

621.396(06)

P15

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ УССР

ХАРЬКОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНСТИТУТ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ им. М. К. ЯНГЕЛЯ

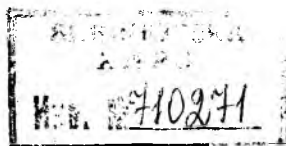
РАДИОТЕХНИКА

Республиканский
межведомственный
научно-технический
сборник

Основан в 1965 г.

ЗНА

ВЫПУСК 88



Харьков
Издательство при Харьковском
государственном университете
издательского объединения
«Выща школа»
1989

XHYPE Radycetkhnyka



710271

В сборнике рассмотрены вопросы формирования и приема сигналов, их корреляционные и взаимно корреляционные свойства, переходные процессы в нелинейных системах. Проанализирована работа автогенераторов различного типа. Представлены результаты теоретических и экспериментальных исследований электронных приборов СВЧ, элементов и узлов СВЧ аппаратуры.

Нормативные материалы приведены по состоянию на 1 января 1989 г.

Для преподавателей, научных работников и специалистов.

Редакционная коллегия: д-р техн. наук проф. А. И. Терещенко (отв. ред.), канд. техн. наук проф. В. Д. Кукуш (зам. отв. ред.), канд. техн. наук доц. Ж. Ф. Пашенко (отв. секр.), д-р техн. наук проф. Ю. И. Волощук, д-р техн. наук проф. Б. Л. Кашеев, д-р техн. наук проф. Н. Д. Колпаков, д-р физ.-мат. наук проф. О. А. Третьяков, д-р физ.-мат. наук проф. Н. А. Хижняк, д-р техн. наук проф. А. Г. Шейн, акад. АН УССР В. П. Шестопалов, д-р техн. наук проф. Я. С. Шифрин

Ответственный за выпуск: д-р техн. наук проф. Б. Л. Кашеев
Адрес редакционной коллегии: 310726, Харьков, просп. Ленина, 14, институт радиоэлектроники, тел. 40-94-84

Редакция научно-технической литературы
Зав. редакцией *Л. А. Гаврилова*

СБОРНИК НАУЧНЫХ ТРУДОВ

РАДИОТЕХНИКА

Выпуск 88

Редактор *Л. П. Хрипкина*
Художественный редактор *Т. П. Короленко*
Технический редактор *Л. Т. Ена*
Корректор *Л. Н. Быкова*

ИБ № 12565

Сдано в набор 02.06.89. Подписано в печать 27.10.89. БЦ 15830.
Формат 60×90/16. Бумага тип. № 2. Гарнитура литературная.
Печать высокая. Усл. печ. л. 9. Усл. кр.-отт. 9,25. Уч.-изд. л. 10.
Тираж 1000 экз. Изд. № 1724. Зак. 1220. Цена 1 р. 40 к.

Издательство при Харьковском государственном университете
издательского объединения «Выща школа».
310003 Харьков, ул. Университетская, 16.

Харьковская городская типография № 16.
310003 Харьков, ул. Университетская, 16.

И. Н. ПРЕСНЯКОВ, канд. техн. наук, В. А. БУТ,
С. С. СМОЛЬЯНИНОВ, канд. техн. наук

ФОРМИРОВАНИЕ СИГНАЛОВ НЕКОГЕРЕНТНОГО РАССЕЯНИЯ ФИЛЬТРОМ СКОЛЬЗЯЩЕГО СРЕДНЕГО

Оценка состояния ионосферной плазмы в методе некогерентного рассеяния радиоволн (НРР) представляет собой задачу определения совокупности параметров стохастической системы, которой является ионосфера. Эта стохастичность обусловлена в основном воздействием на ионосферу различных случайных факторов и шумоподобным характером рассеянного сигнала, который можно считать нормальным случайным процессом с нулевым средним.

При исследовании эффективности различных алгоритмов оценивания и проведении тестовых испытаний аппаратуры обработки НР-сигналов возникает необходимость в моделировании принимаемого сигнала.

Задача может быть решена путем синтеза линейного фильтра, на вход которого подается белый шум. Передаточная характеристика фильтра рассчитана на основе статистических характеристик принимаемого сигнала — его спектральной плотности мощности (СПМ) или автокорреляционной функции (АКФ) [1; 2; 3].

При отношении сигнал-шум $\ll 1$, что практически всегда имеет место в методе НРР, принимаемый сигнал можно описать моделью на основе рациональной передаточной функции, так называемой АРСС-моделью (АР — авторегрессия, СС — скользящее среднее) [1]. В этой модели входная последовательность $\{n_n\}$ и выходная последовательность $\{y_n\}$ связаны линейным разностным уравнением вида

$$y_n = \sum_{i=0}^q b_i n_{n-1} - \sum_{k=0}^p a_k y_{n-k}. \quad (1)$$

Передаточная функция системы для АРСС-процесса (1) определяется рациональным выражением $H(z) = B(z)/A(z)$, где z -преобразования АР- и СС-частей процесса представлены выражениями

$$A(z) = \sum_{m=0}^p a_m z^{-m}; \quad B(z) = \sum_{m=0}^q b_m z^{-m}. \quad (2)$$

Запишем принимаемый сигнал в дискретном виде: $y(k) = x(k) + \omega(k)$ (3), где $\omega(k)$ — шум измерений с дисперсией σ_ω^2 , некоррелированной с сигналом НРР $x(k)$. Предположим, что $x(k)$ является АР-процессом некоторого порядка с передаточной характеристикой $A^{-1}(z)$ и имеет дисперсию σ^2 . Тогда спектраль-

ная плотность мощности $P_y(z)$ наблюдаемого процесса $y(k)$ будет иметь вид

$$P_y(z) = \left[\frac{\sigma^2}{A(z)A^*(1/z^*)} + \sigma_w^2 \right] \Delta t = \frac{\sigma^2 + \sigma_w^2 A(z)A^*(1/z^*)}{A(z)A^*(1/z^*)} \Delta t. \quad (4)$$

Числитель правой части выражения (4) представим следующим образом:

$$[\sigma^2 + \sigma_w^2 A(z)A^*(1/z^*)] \Delta t = \sigma_v^2 B(z)B^*(1/z^*), \quad (5)$$

где Δt — интервал дискретизации; $B(z) = 1 + \sum_{k=1}^p b_k z^{-k}$.

Поэтому процесс $y(k)$ можно представить как процесс на выходе фильтра общего вида (т. е. с нулями и полюсами), на вход которого подан белый шум с дисперсией σ_v^2 . Однако практическое использование АРСС-модели затруднительно, так как для определения АРСС-коэффициентов $\{a_m\}$ и $\{b_m\}$ требуется большой объем вычислений [4].

Использование чистолюсной АР-модели приводит к простым линейным алгоритмам определения ее коэффициентов, но порядок АР-модели, используемой для аппроксимации АРСС-процесса, в соответствии с теоремой декомпозиции Уолда [5] в рассматриваемом случае должен быть значительно больше порядка истинной АРСС-модели.

В данной работе рассматривается возможность применения для моделирования $y(k)$ чисто нулевой СС-модели:

$$y(k) = \sum_{i=0}^q \alpha_i v(k-i), \quad \alpha_0 = 1, \quad (6)$$

где $v(k)$ — белый шум с дисперсией σ_v^2 .

Параметры этой модели $\alpha = \{\alpha_i\}$, $i=0, \dots, q$, связаны с коэффициентами АКФ $R_y(k)$ системой нелинейных уравнений [4]:

$$R_y(k) = \begin{cases} \sigma_v^2 \sum_{i=0}^{q-k} \alpha_i^* \alpha_{i+k}, & k = 0, 1, \dots, q; \\ 0, & k > q. \end{cases} \quad (7)$$

Решение систем нелинейных уравнений в общем случае также затруднительно, что препятствует широкому использованию СС-моделей на практике.

Система (7) может быть решена только численными методами. В работе [6] предлагается воспользоваться в этих целях методом моментов или обобщенным методом Ньютона—Рафсона. Первый дает линейную сходимость, второй — квадратичную. При этом количество итераций составляет в среднем несколько десятков для метода моментов и около десяти для метода Ньютона—Рафсона. На практике их использование сопряжено с рядом неудобств. При сравнительно простой реализации метод

моментов чувствителен к начальному вектору поиска, так что сходимость этого алгоритма возможна только из заранее определенных состояний. Сходимость метода Ньютона—Рафсона обеспечивается из произвольной начальной точки, однако это достигается значительным увеличением числа итераций. Кроме того, этот метод требует значительных вычислительных затрат. Запишем систему уравнений (7) в матричном виде

$$A\vec{\alpha} = \vec{R}, \quad (8)$$

где

$$A = \begin{vmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \dots & \alpha_q \\ \alpha_2 & \alpha_3 & \dots & \\ \vdots & \cdot & \ddots & \\ \alpha_q & & & 0 \end{vmatrix}; \quad \vec{\alpha} = |\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_q|^T; \\ \vec{R} = |R_1, R_2, \dots, R_q|^T.$$

Пусть X и Y — подмножества множества R вещественных чисел. Определим в R расстояние между векторами \vec{x} и \vec{y} как

$$\rho(\vec{x}, \vec{y}) = \|\vec{x} - \vec{y}\|. \quad (9)$$

Поставим по правилу (8) каждому вектору $\vec{x} \in X$ в соответствие $\vec{y} \in Y$, такой, что

$$\vec{y} = F(\vec{x}), \quad (10)$$

где F — линейный оператор, определенный в конечномерном евклидовом пространстве R . Поскольку ядро оператора F является нулевым подпространством, для него существует обратный ограниченный линейный оператор F^{-1} с образом в X .

Заметим, что решение системы (8) эквивалентно выполнению условия $\vec{x} = \vec{y}$, т. е.

$$\rho(\vec{x}, \vec{y}) = 0. \quad (11)$$

Отсюда следует, что пространство R полно.

Пусть x_n сходится к решению y , тогда согласно неравенству треугольника имеем

$$0 \leq \rho(\vec{x}_n, \vec{x}_m) \leq \rho(\vec{x}_n, \vec{y}) + \rho(\vec{x}_m, \vec{y}) \quad (12)$$

для любого $\vec{y} \in Y$.

Отсюда следует, что при $n, m \rightarrow \infty$ $\rho(\vec{x}_n, \vec{x}_m) \rightarrow 0$, т. е. справедливо неравенство

$$|\vec{x}_{m-2} - \vec{x}_{m-1}| > |\vec{x}_{m-1} - \vec{x}_m|. \quad (13)$$

Определим последовательность \vec{x}_n по правилу

$$\vec{x}_1 = F(\vec{x}_0), \vec{x}_2 = F(\vec{x}_1), \vec{x}_3 = F(\vec{x}_2), \dots$$

Легко показать, что последовательность \vec{x}_n фундаментальна в R , т. е. $\lim_{m, n \rightarrow \infty} \rho(\vec{x}_n, \vec{x}_m) = 0$, а следовательно, доставляет решение системы (8) $\hat{y} = \hat{a}$. Действительно, из условия Липшица следует, что

$$|F(\vec{x}_n) - F(\vec{x}_m)| \leq |K| |\vec{x}_n - \vec{x}_m|, \quad (14)$$

или

$$|\vec{x}_{n+1} - \vec{x}_{m+1}| \leq |K| |\vec{x}_n - \vec{x}_m|, \quad (15)$$

Поскольку для заданной последовательности $|K| \leq 1$, неравенство (13) выполняется заведомо.

Как показали расчеты на ЭВМ, реализация данного алгоритма решения системы (8) достаточно проста, обеспечивает поиск решений по 16 точкам АКФ с требуемой точностью в среднем за 40 итераций при правой части, определяемой допустимыми значениями АКФ сигнала НР.

Список литературы: 1. Кей С. М., Марпл С. Л. Современные методы спектрального анализа: Обзор//Тр. Ин-та инж. по электрон. и радиоэлектрон. 1981. 69, № 11. С. 5—51. 2. Пресняков И. Н., Бидный Ю. М. Формирующий фильтр для сигналов некогерентного рассеяния//Радиотехника. 1982. Вып. 65. С. 65—72. 3. Пресняков И. Н., Золотарев В. А., Титаренко А. М. Линейный моделирующий фильтр для сигналов некогерентного рассеяния//Радиотехника. 1985. Вып. 73. С. 15—22. 4. Done W. J. Estimation of the parameters of an autoregressive process in the presence of additive white noise. Computer Sci. Dep. Univ. Utah, Rep. UTEC—CSC 79—021, Дес., 1978. 5. Левин Б. Р., Шварц В. Вероятностные модели и методы в системах связи и управления. М., 1985. 312 с. 6. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов. Прогноз и управление/Пер. с англ./под ред. В. Ф. Писаренко. М., 1974. 406 с.

Поступила в редколлегию 25.06.87

УДК 621.396.962.25

И. Д. ГОРБЕНКО, д-р техн. наук, Ю. В. СТАСЕВ, канд. техн. наук

ИССЛЕДОВАНИЕ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ СВОЙСТВ СОСТАВНЫХ НЕРАВНОМЕРНЫХ ПО ДЛИТЕЛЬНОСТИ ЛЧМ-ФМ СИГНАЛОВ

При разработке систем связи с кодовым разделением каналов возрастает интерес к сигналам с комбинированными методами модуляции, которые позволяют получать большие ансамбли сигналов с заданными спектральными и корреляционными свойствами [1]. Среди них особое внимание привлекают сигналы

с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ). В [2—4] предложены и исследованы свойства составных равномерных по длительности ЛЧМ сигналов к ЛЧМ сигналов с внутримпульсной фазовой манипуляцией (ЛЧМ-ФМ). Однако полученные результаты и аналитические выражения не могут быть использованы при исследовании корреляционных свойств составных неравномерных по длительности ЛЧМ-ФМ сигналов (СНЛЧМ-ФМ).

В настоящей статье приводятся методика, основные аналитические соотношения и результаты исследований корреляционных свойств СНЛЧМ-ФМ сигналов.

СНЛЧМ-ФМ сигнал аналитически может быть представлен в виде

$$S(t) = S_0 \sum_{n=1}^N \sum_{l=1}^Q V_l \operatorname{rect}\left(\frac{t - \sum_{r=0}^{n-1} T_r}{T_n}\right) \operatorname{rect}\left(\frac{t - (l-1)\tau_3}{\tau_3}\right) \times \\ \times \exp j \left\{ \omega_n \left(t - \sum_{r=0}^{n-1} T_r \right) + \frac{\mu_n}{2} \left(t - \sum_{r=0}^{n-1} T_r \right)^2 + \varphi_n \right\}. \quad (1)$$

Здесь N — число радиоимпульсов, образующих СНЛЧМ-ФМ сигнал; S_0 — амплитуда огибающей сложного сигнала; Q — число элементов двоичной манипулирующей последовательности, укладываемых на составном ЛЧМ сигнале; V_l — символ манипулирующей последовательности; $V_l \in \{1; -1\}$; τ_3 — длительность элемента манипулирующей последовательности; ω_n, φ_n — несущая частота и начальная фаза n -го ЛЧМ радиоимпульса; μ_n — коэффициент наклона модуляционной характеристики n -го ЛЧМ радиоимпульса, связанный с девиацией частоты ΔF_n и длительностью T_n -соотношением $\mu_n = \pm 2\pi\Delta F_n/T_n$; $\operatorname{rect}(x)$ — есть функция вида

$$\operatorname{rect}(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x \leq 1; \\ 0, & x < 0; x > 1. \end{cases}$$

При этом

$$\sum_{n=1}^N T_n = Q\tau_3, \quad \sum_{r=0}^{n-1} T_r = 0, \quad \text{если } n = 1.$$

Функцию неопределенности найдем, используя соотношение [6]

$$\chi(\tau_3, \omega_d) = \int_{-\infty}^{\infty} S^{(p)}(t) S^{(q)}(t - \tau_3) e^{j\omega_d t} dt, \quad (2)$$

где τ_3 — смещение p -сигнала по времени относительно q -сигнала; ω_d — смещение сигналов по частоте.

Подставив (1) в (2), получим

$$\chi(\tau_3, \omega_d) = \int_{-\infty}^{\infty} S_0^{(p)} S_0^{(q)} \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N \sum_{s=1}^Q \sum_{l=0}^Q V_l^{(p)} V_s^{(q)} \operatorname{rect}\left(\frac{t - \sum_{r=0}^{n-1} T_r}{T_n}\right) \times$$

$$\begin{aligned}
& \times \operatorname{rect} \left\{ \frac{t - \sum_{k=0}^{m-1} T_k - \tau_3}{T_m} \right\} \operatorname{rect} \left\{ \frac{t - (l-1)\tau_9}{\tau_9} \right\} \times \\
& \times \operatorname{rect} \left\{ \frac{t - (s-1)\tau_9 - \tau_3}{\tau_9} \right\} \exp j \left\{ \omega_n \left(t - \sum_{r=0}^{n-1} T_r \right) + \right. \\
& + \frac{\mu_n}{2} \left(t - \sum_{l=0}^{n-1} T_l \right)^2 + \omega_n t + \varphi_n^{(p)} - \omega_m \left(t - \sum_{k=0}^{m-1} T_k - \tau_3 \right) - \\
& \left. - \frac{\mu_m}{2} \left(t - \sum_{k=0}^{m-1} T_k - \tau_3 \right)^2 - \varphi_m \right\} dt. \quad (3)
\end{aligned}$$

Представим задержку в виде

$$\tau_3 = \sum_{z=0}^d T_z + b\tau_9 + \theta,$$

где d — число, показывающее, на сколько ЛЧМ радиопульсов сигнал p задержан относительно сигнала q ; b — число, показывающее, на сколько двоичных элементов в $d+1$ радиопульсе сигнал p задержан относительно сигнала q ; $0 \leq \theta < \tau_9$; $n = m + d$; $l = s + b$;

$$\begin{aligned}
& \sum_{z=0}^d T_z = 0 \quad \text{при } d = 0; \\
& \sum_{k=0}^{m-1} T_k = 0 \quad \text{при } m = 1.
\end{aligned} \quad (4)$$

С учетом (4) выражение (3) преобразуем к виду

$$\begin{aligned}
X(\tau_3, \omega_n) &= S_0^{(p)} S_0^{(q)} \int_{-T}^T \sum_{m=1}^N \sum_{s=1}^Q V_{s+b} V_s \times \operatorname{rect} \left\{ t - \sum_{k=0}^{m-1} T_k - \sum_{z=0}^d T_z \right\} \times \\
& \times \operatorname{rect} \left\{ t - \sum_{k=0}^{m-1} T_k - \sum_{z=0}^d T_z \right\} \times \\
& \times \operatorname{rect} \left\{ \frac{t - (s+b-1)\tau_9}{\tau_9} \right\} \operatorname{rect} \left\{ \frac{t - (s-1)\tau_9 - b\tau_9 - \theta}{\tau_9} \right\} \times \\
& \times \exp j \left\{ \omega_{m+d} \left(t - \sum_{k=0}^{m-1} T_k - \sum_{z=0}^d T_z \right) + \frac{\mu_{m+d}}{2} \left(t - \sum_{k=0}^{m-1} T_k - \sum_{z=0}^d T_z \right)^2 + \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \omega_{\alpha} t - \varphi_{m+d} - \omega_m \left(t - \sum_{k=0}^{m-1} T_k - \sum_{z=0}^d T_z - b\tau_{\vartheta} - \Theta \right) - \\
 & - \frac{\mu_m}{2} \left(t - \sum_{k=0}^{m-1} T_k - \sum_{z=0}^d T_z - b\tau_{\vartheta} - \Theta \right) - \varphi_m \Big\} dt. \quad (5)
 \end{aligned}$$

После ряда преобразований произведем в выражении (5) замену переменных вида

$$\begin{aligned}
 & \sqrt{\frac{1}{2}(\mu_{m+d} - \mu_m)} \left\{ t - \left[\omega_m - \omega_{m+d} - \omega_{\alpha} + (\mu_{m+d} - \mu_m) \times \right. \right. \\
 & \left. \left. \times \left(\sum_{k=0}^{m-1} T_k + \sum_{z=0}^d T_z \right) - \mu_m (b\tau_{\vartheta} + \Theta) \right] / (\mu_{m+d} - \mu_m) \right\} = \sqrt{\pi} x \quad (6)
 \end{aligned}$$

так, что

$$dt = \sqrt{\frac{\pi}{\frac{1}{2}(\mu_{m+d} - \mu_m)}} dx.$$

С учетом (6) выражение (5) примет вид

$$\begin{aligned}
 X(\tau_{\vartheta}, \omega_{\alpha}) &= S_0^{(p)} S_0^{(q)} \sum_{m=1}^N \sum_{s=1}^Q V_{s+b}^{(p)} V_b^{(q)} \exp j \left\{ (\omega_m - \omega_{m+d}) \times \right. \\
 & \times \left(\sum_{k=0}^{m-1} T_k + \sum_{z=0}^d T_z \right) + \frac{\mu_{m+d}}{2} \left(\sum_{z=0}^{m-1} T_k + \sum_{z=0}^d T_z \right)^2 + \omega_m (b\tau_{\vartheta} + \Theta) - \\
 & - \frac{\mu_m}{2} \left(\sum_{k=0}^{m-1} T_k + \sum_{z=0}^d T_z + b\tau_{\vartheta} + \Theta \right)^2 + (\varphi_{m+d} - \varphi_m) - \\
 & - \frac{1}{2} \left\{ \left[\omega_m - \omega_{m+d} - \omega_{\alpha} + (\mu_{m+d} - \mu_m) \left(\sum_{k=0}^{m-1} T_k + \sum_{z=0}^d T_z \right) - \right. \right. \\
 & \left. \left. - \mu_m (b\tau_{\vartheta} + \Theta) \right]^2 \right\} / (\mu_{m+d} - \mu_m) \Big\} \int_{-x_1}^{x_2} \exp \left[j \frac{\pi x^2}{2} \right] dx. \quad (7)
 \end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned}
 \int_{-x_1}^{x_2} \exp \left[j \frac{\pi x^2}{2} \right] dx &= - \int_0^{x_1} \cos \left(\frac{\pi x^2}{2} \right) dx - j \int_0^{x_1} \sin \left(\frac{\pi x^2}{2} \right) dx + \\
 & + \int_0^{x_1} \cos \left(\frac{\pi x^2}{2} \right) dx + j \int_0^{x_2} \sin \left(\frac{\pi x^2}{2} \right) dx =
 \end{aligned}$$

$= C(-x_1) + jS(-x_1) + C(x_2) + jS(x_2)$; $C(x)$, $S(x)$ — интегралы Френеля.

