

УДК 621.372

Ю. Е. ГОРДИЕНКО, д-р физ.-мат наук, Б. Г. БОРОДИН, канд. техн. наук,  
Л. И. СВИДЕРСКАЯ

### ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СВЧ-РЕЗОНАТОРОВ С НЕОДНОРОДНО ЛЕГИРОВАННЫМИ ПО ТОЛЩИНЕ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫМИ СЛОЯМИ

Изучение взаимодействия электромагнитного поля СВЧ-резонаторов с неоднородно легированными полупроводниковыми слоями представляет интерес в связи с разработкой СВЧ-методов их диагностики и созданием твердотельных СВЧ-приборов с отрицательным сопротивлением [1]. При этом важное значение имеет определение теоретических соотношений, описывающих изменение таких параметров СВЧ-резонатора, как резонансная частота и добротность, в зависимости от закона распределения примеси в слое. Не менее важным (но более сложным) является решение обратной задачи — установление закона распределения примеси по известным зависимостям указанных параметров резонатора от воздействия неоднородно легированного слоя на его электромагнитное поле.

Круг диагностических задач должен содержать также определение эффективных способов изменения воздействия для более точной идентификации закона распределения примеси. Дальнейший анализ ориентирован в основном на развитие СВЧ-методов и средств диагностики неоднородно легированных слоев.

Известные ограничения вольт-фарадного метода предопределяют, в первую очередь, интерес к исследованию СВЧ-методом диффузионных структур с глубиной неоднородного слоя более 10 мкм и эпитаксиальных структур  $p-n$ -типа с переходными слоями, сравнимыми по толщине с эпитаксиальной пленкой.

В первом случае закон распределения примеси определяется однозначно граничными условиями при диффузии и для неограниченного источника имеет вид [2]

$$N(x, t) = N_0 \operatorname{erfc} \frac{x}{2\sqrt{Dt}}, \quad (1)$$

для ограниченного

$$N(x, t) = \frac{Q}{\sqrt{\pi Dt}} \exp\left(-\frac{x^2}{4Dt}\right). \quad (2)$$

где  $N$  — концентрация примеси;  $x$  — координата;  $t$  — время диффузии;  $D$  — коэффициент молекулярной диффузии;  $Q$  — количество примеси в ограниченном источнике единичной площади. Следовательно, прямая задача описания взаимодействия СВЧ-резонатора с диффузионными структурами должна решаться для известного закона распределения примеси, а значит, и удельной электропроводности по глубине слоя. Обратная задача также упрощается и сводится к определению характеристических параметров  $N_0$ ,  $Dt$  для каждого из законов (1), (2). При изучении взаимодействия с эпитаксиальными структурами  $p$  —  $n$ -типа обе задачи усложняются в связи с неопределенностью характера закона распределения примеси в переходном слое.

Для решения прямых задач с известным законом распределения электропроводности применим хорошо разработанный для задач о резонаторах с неоднородно ферритовым заполнением вариационный метод [3]. Время вычисления параметров резонатора в одной точке на ЭВМ типа ЕС-1050 составляет около 30 с, а о сложности подготовки и отладки программы можно судить по выражению для матричного элемента при экспоненциальном законе распределения электропроводности  $\sigma(z) = \sigma_{исх} (1 + \frac{\Delta\sigma}{\sigma_{исх}} e^{-az})$ :

