iw = IH, \quad (6)$$

где s, w, l, i — площадь сечения, число витков, длина средней линии магнитного поля катушки с сердечником и мгновенные значения силы тока в цепи.

Поскольку динамическая индуктивность определяется формулой

$$L_d = \frac{d\psi}{di} = \frac{swdB}{dt}, \quad (7)$$

учитывая (1) и (6), получаем

$$i = \frac{\alpha l}{w} sh\beta B,$$

тогда

$$di = \frac{\alpha\beta l}{w} ch\beta dB.$$

Таким образом [3],

$$L_d = \frac{sw^2 l l}{\alpha\beta} \cdot \frac{1}{ch\beta B}. \quad (8)$$

Из (5) следует, что

$$swdB = U_m \sin\omega t dt; \quad B = -\frac{U_m}{sw\omega} \cos\omega t.$$

Произведем подстановку в (8):

$$L_d = \frac{sw^2 l l}{\alpha\beta} \cdot \frac{1}{ch\left(-\beta \frac{U_m}{sw\omega} \cos\omega t\right)}.$$

Введем обозначения:

$$L' = \frac{sw^2}{l}; \quad A = \alpha\beta; \quad L_0 = \frac{L'}{A}; \quad B_H = -\frac{U_m}{sw\omega},$$

тогда

$$L_d = \frac{L_0}{ch(\beta B_H \cos\omega t)}, \quad (9)$$

где L_0 — “геометрический” коэффициент индуктивности; B_H — амплитудное значение магнитной индукции.

Аналогично, для аппроксимации (2), используя (6), получаем:

$$i = \frac{IH}{w} = \frac{l}{w}(\alpha_1 sh\beta_1 B + \alpha_2 sh\beta_2 B);$$

$$di = \frac{l}{w}(\alpha_1 \beta_1 ch\beta_1 B + \alpha_2 \beta_2 ch\beta_2 B)dB.$$

В итоге

$$L_d = \frac{L'}{A_1 ch(\beta_1 B_H \cos \omega t) + A_2 ch(\beta_2 B_H \cos \omega t)}, \quad (10)$$

где $A_i = \alpha_i \beta_i, i = 1, 2$

И для аппроксимации (3) аналогично:

$$i = \frac{l}{w}(\alpha_1 sh\beta_1 B + \alpha_2 sh^2\beta_2 B);$$

$$di = \frac{l}{w}(\alpha_1 \beta_1 ch\beta_1 B + 2\alpha_2 \beta_2 sh\beta_2 B ch\beta_2 B)dB =$$

$$= \frac{l}{w}(\alpha_1 \beta_1 ch\beta_1 B + \alpha_2 \beta_2 sh2\beta_2 B)dB,$$

тогда

$$L_d = \frac{L'}{A_1 ch(\beta_1 B_H \cos \omega t) + A_2 sh(2\beta_2 B_H \cos \omega t)}. \quad (11)$$

Выполним расчеты для аппроксимаций (1) — (3) по формулам (9) — (11) для параметрического генератора с ферромагнитными сердечниками 2000 НМ с внешним диаметром $D = 7$ мм, внутренним $d = 4$ мм, высотой $h = 2$ мм. Частота накачки $\omega = 2\pi \times 10^3$ 1/с, число витков $w = 30$.

Коэффициенты аппроксимации определены экспериментально методом выбранных точек:

$$\alpha_1 = 104,3; \quad \alpha_2 = 0,396; \quad \beta_1 = -87,15; \quad \beta_2 = 0,105.$$

Произведем вычисления для значений $\beta_1 B = \{0; 1; 10; 20\}$. Зная $\beta_1 B$, можно определить $\beta_2 B$.

Исходя из свойств гиперболических и тригонометрических функций, будем рассматривать интервал $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. Поскольку $\cos(\omega t + 2\pi n) = \cos \omega t$ (n — целое), а $ch(-x) = ch(x)$, функция $A_1 ch(\beta_1 B_H \cos \omega t)$ имеет период $T = \pi$ и на периоде $[0; \pi]$ ось симметрии $\omega t = \frac{\pi}{2}$. В свою очередь, функция $A_2 sh(2\beta_2 B_H \cos \omega t)$ имеет период $T = 2\pi$, ось симметрии $\omega t = \pi$ и симметрична относительно точки $\omega t = \frac{\pi}{2}$ на периоде $[0; 2\pi]$.

Результаты расчетов L_d по формулам (9) — (11), приведенные в таблице, совпадают вплоть до седьмого знака после запятой. Достигнутая точность вычислений вполне достаточна для исследования большинства процессов.

ωt	$L_d \cdot 10^5$ с индексом				
	0	1	5	10	20
0	- 10,80	- 6,99	- 0,14	0	0
$\pi/6$	- 10,80	- 7,72	- 0,38	0	0
$\pi/4$	- 10,80	- 8,56	- 0,62	- 0,01	0
$\pi/3$	- 10,80	- 9,57	- 1,76	- 0,14	0
$\pi/2$	- 10,80	- 10,80	- 10,80	- 10,80	- 10,80

Таким образом, нет необходимости вводить дополнительные члены для аппроксимации (1) при расчете динамической индуктивности.

Список литературы: 1. Михайлов К.М. Аппроксимация кривых намагничивания индуктивных элементов, работающих в существенно нелинейном режиме. Х.: Харьк. техн. ун-т радиозлектроники, 1994. 5 с. 2. Соколов С.Е. Аппроксимация кривых намагничивания ферромагнитных устройств // Электричество. 1991. № 3. С. 22 — 26. 3. Чередников П.И. Расчет и проектирование параметрических систем на высших гармониках. Х.: Харьк. политехн. ин-т, 1980. 98 с.

Поступила в редакцию 15.04.97