Учитывая, что в n -й ЛЧМ радиопульс укладывается не целое число элементов модулирующей последовательности V_L , а модуляционные характеристики ЛЧМ радиопульсов в общем случае не равны между собой, выражение (7), как показал анализ, разбивается на одиннадцать слагаемых вида

$$X_i^{(p,q)}(\tau_3, \omega_n) = S_0^{(p)} S_0^{(q)} \sum_{m=f}^B \sum_{s=y}^G V_R^{(p)} V_r^{(q)} A \times \\ \times [C(x_{2_i}) + jS(x_{2_i}) - C(x_{2_{i-1}}) - jS(x_{2_{i-1}})], \quad (8)$$

где значения величин f , b , y , G , R , r , $x_{2_{i-1}}$, x_{2_i} и для каждого i приведены в табл. 1, а величины A и x_j определены выражениями

$$A = \sqrt{2\pi/(\nu_{m+1} - \nu_m)} \exp \left\{ j \left[(\omega_m - \omega_{m+d}) \left(\sum_{k=0}^{m-1} T_k + \sum_{z=0}^d T_z \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\nu_{m+d}}{2} \left(\sum_{k=0}^{m-2} T_k + \sum_{z=0}^d T_z \right)^2 + \omega_m (b\tau_3 + \Theta) - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{\nu_m}{2} \left(\sum_{k=0}^{m-1} T_k + \sum_{z=0}^d T_z + b\tau_3 + \Theta \right)^2 + (\psi_{m+d} - \psi_m) - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{2} \left[\left[\omega_m - \omega_{m+d} - \omega_n + (\nu_{m+d} - \nu_m) \left(\sum_{k=0}^{m-1} T_k + \sum_{z=0}^d T_z \right) - \right. \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. - \nu_m (b\tau_3 + \Theta)^2 \right] \right] / (\nu_{m+d} - \nu_m) \right\};$$

$$x_j = \left\{ (\nu_{m+d} - \nu_m) E_j - \left[\omega_m - \omega_{m+d} - \omega_n + (\nu_{m+d} - \nu_m) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \left(\sum_{k=0}^{m-2} T_k + \sum_{z=0}^d T_z \right) - \nu_m (b\tau_3 + \Theta) \right] \right\} / \sqrt{\frac{2\pi}{(\nu_{m+d} - \nu_m)}};$$

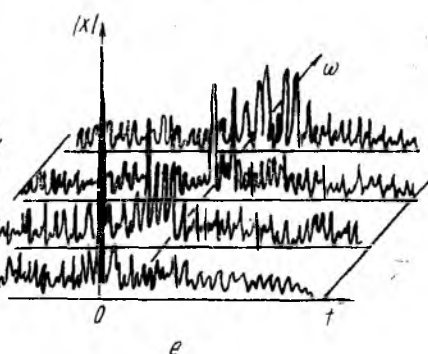
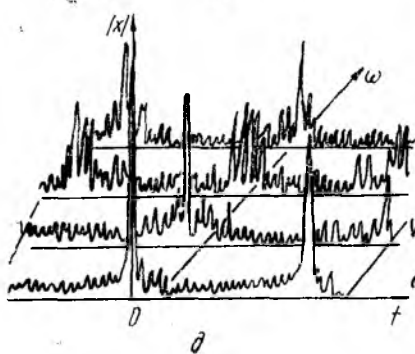
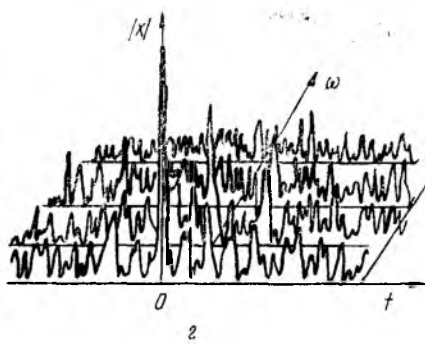
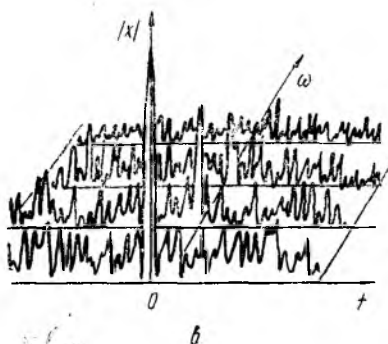
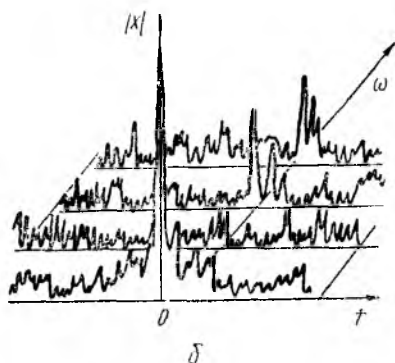
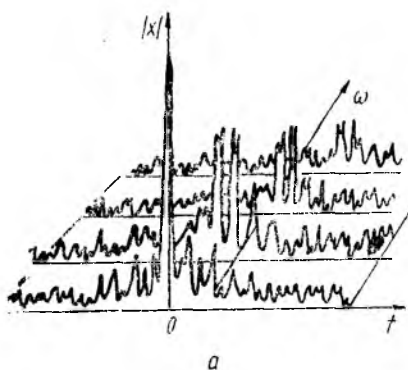
$$a = \text{entier} \left[\left(\sum_{k=0}^{m-1} T_k + \tau_3 \right) / \tau_3 \right];$$

$$c = \text{entier} \left[\left(\sum_{k=0}^m T_k - \tau_3 \right) / \tau_3 \right].$$

Таблица 1

i	f	B	y	G	R	r	E_{2i-1}	E_{2i}
1	1	$N-d$	$a+1$	c	$c+b$	s	$(s-1)\tau_3$	$s\tau_3 - \theta$
2	1	$N-d$	a	c	$s+b+1$	s	$s\tau_3 - \theta$	$s\tau_3$
3	1	$N-d$	0	0	$c+b$	$c+1$	$s\tau_3$	$\sum_{k=0}^m T_k - \sum_{z=0}^d T_z - b\tau_3 - \theta$
4	1	$N-1$	0	0	$c+b$	$c+1$	$\sum_{k=0}^m T_k - \sum_{z=0}^d T_z - b\tau_3 - \theta$	$(c+1)\tau_3 - \theta$
5	1	$N-1$	0	0	$c+b+1$	$c+1$	$(c+1)\tau_3 - \theta$	$(c+1)\tau_3$
6	1	$N-d$	$c+2$	0	$s+b$	$c+2$	$(s-1)\tau_3$	$s\tau_3 - \theta$
7	1	$N-d$	$c+2$	0	$s+b+1$	s	$s\tau_3 - \theta$	$s\tau_3$
8	1	$N-d$	0	0	$Q+b+1$	$Q+1$	$Q\tau_3$	$\sum_{k=0}^m T_k$
9	1	$N-d$	0	0	$Q+b+1$	$Q+1$	$\sum_{k=0}^m T_k$	$(Q+1)\tau_3 - \theta$
10	1	$N-d$	0	0	$Q+b+2$	$Q+1$	$(\theta+1)\tau_3 - \theta$	$(Q+1)\tau_3$
11	0	0	0	0	1	$b+1$	0	$\tau_3 - \theta$

С использованием полученных соотношений проведены исследования корреляционных свойств СЛЧМ-ФМ. В качестве манипулирующих используются хорошо изученные к настоящему времени сигналы с одноуровневой функцией автокорреляции (сигналы квадратичных вычетов, М-последовательности), двухуровневой функцией автокорреляции (характеристические последовательности), ортогональные системы сигналов (функции Уолша).



Функции неопределенности СНЛЧМ-ФМ сигналов, рассчитанных на ЭВМ с использованием выражений (7), (8), показаны на рисунке, параметры сигналов приведены в табл. 2.

Таблица 2

Позиция на рисунке	N	Q	ΔF_n , МГц	T_n , мкс	Класс модулирующих сигналов
<i>a</i>	2	0	1 -1	30, 30	
<i>б</i>	7	0	-1,1-1,1 -1, 1-1;	3, 5, 7, 9, 11 13, 17;	
<i>в</i>	1	60	-2	60	Характеристические последовательности
<i>г</i>	1	7	2	60	M-последовательности
<i>д</i>	2	64	1, -1;	32; 32	Функции Уолша
<i>e</i>	2	54	1, -1;	23, 31	Квадратичных вычетов

Корреляционные свойства СНЛЧМ (позиции *a*, *в*) при $\omega_d=0$ почти совпадает с корреляционными свойствами ЛЧМ сигналов, однако при рассогласовании по частоте происходит раздвоение основного выброса функции неопределенности. При этом наблюдается разность амплитуд раздвоенного выброса, которая зависит от разности $\mu_{\max} \dots \mu_{\min}$, где μ_{\max} и μ_{\min} — максимальный и минимальный коэффициенты наклона модуляционной характеристики ЛЧМ радиоимпульсов соответственно.

Уровень боковых лепестков функции неопределенности

СНЛЧМ-ФМ и ЛЧМ-ФМ сигналов (позиции *в*, *e*) при $\sum_{n=1}^N \frac{\Delta F_n T_n}{Q} \gg 1$ по сравнению с ЛЧМ сигналами несколько увеличивается. Как показало большое число расчетов функции неопределенности СНЛЧМ-ФМ сигналов, с точки зрения минимизации уровня боковых лепестков предпочтительно использовать в качестве

манипулирующих при $\sum_{n=1}^N \frac{\Delta F_n T_n}{Q} \gg 1$ сигналы с одно- и двухуровневой функцией корреляции, так как при манипуляции фазы СНЛЧМ сигнала ортогональными сигналами функция неопределенности имеет характерные, очень большие боковые ле-

пестки. При $\sum_{n=1}^N \frac{\Delta F_n T_n}{Q} < 1$ функция неопределенности в области начала координат имеет хаотический характер и определяется корреляционными свойствами модулирующих дискретных последовательностей.

Список литературы: 1. Варакин Л. Е. Системы связи с шумоподобными сигналами. М., 1985. 384 с. 2. Рихачек, Митчел//Зарубеж. радиотехника. 1969. № 9. С. 30—45. 3. Кочемасов В. Н., Кряжев В. П., Оконешников В. С.// Радиотехника. 1980. Т. 35, № 2. С. 57—69. 4. Долгов В. И., Белов С. Н., Горбенко И. Д.//Радиотехника. 1981. Т. 36, № 10. С. 37—41. 5. Кочемасов В. Н., Кряжев В. П., Оконешников В. С.//Радиотехника. Изв. вузов СССР. 1980. № 7. С. 31—37. 6. Кук Ч., Бернфельд М. Радиолокационные сигналы. Теория и применение//Под ред. В. С. Кельзона. Пер. с англ. М., 1971. 576 с.

Поступила в редколлегию 16.01.87

УДК 621.391

А. А. ЗАМУЛА, В. Л. КУЛЕШОВ

БЫСТРЫЙ АЛГОРИТМ ИССЛЕДОВАНИЯ ВЗАИМОКОРРЕЛЯЦИОННЫХ СВОЙСТВ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ

Исследования корреляционных, спектральных и статистических свойств характеристических дискретных сигналов (ХДС) показали, что данный класс сигналов по указанным свойствам весьма близок к широко используемым в системах связи в качестве расширяющих спектр М-последовательностям. Вместе с тем ХДС по сравнению с М-последовательностями обладают улучшенными ансамблевыми и структурными свойствами.

Найдены пары ХДС, значения максимальных боковых выбросов периодической функции взаимной корреляции (ПФВК) которых меньше, чем у лучших по взаимокорреляционным свойствам последовательностей Голда. В дальнейшем эти пары будем именовать предпочтительными. Изложенное иллюстрируется данными таблицы, где L_1 — длительность последовательности Голда, L_2 — длительность ХДС, θ_1, θ_2 — первообразные элементы поля Галуа, по которым построены пары.

Класс сигналов

Последовательности Голда (Касами)		Характеристические дискретные последовательности			
L_1	R_6	L_2	θ_1	θ_2	R_6
63	17	66	2	32	14
255	33	255	3	27	32
1023	65	1060	2	8	64

Нахождение предпочтительных пар с применением известных методов требовало проведения расчетов на ЭВМ значений максимальных боковых выбросов для всех возможных сочетаний пар ХДС.

В настоящей статье описан быстрый алгоритм исследования взаимокорреляционных свойств. Такой алгоритм должен существенно уменьшить вычислительную сложность определения

предпочтительных пар, а также подсчет статистических характеристик ПФВК ХДС. Сформулирована и доказана теорема, с помощью которой определяется быстрый алгоритм нахождения максимальных боковых выбросов ПФВК всех возможных пар ХДС по известным значениям выбросов ПФВК ограниченного числа пар ХДС. Сигнал, построенный по наименьшему из значений первообразных элементов θ_m поля $GF(P^n)$, будем считать исходным.

Теорема 1. Пусть W_μ и W_ν есть ХДС с числом символов L , построенные посредством децимации исходного сигнала W_1 соответственно по коэффициентам μ и ν , а μ' и ν' новые коэффициенты децимации, причем $\mu' = \mu\kappa \pmod{L}$; $\nu' = \nu\kappa \pmod{L}$, где κ — целое число, такое, что наибольший общий делитель (н. о. д.) чисел κ и $L=1$. Тогда децимация исходного ХДС W_1 по коэффициентам μ' и ν' дает новые пары, реализация ПФВК которых есть результат децимации ПФВК пары ХДС W_μ и W_ν .

Доказательство. Значения кодов ХДС, полученных путем децимации исходной последовательности по коэффициентам μ и ν , могут быть описаны выражениями [4]:

$$\mu_i = \begin{cases} \psi(\theta_{\mu i}^{\mu} + 1), & \text{если } \theta_{\mu i}^{\mu} + 1 \not\equiv 0 \pmod{P}; \\ 1 & , \text{если } \theta_{\mu i}^{\mu} + 1 \equiv 0 \pmod{P}; \end{cases} \quad (1)$$

$$\nu_i = \begin{cases} \psi(\theta_{\nu i}^{\nu} + 1), & \text{если } \theta_{\nu i}^{\nu} + 1 \not\equiv 0 \pmod{P}; \\ 1 & , \text{если } \theta_{\nu i}^{\nu} + 1 \equiv 0 \pmod{P}, \quad i = \overline{0, L-1}. \end{cases} \quad (2)$$

Поскольку всегда можно найти такое k , что $\theta_1 = \theta^k$, где $\theta = \theta_1^{\mu}$, $\theta_1 = \theta_1^{\nu}$, и н. о. д. $(k, L) = 1$, то (3) и (2) можно записать в следующем виде:

$$\mu_i = \begin{cases} \psi(\theta^i + 1), & \text{если } \theta^i + 1 \not\equiv 0 \pmod{P}; \\ 1 & , \text{если } \theta^i + 1 \equiv 0 \pmod{P}; \end{cases}$$

$$\nu_i = \begin{cases} \psi(\theta_1^i + 1), & \text{если } \theta_1^i + 1 \not\equiv 0 \pmod{P}; \\ 1 & , \text{если } \theta_1^i + 1 \equiv 0 \pmod{P}. \end{cases}$$

Для сигналов, полученных по μ' и ν' , имеем

$$\mu'_i = \begin{cases} \psi(\theta^{i\kappa} + 1), & \text{если } \theta^{i\kappa} + 1 \not\equiv 0 \pmod{P}; \\ 1 & , \text{если } \theta^{i\kappa} + 1 \equiv 0 \pmod{P}; \end{cases}$$

$$\nu'_i = \begin{cases} \psi(\theta_1^{i\kappa} + 1), & \text{если } \theta_1^{i\kappa} + 1 \not\equiv 0 \pmod{P}; \\ 1 & , \text{если } \theta_1^{i\kappa} + 1 \equiv 0 \pmod{P}. \end{cases}$$

Выражения для ПФВК пар ХДС, построенных соответственно по μ , ν и μ' , ν' .

$$R_{\mu, \nu}(m) = \sum_{i=0}^{L-1} \psi(\theta^i + 1) \psi(\theta_1^{i+m} + 1);$$

$$R_{\mu', \nu'}(m) = \sum_{i=0}^{L-1} \psi(\theta^{i\kappa} + 1) \psi(\theta_1^{(i+m)\kappa} + 1).$$

И с учетом (1)

$$R_{\mu, \nu}(m) = \sum_{i=0}^{L-1} \psi(\Theta^i + 1) \psi(\Theta^{k(i+m)} + 1);$$

$$R_{\mu', \nu'}(m) = \sum_{i=0}^{L-1} \psi(\Theta^{i\chi} + 1) \psi(\Theta^{k\chi(i+m_1)} + 1).$$

Введем произвольные переменные $\{a, b, b'\} \in GF(P^n)$. Пусть для сигналов, построенных путем децимации исходного сигнала, выполняются условия $a = \Theta^{k(i+m)}$, $b = \Theta^i$. Тогда $a/b = \Theta^{ki+k m-1}$. Для пары сигналов, полученных путем децимации исходного по коэффициентам μ' и ν' , найдем некоторое значение $\Theta^{k\chi(i_1+m_1)}$ равное a , т. е.

$$\Theta^{k\chi(i_1+m_1)} = \Theta^{k(i+m)} = a. \quad (3)$$

Для выполнения равенства (3) необходимо, чтобы

$$k\chi(i_1 + m_1) \equiv k(i + m) \pmod{L}. \quad (4)$$

Поскольку н. о. д. $(k, L) = 1$, выражение (4) можно переписать в виде

$$\chi(i_1 + m_1) \equiv i + m \pmod{L}; \quad \chi i_1 + \chi m_1 \equiv i + m \pmod{L};$$

$$\chi i_1 \equiv i \pmod{L}; \quad \chi m_1 \equiv m \pmod{L}.$$

Найдем отношение a/b' , где $b' = \Theta^{i_1\chi}$ для пары ХДС, построенной в соответствии с μ' и ν' .

$$a/b' = \frac{\Theta^{k\chi(i_1+m_1)}}{\Theta^{i_1\chi}} = \Theta^{k\chi i_1 + k\chi m_1 - i_1\chi}. \quad (5)$$

С учетом (5) можно заключить, что $a/b' = a/b$, и следовательно, $b' = b$. А это означает, что в выражении для ПФВК $R_{\mu', \nu'}(m_1)$ изменится лишь порядок набора суммы для некоторого фиксированного отсчета ПФВК пары ХДС, построенной по μ' и ν' . Другими словами, значения функции ПФВК для пары ХДС, построенной путем децимации исходного сигнала по коэффициентам μ' и ν' будут такими же, как для ПФВК последовательностей, полученных по μ и ν . Но с учетом того, что $m = \chi m_1$, $R_{\mu', \nu'}(m_1)$ — есть результат децимации $R_{\mu, \nu}(m)$ по коэффициенту χ , т. е. реализация ПФВК $R_{\mu', \nu'}(m_1)$ будет результатом децимации ПФВК $R_{\mu, \nu}(m)$. Теорема доказана.

С учетом теоремы 1 могут быть определены все предпочтительные пары ХДС.

Для приложений важным является знание значений максимальных боковых выбросов ПФВК для данной системы сигналов с объемом M . С тем, чтобы оценить значения, которые принимают выбросы ПФВК сигналов с помощью традиционных методов вычисления ПФВК, необходимо провести расчеты значений выбросов для всех возможных пар сигналов.

Формулируемая ниже теорема позволяет существенно уменьшить объем вычислений, связанных с определением значений выбросов ПФВК для систем сигналов, в частности для системы ХДС.

Будем называть ПФВК различных пар ХДС функциями одного типа в том случае, если реализации ПФВК для них одинаковы. Примером ХДС, имеющих ПФВК одного типа, являются, как это показано для теоремы 1, пары ХДС, построенные путем децимации исходного сигнала по коэффициентам ν , μ и ν' , μ' соответственно.