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{nm} = \int_V \epsilon_0 \epsilon_1 E_n E_m dV = \frac{2}{l} \left\{ \frac{z_1}{2} + \frac{(z_0 - z_1)}{2} + \frac{1}{4\beta} (\sin 2\beta z_2 - \sin 2\beta z_1) + \right. \\ \left. + \epsilon_1 \left( \frac{z_2 - z_1}{2} - \frac{\sin 2\beta z_2 - \sin 2\beta z_1}{4\beta} \right) + i \epsilon_1 \operatorname{tg} \delta \left[ \frac{z_2 - z_1}{2} - \frac{\sin 2\beta z_2 - \sin 2\beta z_1}{4\beta} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\Delta\sigma}{\sigma_{исх}} \left[ \frac{1 - e^{a(z_1 - z_2)}}{a} - \frac{e^{a(z_1 - z_2)}}{a^2 + 4\beta^2} (-a \cos 2\beta z_2 + 2\beta \sin 2\beta z_2) + \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + \left( \frac{-a \cos 2\beta z_1 + 2\beta \sin 2\beta z_1}{a^2 + 4\beta^2} \right) \right] \right\}, \quad m = n, \end{aligned}$$

где  $\operatorname{tg} \delta = \frac{\sigma_{исх}}{\omega \epsilon \epsilon_0}$ ;  $\beta = \frac{\pi z}{z_n}$ ;  $\sigma_{исх}$  — электропроводность образца до легирования;  $z_0$ ,  $z_1$ ,  $z_2$  — координаты;  $l$  — длина резонатора;  $\epsilon_1$  — диэлектрическая проницаемость;  $\epsilon_1$  — относительная диэлектрическая проницаемость материала полупроводника. Если  $m \neq n$ , выражение для матричного элемента  $\mathcal{E}_{nm}$  имеет более громоздкий вид.

Очевидная простота реализации задачи на ЭВМ обусловлена в данном случае возможностью выполнения интегрирования в аналитическом виде при определении матричных элементов. При произвольном законе распределения электропроводности такая

возможность отсутствует, что существенно увеличивает время счета и усложняет общий алгоритм решения.

Обратная задача СВЧ-диагностики диффузионных структур по постановке не содержит трудностей, так как сводится к обратной задаче двухпараметрового контроля. В то же время обратная задача диагностики переходных слоев в структурах  $p-n$ -типа не определена в теоретическом и экспериментальном отношениях. Прежде чем решать эти вопросы, целесообразно обосновать подходящий и менее сложный подход в решении соответствующей прямой задачи. Отметим, что экспериментальная техника диагностики неоднородно легированных слоев должна обеспечить вариацию воздействия образца на поле СВЧ-резонатора. Простейшим способом осуществления вариации является перемещение образца относительно пучности или узла электрической составляющей поля. Поэтому СВЧ-резонаторы на основе регулярных волноводов будут предпочтительнее в этом случае как измерительные преобразователи по сравнению с резонаторами с сосредоточенной емкостью. В частности, достаточно удобно применение цилиндрического резонатора с  $H_{012}$ -видом колебаний, образованного двумя соосными частями, в зазоре между которыми размещается исследуемый образец [4]. При этом вариация включения образца осуществляется перемещением одного из настроечных бесконтактных поршней с соответствующей настройкой резонатора на частоту СВЧ-генератора другим поршнем в противоположном торце. Такая конфигурация ИП с образцом изображена на рис. 1,а. При идеальном расположении плоскопараллельного образца в соответствии с изложенными ранее положениями [5] теоретический анализ такой системы возможен в однододовом приближении с учетом комплексного характера постоянных распространения в регулярных частичных областях I, II, III. В работе [5] был развит основанный на однододовом приближении подход, который ориентирован на возможность получения аналитических выражений для отдельных законов распределения электропроводности в тонких слоях.

Используя аналогичные исходные предпосылки и методику представления поля в условно выделенных бесконечно тонких однородных областях, можно получить более общие соотношения для численного анализа:

$$\begin{aligned} \operatorname{th} \gamma_1 z_1 &= -Y_{12} \frac{A_1 + \gamma_{21} \Delta z}{1 + A_2 \gamma_{21} \Delta z}; \\ A_1 &= Y_{23} \frac{A_2 + \gamma_{22} \Delta z}{1 + A_2 \gamma_{22} \Delta z}; \\ &\dots \dots \dots \\ A_{n-1} &= Y_{n1} \operatorname{th} \gamma_1 H. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $\gamma_{2i}$  — коэффициент распространения в  $i$ -м слое,  $\gamma_{2i} = \alpha_{2i} + i\beta_{2i}$ ;