Назовем взаимокорреляционной матрицу $\|R\|$, номерами строк и столбцов которой, являются коэффициенты децимации, в соответствии с которыми формируются ХДС. На пересечении строк и столбцов матрицы размещены значения максимальных боковых выбросов ПФВК данной пары ХДС.

Теорема 2. Пусть $\|R\|$ есть матрица максимальных значений ПФВК размерности $M \times M$, причем M — число изоморфизмов ХДС, построенных с использованием коэффициентов децимации и упорядоченных по возрастанию значений коэффициентов децимации, тогда строка с максимальными значениями ПФВК исходного сигнала W_1 , построенного по минимальному из значений первообразных элементов (коэффициент децимации равен 1) со всеми оставшимися $(M-1)$ изоморфизмами, содержит все возможные максимальные значения боковых выбросов ПФВК, которые дают пары W_i и W_j , $i, j = 1, M$.

Таким образом теорема 2 указывает на то, что для определения значений максимальных боковых выбросов ПФВК, которые дают возможные сочетания пар ХДС, достаточно вычислить реализацию ПФВК исходного сигнала W_1 со всеми оставшимися $W_2, W_3 \dots W_{M-1}$ изоморфизмами, т. е. только первую строку матрицы $\|R\|$.

Доказательство. Для доказательства теоремы 2 достаточно показать, что ПФВК пары ХДС, построенной по коэффициентам децимации, например k_1 и k_2 , имеет свой «образ» в первой строке матрицы $\|R\|$, т. е. один из коэффициентов децимации равен 1. Пусть имеются коэффициенты децимации k_1 и k_2 , причем $k_1 \neq 1$, $k_2 \neq 1$ и $k_1 \neq k_2$, тогда существует такое число κ (н. о. д. $(\kappa, L) = 1$), что $k_1 = k_1 \kappa = 1 \pmod{L}$, при этом $k_2' = k_2 \kappa \pmod{L}$ — другое число взаимно простое с L , т. е. пара коэффициентов k_1 и k_2 переходит в пару коэффициентов $k_1' = 1$ и k_2' , находящуюся в первой строке взаимокорреляционной матрицы $\|R\|$.

Утверждение о том, что существует такое κ , для которого $k_1 \kappa = 1 \pmod{L}$ непосредственно следует из теоремы Эйлера*, которая гласит, что если есть такое k_1 , что н. о. д. $(k_1, L) = 1$, то

$$k_1^{-1} \equiv 1 \pmod{L}, \quad (6)$$

* Свердлик М. Б. Оптимальные дискретные сигналы. М., 1975. 200 с.

где $\varphi(L)$ — функция Эйлера.

Из (6) следует, что у каждого коэффициента из множества коэффициентов децимации есть обратный и он равен $k_1^{\varphi(L)-1}$,

$$k_1^{\varphi(L)} = k_1 k_1 \dots k_1 \equiv 1 \pmod{L}, \quad (7)$$

число сомножителей в (7) определяется функцией Эйлера.

Пары ХДС, построенные по коэффициентам децимации k_1 , k_2 и $k'_1=1$, k'_2 , дают ПФВК одного типа, а это означает, что в первой строке матрицы $\|R\|$ содержатся все возможные типы ПФВК, существующие для системы сигналов с объемом M . Теорема доказана.

Утверждение. Значение первой строки взаимокорреляционной матрицы оказывается достаточным для определения статистических характеристик ПФВК системы ХДС. Действительно, среднее значение статистической характеристики S_{ij} ($i=1, l$ — вид характеристики, например математическое ожидание модуля боковых выбросов; l — количество характеристик; $j=1, n$ — тип функции ПФВК; n — количество типов функций ПФВК) может быть определено из выражения

$$\bar{S}_l = \frac{1}{C_{\varphi(L)}^2} \sum_{j=1}^n t_j \frac{\varphi(L)}{2} \cdot S_{lj}, \quad (8)$$

где t_j — количество ПФВК j -го типа в первой строке; $t_j \frac{\varphi(L)}{2}$ — количество ПФВК j -го типа во всей матрице $\|R\|$.

После несложных преобразований выражение (8) можно записать в следующем виде:

$$\bar{S}_l = \frac{1}{\varphi(L)-1} \sum_{j=1}^n t_j S_{lj}. \quad (9)$$

Таким образом с использованием выражения (9) могут быть рассчитаны все статистические характеристики ПФВК. При этом достаточно определить эти характеристики лишь для различных типов ПФВК первой строки матрицы $\|R\|$.

Оценим вычислительную сложность предложенного алгоритма исследования взаимокорреляционных свойств ХДС. При этом отметим, что традиционный алгоритм требует выполнения N_1 операций, $N_1 = C_{\varphi(L)}^2$. Для реализации предложенного требуется N_2 операций, $N_2 = \varphi(L)$.

Действительно, в соответствии с теоремой 2 первая строка взаимокорреляционной матрицы исчерпывает все разнообразные значения максимальных боковых выбросов ПФВК. Значения максимальных боковых выбросов для всех других пар ХДС, а также статистические характеристики ПФВК могут быть рассчитаны с применением теоремы 1 и утверждения 1 соответственно.

Эффективность предложенного алгоритма по сравнению с известным оценивается соотношением

$$C = N_1/N_2 \approx \frac{1}{2}(\varphi(L) - 1). \quad (10)$$

Таким образом, вычислительная сложность известного алгоритма примерно в $\frac{1}{2}\varphi(L)$ раз больше предложенного. Анализ выражения (10) показывает, что эффективность нового алгоритма исследования взаимокорреляционных свойств ХДС возрастает с увеличением L .

Поступила в редколлегию 01.04.87

УДК 621.391:519.21

А. С. МАЗМАНИШВИЛИ, д-р. физ.-мат. наук

ПЛОТНОСТЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СУММЫ КВАДРАТОВ ОШИБОК ПРИ РЕГИСТРАЦИИ СИГНАЛА В УСЛОВИЯХ НОРМАЛЬНОЙ МАРКОВСКОЙ ПОМЕХИ

При регистрации сигнала заданного вида в дискретные моменты времени плотность раскрепления вероятностей результирующего процесса имеет, очевидно, дельтаобразный вид. Наличие помехи, аддитивно наложенной на сигнальный процесс, приводит к изменению плотности — ее уширению и смещению максимума. Авторами исследовано влияние помехи на распределение дискретной квадратичной суммы в случае, когда помеха обладает свойствами нормального марковского шума.

Рассмотрим сигнал $s(t)$, зависимость которого от текущего времени t имеет детерминированный характер, и будем подвергать процесс $s(t)$ измерению в моменты времени t_n , где $t_n = n\Delta t$, ($n=0, 1, \dots, N$), на протяжении интервала $(0, T)$, $T = N\Delta t$. Пусть сигнал $s(t)$ принимается на фоне коррелированного шума $x(t)$; таким образом при измерении регистрируются величины

$$u(t_n) = s(t_n) + x(t_n). \quad (1)$$

Охарактеризуем уклонение (отнесенное ко всей измерительной процедуре за интервал T) зарегистрированного процесса $s(t)$ с помощью величины

$$S_{N+1} = \sum_{n=0}^N [s(t_n) + x(t_n)]^2 - \sum_{n=0}^N s^2(t_n) \quad (2)$$

— суммы квадратов ошибок при наблюдении в условиях аддитивной помехи. Выражение (2) определено так, чтобы в отсутствие помехи величина S_{N+1} обращалась в ноль.

Целью настоящей работы является изучение статистической структуры величины S_{N+1} . Хорошо известно (см. работу [1]), что если помеха $x(t)$ является δ -коррелированным процессом белого шума, то сумму S_{N+1} можно охарактеризовать в терминах гамма-распределения. Значительно сложнее обстоит дело, если случайный процесс $x(t)$ обладает «памятью» (последствием), что приводит, во-первых, к кумулятивному эффекту накопления влияния предыдущих значений дискретных реализаций x_0, x_1, \dots, x_{n-1} в текущий n -й вклад, и, во-вторых, к особой роли исходного состояния в момент времени $t=0$, стационарное распределение значений $x_0=x(0)$ которого также влияет на статистическую структуру суммы S_{N+1} . Поэтому для плотности распределения вероятностей $\rho(S_{N+1})$ можно записать

$$\rho(S_{N+1}) = \langle \delta \left\{ S_{N+1} - \sum_{n=0}^N [s(t_n) + x(t_n)]^2 + \sum_{n=0}^N s^2(t_n) \right\} \rangle, \quad (3)$$

где угловыми скобками \langle, \rangle обозначена процедура усреднения по реализациям случайного процесса $x(t)$ на полуинтервале $0 < t \leq T$ и в исходный момент $t=0$.

Задачу усреднения в (3) можно поставить, если задана статистическая структура процесса $x(t)$. В рамках этой работы будет принято, что $x(t)$ — нормальный марковский процесс с переходной плотностью распределения вероятностей [2]

$$w(x_2, t_2; x_1, t_1) = \frac{1}{\sqrt{\pi\sigma(1-q)^2}} \exp \left[-\frac{(x_2 - qx_1)^2}{\sigma(1-q)^2} \right], \quad (4)$$

где $q = \exp(-\nu|t_2 - t_1|)$; σ и ν — интенсивность и декремент затухания процесса $x(t)$. Такой процесс можно также задать с помощью уравнения движения

$$\frac{d}{dt} x + \nu x = f(t),$$

где $f(t)$ — белый шум, $\langle f(t) f(t') \rangle = \sigma\nu\delta(t - t')$.

Поскольку функционал S_{N+1} представляет собой сумму слагаемых, вместо нахождения $\rho(S_{N+1})$ удобнее искать производящую функцию

$$Q(\lambda) = \langle \exp(-\lambda S_{N+1}) \rangle \quad (5)$$

(λ — произвольный параметр), являющуюся Лаплас-образом для $\rho(S_{N+1})$. Здесь отметим, что задача нахождения $Q(\lambda)$ в случае, когда $s(t) \equiv 0$ и $\nu = 0$, была рассмотрена в работе [3], некоторые результаты этой работы, использованы ниже.

Раскрытие операции усреднения в (5) приводит к $(N+1)$ -кратному интегралу

$$Q(\lambda) = \exp \left(\lambda \sum_{m=1}^N s_m^2 \right) \int_{-\infty}^{\infty} dx_0 w(x_0) \times \\ \times \exp[-\lambda(x_0 + s_0)^2] \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int dx_1 \dots dx_N \times \quad (6)$$

$$\times \prod_{n=1}^N \omega(x_p, t_n; x_{n-1}, t_{n-1}) \exp \left[-\lambda \sum_{l=1}^N (x_l + s_l)^2 \right],$$

где $x_n = x(t_n)$; $s_n = s(t_n)$; $\omega(x_0)$ — плотность распределения вероятностей процесса $x(t)$ в исходный момент времени $t=0$. Таким образом математическая часть задачи сводится к нахождению $(N+1)$ -квadrатуры; поскольку интеграл (6) в силу (4) гауссового вида, квадратура может быть вычислена точно.

Подставив в (6) явный вид переходных ω -функций (4), выделим интегрирование по x_0 :

$$Q(\lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} dx_0 \omega(x_0) Q(\lambda, x_0) \times \\ \times \exp[-\lambda(x_0^2 + 2x_0 s_0) - x_0^2 g^2 / \sigma p], \quad (7)$$

$$\text{где } Q(\lambda, x_0) = (\pi \sigma p)^{-N/2} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left\{ -(x_1^2 - 2g x_1 x_0) / \sigma p - \right. \\ \left. - \sum_{n=1}^N (x_{n+1} - g x_n)^2 / \sigma p - \lambda \sum_{n=1}^N (x_n^2 + 2x_n s_n) \right\} dx_1 \dots dx_N \quad (8)$$

и $g = \exp(-\nu \Delta t)$; $p = 1 - g^2$. Введем новые переменные интегрирования по правилу $y_n = x_n (\sigma p)^{-1/2}$, а также величины

$$b_1 = 2\lambda s_1 (\sigma p)^{1/2} - 2x_0 g (\sigma p)^{1/2}; \quad b_n = 2\lambda s_n (\sigma p)^{1/2}, \quad n = 2, \dots, N. \quad (9)$$

Тогда часть производящей функции, зависящая от x_0 ,

$$Q(\lambda, x_0) = \pi^{-N/2} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} dy_1 \dots dy_N \times \\ \times G \left(\sum_{n=1}^N b_n y_n \right) \exp \left(- \sum_{k,l=1}^N A_{kl} y_k y_l \right), \quad (10)$$

где функция $G(\eta) = \exp(-\eta)$. Квадратичная форма в показателе экспоненты в (10) содержит матрицу A , которая в силу марковского свойства рассматриваемого случайного процесса $x(t)$ трехдиагональна (матрица Якоби [4]) и имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & \beta & & & & \\ \beta & \alpha & & & & 0 \\ & \cdot & \cdot & \cdot & & \\ & & \cdot & \cdot & \cdot & \\ & & & \cdot & \cdot & \cdot \\ & & & & \alpha & \beta \\ 0 & & & & \beta & \alpha_N \end{pmatrix}, \quad (11)$$

где $\beta = -g$; $\alpha = \lambda(1-g) + (1+g)(\sigma p)^{-1/2}$; $\alpha_N = \lambda(1-g) + (\sigma p)^{-1/2}$.

Из условия положительной определенности квадратичной формы $\sum A_{kl} y_k y_l$ следует, что существует вещественная ортогональная матрица Ω , приводящая A к диагональному виду. По этому можно перейти к новым переменным z_m согласно соотношению $y_k = \sum \Omega_{km} z_m$, в терминах которых

$$Q(\lambda, x_0) = (\det A)^{-1/2} \exp(-x_0^2 g^2 / \sigma p) \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} G \left(\sum_{k,l < 1}^N b_k z_l \Omega_{kl} \right) \prod_{n=1}^N \frac{dz_n}{(2\pi\sigma_n)^{1/2}} \exp(-z_n^2 / 2\sigma_n),$$

где $\sigma_n = (2\lambda_n)^{-1}$; λ_n — собственные числа матрицы A .

Переменные z_n можно рассматривать как независимые нормально распределенные случайные величины с равными нулю средними и дисперсиями σ_n . Поскольку сумма $\sum b_k z_l \Omega_{kl}$ представляет собой их линейную комбинацию, она также нормальна [1] со средним, равным нулю, и с дисперсией

$$\Delta = \sum_{n=1}^N \sigma_n \left(\sum_{m=1}^N b_n \Omega_{nm} \right)^2 = \frac{1}{2} \sum_{n,m=1}^N b_n b_m (A^{-1})_{nm}, \quad (12)$$

где A^{-1} — матрица, обратная матрице A . Полученное выражение имеет место для матрицы A произвольного вида, в частности, оно справедливо, если помеха обладает свойствами винеровского процесса. Из (12) следует

$$Q(\lambda, x_0) = (\det A)^{-1/2} \exp\left(\frac{1}{2}\Delta - x_0^2 g^2 / \sigma p\right). \quad (13)$$

Таким образом, промежуточная производящая функция $Q(\lambda, x_0)$ может быть выражена в терминах детерминанта матрицы A и дисперсии Δ .

Введем следующие обозначения:

$$D_1 = \det A, \dots; D_{N-2} = \begin{vmatrix} \alpha & \beta & 0 \\ \beta & \alpha & \beta \\ 0 & \beta & \alpha_N \end{vmatrix}; \\ D_{N-1} = \begin{vmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \alpha_N \end{vmatrix}; D_N = \alpha_N; D_{N+1} = 1. \quad (14)$$

В работе [3], посвященной рассмотрению винеровского ($v=0$) случайного процесса $x(t)$, установлено, что

$$\Delta = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N Z_n (\beta^{2n} D_n D_{n+1})^{-1}; \\ Z_n = \sum_{m=n}^N \beta^m b_m D_{m+1}. \quad (15)$$

Поскольку зависимость от исходного значения помехи x_0 содержится в b_1 , выделим в (15) слагаемое с $n=1$, тогда

$$Q(\lambda, x_0) = D_1^{-1/2} \exp \left\{ -x_0^2 g^2 + b_1^2 D_2 / 4D_1 + \right. \\ \left. + b_1 Z_2 / 2\beta D_1 + Z_2^2 + \frac{1}{4} \sum_{n=2}^N Z_n^2 (\beta^{2n} D_n D_{n+1})^{-1} \right\}, \quad (16)$$

где, напомним, $b_1 = 2\lambda s_1 (\sigma p)^{1/2} - 2x_0 g (\sigma p)^{-1/2}$. В целях дальнейшего вычисления введем совокупность детерминантов H_1, \dots, H_N , определяемых согласно (14), но от матриц, у которых α_N заменено на α . В силу трехдиагональности матрицы A для произвольных $k \leq N-1$ имеет место равенство

$$D_k = \alpha_N H_{k+1} - \beta^2 H_{k+2}, \quad (17)$$

в свою очередь для детерминантов H_k справедливо рекуррентное соотношение

$$H_k = \alpha H_{k+1} - \beta^2 H_{k+2} \quad (18)$$

с крайними условиями

$$H_N = \alpha, \quad H_{N-1} = \alpha^2 - \beta^2.$$

Пользуясь стандартной методикой [4], найдем

$$H_k = \frac{\alpha^2 - \beta^2 - \alpha\mu_2}{\mu_1 - \mu_2} \cdot \mu_1^{N-k} - \frac{\alpha^2 - \beta^2 - \alpha\mu_1}{\mu_1 - \mu_2} \cdot \mu_2^{N-k}, \quad (19)$$

где $\mu_1 = (\alpha + \sqrt{\alpha^2 - 4\beta^2})/2$, $\mu_2 = (\alpha - \sqrt{\alpha^2 - 4\beta^2})/2$.

Таким образом, промежуточная произвольная функция $Q(\lambda, x_0)$ выражается формулами (16), (17) и (19).

Для учета вклада в сумму погрешностей S_{N+1} в исходный момент $t_0=0$ производящую функцию $Q(\lambda, x_0)$ необходимо усреднить согласно (7). В стационарном случае, когда результат измерительной процедуры не зависит от стартового момента t_0 , в качестве весовой функции $\omega(x_0)$ естественно выбирать предельное значение переходной плотности $\omega(x, t; x_0, t_0)$ при $t \rightarrow \infty$:

$$\omega(x_0) = (\pi\sigma)^{-1/2} \exp(-x_0^2/\sigma).$$

Однако, имея в виду разнообразность экспериментальной ситуации, конкретизируем весовую функцию в виде

$$\omega(x_0) = (\pi\sigma_0)^{-1/2} \exp(-x_0^2/\sigma_0), \quad (20)$$

при этом не будем накладывать на дисперсию σ_0 каких-либо ограничений (в частности, возможен случай, когда $\sigma_0 \rightarrow 0$). После простого интегрирования получим для искомой производящей функции (5)

$$Q(\lambda) = \left(\frac{\sigma p D_{10} - g^2 \sigma_0 D_{20}}{\sigma p D_1 + \lambda \sigma_0 \sigma p D_1 - g^2 \sigma_0 D_2} \right)^{1/2} \exp \left\{ \lambda^2 s_1^2 \sigma p D_2 / D_1 + \right.$$

$$+ Z_2 + \lambda s_1 Z_2 \sqrt{\sigma p} / \beta D_1 + \frac{1}{4} \sum_{n=2}^N Z_n^2 (3^{2n} D_n D_{n+1})^{-1} +$$

$$+ \frac{\sigma_0 \sigma p D_1}{\sigma p D_1 + \lambda \sigma_0 \sigma p D_1 - g^2 \sigma_0 D_2} \left(\lambda s_0 + \lambda s_1 g \frac{D_2}{D_1} + \frac{g Z_2}{2 \beta D_1 \sqrt{sp}} \right)^2, \quad (21)$$

где D_{10} и D_{20} — значения детерминантов D_1 и D_2 при $\lambda=0$.

В случае, когда действие помехи началось «в бесконечном прошлом», интенсивность шума, обладающего свойствами нормального марковского процесса, равна $\langle x^2(t) \rangle = \sigma$, это приводит к некоторому упрощению выражения (21).

Результат (21) выражен в элементарных функциях, что обусловлено гауссовостью как усредняемого выражения (5), так и весовых функций (4) и (20); он имеет место для произвольного сигнального процесса $s(t)$. Из вида производящей функции $Q(\lambda)$ следует, что на формирование статистики суммы квадратов S_{N+1} влияют квадратичное по амплитуде шума слагаемое в (2) и линейное (экспонента в (21)). Обозначив предэкспоненциальный множитель $Q_x(\lambda)$, найдем при $\sigma_0 = \sigma$

$$Q_x(\lambda) = \left\{ \frac{(1 + R_0)^{N+1} - (1 - R_0)^{N+1}}{(1 + \gamma \sigma p + R)^{N+1} - (1 + \lambda \sigma p - R)^{N+1}} \right\}^{1/2}, \quad (22)$$

где $R = [(1 + \lambda \sigma p)^2 - 4g^2]^{1/2}$; $R_0 = (1 - 4g^2)^{1/2}$.

Это выражение отвечает случаю чисто шумовой регистрации, когда $s(t) \equiv 0$.

Для помехи, не обладающей последствием (белый шум), когда $\nu \rightarrow \infty$ и поэтому $g=0$, $\rho=1$, из (22) следует производящая функция

$$\lim_{\nu \rightarrow \infty} Q_x(\lambda) = (1 + \lambda \sigma)^{-(N+1)/2}, \quad (23)$$

отвечающая гамма-распределению [1].

Выражения (21) вместе с (9), (17) и (19) являются решением поставленной задачи. С их помощью можно найти $\rho(S_{N+1})$ (с использованием ЭВМ), так и произвольные моменты случайной величины S_{N+1} . Приведенное решение о статистической структуре величины S_{N+1} можно рассматривать как прямую задачу; в рамках обратной к ней можно исследовать проблему минимизации дисперсии S_{N+1} в определенных заданных условиях измерительной процедуры, оптимизации измерений N и других задачи.

Отметим, что использованный подход может быть применен для описания ситуации, в рамках которой вместо суммы дискретов (2) рассматривается следующая интегральная характеристика уклонения:

$$S = \lim_{N \rightarrow \infty} S_{N+1} = \int_0^T dt [s(t) x(t) + x^2(t)]. \quad (24)$$

В этом случае, переходя в (21) к пределу $N \rightarrow \infty$, получаем для производящей функции случайной величины S следующее выражение:

$$Q(\lambda) = \left[\frac{4r\nu e^{\nu T}}{(r+\nu)^2 e^{rT} - (r-\nu)^2 e^{-rT}} \right]^{1/2} \times \quad (25)$$

$$\times \exp \left\{ \frac{\lambda^2 \sigma \nu / r}{(r+\nu)^2 e^{rT} - (r-\nu)^2 e^{-rT}} \int_0^T dt \int_t^T dt' s(t) s(t') \times \right.$$

$$\left. \times [(r+\nu)e^{rt} + (r-\nu)e^{-rt}] [(r+\nu)e^{r(T-t')} + (r-\nu)e^{-r(T-t')}] \right\},$$

где $r = (\nu^2 + 2\lambda\nu\sigma)^{1/2}$.

Результаты вида (21) и (25) могут быть получены не только для квадратичных уклонений (1) и (24), рассматриваемых в совпадающие моменты времени. Устройства, например, с корреляционным

$$S_{N+1} = - \sum_{n=1}^N s(t_n) s(t_n + \tau) +$$

$$+ \sum_{d=1}^N [s(t_n) + x(t_n)] [s(t_n + \tau) + x(t_n + \tau)] \quad (26)$$

(τ — постоянный сдвиг) или интерференционным преобразованием процессов [5] формируют на выходе величину, квадратично зависящую от амплитуды шума. Для описания статистической структуры результирующих величин в таких устройствах вполне применим описанный в настоящей работе метод.

Список литературы: 1. *Вентцель Е. С.* Теория вероятности. М., 1964. 564 с.
 2. *Чандрасекар С.* Стохастические проблемы в физике и астрономии. М., 1947. 168 с.
 3. *Montroll E. W.* Markoff chains, Wiener integrals and quantum theory. *Communic. pure and applied Mathematics.* 1952. N 5. P. 415—455.
 4. *Мишина А. П., Проскуряков И. В.* Высшая алгебра. М., 1965. 300 с.
 5. *Гольцман Ф. М.* Основы теории интерференционного приема регулярных волн. М., 1964. 284 с.

Поступила в редколлегию 24.11.86

УДК 621.374(088.88)

Б. С. ДУДНИК, О. В. ПРЮГИ, С. Ф. СЕМЕНОВ

УСТРОЙСТВО АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ УСИЛЕНИЯ ИМПУЛЬСНЫХ СИГНАЛОВ

Устройство автоматического регулирования усиления (АРУ) импульсных сигналов разработано для радиоприемника метеорологических РЛС. Энергетические характеристики метеорологического комплек-

са оцениваются семейством амплитудно-временных характеристик метеорного радиоэхо (АВХ) [1], показанных на рис. 1. Спад АВХ сигнала, отраженного от ненасыщенного метеорного следа, аппроксимируется экспоненциальной функцией вида

$$u(t) = A \exp[a(\tau - t)], \quad (1)$$

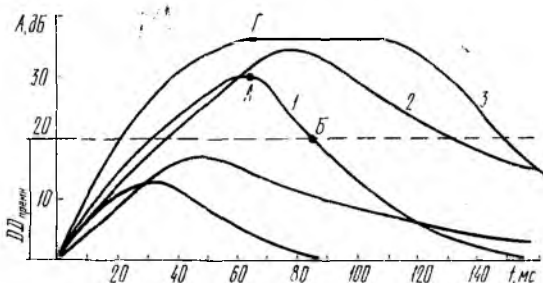


Рис. 1

где τ — постоянная спада метеорного следа; a — константа, определяемая физическими характеристиками радиоаппаратуры [2].

Устройство АРУ разработано под определенный наиболее часто встречающийся класс АВХ метеорного радиоэхо (кривая 1 на рис. 1), у которого $\tau = 20$ —30 мс. Период посылок па-

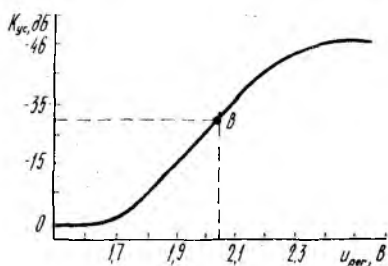


Рис. 2

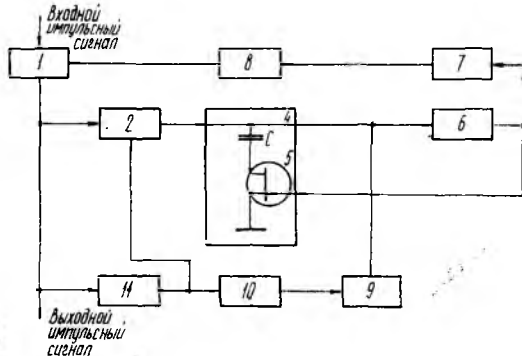


Рис. 3

чек радиоимпульсов передатчика также 20 мс. При этом за отрезок времени между двумя посылками амплитуда импульсов изменится примерно на -10 дБ на начальном участке спада АВХ. На рис. 2 приведена зависимость коэффициента усиления УПЧ с регулируемым усилением от регулируемого напряжения $U_{рег}$, из которой следует, что при изменении регулирующего напряжения на 0,1 В коэффициент усиления УПЧ $K_{ус}$ изменяется на 10 дБ.

На рис. 3 представлена функциональная схема устройства автоматического регулирования усиления импульсных сигналов. Она включает в себя элемент 1 с регулируемым усилением, имеющий сигнальный вход, на который подается входной импульсный сигнал, выход, с которого снимается выходной импульсный сигнал, и управляющий вход, на который поступает управляющее напряжение; первый клапан 2, имеющий сигнальный вход, соединенный с выходом элемента 1, управляющий вход, на который поступает управляющий сигнал, предназначенный для управления подачей входных импульсов на накопительный конденсатор 3, вход которого соединен с выходом клапана 2. В элементе памяти 4 последовательно с накопительным конденсатором 3 включен полевой транзистор 5, управляющий вход которого соединен с выходом буферного усилителя 6. Последовательно с 6 соединены фильтр нижних частот 7 и пороговый элемент 8, с выхода которого управляющее напряжение поступает на управляющий вход элемента 1. Конденсатор 3 соединен со вторым клапаном 9, управляющий вход которого подключен к выходу генератора сброса 10. Вход 10 соединен с пороговым детектором амплитуды 11, выход которого подключен к управляющему входу клапана 2, а вход подсоединен с выходу элемента 1.

Устройство работает следующим образом. Если амплитуда сигнала на выходе элемента 1 не превышает порога срабатывания порогового детектора амплитуды 11, клапан 2 отключен, генератор сброса 10 включает клапан 9 и накопительный конденсатор 3 не реагирует на входные сигналы. На выходе элемента памяти 4 регулирующее напряжение отсутствует, и элемент 1 имеет максимальное усиление. Если амплитуда сигнала на выходе элемента 1 превышает порог срабатывания порогового детектора амплитуды 11, то генератор сброса 10 отключает клапан 9, клапан 2 открывается и накопительный конденсатор 3 начинает заряжаться каждым импульсом пачки с постоянной времени, определяемой внутренним сопротивлением полевого транзистора 5, которое зависит от выходного потенциала элемента памяти 4. С повышением выходного потенциала элемента памяти 4 внутреннее сопротивление полевого транзистора 5 под воздействием напряжения обратной связи, снимаемого с буферного усилителя 6, снижается, постоянная времени заряда накопительного конденсатора 3 уменьшается, т. е. от импульса к импульсу в пределах пачки импульсов скорость заряда растет, выходное напряжение элемента памяти 4 достигает значения, равного амплитуде входных импульсов, только к концу последнего импульса пачки. Генератор сброса 10 поддерживает клапан 9 в закрытом состоянии на время следования пачки входных импульсов. Сигнал на выходе элемента памяти 4 превышает пороговый уровень порогового элемента 8, и коэффициент усиления элемента 1 уменьшается. Но так как цепь разряда накопительного конденсатора 3 разомкнута, выходное на-

пряжение элемента памяти 4 остается неизменным до прихода очередной пачки импульсов в следующем периоде, которая, в свою очередь, подзаряжает конденсатор 3 и тем самым повышает регулирующее напряжение на управляющих зажимах элемента 1, что приводит к уменьшению коэффициента усиления элемента 1. Таким образом, устройство автоматической регулировки усиления следит за амплитудой сигнала на выходе элемента 1, фиксируя ее на постоянном уровне в динамическом диапазоне изменения амплитуд входного сигнала порядка 40 дБ.

При этом повышается чувствительность устройства к резким изменениям амплитуды входных импульсов, уменьшается искажение формы принимаемых сигналов, а следовательно, повышается точность фиксации момента появления импульса по его переднему фронту.

В цепи разряда накопительной емкости установлен полевой транзистор (ПТ), у которого зависимость $R_{\text{си}} = F(U_{\text{пер.}})$ имеет экспоненциальный характер

$$R_{\text{си}} = \frac{\exp(U_{\text{пер.}}/U_0)}{q_{21\text{max}}(1 - 2bU_c)}, \quad (2)$$

где U_0 — напряжение отсечки полевого транзистора; $q_{21\text{max}}$ — крутизна характеристики ПТ, когда напряжения на стоке и затворе равны нулю; b определяется непосредственно по начальному участку выходной вольт-амперной характеристики ПТ.

Рассмотрим процесс регулировки, когда амплитуда сигнала начала уменьшаться (кривая 1 на рис. 1). После максимума (точка А) через период амплитуда последующей пачки скачком уменьшилась на 10 дБ (точка Б). Этому скачку предшествовало напряжение на накопительной емкости (точка В), равное 2,05 В. Это напряжение приложено к участку затвор-исток-полевого транзистора и при этом $R_{\text{си}}$ незначительно. Схема АРУ разработана так, что постоянная разряда накопительного конденсатора при разомкнутой цепи разряда $\tau = 20T$, где T — период повторения пачки зондирующих импульсов. За время T напряжение на входе элемента с регулируемым усилением установится $U_{\text{рег. пред.}} e^{-T/20T} \approx 0,95U_{\text{рег. пред.}}$, т. е. уменьшится на значение $U_{\text{рег. пред.}} - 0,95U_{\text{рег. пред.}} \approx 0,1$ В, и усиление элемента с регулируемым сопротивлением возрастет на 10 дБ (рис. 2). В результате амплитуда выходного сигнала останется без изменений.

Разница между амплитудами последующих пачек уменьшается по закону экспоненты (см. рис. 1). Одновременно на напряжение на накопительной емкости C уменьшается с большей постоянной времени, так как $R_{\text{си}}$ растет по экспоненте (2). Таким образом, напряжение на управляющем входе каскада УПЧ с регулируемым сопротивлением АВХ связано с изменением амплитуды сигнала. Если постоянная спада АВХ метеорологического следа $\tau \gg 30$ мс (а такие следы встречаются, см. 2, 3 на

рис. 1)), то в этом случае в выходном сигнале приемника будут наблюдаться небольшие флуктуации сигнала по амплитуде, не выходящие за пределы линейного участка динамического диапазона приемника. Для улучшения работы АРУ независимо от вида АВХ метеорного радиоэхо в пачку импульсов был добавлен информационный сигнал АРУ длительностью 2 мкс. В дальнейших измерениях временного положения этот импульс участия не принимает, так как у него искажена форма в момент изменения напряжения АРУ за счет саморазряда накопительной емкости. Это утверждение справедливо в основном для АВХ (см. 3 на рис. 1).

Рассмотрим работу АРУ для этого случая. На вход приемного устройства пришел сигнал максимальной амплитуды (точка Г, кривая 3 рис. 1). На входе элемента с регулируемым усилением напряжение АРУ равно 2,1 В (см. рис. 2). В следующий период принятый сигнал имеет то же значение напряженности, что и в предыдущий, но за счет саморазряда накопительной емкости C напряжение на входе элемента с регулируемым усилением к началу следующего периода уменьшится приблизительно на 0,1 В, что, в свою очередь, повлечет за собой возрастание усиления приблизительно на 10 дБ к началу прихода следующей пачки. В момент появления первого (информационного) импульса пачки и с учетом того, что на входе полевого транзистора напряжение порядка 2 В, накопительная емкость C дозарядится на величину, определяемую постоянной времени заряда. В конкретном случае это значение будет порядка 0,1 В. За время до появления импульса пачки восстановится прежнее усиление.

Необходимо заметить, что за короткий промежуток времени (время, в течение которого формируется пачка — 100—200 мкс) амплитуда импульсов в пачке, отраженных от метеорных следов, практически измениться не успеет. Поэтому речь идет о регулировке на интервале, равном периоду посылок пачек, где наблюдаются существенные изменения амплитуды отраженного сигнала. Эти изменения могут достигать 40 дБ в пределах жизни метеорного следа.

Полевой транзистор в цепи заряда накопительной емкости необходимо подбирать по минимальному напряжению отсечки U_0 .

Список литературы: 1. Олейников В. Н. Начальный радиус метеорного следа и его влияние на замечаемость радиолокационных метеоров: Дис. ... канд. техн. наук: Х., 1983. 14 с. 2. Лизогуб В. В., Олейников В. Н. Выбор длительности регистрации индивидуальных метеорных радиотражений//Метеорные исследования. М., 1981. № 37. С. 60—62.

Поступила в редколлегию 13.04.87

ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КВАРЦЕВЫХ АНГАРМОНИЧЕСКИХ КОНТУРОВ

Анализ амплитудночастотной и фазочастотной модуляционных характеристик управляемых кварцевых генераторов включает исследование прохождения гармонических колебаний через последовательные резонансные контуры (ПРК) ангармо-

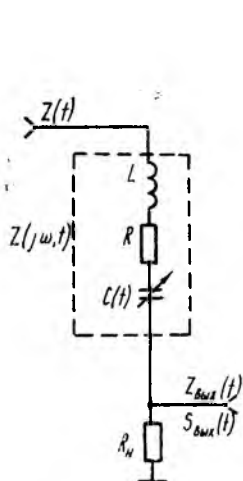


Рис. 1

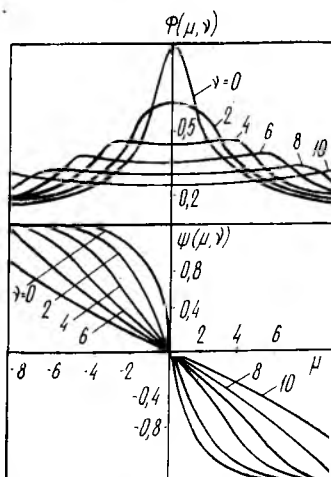


Рис. 2

ник, параметры которых в процессе модуляции изменяются гармонически с частотой $\omega_0 \gg \Omega \gg 2\delta$, где ω_0 и 2δ — резонансная частота и полоса пропускания ПРК [1]. Общий подход к решению такого рода задач, основанный на разложении амплитудно-фазочастотных характеристик радиотехнических цепей с переменными параметрами в ряд Фурье, известен [2; 3]. Тем не менее теория расчета динамических характеристик ПРК разработана крайне слабо.

В настоящей работе найдены достаточно простые и удобные для расчета на программируемых калькуляторах [4] численно-аналитические функции амплитудночастотной (АЧХ) и фазочастотной (ФЧХ) характеристик ПРК с переменной емкостью и активной нагрузкой.

Импеданс ПРК (рис. 1) при модуляции емкости ангармонического контура по закону $C = C_0(1 + \epsilon_c \cos \Omega t)$, где $\epsilon_c \ll 1$ — глубина модуляции емкости C , запишем в виде

$$z(j\omega, t) = \sqrt{R^2 + (\gamma^2 - 1 + \epsilon_c \cos \Omega t)^2 / \omega^2 C_0^2} e^{j\varphi_k}, \quad (1)$$

где $\varphi_k = \arctg [(\gamma^2 - 1 + \varepsilon_c \cos \Omega t) / \omega C_0 R]$; $\gamma = \omega / \omega_0$; $\omega_0 = 1 / LC_0$.
 Комплексный коэффициент передачи ПРК $K(j\omega, t) = R_n / [R_n + z(j\omega, t)]$ с учетом (1) представим в виде $K(j\omega, t) = K(\omega, t) e^{j\varphi(\omega, t)}$, где

$$K(\omega, t) = K_0 / \sqrt{1 + (\mu - \nu \cos \Omega t)^2}; \quad (2)$$

$$\varphi(\omega, t) = -\arctg(\mu - \nu \cos \Omega t). \quad (3)$$

Здесь $K_0 = R_n / (R_n + R)$; $\mu = Q(\gamma^2 - 1)$; $Q = \omega_0 / 2\delta$; $\nu = -Q\varepsilon_c$.

Функции (2), (3), учитывая периодичность их изменения во времени, разложим в ряд Фурье, после чего соотношение для $K(j\omega, t)$ примет вид

$$K(j\omega, t) = K_0 \left[\Phi(\mu, \nu) + \sum_{k=1}^n \sqrt{\Phi_{kc}^2 + \Phi_{ks}^2 \cos(k\Omega t + \xi_k)} \right] \times \\
 \times e^{i\psi(\mu, \nu) + \sum_{r=1}^m \sqrt{\psi_{rc}^2 + \psi_{rs}^2} \cos(r\Omega t + \xi_r)}, \quad (4)$$

где
$$\Phi(\mu, \nu) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{\sqrt{1 + (\mu - \nu \cos \beta)^2}} d\beta; \quad (5)$$

$$\psi(\mu, \nu) = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \arctg(\mu - \nu \cos \beta) d\beta; \quad (6)$$

$$\Phi_{kc, ks}(\mu, \nu) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos k\beta, \sin k\beta}{\sqrt{1 + (\mu - \nu \cos \beta)^2}} d\beta; \quad (7)$$

$$\psi_{rc, rs}(\mu, \nu) = -\frac{1}{\pi} \left\{ \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos r\beta}{\sin r\beta} \right\} \arctg(\mu - \nu \cos \beta) d\beta; \quad (8)$$

$$\xi_k = \arctg(\Phi_{ks} / \Phi_{kc}); \quad \xi_r = \arctg(\psi_{rs} / \psi_{rc}).$$

Анализ подинтегральных функций в (5)–(8) показывает, что четными из них являются синусные зависимости в (7), (8), что позволяет записать $\Phi_{ks}(\mu, \nu) = 0$; $\psi_{rs}(\mu, \nu) = 0$ и привести (4) к более простому виду, опуская индекс c в (7), (8) и учитывая, что уравнение (4) имеет смысл только при $k=r$. В итоге получим

$$K(j\omega, t) = K_0 \left[\Phi(\mu, \nu) + \sum_{k=1}^n \Phi_{kc} \cos k\Omega t \right] \left\{ \exp^{i\psi(\mu, \nu)} + \sum_{k=1}^n \psi_k \cos k\Omega t \right\}. \quad (9)$$

Поскольку неравномерности $K(j\omega, t)$ наблюдаются в окрестностях особых точек ω_0 и $\omega_0 \pm k\Omega$, рассмотрим каждую из них в отдельности.

В окрестности частоты ω_0 можно считать, что $\Phi_k=0$ и $\Psi_k=0$, тогда

$$K_0(j\omega, t) = K_0\Phi(\mu, \nu) e^{j\psi(\mu, \nu)}. \quad (10)$$

В окрестности частот $\omega_0 + k\Omega$ функции $\Phi(\mu, \nu) = 0$, $\psi(\mu, \nu) = -\pi/2$ и можно записать

$$K_k^+(j\omega, t) = K_0\Phi_k \cos k\Omega t e^{-j\pi/2} e^{j\psi_k \cos k\Omega t}. \quad (11)$$

Аналогично для $\omega_0 - k\Omega$ имеем

$$K_k^-(j\omega, t) = K_0\Phi_k \cos k\Omega t e^{j\pi/2} e^{j\psi_k \cos k\Omega t}. \quad (12)$$

Из (11), (12) следует, что функции R_k^+ , R_k^- необходимо рассматривать относительно начальных фазовых сдвигов $\pm \frac{\pi}{2}$, обусловленных изменением $K_0(j\omega, t)$. С учетом последнего обстоятельства суперпозиция функций (10)–(12) дает окончательную форму записи коэффициента передачи ПРК:

$$K(j\omega, t) = K_0 [\Phi e^{j\psi} + \sum_{k=1}^n \Phi_k e^{j\psi_k \cos k\Omega t} e^{j\psi_m} \cos k\Omega t]^*, \quad (13)$$

где $\psi_m = \frac{\pi}{2} \Big|_{\omega=\omega_0-k\Omega}$; $\psi_m = -\frac{\pi}{2} \Big|_{\omega=\omega_0+k\Omega}$.