$$\alpha_{2i} = \frac{2\pi}{\lambda_0} \sqrt{\frac{\epsilon_{2i}}{2} \left\{ \sqrt{\operatorname{tg}^2 \delta_{2i} + \left[ 1 - \frac{1}{\epsilon_{2i}} \left( \frac{\lambda_0}{\lambda_{\text{кр}}} \right)^2 \right]^2} - \left[ 1 - \frac{1}{\epsilon_{2i}} \left( \frac{\lambda_0}{\lambda_{\text{кр}}} \right)^2 \right] \right\}};$$

$$\beta_{2l} = \frac{2\pi}{\lambda_0} \sqrt{\frac{e_{2l}}{2} \left\{ \sqrt{\text{tg}^2 \delta_{2l} + \left[ 1 - \frac{1}{e_{2l}} \left( \frac{\lambda_0}{\lambda_{кр}} \right)^2 \right]^2} + \left[ 1 - \frac{1}{e_{2l}} \left( \frac{\lambda_0}{\lambda_{кр}} \right)^2 \right] \right\}};$$

$\lambda_0$  — резонансная длина волны;  $\lambda_{кр}$  — критическая длина волны резонатора;  $Y_{l, l+1} = \gamma_l / \gamma_{l+1}$  для  $H$ -видов колебаний;  $Y_{l, l+1} = \frac{e_l}{e_{l+1}} \cdot \frac{\gamma_{l+1}}{\gamma_l}$  для  $E$ -видов колебаний. Это представление имеет вид рекуррентных соотношений и позволяет исследовать изменение резонансной частоты и добротности резонатора практически при любом значении распределения электропроводности воздействующей структуры по толщине, в том числе заданной графически. Добротность резонатора  $Q$  можно связать с параметром  $\alpha_1$ , характеризующим незаполненную часть резонатора [5].

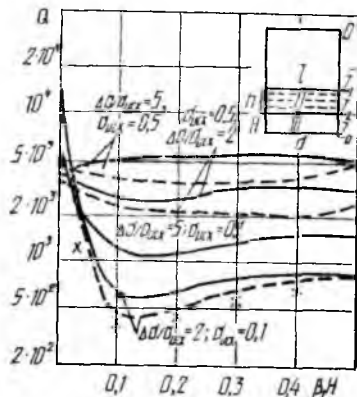


Рис. 1

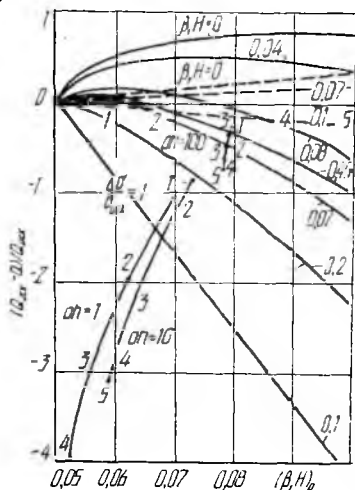


Рис. 2

На рис. 1, б представлены данные численного исследования зависимости добротности цилиндрического резонатора в  $H_{01n}$ -видом колебаний от параметров образца при экспоненциальном законе распределения электропроводности. Сплошными ( $ah = 1$ ) и пунктирными ( $ah = 10$ ) линиями обозначены результаты численных оценок по выражению (4), а знаковыми точками — оценок вариационным методом. В последнем случае использован базис из 50  $H_{01n}$ -функций. Увеличение количества базисных функций от 20 до 50 улучшало точность результатов на 15 %, однако время вычисления одной точки на ЭВМ типа ЕС-1050 возрастало от 30 с до 2,5 мин. Ввиду наличия неоднородности электропроводности по координате  $z$  возможно предположение о необходимости учета  $E_{0nl}$  собственных функций в усеченном базисе. Для проверки в точках  $\beta_1 H = 0,1$  использован базис из 12  $H_{01n}$ -функций и 8  $E_{02n}$ -функций. Отклонения оценок не наблюдались. Эти данные, по