Из (13) следует, что рассматриваемую параметрическую цепь (рис. 1), аналогично [2], можно представить в виде ряда четырехполюсников, входные цепи которых включены параллельно, а выходные — последовательно. Причем АЧХ и ФЧХ k четырехполюсников изменяются во времени гармонически с частотой $k\Omega t$.

Функции $\Phi(\mu, \nu)$ и $\Psi(\mu, \nu)$ приведены на рис. 2, откуда видно, что возможен случай ($\nu \sim 3$), при котором ФЧХ ПРК практически линейна, а АЧХ — равномерна. Видно также заметное уменьшение коэффициента передачи с ростом ν .

Рассмотрим искажения составляющей спектра ЧМ колебаний в кварцевом автогенераторе при изменении динамических характеристик ангармонического контура.

Пусть на входе ПРК действует комплексный сигнал $z(t) = Ae^{j\omega t}$, которому соответствует выходная функция $z_{\text{вых}}(t) = AK(j\omega, t) e^{j\omega t}$. С учетом (13) действительный сигнал на выходе ПРК

$$\begin{aligned} s_{\text{вых}}(t) = \text{Re } z_{\text{вых}}(t) = AK_0\Phi \cos(\omega t + \psi) + \\ + AK_0 \sum_{k=1}^n \Phi_k \cos k\Omega t \cos(\omega t + \psi_m + \psi_k \cos k\Omega t). \end{aligned} \quad (14)$$

* К аналогичному результату приходим, записывая $K(j\omega, t)$ по формуле Эйлера и раскладывая в ряд Фурье полученные действительную и мнимую части, однако функции Φ , Ψ , Φ_k , Ψ_k в этом случае имеют более сложный вид.

Приведем второе слагаемое в (14) к составляющим с частотами $\omega + k\Omega$ и $\omega - k\Omega$, после чего рассмотрим первые из них. Учитывая, что на частотах $\omega + k\Omega$ функция $\Psi_m = -\pi/2$, запишем

$$0,5AK_0 \sum_{k=1}^n \Phi [\cos(\omega + k\Omega)t \sin(\psi_k \cos k\Omega t) + \sin(\omega + k\Omega)t \cos(\psi_k \cos k\Omega t)]. \quad (15)$$

Раскладывая функцию (15) в гармонический ряд, получим

$$0,5AK_0 \sum_{k=1}^n \Phi_k [J_1(\psi_k) \cos \omega t + J_0(\psi_k) \sin(\omega + k\Omega)t + J_1(\psi_k) \cos(\omega + 2k\Omega)t], \quad (16)$$

где $J_1(\psi_k)$; $J_0(\psi_k)$ — функции Бесселя первого рода.

Преобразуем (16) с учетом того обстоятельства, что на частотах ω и $2k$ функция $\Phi_k = 0$. В результате найдем конечное соотношение. Проведя аналогичные рассуждения для слагаемых с частотами $\omega - k\Omega$, в итоге запишем

$$s_{\text{вых}}(t) = AK_0 \{ \Phi \cos \psi \cos \omega t - \Phi \sin \psi \sin \omega t + 0,5 \sum_{k=1}^n \Phi_{kc} J_0(\psi_{kc}) [\sin(\omega + k\Omega)t - \sin(\omega - k\Omega)t] \}, \quad (17)$$

где функции изменения амплитуд при $\cos \omega t$ и $\sin \omega t$ определяются соотношениями (7) и (8).

Найденные динамические АЧХ и ФЧХ ПРК с переменной емкостью (13), а также функция действительного сигнала на его выходе (17), удобны для решения многих радиотехнических задач, в частности, отмеченной выше [1]. Особое внимание при этом следует обращать на то обстоятельство, что кроме уменьшения $\Phi(\mu, \nu)$ с ростом ν на частотах $\omega \pm k\Omega$ наблюдается увеличение неравномерностей динамической АЧХ ПРК, вследствие чего на выходе ПРК появляются спектральные составляющие сигнала, амплитуды и фазы которых рассчитываются по функциям $\Phi_{kc}(\mu, \nu)$ и $\Psi_{kc}(\mu, \nu)$.

Список литературы: 1. Шмалый Ю. С., Баржин В. Я. Уменьшение влияния ангармоник кварцевого резонатора на искажения в ЧМ автогенераторах// Радиотехника. 1985. Т. 40, № 1. С. 46—48. 2. Гоноровский И. С. Радиотехнические цепи и сигналы. М., 1977. 608 с. 3. Тафт В. А. Основы спектральной теории и расчета цепей с переменными параметрами. М., 1964. 208 с. 4. Трехименко Я. К., Любич Ф. Д. Радиотехнические расчеты на микрокалькуляторах. М., 1983. 276 с.

Поступила в редколлегию 13.06.86

Н. Г. ЗУЕВ, канд. физ.-мат. наук, А. М. ТИТАРЕНКО,
П. И. ЧЕРЕДНИКОВ, канд. техн. наук

К ВОПРОСУ О ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССАХ И УСТОЙЧИВОСТИ НЕЛИНЕЙНОЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ, РАБОТАЮЩЕЙ НА ВЫСШИХ ГАРМОНИКАХ

Нелинейные системы с переменными во времени параметрами встречаются во многих устройствах современной радиоэлектроники и вычислительной техники. В работах [1—5] проводилось исследование нелинейных колебательных систем, работающих в первой и в высших зонах параметрического возбуждения. При рассмотрении высших гармоник возникают трудности математического характера, поскольку анализ колебаний в высших зонах неустойчивости связан с необходимостью производить громоздкие математические выкладки.

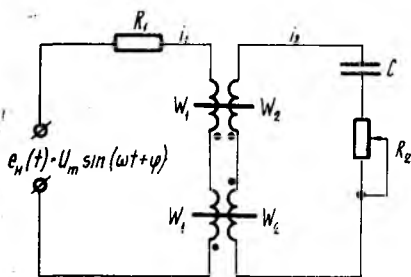


Рис. 1

В настоящей статье исследованы переходные процессы и устойчивость нелинейной параметрической системы, работающей на первой и высших гармониках.

Рассмотрим нелинейное параметрическое устройство, представленное на рис. 1, работа которого описывается системой дифференциальных уравнений:

$$S W_1 \frac{d}{dt} (B_I + B_{II}) + i_1 R_1 = U_m \sin(\omega t + \varphi);$$

$$S W_2 \frac{d}{dt} (B_I - B_{II}) + i_2 R_2 + \frac{1}{C} \int i_2 dt = 0; \quad i_1 W_1 + i_2 W_2 = l H_I;$$

$$i_1 W_1 - i_2 W_2 = l H_{II}.$$

Здесь B_I , B_{II} , H_I , H_{II} — индукция и напряженность магнитного поля для первого и второго сердечников; S — сечение, l — длина средней магнитной линии сердечника. Остальные обозначения ясны из рис. 1.

Аппроксимируя нелинейность гиперболическим синусом $H = \alpha \operatorname{sh} \beta B$ и вводя обозначения

$$x = \beta (B_I + B_{II}), \quad y = \beta (B_I - B_{II}), \quad \tau = \omega t$$

преобразуем систему (1) к виду:

$$\dot{x} + \gamma_1 \operatorname{sh} \frac{x}{2} \operatorname{ch} \frac{y}{2} = U'_m \sin(\tau + \varphi); \quad (2)$$

$$\ddot{y} + \gamma_2 \operatorname{ch} \frac{x}{2} \operatorname{sh} \frac{y}{2} + \gamma \frac{d}{d\tau} \left(\operatorname{ch} \frac{x}{2} \operatorname{sh} \frac{y}{2} \right) = 0,$$

где

$$\gamma_1 = \frac{\alpha\beta I R_1}{S W_1^2 \omega}; \quad U'_m = \frac{\beta U_m}{S W_1 \omega}; \quad \gamma = \frac{\alpha\beta I R_2}{S W_2^2 \omega}; \quad \gamma_2 = \frac{\alpha\beta I}{CS W_2^2 \omega^2};$$

\dot{x} , \ddot{y} — первая и вторая производные по безразмерному времени $\tau = \omega t$. Введение переменных x и y позволило учесть направление включения обмоток: x определяет напряжение на обмотках накачки, y — на обмотках резонансного контура [4].

Предполагаемое решение системы (2) имеет вид

$$x = 2B_n \sin \tau; \quad y = 2a_n(\tau) \sin n\tau + 2b_n(\tau) \cos n\tau, \quad (3)$$

где $2B_n$ — безразмерная амплитуда сигнала накачки; $a_n(\tau)$, $b_n(\tau)$ — медленно меняющиеся функции τ .

Подставив (3) во второе уравнение системы (2), разложим левую часть этого уравнения в ряд Фурье. Формулы для гиперболических функций следующие:

$$\operatorname{ch} \frac{x}{2} = T_0(B_n) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k I_{2k}(B_n) \cos 2k\tau;$$

$$\operatorname{sh} \frac{y}{2} = 2 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} I_{2k-1}(a_n) \sin(2k-1)n\tau [I_0(b_n) +$$

$$+ 2 \sum_{k=1}^{\infty} I_{2k}(b_n) \cos 2kn\tau] + 2 \sum_{k=1}^{\infty} I_{2k-1}(b_n) \cos(2k-1)n\tau [I_0(a_n) +$$

$$+ 2 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k I_{2k}(a_n) \cos 2kn\tau], \quad (4)$$

где I_{2k} , I_{2k-1} — модифицированные функции Бесселя. Выделив n -ю гармонику, имеем

$$\operatorname{ch} \frac{x}{2} \operatorname{sh} \frac{y}{2} = (2I_0(B_n) \{I_1(a_n) I_0(b_n) + \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j [I_{2j-1}(a_n) +$$

$$+ I_{2j+1}(a_n)] I_{2j}(b_n)\} + 2 \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^{m(m+1)} I_{2mn}(B_n) \{[I_{2m-1}(a_n) +$$

$$+ I_{2m+1}(a_n)] I_0(b_n) + \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j I_{2j}(b_n) [\delta_m^{j-1} I_{2(m-j)+1}(a_n) +$$

$$+ \delta_m^* I_{2(m-j)-1}(a_n) + I_{2(m+j)-1}(a_n) + I_{2(m+j)+1}(a_n)] -$$

$$\begin{aligned}
& - \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^{l+m} I_{2l-1}(a_n) [I_{2(l+m-1)}(b_n) - I_{2(l+m)}(b_n)] \sin n\tau + \\
& + (2I_0(B_H) \{I_0(a_n) I_1(b_n) + \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j [I_{2j-1}(b_n) + I_{2j+1}(b_n)] I_{2j}(a_n)\} + \\
& + 2 \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^{m+n} I_{2mn}(B_H) \{[I_{2m-1}(b_n) + I_{2m+1}(b_n)] I_0(a_n) + \\
& + \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j I_{2j}(a_n) [\delta_m^{j-1} I_{2(m-j)+1}(b_n) + \delta_m^j I_{2(m-j)-1}(b_n) + \\
& + I_{2(m+j)-1}(b_n) + I_{2(m+j)+1}(b_n)] - \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^{l+m} I_{2l-1}(b_n) \times \\
& \quad \times [I_{2(m+l-1)}(a_n) - I_{2(m+l)}(a_n)]\} \cos n\tau, \quad (5)
\end{aligned}$$

где $\delta_m^j = \begin{cases} 1, & m > j; \\ 0, & m \leq j. \end{cases}$

Поскольку мы предполагаем, что $a_n(\tau)$, $b_n(\tau)$ — медленно меняющиеся функции τ , при нахождении \ddot{y} и $\frac{d}{d\tau} \left(\operatorname{ch} \frac{x}{2} \operatorname{sh} \frac{y}{2} \right)$ можно пренебречь $\ddot{a}_n(\tau)$ и $\ddot{b}_n(\tau)$. Отсюда

$$\ddot{y} = (4n\dot{a}_n - 2n^2 b_n) \cos n\tau + (-4nb_n - 2n^2 a_n) \sin n\tau.$$

С учетом (4), (5), из второго уравнения системы (2) после преобразований получим укороченные уравнения, в которых удержаны члены с коэффициентами $I_0(B_H)$, $I_{2n}(B_H)$, $I_{4n}(B_H)$:

$$\dot{a}_n = \frac{HD - EQ}{PD - GQ}; \quad \dot{b}_n = \frac{PE - GH}{PD - GQ}. \quad (6)$$

Обозначения в уравнениях (6) следующие:

$$\begin{aligned}
P &= \gamma A_s; \quad Q = -4n + \gamma B_s; \quad H = 2n^2 a_n - \gamma_2 S + n\gamma C; \\
G &= 4n + \gamma A_c; \quad D = \gamma B_c; \quad E = 2n^2 b_n - \gamma_2 C - n\gamma S.
\end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned}
S &= 2I_0(B_H) S_0 + 2(-1)^{n+1} I_{2n}(B_H) S_1 + 2I_{4n}(B_H) S_2; \\
C &= 2I_0(B_H) C_0 + 2(-1)^n I_{2n}(B_H) C_1 + 2I_{4n}(B_H) C_2; \\
A_s &= I_0(B_H) A_{s0} + (-1)^{n+1} I_{2n}(B_H) A_{s1} + I_{4n}(B_H) A_{s2}; \\
A_c &= I_0(B_H) A_{c0} + (-1)^n I_{2n}(B_H) A_{c1} + I_{4n}(B_H) A_{c2}; \\
B_s &= I_0(B_H) B_{s0} + (-1)^{n+1} I_{2n}(B_H) B_{s1} + I_{4n}(B_H) B_{s2}; \\
B_c &= I_0(B_H) B_{c0} + (-1)^n I_{2n}(B_H) B_{c1} + I_{4n}(B_H) B_{c2};
\end{aligned}$$

$$A_{s0} = [I_0(a_n) + I_2(a_n)] I_0(b_n) + \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j [I_{2j-2}(a_n) + 2I_{2j}(a_n) + I_{2j+2}(a_n)] I_{2j}(b_n);$$

$$A_{sm} = [I_{2m-2}(a_n) + 2I_{2m}(a_n) + I_{2(m+1)}(a_n)] I_0(b_n) - \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^{l+m} [I_{2(l-1)}(a_n) + I_{2l}(a_n)] \cdot [I_{2(l+m-1)}(b_n) - I_{2(l+m)}(b_n)] + \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j I_{2j}(b_n) [I_{2(m-l)}(a_n) + I_{2(m-j+1)}(a_n)] + \delta_m^* [I_{2(m-j-1)}(a_n) + I_{2(m-l)}(a_n)] + I_{2(m+j-1)}(a_n) + 2I_{2(m+l)}(a_n) + I_{2(m+j+1)}(a_n);$$

$$A_{c0} = 2I_1(a_n) I_1(b_n) + \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j [I_{2j-1}(a_n) + I_{2j+1}(a_n)] \cdot [I_{2j-1}(b_n) + I_{2j+1}(b_n)];$$

$$A_{cm} = 2I_1(a_n) [I_{2m-1}(b_n) + I_{2m+1}(b_n)] - \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^{l+m} [I_{2(l+m)-3}(a_n) - I_{2(l+m)+1}(a_n)] I_{2l-1}(b_n) + \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j [I_{2j-1}(a_n) + I_{2j+1}(a_n)] \cdot [\delta_m^{*-1} I_{2(m-j)+1}(b_n) + \delta_m^* I_{2(m-l)-1}(b_n) + I_{2(m+j)-1}(b_n) + I_{2(m+l)+1}(b_n)];$$

$$B_{s0} = 2I_1(a_n) I_1(b_n) + \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j [I_{2j-1}(a_n) + I_{2j+1}(a_n)] \times [I_{2j-1}(b_n) + I_{2j+1}(b_n)];$$

$$B_{sm} = 2 [I_{2m-1}(a_n) + I_{2m+1}(a_n)] I_1(b_n) - \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^{l+m} I_{2l-1}(a_n) \times [I_{2(l+m)-2}(b_n) - I_{2(l+m)+1}(b_n)] + \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j [\delta_m^{*-1} I_{2(m-l)+1}(a_n) + \delta_m^* I_{2(m-l)-1}(a_n) + I_{2(j+m)-1}(a_n) + I_{2(j+m)+1}(a_n)] \times [I_{2j-1}(b_n) + I_{2j+1}(b_n)];$$

$$B_{c0} = I_0(a_n) [I_0(b_n) + I_2(b_n)] + \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j I_{2j}(a_n) [I_{2(j-1)}(b_n) +$$

$$\begin{aligned}
& + 2I_{2j}(b_n) + I_{2(j+1)}(b_n)]; \\
B_{cm} = & I_0(a_n)[I_{2(m-1)}(b_n) + 2I_{2m}(b_n) + I_{2(m+1)}(b_n)] - \\
& - \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^{l+m} [I_{2(l+m-1)}(a_n) - I_{2(l+m)}(a_n)] \cdot [I_{2l-1}(b_n) + \\
& + I_{2l}(b_n)] + \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j I_{2j}(a_n) \{ \delta_m^{j-1} [I_{2(m-1)}(b_n) + I_{2(m-j+1)}(b_n)] + \\
& + \delta_m^j [I_{2(m-j-1)}(b_n) + I_{2(m-j)}(b_n)] + I_{2(m+j-1)}(b_n) + 2I_{2(m+j)}(b_n) + \\
& + I_{2(m+j+1)}(b_n) \}; \\
S_0 = & I_1(a_n) I_0(b_n) + \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j [I_{2j-1}(a_n) + I_{2j+1}(a_n)] I_{2j}(b_n); \\
S_m = & [I_{2m-1}(a_n) + I_{2m+1}(a_n)] I_0(b_n) + \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j I_{2j}(b_n) \times \\
& \times [\delta_m^{j-1} I_{2(m-j+1)}(a_n) + \delta_m^j I_{2(m-j)-1}(a_n) + I_{2(m+j)-1}(a_n) + \\
& + I_{2(m+j)+1}(a_n)] - \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^{l+m} I_{2l-1}(a_n) [I_{2(l+m-1)}(b_n) - I_{2(l+m)}(b_n)]; \\
C_0 = & I_0(a_n) I_1(b_n) + \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j I_{2j}(a_n) [I_{2j-1}(b_n) + I_{2j+1}(b_n)]; \\
C_m = & I_0(a_n) [I_{2m-1}(b_n) + I_{2m+1}(b_n)] + \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j I_{2j}(a_n) \times \\
& \times [\delta_m^{j-1} I_{2(m-j+1)}(b_n) + \delta_m^j I_{2(m-j)-1}(b_n) + I_{2(m+j)+1}(b_n) + \\
& + I_{2(m+j)-1}(b_n)] - \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^{l+m} I_{2l-1}(b_n) [I_{2(l+m-1)}(a_n) - I_{2(l+m)}(a_n)].
\end{aligned}$$

Обозначив $k = \frac{a_n}{b_n}$ из (6) имеем

$$HD - EQ - k(PE - GH) = 0. \quad (7)$$

Уравнение (7) решено численными методами с применением ЭВМ. Придавая k различные числовые значения, получаем совокупность изоклин. С их помощью были построены на плоскости (b_n, a_n) фазовые портреты для первых четырех гармоник в случае мягкого режима возбуждения и для первых двух — в случае жесткого с учетом и без учета затухания в резонансном контуре нелинейной параметрической системы.

Жесткий режим возбуждения колебаний соответствует такому значению B_n на амплитудной характеристике [6], при

котором данная параметрическая система может находиться в одном из трех состояний, два из которых устойчивые. Мягкий режим соответствует двум состояниям системы, одно из которых устойчивое. Для жесткого режима возбуждения колебаний R_2 полагались равными 100, 15 ом, значения $B_H=2,5, 3,6$ для $n=1,2$ соответственно. Для мягкого режима R_2 полагались равными 100, 15, 5, 1 ом, значения $B_H=3,6; 5, 5,9; 6,52$ для $n=1,2, 3,4$ соответственно.

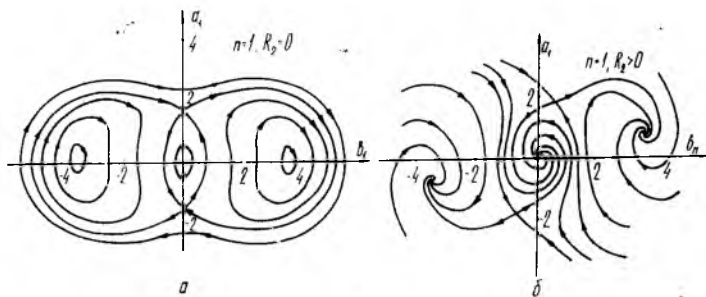


Рис. 2

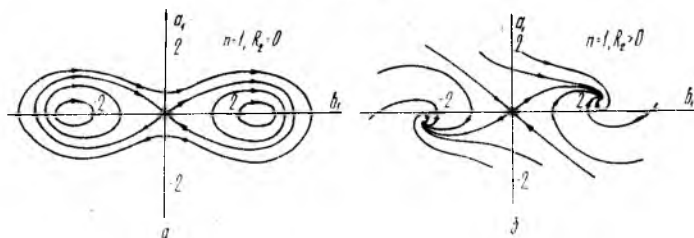


Рис. 3

На рис. 2, 3 приведены фазовые портреты нелинейной параметрической системы для первой гармоники в случаях жесткого и мягкого режимов возбуждения колебаний соответственно.

В жестком режиме возбуждения параметрическая система имеет пять особых точек. При отсутствии активного сопротивления в резонансном контуре система имеет три особые точки типа центра (одна из которых в начале координат) и два типа седла. Две пары однотипных особых точек располагаются в вершинах ромба. Введение затухания деформирует фазовый портрет, ромб переходит в параллелограмм, все точки типа центра становятся устойчивыми фокусами.

В мягком режиме возбуждения нелинейная параметрическая система имеет три особые точки; в начале координат находится особая точка типа седла, а две другие особые точки либо типа центра при $R_2=0$ (в отсутствии затухания), либо типа устойчивого фокуса при наличии затухания.

Следует отметить, что и для мягкого, и для жесткого режимов возбуждения колебаний фазовые портреты для нечет-

ных и четных гармоник имеют сходный характер, но повернуты, приблизительно, на прямой угол при наличии активного сопротивления в резонансном контуре и в точности на 90° при $R_2=0$. Ввиду того, что колебания в резонансном контуре параметрической системы имеют сложный спектральный состав, поиск решения y в монохроматическом виде (3) приводит к погрешностям, которые возрастают с увеличением номера гармоники генерируемого сигнала. Это обстоятельство приводит к затруднениям при построении фазовых портретов для $n>2$ в случае жесткого режима возбуждения колебаний и для $n>4$ в случае мягкого.

Список литературы: 1. Кантор Р. М. Методы обобщенной линеаризации нелинейных колебаний в параметрических резонаторах//Изв. вузов. Радиотехника. 1962. Т. 5, № 3. С. 356—367. 2. Поливанов К. М., Жарков Ф. П., Соколов В. А. Параметрон с ферромагнитным сердечником//Изв. вузов. Радиотехника. 1962. Т. 5, № 5. С. 543—551. 3. Хаяси Т. Нелинейные колебания в физических системах. М., 1968, 432 с. 4. Булгаков Б. М., Чередников П. И., Степанов В. П. Исследование параметрического усилителя-модулятора//Радиотехника и электроника. М., 1974. Т. 19, № 8. С. 1674—1680. 5. Гольдштейн Е. И. Управление частотой параметрических колебаний в индуктивных параметронах без постоянной составляющей в токе возбуждения//Радиотехника и электроника. М., 1977. Т. 22, № 4. С. 783—788. 6. Зуев Н. Г., Титаренко А. М., Чередников П. И. О характеристиках параметрических систем, работающих на высших гармониках. К. 1985. 15 с. Деп. в УкрНИИТИ 17.12.85, № 2771 — УК 85.

Поступила в редколлегию 26.05.87

УДК 621.317.1

А. Н. ЗЕЛЕНИН, канд. техн. наук, Д. В. БОНДАРЬ, А. Г. ЗЕЛЕНИНА,
С. Б. ПРОСКУРИН

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ОЦЕНКА ИНФОРМАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК АВТОГЕНЕРАТОРНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ СИГНАЛОВ ИНФОРМАЦИИ

Автогенераторные преобразователи (АГП) являются распространенными средствами формирования измерительной информации в измерительных (или управляющих) информационных системах [3]. Рассмотрим АГП с частотным информационным параметром в случае, когда изменение выходной частоты происходит в результате подключения (отключения) частично или полностью добавочной емкости C_d в контур LC-автогенератора с помощью чувствительного элемента R-типа, например, терморезистора, фоторезистора, тензорезистора и т. д. В радиотехнике этот способ широко используется при манипуляции частоты автогенератора и в синтезаторах частот при формировании дискретного множества выходных рабочих частот [1]. Для исключения влияния параметров ключа (эквивалента элемента R-типа) в качестве рабочих используются толь-

ко два его состояния: «открыто» — $R \rightarrow 0$ и «закрыто» — $R \rightarrow \infty$.

В АГП подключающий элемент R -типа фактически является чувствительным элементом и обычно располагается в зоне действия влияющих (контролируемых) факторов объекта. В этом случае диапазон рабочих состояний чувствительного эле-

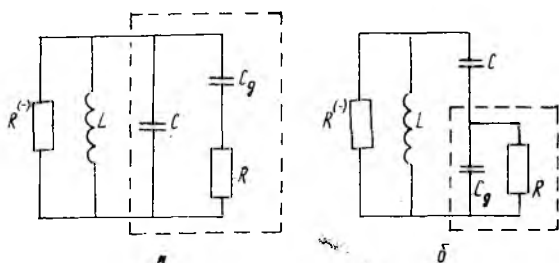


Рис. 1

мента определяется параметрами объекта, и его сопротивление, в принципе, может находиться в пределах $0 \leq R \leq \infty$. Это обстоятельство, в основном, и определяет специфику рассматриваемых АГП.

Для всех значений R при определенных значениях индуктивности L , основной C и добавочной C_d емкости контура можно определить выходную частоту ω и тем самым конкретизировать вид характеристики преобразования (ХП) АГП:

$$\omega = f(R, C, L, C_d).$$

Возможны два варианта подключения добавочной емкости к контуру LC -генератора: с параллельным $C_{\text{пар}}$ -АГП и последовательным $C_{\text{пос}}$ -АГП включением добавочной емкости C_d к основной емкости контура C (рис. 1, а, б). На эквивалентных схемах (рис. 1) активный АГП представлен двухполюсником с отрицательным дифференциальным сопротивлением, модуль которого в рабочей точке $|R^{(-)}|$.

Исследуемые структуры АГП имеют следующие особенности.

1. Изменение параметров R и C_d не приводит к изменению режима активного элемента АГП по постоянному току, поэтому аналитические соотношения для ХП целесообразно представлять в области параметров $\omega|_{R=0} \omega_0, \omega|_{R=\infty} \omega_\infty, \alpha \Delta \frac{C}{C_d} \left(\frac{C_d}{C} \right), R$, т. е. $\omega = f^*(\omega_0, \omega_\infty, \alpha, R)$. Здесь параметры ω_0 и ω_∞ соответствуют базовому модулю АГП, а α, R характеризуют параметры подключаемой цепи. Такой вид представления характеристик преобразования в наибольшей мере отвечает принципу модульности, которому удовлетворяют и рассматриваемые структуры АГП. Действительно, схемотехнические решения $C_{\text{пар}}$ -АГП и $C_{\text{пос}}$ -АГП получаются путем подключения к базовому модулю

АГ дополнительных цепей C_d , R , а сам модуль базового АГ остается без изменений. Поэтому и в характеристиках преобразования целесообразно область параметров аналитического представления ограничить параметрами базового модуля ω_0 , ω_∞ и подключаемой цепи C_d , α , R .

Взяв резонансную частоту контура ω_p в качестве первого приближения ХП для рассматриваемых вариантов АГП, согласно [1] можно записать

$$\omega_p = \sqrt{\frac{\omega_\infty^2 - b^2/R^2}{2}} + \sqrt{\frac{(\omega_\infty^2 - b^2/R^2)^2}{4} + \frac{b^2\omega_0^2}{R}}, \quad (1)$$

где, для схемы $C_{\text{пар}}$ -АГП

$$\omega_\infty = \frac{1}{\sqrt{LC}}; \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L(C+C_d)}}; \quad b = \frac{\sqrt{1+\alpha}}{C_d}, \quad (2)$$

для схемы $C_{\text{пос}}$ -АГП

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}; \quad \omega_\infty = \sqrt{\frac{C_d+C}{CC_dL}}; \quad b = \frac{1}{\sqrt{C_dC(1+\alpha)}}. \quad (3)$$

2. Рассматриваемые структуры АГП ориентированы на разнообразные области практического применения. В частности, в схеме $C_{\text{пар}}$ -АГП параллельная цепь, состоящая из элементов C , C_d и R (пунктир на рис. 1, позиция *а*), является двухполюсной трехэлектродной схемой замещения коаксиального датчика в биологических исследованиях [4]. В схеме $C_{\text{пос}}$ -АГП (рис. 1, позиция *б*) обозначенная пунктиром цепь из элементов C_d , R является схемой замещения двухэлектродной емкостной кондуктометрической ячейки [5].

3. Подключающий элемент R -типа не приводит к затуханию в контуре, если $R=0$ или $R=\infty$. При промежуточных значениях сопротивления чувствительного элемента $0 < R < \infty$ затухание в контур вносится и происходит уменьшение добротности Q , вследствие чего возникают условия для возможного срыва колебаний в АГП. Режиму непрерывной генерации при изменении значений R от нуля до бесконечности соответствует условие $\rho'_1 > \rho'_1$ (4), где

$$\rho'_1 \approx \frac{1}{\alpha} + 2 - \frac{2\sqrt{\alpha(1+\alpha)}}{\alpha}$$

максимальное значение относительного (нормированного по $|R^{(-)}|$) характеристического сопротивления контура, принадлежащее зоне устойчивости (отсутствия колебаний) для схемы $C_{\text{пар}}$ -АГП; $\alpha = C/C_d$ — относительный параметр.

Аналогичные соотношения для схемы $C_{\text{пос}}$ -АГП

$$\rho'_1 \approx \frac{1+2\alpha}{1+\alpha} - \frac{2\sqrt{\alpha(1+\alpha)}}{1+\alpha}; \quad \alpha = \frac{C_d}{C}.$$

Условие (4) в дальнейшем используется в качестве ограничения на параметры АГП.

Уменьшение добротности контура Q приводит к увеличению относительной нестабильности частоты выходного колебания, т. е. росту погрешности АГП. В терминах информационного подхода [2] это приводит к росту энтропийной погрешности Δ ,

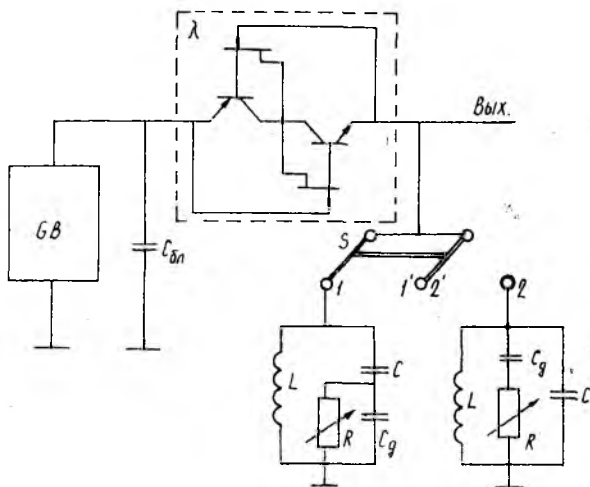


Рис. 2

ухудшению разрешающей способности P_c и уменьшению информационной способности I_c АГП.

При экспериментальном исследовании информационных характеристик АГП в качестве активного элемента в базовом модуле АГ использован λ -диод на составных n -канальном и p -канальном транзисторах. Составные транзисторы обеспечивают увеличение крутизны спадающего участка вольт-амперной характеристики (уменьшение величины отрицательного сопротивления $|R^{(-)}|$) λ -диода, что необходимо для работы АГП с низкодобротными колебательными контурами в широком диапазоне частот. В экспериментальном макете (рис. 2) λ -диод реализован на полупроводниковых триодах КП 303 Е, КТ 361 Д, КП 103 Л и КТ 315 Г без предварительного подбора их по параметрам. Учитывая высокую критичность λ -диода к изменению питающих напряжений, в экспериментальном макете применен регулируемый стабилизатор напряжения. Наличие в макете емкости $C_{бл}$ обеспечивает адекватность теоретической модели (см. рис. 1) исследуемым структурам АГП по переменному току.

В рабочей точке дифференциальное отрицательное сопротивление и собственная емкость λ -диода имели следующие значения: $|R^{(-)}| = 28 \text{ Ом}$; $C_\lambda = 59 \text{ пФ}$.

В ходе исследования экспериментального макета для фиксированных параметров контура L , C и α при определенных зна-

чениях R (0, 5, 10, 20, 33, 56, 100, 300 Ом и $R=\infty$) формировались массивы значений выходных частот (серии по $n=10^2$ наблюдений). Каждая серия разбивалась на $m=7$ бинов с равной шириной d . С учетом количества результатов n_i , попадающих в бин, определялись по каждой серии абсолютная энтропийная погрешность

$$\Delta = \frac{d}{2} \frac{n}{\sum_{i=1}^m n_i \lg n_i}$$

и относительная [2] энтропийная погрешность

$$\gamma = \frac{\Delta n}{\sum_{j=1}^m \omega_j} \cdot 100 \text{ \%}$$

Для характеристики преобразования выходная частота вычислялась как среднее арифметическое значение серии.

В рамках информационного подхода одной из важнейших характеристик АГП следует признать разрешающую способность P_c , определяемую как число достоверно различимых градаций результата измерения (преобразования) во всем диапазоне возможных значений выходной величины. С этих позиций разрешающая способность P_c представляет собой обобщенную метрологическую характеристику АГП. В частности, разрешающая способность P_c косвенно характеризует и информационную способность АГП [2].

Для определения P_c по данным эксперимента учтем, что энтропийная погрешность является функцией текущего значения x преобразуемой величины, т. е. $P_c = F(x \rightarrow R)$. Отдельная ступень P_c зависит от погрешности преобразования 2Δ на данном участке ХП. Для вычисления P_c разобьем всю характеристику преобразования на частотные интервалы и каждому из этих интервалов припишем соответствующее значение энтропийной погрешности Δ . Учитывая то, что значения энтропийных погрешностей определены в точках, соответствующих фиксированным R , разбиение ХП на частотные интервалы целесообразно проводить в окрестностях этих точек. Для этого найдем средние значения частот, соответствующих последовательным значениям R , и используем их как граничные для соответствующего диапазона. Каждому из диапазонов поставим в соответствие постоянную энтропийную погрешность, равную погрешности Δ в одной точке этого диапазона. Для крайних частотных диапазонов это будут значения Δ при крайних значениях R , а для внутренних — значения Δ соответствующей экспериментальной серии, попадающей в этот диапазон. Тогда разрешающая способность в каждом диапазоне

$$P_{cR} = \frac{\omega_{l+1} - \omega_l}{2\Delta_R}$$

Вариант	$R, \text{ Ом}$	$\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \omega_j, \text{ кгЦ}$	$\Delta, \text{ Гц}$	$\gamma, \%$	$ \omega_{i+1} - \omega_i \text{ кгЦ}$	P_{c_k}	
Схема $C_{\text{нос}} = \text{АГП}, C = 10000 \text{ пФ}$							
1	0	592,504	196,50	$3,25 \cdot 10^{-2}$	1,48	3,77	
	5	595,467	344,75	$5,79 \cdot 10^{-2}$	13,74	20,00	
	10	619,993	1832,54	$2,96 \cdot 10^{-1}$	64,68	17,65	
	20	724,834	2071,84	$2,86 \cdot 10^{-1}$	237,99	57,43	
	$C_{\text{д}} = 150 \text{ пФ}$	33	1095,970	3731,50	$3,40 \cdot 10^{-1}$	306,77	41,10
	56	1338,380	2554,14	$1,90 \cdot 10^{-1}$	221,74	43,40	
	100	1539,440	1804,71	$1,17 \cdot 10^{-1}$	225,43	62,45	
	300	1789,230	3248,25	$1,82 \cdot 10^{-1}$	175,80	27,10	
∞	1891,040	4366,80	$2,31 \cdot 10^{-1}$	50,91	5,80		
Итого					$P_c = 278,7$		
Схема $C_{\text{вар}} = \text{АГП}, C = 10000 \text{ пФ}$							
2	0	592,633	234,91	$3,96 \cdot 10^{-2}$	6,90	14,70	
	5	606,329	437,72	$7,22 \cdot 10^{-2}$	13,62	15,55	
	10	619,918	1273,11	$2,05 \cdot 10^{-1}$	66,70	26,20	
	$C_{\text{д}} = 3000 \text{ пФ}$	20	793,650	1290,33	$1,74 \cdot 10^{-1}$	142,43	55,20
	33	904,845	911,30	$1,00 \cdot 10^{-1}$	122,92	67,45	
	56	985,445	1327,00	$1,35 \cdot 10^{-1}$	62,95	23,70	
	100	1030,760	956,03	$9,28 \cdot 10^{-2}$	32,50	17,00	
	300	1050,410	1105,97	$1,05 \cdot 10^{-1}$	27,30	12,35	
∞	1085,440	448,04	$4,13 \cdot 10^{-2}$	17,54	19,60		
Итого					$P_c = 251,75$		
Схема $C_{\text{вар}} = \text{АГП}, C = 10000 \text{ пФ}$							
3	0	470,292	1015,94	$2,16 \cdot 10^{-1}$	3,00	1,42	
	10	476,372	301,03	$6,31 \cdot 10^{-2}$	29,55	49,08	
	20	529,247	535,89	$1,01 \cdot 10^{-1}$	40,30	37,60	
	$C_{\text{д}} = 10000 \text{ пФ}$	33	557,107	879,06	$1,58 \cdot 10^{-1}$	52,30	29,75
	56	633,788	565,12	$8,91 \cdot 10^{-2}$	61,15	54,12	
	100	679,535	755,87	$1,11 \cdot 10^{-1}$	35,55	23,51	
	300	704,836	675,07	$9,57 \cdot 10^{-2}$	12,65	9,37	
	Итого					$P_c = 204,85$	
Схема $C_{\text{вар}} = \text{АГП}, C = 10000 \text{ пФ}$							
4	0	404,086	1047,01	$2,59 \cdot 10^{-1}$	63,93	30,53	
	10	531,962	391,99	$7,37 \cdot 10^{-2}$	68,00	86,74	
	20	540,073	136,08	$2,51 \cdot 10^{-2}$	17,08	62,79	
	33	566,127	176,96	$3,12 \cdot 10^{-2}$	38,53	108,84	
	$C_{\text{д}} = 16000 \text{ пФ}$	56	617,125	699,03	$1,13 \cdot 10^{-1}$	50,75	36,30
	100	667,627	455,84	$6,84 \cdot 10^{-2}$	42,98	47,14	
	300	703,098	399,92	$5,69 \cdot 10^{-2}$	17,74	22,18	
	Итого					$P_c = 394,52$	

где k — порядковый номер диапазона; ω_{i+1}, ω_i — граничные частоты диапазона.

Разрешающая способность АГП $P_c = \sum_k P_{c_k}$.

Результаты исследований приведены в таблице.

Анализ экспериментальных результатов подтвердил предположение о сложном характере распределения погрешностей

АГП по диапазону. Для исследованных вариантов АГП отмечено возрастание энтропийных погрешностей в диапазонах частот ХП с наибольшей крутизной. Это закономерно, так как в этих диапазонах происходит существенное уменьшение добротности контура АГП из-за внесения активных потерь от чувствительного элемента R -типа. Несмотря на то, что в целом увеличение диапазона перестройки АГП приводит к возрастанию разрешающей способности, в рамках системного применения исследованных АГП в целях достижения максимума информационной способности необходим более тщательный подход к выбору структуры АГП и ее параметров. Так, несмотря на более высокую разрешающую способность варианта 1 $S_{\text{пос-АГП}}$, в области малых значений сопротивлений чувствительного элемента R -типа, обусловленного спецификой характеристик контролируемого параметра системы, например, $R=0...10$ Ом, более обоснованно использование варианта 2. При $R>100$ Ом из исследованных схем $S_{\text{пос-АГП}}$ несомненно предпочтительней вариант 1.

Полученные результаты подтверждают важность и необходимость априорных сведений о контролируемом объекте (процессе) при выборе того или иного варианта АГП и его параметров в рамках максимизации информационной способности в рабочем диапазоне.

Список литературы: 1. *Лучук А. М.* Устройства передачи дискретной информации. К., 1978. 260 с. 2. *Новицкий П. В.* Основы информационной теории измерительных устройств. Л., 1968. 248 с. 3. *Ари Э. И.* Автогенераторные измерения. М., 1976. 136 с. 4. *Кнеллер В. Ю., Боровских Л. П.* Определение параметров многоэлементных двухполюсников. М., 1986. 143 с. 5. *Кулаков М. В.* Технологические измерения и приборы для химических производств. М., 1983. 423 с.