нашему мнению, свидетельствуют о допустимости численного исследования решений прямой задачи о взаимодействии неоднородно легированных по толщине полупроводниковых структур на параметры СВЧ-резонаторов с помощью соотношения (4). Сложность вычислений при этом подходе практически не зависит от закона распределения электропроводности. Между тем при вариационном методе только для экспоненциального и линейного законов вычисления не очень сложны.

Проанализируем возможность экспериментального определения характеристических параметров закона распределения электропроводности. Рассмотрим зависимости изменения добротности  $Q$  резонатора (рис. 2) по сравнению с однородной структурой ( $Q_{исх}$ ) от степени включения образца в поле  $H_{012}$ -резонатора и параметров закона. Здесь сплошными и пунктирными линиями соответственно обозначены зависимости, полученные для  $ah = 1$ ,  $ah = 100$ . Представленные данные свидетельствуют о том, что существует экспериментально регистрируемое изменение добротности в области значений  $\Delta\sigma/\sigma_{исх} \geq 0,2$ ,  $ah \leq 100$ , вызванное указанной неоднородностью легирования. Кроме того, абсолютное значение изменения и его знак зависят от степени включения, определяемого в данном случае как фазовое расстояние образца от одного из торцов резонатора  $\beta_1 H$ . Для количественных оценок полезно учитывать зависимость добротности  $H_{012}$ -резонатора с однородным образцом от степени его включения, которую нетрудно получить при численном решении уравнения [5]

$$\operatorname{th} \gamma_1 z_1 = - \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \frac{\operatorname{th} \gamma_2 h + \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \operatorname{th} \gamma_1 H}{1 + \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \operatorname{th} \gamma_2 h \operatorname{th} \gamma_1 H}. \quad (5)$$

Учитывая необходимость двухпараметрового контроля значений  $\Delta\sigma/\sigma_{исх}$ ,  $ah$  в этом случае можно экспериментально определять изменение добротности, когда  $\beta_1 H = 0,1$ , и фазовое расстояние  $(\beta_1 H)_0$ , при котором это изменение равно нулю. На рис. 2 даны соответствующие номограммы, свидетельствующие о практической реализуемости предлагаемого подхода. Однако необходимость дважды измерять добротность резонатора для определения ее изменения существенно ограничивает точность контроля.

Заметим, что значение  $(\beta_1 H)_0$  находится с погрешностью  $\pm 7\%$ , так как при этом равенство добротности определенному значению устанавливается по индикаторному прибору с высокой точностью. Поэтому для повышения точности двухпараметрового контроля целесообразно вместо  $(Q_{исх} - Q)/Q_{исх}$  определять другую количественную характеристику результата воздействия образца, устанавливаемую, например, такой же простой измерительной процедурой, как  $(\beta_1 H)_0$ .

Рассмотрим зависимость сигнала фотопроводимости при СВЧ-смещении образца в  $H_{012}$  резонаторе от степени его включения и па-

раметров закона распределения электропроводности (рис. 3). Для однородного и неоднородного образца в предположении слабого поглощения ( $\Delta\sigma_{\phi}(z) = \text{const}$ ) указанные зависимости устанавливались путем определения производной от действительных корней уравнений (4), (5) по электропроводности  $\sigma_{\text{исх}}$ . Анализ данных рис. 3 показывает, что степень включения образца, при которой сигналы фотопроводимости однородного и неоднородного образцов равны нулю,  $(\beta_1 H)_1$  не совпадает с  $(\beta_1 H)_0$  и зависит от  $ah$ ,  $\Delta\sigma/\sigma_{\text{исх}}$ .