Поступила в редколлегию 08.05.87

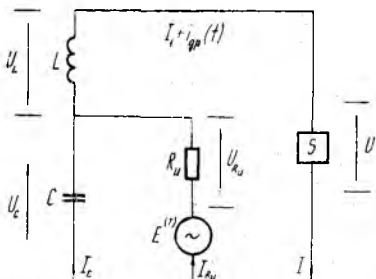
УДК 621.391.82

Л. И. БИБЕРМАН, канд. техн. наук, *В. В. ЦАРЕВ*, канд. техн. наук,
Л. П. ЗАХАРОВ

ИССЛЕДОВАНИЕ ФЛУКТУАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК АВТОГЕНЕРАТОРНОГО ДАТЧИКА НА НЕГАТРОНЕ

Автогенераторы квазигармонических колебаний, выполненные на активных элементах (АЭ) с отрицательным дифференциальным сопротивлением (ОДС) — негатронах, — достаточно широко используются в различных радиоэлектронных системах и приборах, в том числе — при разработке автогенераторных датчиков (АГД) порогового и допускового контроля параметров процессов различной физической природы. Благодаря высоким чувствительности и помехозащищенности, надежности

и технологичности, экономичности потребления энергии источника питания и малым масса-габаритным показателям АГД нашли применение при дистанционном контроле автономных труднодоступных объектов с использованием радиоканала связи с частотным разделением [1]. При этом важность оценки флуктуаций в генераторе на негатроне определяется тем, что расширение спектральной линии генератора ведет к уменьшению числа параллельных каналов связи в ограниченном участке частотного диапазона, выделяемом для передачи измерительной информации с автономных объектов.



В работе исследуются естественные флуктуации (тепловой шум сопротивлений и дробовый шум АЭ) параметров порогового АГД на негатроне [2] и их влияние на спектр колебаний автогенератора.

Эквивалентная схема АГД на негатроне с вольт-амперной характеристикой (ВАХ) типа S с учетом источников шумов приведена на рисунке. Переменное активное сопротивление R_n выполняет функцию первичного измерительного преобразователя датчика, тепловые флуктуации R_n учтены включением источника случайной ЭДС $\varepsilon^{(T)}$. Из-за дробового шума АЭ ток I состоит из двух частей — тока I_1 , зависящего от напряжения на негатроне, и шумовой составляющей $i_{др}(t)$.

С помощью описанной в [2] методики получено нелинейное дифференциальное уравнение АГД с учетом шумов

$$E(t) = L\dot{i}_1 + \left[\frac{L}{R_n C} + \frac{df(I_1)}{I_1} \right] i_1 + \frac{1}{C} I_1 + \frac{1}{R_n C} f(I_1), \quad (1)$$

где

$$E(t) = -L \frac{d^2 i_{др}(t)}{dt^2} + \left(|R| - \frac{L}{R_n C} \right) \frac{d i_{др}(t)}{dt} + \left(\frac{|R|}{R_n C} - \frac{1}{C} \right) i_{др}(t) + \frac{1}{R_n C} \varepsilon^{(T)}; \quad (2)$$

$f(I_1)$ — ВАХ негатрона; $|R|$ — модуль ОДС в точке перегиба ВАХ негатрона.

Уравнение (1) может быть записано в общем виде

$$\frac{d^2 x}{d\tau^2} + \omega_0^2 x + \varepsilon F\left(x, \frac{dx}{d\tau}\right) = \omega_0^2 E(t), \quad (3)$$

где $\tau = t \sqrt{\frac{bm|R|^2 C^2}{m-1}}$ — безразмерное время; $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$;

$b = \frac{L}{|R|^2 C}$, $m = \frac{R_H}{|R|}$, $x = \frac{I_1}{\sqrt{\varepsilon}}$ — относительные параметры

контура; $F(x, \frac{dx}{d\tau}) = \frac{dx}{d\tau} \frac{1}{\sqrt{bm(m-1)}} \cdot (mx^2 - 1) + \frac{1}{3(m-1)} x^3$;

ε — малый параметр, характеризующий удаление автоколебательной системы от границы области устойчивости.

Для определения естественной ширины спектральной линии АГД и расчета энергетического спектра колебаний используем метод уравнения Эйнштейна—Фоккера—Планка [3], предложенный для решения задачи о флуктуациях, и считаем, что случайные источники имеют малое время корреляции по сравнению с временами релаксации амплитуд и фаз. Фазу в данном случае нельзя считать медленно меняющейся переменной, поэтому вместо амплитуды и фазы удобнее использовать декартовы переменные $x_1 = \sqrt{\varepsilon \cdot mA} \cos \varphi$, $x_2 = \sqrt{\varepsilon \cdot mA} \sin \varphi$, а вместо переменных x , \dot{x} в уравнении (3) ввести медленные переменные x_1 , x_2 определяемые соотношениями

$$x = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon m}} (x_1 \cos \omega_0 \tau, -x_2 \sin \omega_0 \tau);$$

$$\dot{x} = \frac{\omega_0}{\sqrt{\varepsilon \cdot m}} (-x_1 \sin \omega_0 \tau, -x_2 \cos \omega_0 \tau).$$

Для переменных x_1 и x_2 методом усреднения получены следующие уравнения первого приближения:

$$\dot{x}_1 = \frac{1}{2} \left[\varepsilon - \frac{x_1^2 + x_2^2}{4} \right] x_1 - \omega_0 \eta_1(t);$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{2} \left[\varepsilon - \frac{x_1^2 + x_2^2}{4} \right] x_2 - \omega_0 \eta_2(t),$$

где $\eta_1(t) = \sqrt{\varepsilon m E(t) \sin \omega_0 \tau}$; $\eta_2(t) = \sqrt{\varepsilon m E(t) \cos \omega_0 \tau}$.

Следует отметить, что при решении уравнения (3) предполагается стационарность случайного процесса $E(t)$ и известна его спектральная плотность $S_E(\omega)$. Тогда для корреляционных функций случайных процессов $x_1(t)$ и $x_2(t)$ выполняются соотношения

$$K_{x_1}(\theta) = K_{x_2}(\theta); K_{x_1 x_2}(\theta) = 0.$$

Откуда для корреляционной функции автоколебаний $x(t)$ получено выражение

$$K_x(\theta) = K(\theta) \cos \omega_0 \theta, \quad (4)$$

где $K(\theta) = \frac{1}{\varepsilon m} K_{x_1}(\theta) = \frac{1}{\varepsilon m} K_{x_2}(\theta)$.

Из (4) следует, что спектральная плотность автоколебаний $x(t)$ выражается через спектральную плотность случайных процессов $x_1(t)$ и $x_2(t)$ следующим образом:

$$\tilde{S}_x(\omega) = S(\omega - \omega_0),$$

где

$$S(\omega) = \frac{1}{\varepsilon \cdot m} S_{x_1}(\omega) = \frac{1}{\varepsilon \cdot m} S_{x_2}(\omega).$$

Следовательно, для определения формы и ширины спектра колебаний АГД требуется вычислить спектральные плотности переменных x_1 и x_2 . С этой целью для плотности вероятности указанных переменных записывается двумерное уравнение Эйнштейна—Фоккера—Планка

$$\begin{aligned} \frac{d\omega}{dt} = & -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_1} \left[x_1 \left(\varepsilon - \frac{x_1^2 + x_2^2}{4} \right) \omega \right] - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_2} \times \\ & \times \left[x_2 \left(\varepsilon - \frac{x_1^2 + x_2^2}{4} \right) \omega \right] + \frac{N}{2} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial x_2^2} \right), \end{aligned} \quad (5)$$

где
$$N = K_{11} = K_{22} = \frac{\varepsilon m}{4} \omega_0^2 \tilde{S}_E(\omega_0). \quad (6)$$

В полярных координатах ρ и φ , переход к которым в уравнении (5) осуществляется по формулам

$$x_1 = \sqrt[4]{N} \rho \cos \varphi; \quad x_2 = \sqrt[4]{N} \rho \sin \varphi$$

последнее уравнение запишем в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial t} = & \frac{VN}{2} \left\{ \frac{\partial^2 \omega}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \omega}{\partial \rho} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \rho} \times \right. \\ & \left. \times \left[\rho \left(\frac{\rho^2}{2} - a \right) \omega + \frac{1}{2} \left(\frac{\rho^2}{2} - a \right) \omega \right] \right\}, \end{aligned} \quad (7)$$

где $a = \frac{2\varepsilon}{N}$.

Решая уравнение (7) методом разделения переменных, можно определить двумерное распределение вероятностей ρ и φ , с помощью которого вычисляются корреляционные функции $K_{x_1}(\theta), K_{x_2}(\theta), K_{x_1 x_2}(\theta)$ и определяется спектральная плотность колебаний $\tilde{S}_x(\omega)$. Решение поставленной задачи, как показано в [3], вызывает значительные затруднения, а искомое выражение для спектральной плотности $\tilde{S}_x(\omega)$ получается достаточно громоздким. Анализ существенно упрощается, если учесть специфику функционирования пороговых АГД и рассмотреть два предельных случая.

1. Большие превышения над порогом генерации ($\varepsilon > 1$). В этом случае выражение для спектральной плотности имеет вид

$$\tilde{S}_x(\omega) = A^2 \left\{ \frac{\lambda_{10}}{(\omega - \omega_0)^2 + \lambda_{10}} + \frac{\delta A^2}{A^2} \frac{\lambda_{11}}{(\omega - \omega_0)^2 + \lambda_{11}^2} \right\}, \quad (8)$$

где $\lambda_{10} = \frac{N}{8\varepsilon}$; $\lambda_{11} = \varepsilon$; $\delta A^2 = \frac{N}{2m \cdot \varepsilon^2}$; $A^2 = \frac{\sqrt{N} \rho^2}{\varepsilon \cdot m}$.

Из (8) следует, что в рассматриваемом приближении спектр автоколебаний $x(t)$ АГД описывается суммой двух лоренцевских (резонансных) линий, одна из которых имеет ширину λ_{10} , а другая — λ_{11} .

2. Вблизи порога генерации ($0 < \varepsilon \ll 1$). Тогда для спектра $x(t)$ из (7) получена зависимость

$$\tilde{S}_x(\omega) = A^2 \left[\frac{0,98 \cdot \lambda_{10}}{(\omega - \omega_0)^2 + \lambda_{10}^2} + \frac{0,01 \cdot \lambda_{11}}{(\omega - \omega_0)^2 + \lambda_{11}^2} \right], \quad (9)$$

где $\lambda_{10} \approx 0,45 \sqrt{N}$; $\lambda_{11} \approx 2 \sqrt{N}$.

Отсюда видно, что спектр автоколебаний $x(t)$ практически состоит из одной линии, ширина которой равна λ_{10} . Интенсивности всех других линий значительно меньше.

Отметим, что если выше порога генерации амплитудные и фазовые флуктуации дают линии спектра существенно различной ширины, то вблизи порога формы этих линий близки друг к другу и их разделение интереса не представляет.

На основе рассмотренных предельных случаев можно сделать вывод о том, что почти вся энергия автоколебаний АГД $x(t)$ сосредоточена в лоренцевской линии, ширина которой определяется собственным значением λ_{10} , т. е. можно считать, что величина λ_{10} характеризует ширину спектра автоколебаний $x(t)$. Поэтому формулу для λ_{10} при исследовании спектральных характеристик порогового АГД удобно записать в виде

$$\lambda_{10} = \frac{m(\varepsilon) N}{2\rho^2},$$

где $m(\varepsilon)$ — некоторая функция превышения над порогом генерации.

Оценка спектральной плотности шума $S_E(\omega_0)$ выполняется при условии, что дробовый шум $A\Theta S_{др}(\omega)$ и тепловой шум сопротивления $R_{ш} - S_T(\omega)$ являются «белым» шумом и с достаточной степенью точности описываются известными зависимостями

$$S_{др}(\omega) = \frac{1}{2\pi} eI_A; \quad S_T(\omega) = \frac{1}{\pi} kTR_{ш}, \quad (10)$$

где e — заряд электрона; I_A — величина тока в рабочей точке АЭ; k — постоянная Больцмана; T — абсолютная температура.

С этой целью используем правую часть уравнения (3), которую с учетом (2) перепишем в виде

$$E(t) = \omega^{-2} \left[-L \frac{d^2 i_{\text{ап}}(t)}{dt^2} + \left(\frac{|R| R_{\text{н}} C - L}{R_{\text{н}} C} \right) \frac{d i_{\text{ап}}(t)}{dt} + \left(\frac{|R| - R_{\text{н}}}{R_{\text{н}} C} \right) i_{\text{ап}}(t) + \frac{1}{R_{\text{н}} C} \varepsilon^{(T)} \right], \quad (11)$$

Далее с помощью известной формулы для определения спектральной плотности шума [4]

$$S_E(\omega) = b_0 + b_2 \omega^2 + b_4 \omega^4, \quad (12)$$

в которой коэффициенты b_0 , b_2 , b_4 находятся из (10), (11)

$$b_0 = \left[\left(\frac{|R| - R_{\text{н}}}{R_{\text{н}} C} \right)^2 \frac{1}{2\pi} e I_A + \left(\frac{1}{R_{\text{н}} C} \right)^2 \frac{1}{\pi} k T R_{\text{н}} \right] \omega_0^{-4};$$

$$b_2 = \left\{ \left[\left(\frac{|R| R_{\text{н}} C - L}{R_{\text{н}} C} \right)^2 + 2 \left(\frac{|R| - R_{\text{н}}}{R_{\text{н}} C} \right) L \right] \frac{1}{2\pi} e I_A \right\} \omega_0^{-4};$$

$$b_4 = \left(L^2 \frac{1}{2\pi} e I_A \right) \omega_0^{-4}$$

и при условии $\omega = \omega_0$, получено выражение для спектральной плотности естественных шумов порогового АГД

$$\begin{aligned} \tilde{S}_E(\omega_0) = & \frac{1}{2\pi} \left\{ L^2 e I_A + e I_A \left[\left(\frac{|R| R_{\text{н}} C - L}{R_{\text{н}} C} \right)^2 + \right. \right. \\ & \left. \left. + 2L \left(\frac{|R| - R_{\text{н}}}{R_{\text{н}} C} \right) \right] \omega_0^{-2} + \left[e I_A \left(\frac{|R| - R_{\text{н}}}{R_{\text{н}} C} + \right)^2 k T R_{\text{н}} \times \right. \right. \\ & \left. \left. \times \left(\frac{1}{R_{\text{н}} C} \right)^2 \right] \omega_0^{-4} \right\}. \quad (13) \end{aligned}$$

Ширина резонансной линии АГД λ_{10} находится путем подстановки зависимости (13) в (6), определения коэффициента N и вычисления λ_{10} по формулам $\lambda_{10} = \frac{N}{8\varepsilon}$ либо $\lambda_{10} \approx 0,45 \sqrt{N}$.

Численная оценка спектральной плотности $\tilde{S}_x(\omega)$ естественных шумов, выполненная для ряда реальных схем автогенераторов на негатронах с большими потерями в контуре [1] вблизи порога генерации показала, что ширина резонансных линий λ_{10} не превышает величины порядка $(1-7) \cdot 10^{-14}$, что, как и следовало ожидать, на один-два порядка превышает ширину спектральной линии генераторов без учета потерь в колебательном контуре [4].

Анализ полученных выражений показал, что ширина спектральной линии АГД практически зависит от всех параметров устройства, однако наибольшее влияние оказывает параметр ϵ . Поэтому с точки зрения сужения спектральной линии АГД должен работать в режиме, при котором удаление от порога самовозбуждения составляет не менее $(3-5)\epsilon$. Другой перспективный путь уменьшения флуктуаций — использование в качестве АЭ автогенераторов составных негатронов, синтезируемых на основе полевых транзисторов с низким уровнем естественных шумов.

Следует отметить, что несмотря на использование идеализированной эквивалентной схемы АГД без учета дополнительных реактивностей и активных сопротивлений, упрощенной модели аппроксимирующего полинома ВАХ негатрона и ряда других ограничений, флуктуационный анализ оказался достаточно сложным. Если же при исследовании учесть реально существующие реактивности негатрона, параметры материала из которого изготовлен АЭ, влияние амплитуды автоколебаний на шумы, фликкерные флуктуации частоты, зависимости параметров автоколебательной системы от температуры, механических воздействий, нестабильности источников питания и прочие воздействия, которые могут в значительной степени влиять на флуктуационные характеристики реального устройства, то теоретическая модель станет крайне громоздкой, а сама задача трудноразрешимой.

В то же время необоснованное пренебрежение некоторыми из них приводит в ряде случаев к существенным расхождениям теории и эксперимента. По-видимому, дальнейшее развитие исследований шумовых характеристик автогенераторов и устройств, выполненных на их основе, должно происходить в направлении построения системы моделей, каждая из которых является частным случаем обобщенной модели, имеет определенные границы применения и в этих границах может использоваться для теоретических оценок.

Отметим также, что полученные теоретические модели могут использоваться для оптимизации характеристик негатронов и режимов их функционирования в автогенераторах, что, в частности, при совершенствовании технологии производства полупроводниковых приборов с ОДС и разработкой схемных их аналогов предполагает улучшение флуктуационных характеристик широкого класса радиоэлектронных схем, использующих негатронный эффект.

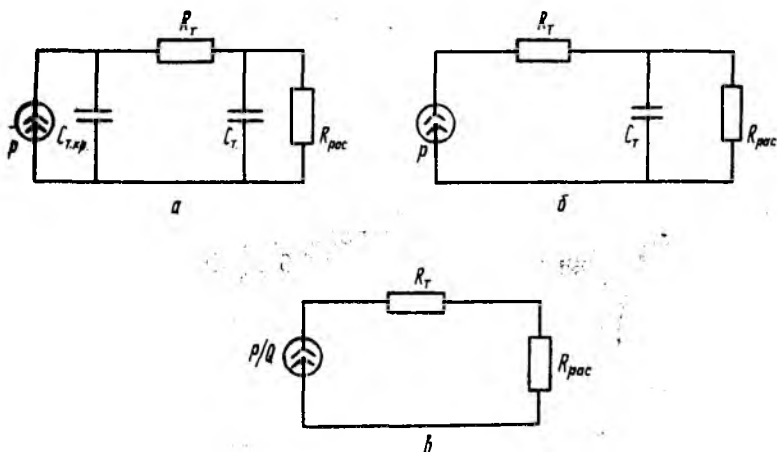
Список литературы: 1. Биберман Л. И. Широкодиапазонные генераторы на негатронах. М., 1982. 88 с. 2. Биберман Л. И., Царев В. В., Захаров Л. П. Исследование режима возбуждения генератора на негатроне типа S//Радио-техника. 1988. Вып. 87. С. 33—39. 3. Ланда П. С. Автоколебания в системах с конечным числом степеней свободы. М., 1980. 380 с. 4. Малахов А. Н. Флуктуации в автоколебательных системах. М., 1968. 660 с.

Поступила в редколлегию 10.02.87

Б. Г. БОНДАРЬ, канд. техн. наук

КОМПАКТНЫЙ ТРАНЗИСТОРНЫЙ ПЕРЕДАТЧИК ДЛЯ МЕТЕОРНОЙ СВЯЗИ

Главная особенность радиолиний метеорной связи состоит в том, что большую часть времени они находятся в режиме ожидания метеорного следа, создающего условия распространения



на трассе. В таком режиме транзисторные генераторы обладают существенным преимуществом перед ламповыми, так как не расходуют энергию на подогрев катодов и потребляют ее (работая в классе *B*) только при передаче сигналов.

Особенность транзисторного генератора, разработанного на мощных биполярных транзисторах КТ971А состоит в том, что при колебательной мощности одного транзистора 150 Вт система теплоотвода рассчитана только на кратковременную работу генератора с отводом тепла за счет теплоемкости элементов конструкции, в том числе радиатора. При этом эффективность теплоотвода определяется массой и теплоемкостью радиатора. Упрощенная схема, основанная на электротепловой аналогии приведена на рисунке, позиция *a*. Здесь $C_{т.кр}$ — теплоемкость кристалла транзистора, C_t — теплоемкость транзистора с радиатором, R_t — внутреннее тепловое сопротивление системы транзистор—радиатор, $R_{р.с}$ — тепловое сопротивление радиатора. Учтя порядок величин, эту схему можно свести к еще более простой на рисунке, позиция *б*. Переходный процесс в этой схеме можно описать уравнением

$$\Delta T = PR_t + PR_{р.с} (1 - e^{-\frac{t}{R_{р.с} C_t}}).$$

где ΔT — перегрев кристалла транзистора (превышение температуры кристалла над температурой окружающей среды); t — время работы генератора. Первое слагаемое здесь представляет перегрев кристалла транзистора за счет внутреннего теплового сопротивления R_T , второе — дополнительный перегрев, скорость нарастания которого определяется тепловой емкостью конструкции. При условии $t \ll R_{p.c} C_T$ перегрев

$$\Delta T \approx P \left(R_T + \frac{t}{C_T} \right),$$

т. е. практически линейно нарастает во времени со скоростью, обратно пропорциональной C_T . Считая, что рассеиваемая мощность генератора такого же порядка, что и колебательная (так как КПД УКВ транзисторного генератора невысок) при массе радиатора 0,1 кг, рассеиваемой мощности $P=150$ Вт, удельной теплоемкости дюралюминия 0,9 кДж/(кг·К) за 10 с непрерывной работы перегрев радиатора составит 17 К.

Перегрев кристалла за счет падения на внутреннем тепловом сопротивлении транзистора $R_T \approx 0,5$ К/Вт составит приблизительно 75 К.