Следовательно, можно осуществить двухпараметровый контроль структур с экспоненциальным распределением электропроводности путем определения значений  $(\beta_1 H)_0$ ,  $(\beta_1 H)_1$ . Соответствующие номограммы взаимосвязи измеряемых и кон-

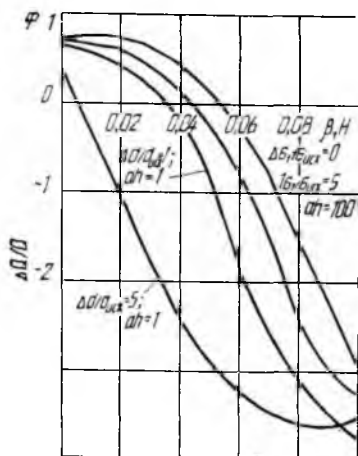


Рис. 3

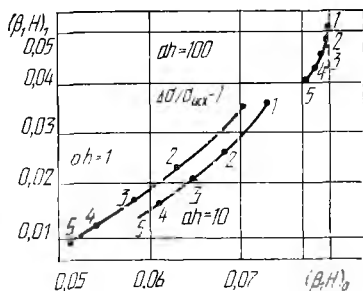


Рис. 4

тролируемых значений представлены на рис. 4. Аналогичные зависимости и номограммы можно рассчитать в сравнении с противоположным включением образцов (более высокопроводящей плоскостью к узлу электрического поля в резонаторе) вместо сравнения с однородным. Такой вариант организации измерений имеет несколько меньшую чувствительность, однако проще для практического осуществления. При произвольном законе распределения электропроводности особых трудностей в решении прямой задачи по алгоритму (4) не будет.

Значения изменения добротности и сигнала фотопроводимости для различной степени включения образца в поле резонатора  $\beta_1 H$  хорошо разделяются при разных  $ah$  и  $\Delta\sigma/\sigma_{\text{исх}}$ , что обеспечивает экспериментальную основу установления закона распределения, т. е. экспериментальную зависимость одной из этих величин от  $\beta_1 H$  можно использовать для установления функции  $\sigma_2(z)$  по приведенному алгоритму (рис. 2, 3).

Алгоритм апробирован при исследовании диффузионной структуры с распределением электропроводности вида (2). Получено

удовлетворительное совпадение с результатами исследования этого образца вольт-фарадным методом при последовательном сошлифовывании.

Для решения обратной задачи нельзя дать общего алгоритма. Если хотя бы приближенно известен характер закона, можно воспользоваться предложенной в работах Тихонова [6] методикой, основанной на минимизации функционала вида

$$F [\operatorname{tg} \delta(z)] = \frac{1}{4\pi^2} \sum_{j=1}^N \left[ \left( \frac{z_j}{Q} \right)_{\text{экс}} - \left( \frac{z_j}{Q} \right)_{\text{теор}} \right]^2.$$

Список литературы: 1. Гаврилин В. В., Григулис Ю. К., Пориньш В. М. Электромагнитные радиоволновые приборы для контроля слоев полупроводниковых и металлических структур.— Рига: Зинатне, 1982.— 162 с. 2. Локтаев Ю. М., Нисневич Я. Д. Диффузионные процессы в производстве силовых полупроводниковых приборов.— М.: Информэлектро, 1980.— 47 с. 3. Никольский В. В. Вариационные методы для внутренних задач электродинамики.— М.: Наука, 1967.— 460 с. 4. Установка для безэлектродного измерения времени жизни носителей заряда в полупроводниках / Ю. Е. Гордиенко, Ю. А. Дудкин, Б. Г. Бородин, Д. А. Федотов / Приборы и техника эксперимента.— 1983.— № 2.— С. 204—207. 5. Гордиенко Ю. Е. Определение характеристик объемного резонатора со слоистым заполнением / Радиотехника.— 1982.— № 6.— С. 17—23. 6. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач.— М.: Наука, 1974.— 223 с.

Поступила в редколлегию 20.05.86