Таким образом, при максимально допустимой температуре кристалла транзистора 423 К и при названных выше условиях дополнительный перегрев радиатора сверх того, что определяется внутренним тепловым сопротивлением транзистора в установленном режиме невелик. Следовательно, даже при массе радиатора меньшей, чем 0,1 кг возможна работа генератора в непрерывном режиме по крайней мере на протяжении нескольких десятков секунд наружной поверхности радиатора выбирается так, чтобы обеспечить тепловое сопротивление $R_{p.c}$, необходимое для непрерывной работы генератора в импульсном режиме со скважностью $Q \geq 40$. Этому условию соответствует электро-тепловая схема (на рисунке позиция в), а тепловое сопротивление радиатора находится из условия

$$R_{p.c} \leq \frac{T_{\text{доп}} - T_{\text{окр}}}{P/Q} - R_T.$$

Здесь $T_{\text{доп}}=424$ К — максимально допустимая температура кристалла; $T_{\text{окр}}$ — температура окружающей среды.

Дюралюминий является наиболее подходящим материалом для изготовления радиаторов, так как он достаточно прочен, не требует дополнительной защиты, обладает высокой теплоемкостью и теплопроводностью, однако вполне приемлемы и широко применяемые для изготовления радиаторов алюминий, медь, силумин и др.

Для обеспечения нормального теплового режима передающего устройства алгоритм управления радиолинией метеорной связи предусматривает ограничение максимальной продолжи-

тельности непрерывной работы передатчика 10 с. Это позволило при колебательной мощности порядка 2 кВт ограничить массу передающего устройства 600 г.

Поступила в редколлегию 03.12.87

УДК 621.391

М. А. ИВАНОВ, И. И. СВАТОВСКИЙ

СИГНАЛЬНО-ЦИКЛОВАЯ синхронизация приемников ФАЗОВО-ЧАСТОТНО-МАНИПУЛИРОВАННЫХ КОЛЕБАНИЙ С «АБСОЛЮТНЫМ» ПРЕДСТАВЛЕНИЕМ ПЕРЕДАВАЕМЫХ СООБЩЕНИЙ

В настоящее время задачи цикловой синхронизации и сигнального фазирования (т. е. устранение влияния случайных скачков фазы восстановленных несущих) когерентных приемников информационных колебаний, как правило, решаются отдельно, причем в этом случае применяется обычно относительное представление передаваемых сообщений [1; 2]. Однако при этом заметно снижается верность связи и существенно ограничиваются реальные возможности практического использования помехоустойчивых кодов [2]. Учитывая идентичность характера влияния нарушений сигнального и циклового синхронизма на качество обработки принимаемых сообщений, представляется целесообразным исследование возможностей одновременного решения данных задач для приемника перспективных фазово-частотно-манипулированных (ФЧМ) колебаний [3] с «абсолютным» представлением передаваемой информации.

Отметим, что для большинства современных систем цифровой связи при достаточно высоком качестве передачи информации сбой сигнального и циклового синхронизма, как правило, можно считать взаимно независимыми одиночными случайными событиями с конечной (ненулевой) вероятностью

$$1 \gg p_c(1) \gg p_c(2) \gg \dots > 0 \quad (1); \quad 1 \gg p_u(1) \gg p_u(2) \gg \dots > 0; \quad (2)$$
$$\left. \begin{aligned} p_c &\approx \text{const}(p_u) \\ p_u &\approx \text{const}(p_c) \end{aligned} \right\}, \quad \forall p_c, p_u \ll 1, \quad (3)$$

а для стационарных условий передачи дискретных сообщений, кроме того справедливо $p_c, p_u \approx \text{const}(t)$ (4), где $p(1)$ — вероятность одиночного нарушения состояния синхронизма на текущем тактовом интервале; $p(2), p(3), \dots$ — вероятность двух, трех, ... подряд следующих сбоев синхронизма на соседних и смежных с текущим тактах; подстрочные символы (с) и (ц) характеризуют сигнальный и цикловой синхронизм, соответственно.

Анализ выражений (1) — (4) показывает, что сигнально-цикловую синхронизацию возможно организовать в режиме

дискретного времени, т. е. периодическим контролем наличия синхронизма. Заметим также, что реальная эффективность сигнального (циклового) фазирования в целях обнаружения и устранения влияния перескоков начальной фазы восстановленных несущих (вставок либо выпадений символов) существенно снижается при наличии одновременно и нарушений циклового (сигнального) синхронизма, особенно на фоне практически неизбежных ошибок передачи и сбоев декодирования [2]. Это обуславливает актуальность постановки цели данной работы в приведенной выше формулировке, корректность которой обосновывается тем, что для обработки полосно-эффективных и, следовательно, неортогональных ФЧМ колебаний оптимальным является демодулятор с когерентным фазовым и некогерентным частотным каналами [3]. Поэтому последний нечувствителен к текущей неопределенности начальной фазы опорных колебаний, что автоматически гарантирует инвариантность циклового фазирования в частотном канале данного ФЧМ приемника к неоднозначности отсчета и случайным скачкам начальной фазы восстановленных несущих. Это, в свою очередь, обеспечивает принципиальную возможность и практическую предпочтительность разделения функций цикловой и сигнальной синхронизации соответственно между некогерентным частотным и когерентным фазовым каналами отмеченного ранее оптимального приемника полосно-эффективных ФЧМ колебаний. Цикловое фазирование последнего из указанных каналов целесообразно осуществлять по результатам решения данной задачи в первом из них.

При сигнально-цикловом фазировании приемника ФЧМ колебаний принципиально возможны два основных варианта извлечения синхронинформации из принимаемых сообщений: а) при передаче безыбыточных сообщений — на основании включаемых в данные сообщения на передающей стороне специальных синхроставок; б) при передаче избыточных сообщений (например, защищенных от ошибок применением помехоустойчивых кодов) — путем использования этой внутренней избыточности.

Исследуем практические возможности решения поставленной выше задачи для указанных случаев. В первом из них в оба информационных потока, передаваемых манипуляцией частоты и фазы несущего колебания, периодически (и одновременно в оба потока) включаются специальные синхрокомбинации известного вида с хорошими аperiodическими автокорреляционными свойствами, например — последовательности Баркера или Неймана—Гофмана [1] a_1, a_2, \dots, a_m и b_1, b_2, \dots, b_m соответственно, причем

$$\sum_{i=1}^m (a_i \oplus b_i) \equiv 0, \quad (5)$$

где \oplus — знак суммирования по модулю два; m — натуральное число (разрядность синхрокомбинаций).

Синхронность включения данных комбинаций в оба информационных потока позволяет произвести определение циклового синхронизма одновременно в частотном и фазовом подканалах приемника на основании последовательного (потактового) сравнения символов данных потоков с генерируемой в приемнике образцовой синхрокомбинацией c_1, c_2, \dots, c_m . Однако решение данной задачи в фазовом подканале ФЧМ приемника существенно затруднено влиянием неоднозначности фазы опорного колебания, являющейся принципиальным недостатком всех методов формирования из принимаемых информационных сигналов опорного колебания для когерентной демодуляции [1; 2]. При этом начальная фаза опорного колебания на каждом такте может принимать лишь одно из информационных (разрешенных) значений начальной фазы сигнала $\varphi_{0n} \in \{\varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_k\}$, где $\log_2(k+1)$ — кратность фазовой манипуляции. В случае отсутствия канальных ошибок всем возможным значениям начальной фазы опорного колебания однозначно соответствуют различные варианты трансформации тестовой кодовой комбинации.

Учитывая указанные свойства фазового подканала ФЧМ приемника, а также некогерентность, и следовательно, инвариантность его частотного подканала к текущей неопределенности и скачкам начальной фазы принимаемых сигналов, представляется целесообразным осуществлять цикловую синхронизацию только в частотном подканале. А так как синхрокомбинации в оба подканала приемника поступают одновременно, то по результатам установления циклового синхронизма в частотном подканале одновременно принимается решение и о цикловом разировании в фазовом подканале. Это одновременно обеспечивает возможность установления сигнального синхронизма в фазовом подканале. С использованием метода мажоритарной обработки [4] синтезировано решающее правило установления сигнально-циклового синхронизма в ФЧМ приемнике, заключающееся в одновременном выполнении двух условий:

$$R_{cu}^{ij} = \begin{cases} \text{Maj}(a_i^* \oplus c_1, \dots, a_{i+m}^* \oplus c_m) = 1; \\ \max_i [\text{Maj}(b_i^* \oplus c_1^i, \dots, b_{i+m}^* \oplus c_m^i)] = 1, \end{cases} \quad (6)$$

где $i=1, 2, \dots, M-1$; M — количество информационных и синхронизирующих символов в передаваемых блоках; $j=0, 1, \dots, k$; $\text{Maj}(x_1, x_2, \dots, x_m)$ — мажоритарная функция от m двоичных переменных, причем

$$\text{Maj}(x_1, x_2, \dots, x_m) = \begin{cases} 1, & \text{при } \sum_{g=1}^m x_g \geq l, l \in [1, m]; \\ 0, & \text{при } \sum_{g=1}^m x_g < l, l \in [1, m], \end{cases}$$

(знаком * обозначены принятые символы соответствующих переданных синхрокомбинаций). Значение порога решения l определяется требованиями к качеству выделения синхрокомбинаций. Для выполнения условия полного совпадения переданных и образцовой синхрокомбинаций устанавливается $l = m$.

Решение по правилу (6) об установлении сигнально-циклового синхронизма выносится параллельно-последовательно, т. е. одновременно производится поиск циклового синхронизма в частотном подканале ФЧМ приемника и сложение по модулю два текущих символов в его фазовом подканале с $(k+1)$ вариантами синхрокомбинации, соответствующими определенным значениям фазы опорного колебания. Решение об установлении циклового синхронизма в частотном и фазовом подканалах приемника выносится по совпадению кодовой комбинации, символы которой занимают определенное местоположение в информационном потоке частотного подканала, с образцовой синхрокомбинацией. Затем по совпадению кодовой комбинации, символы которой занимают такое же положение в информационном потоке фазового подканала, с одним из $(k+1)$ вариантов синхрокомбинации принимается решение об установлении сигнального синхронизма. Установленный номер j указанного варианта синхрокомбинации соответствует текущему значению фазы опорного колебания. При отличии текущего значения фазы от априорно принятого за нулевое производится коррекция текущей фазы опорного колебания путем введения фазового сдвига, значение которого определяется из условия выполнения равенства $\varphi_0 = \varphi_j + 2\pi j/k$ (7), где φ_0 — фаза, условно принятая за нулевую; φ_j — текущая фаза.

В случае помехоустойчивого кодирования передаваемых сообщений для сигнально-циклового синхронизации целесообразно использовать вносимую при этом избыточность. Особый интерес представляет организация синхронизации при использовании высокоскоростных систематических самоортогональных сверточных кодов, характеризующихся рядом существенных преимуществ по сравнению с блоковыми и другими кодами [2; 4].

Найдем решение задачи сигнально-циклового фазирования ФЧМ приемника для теоретически и практически важного случая порогового декодирования указанных ранее кодов. При высокоскоростном кодировании со скоростью $n/n+1$ информационный поток разбивается на группы из n символов, к каждой из которых добавляется один проверочный символ, формируемый по следующему правилу [4]:

$$X_{n+1}(D) = \sum_{i=1}^n X_i(D) F_i(D), \quad (8)$$

где $X_i(D)$ — последовательность информационных символов; $F_i(D)$ — образующий полином сверточного кода; D — оператор задержки Хаффмена. Для осуществления безыбыточной цикловой синхронизации на передающей стороне необходимо

обеспечить гаммирование последовательности проверочных символов указанными выше синхрокомбинациями:

$$X_{n+1}^\#(D) = \sum_{i=1}^n X_i(D) F_i(D) \oplus a_i(D). \quad (9)$$

Когда формируемые в пороговом декодере приемника синдромные символы могут быть описаны формулой

$$S_i(D) = \sum_{i=1}^n X_i(D) F_i(D) \oplus \sum_{i=1}^n E_i(D) F_i(D) \oplus X_{n+1}(D) \oplus \oplus E_{d+1}(D) + a_i(D), \quad (10)$$

где $E_i(D)$ — последовательность аддитивных шумовых символов. С учетом выражения (8) формула (10) преобразуется к виду

$$S_i(D) = \sum_{i=1}^n E_i(D) F_i(D) \oplus E_{n+1}(D) + a_i(D). \quad (11)$$

Анализ выражения (11) показывает, что в отсутствие канальных ошибок синдромные символы совпадают с переданными синхрокомбинациями, т. е. при формировании проверочной последовательности по правилу (10) на приемной стороне возможно выделение синхрокомбинаций и установление с их помощью циклового синхронизма по первому уравнению правила (6). При этом для упрощения мажоритарной обработки длину синхрокомбинаций необходимо выбирать равной количеству разрядов синдромного регистра, либо в целое и нечетное число раз меньше его.

На практике установление циклового синхронизма производится при произвольном начальном состоянии входного коммутатора порогового декодера. Поэтому для уменьшения времени установления циклового синхронизма целесообразно формировать и анализировать синдромные символы одновременно в $(n+1)$ -каналах синхронизации, каждый из которых производит данные операции с одной из возможных комбинаций поступающих символов кода: $x_1, x_2, \dots, x_{n+1}; x_2, x_3, \dots, x_1; \dots; x_{n+1}, x_1, \dots, x_n$. Тогда состояние циклового синхронизма будет установлено в том канале синхронизации, в котором правильно выделяется синхрокомбинация:

$$R_n^q = \max_q \{ \text{Maj} [S_i^q(D) \oplus C_i(D)] \}, \quad (12)$$

где $q=1, 2, \dots, n+1$; $C_i(D) = c_1, c_2, \dots, c_m$ — образцовая синхрокомбинация, совпадающая по количеству символов с разрядностью синдромного регистра. Для восстановления истинной синдромной последовательности символы из определенного по правилу (12) канала синхронизации складываются с образцовой синхрокомбинацией:

$$S_i^q(D) = S_i^q(D) \oplus C_i(D). \quad (13)$$

В соответствии с решением по правилу (12) состояние циклового синхронизма целесообразно одновременно устанавливать и в фазовом подканале ФЧМ приемника, для чего параметры сверточных кодов в обоих подканалах приемника выбираются одинаковыми. Тогда при наличии циклового синхронизма в фазовом подканале приемника путем сравнения синдромных символов с возможными вариантами образцовой синхрокомбинации возможно установление и сигнального синхронизма в этом подканале, т. е. определение текущего значения начальной фазы опорного колебания. Каждый из $(k+1)$ -вариантов образцовой синхрокомбинации соответствует своему значению из множества возможных значений фазы опорного колебания. Общее правило установления сигнально-циклового синхронизма в случае безызбыточной синхронизации при сверточном кодировании принимаемой информации определяется выражением

$$R_{\text{сн}}^{qr} = \begin{cases} \max_q \{ \text{Maj} [S_i^q(D) \oplus C_i(D)] \} = 1; \\ \max_r \{ \text{Maj} [S_{i_b}^r(D) \oplus C_i^r(D)] \} = 1, \end{cases} \quad (14)$$

где $S_{i_b}^r(D) = \sum_{i=1}^n E_i(D) F_i(D) \oplus E_{n+1}(D) + b_i(D)$; $r = 0, 1, \dots, k$.

При этом определенный r -й номер образцовой синхрокомбинации используется для соответствующей коррекции текущего значения начальной фазы опорного колебания по правилу (7).

Сравнительный анализ предложенного метода сигнально-циклового фазирования ФЧМ приемника и известного способа устранения неоднозначности фазы опорного колебания в системах с пороговым декодированием высокоскоростных самоортogonalных сверточных кодов [2] показывает их эквивалентность в обеспечиваемой помехоустойчивости синхронизации. Однако известный способ, основанный на последовательной проверке гипотез об установлении сигнально-циклового синхронизма по результатам сравнения количества единичных синдромных символов с заданным порогом, проигрывает предложенному методу в скорости установления синхронизма. Действительно, по известному способу сигнально-цикловый синхронизм гарантированно устанавливается при последовательном переборе комбинаций синдромных символов, соответствующих всем возможным комбинациям градаций фазы опорного колебания и коммутации входного коммутатора порогового сверточного декодера. Следовательно, количество символов сверточного кода N , необходимое для гарантированного установления сигнально-циклового синхронизма, определяется выражением

$$N_1 = m(n+1) [k(n+1) + n]. \quad (15)$$

Для установления сигнально-циклового синхронизма по правилу (14) необходимо произвести анализ количества символов на

длине двух кодовых ограничений сверточного кода [4]. С учетом произвольности момента начала вхождения в синхронизм, данное количество определяется формулой $N_2 = 3m(n+1)$ (16). Тогда преимущество предложенного метода сигнально-циклового фазирования в скорости установления синхронизма по сравнению с известным способом определяется при одинаковых условиях их реализации (одинаковых параметрах синхронизируемых кодов) из выражения

$$V = N_1/N_2 = \frac{1}{3}[k(n+1) + n]. \quad (17)$$

Проведенные по формуле (17) расчеты показывают, что преимущество предложенного метода сигнально-цикловой синхронизации по максимальному времени вхождения в синхронизм по сравнению с известным способом составляет для фазовой манипуляции кратностей 2, 3, 4 и кодовой скорости $1/2$ величину $V \approx 2, 3 \dots 10, 3$ раз, а для таких же кратностей манипуляции и кодовой скорости $8/9$ — $V \approx 11, 6 \dots 47, 3$ раз.

Таким образом, предложенные методы сигнально-циклового фазирования позволяют осуществлять синхронизацию приемника перспективных ФЧМ сигналов и наиболее целесообразны для применения в высокоскоростных системах передачи информации со сверточным кодированием и многопозиционными сигналами, где преимущество данных методов в скорости вхождения в синхронизм по сравнению с известными увеличивается пропорционально возрастанию кодовой скорости и кратности манипуляции передаваемых сигналов.

Список литературы: 1. *Спилкер Дж.* Цифровая спутниковая связь/Пер. с англ.: Под ред. В. В. Маркова. 1979. 592 с. 2. *Банкет В. Л., Ляхов А. И.* Применение кодов в системах связи с фазовой манипуляцией//Зарубеж. радиоэлектроника. 1981. № 8. С. 3—23. 3. *Иванов М. А., Макаренко Б. И., Яковлев И. А.* Фазово-частотная модуляция дискретных сигналов//Радиотехника. 1985. № 11. С. 62—65. 4. *Теория кодирования*/Т. Касами, Н. Токура, Ё. Ивадари, Я. Инасаки; Пер. с яп.: Под ред. В. С. Цыбакова и С. И. Гельфанда. М., 1978. 576 с.

Поступила в редколлегию 30.06.87

УДК 621.396

М. А. ИВАНОВ, канд. техн. наук, *И. А. ЯКОВЛЕВ*, канд. физ.-мат. наук

КОГЕРЕНТНОЕ ВОССТАНОВЛЕНИЕ НЕСУЩИХ В ПРИЕМНИКАХ ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ С ФАЗОВО-ЧАСТОТНОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ

Оптимальная демодуляция дискретных сигналов в гауссовских каналах сопровождается формированием опорных колебаний для взаимно-корреляционных приемников [1—4]. Учитывая перспективность применения полосно-эффективных сигналов с комбинированной фазово-частотной модуляцией (ФЧМ) [3]

целесообразно получить принципиальное и практическое решение задачи восстановления подавленных несущих при когерентной обработке информационных ФЧМ колебаний.

Известно, что корректный синтез алгоритма и реализующего его устройства восстановления несущих сопряжен с решением задачи оптимальной оценки начальной фазы φ ФЧМ сигнала $x(t)$, принимаемого на фоне аддитивной гауссовской помехи $n(t)$ [2; 4]. Считая, что в момент времени t_s реализуется i -я мгновенная частота ω_i и j -е значение информационной начальной фазы θ_j ФЧМ сигнала, записываем выражение для обрабатываемой аддитивной смеси $y(t)$ входных воздействий:

$$y(t_s) \stackrel{\circ}{=} y_s = x(t_s) + n(t_s) \stackrel{\circ}{=} x_{ij} + n_s = \sqrt{2} U \cos(\omega_i t_s + \theta_j + \varphi) + n_s \quad (1)$$

где $\sqrt{2}U$ — амплитуда ФЧМ сигнала $x(t)$, причем $U = \text{const}(t)$, $\omega_i = \omega_1 + (i-1)\Delta\omega$, $i \in [1, k]$; $\theta_j = (2j-1)\pi/l$, $j \in [1, l]$; ω_1 — наименьшее информационное, т. е. разрешенное значение мгновенной частоты ФЧМ сигнала $x(t)$; $\Delta\omega \stackrel{\circ}{=} \omega_{m+1} - \omega_m$, $\forall m \in [1, (k-1)]$; k, l — числовые характеристики используемого модуляционного формата передаваемого дискретного ФЧМ сигнала $x(t)$, означающие количество информационных (разрешенных) значений соответственно мгновенной частоты и начальной фазы данного сигнала. Предположим, что шум $n(t)$ является белым с нулевым средним и односторонней спектральной плотностью N . Применяя традиционное для современной теории цифровой связи правило максимального правдоподобия и используя методику [1; 2], получим исходное соотношение для нахождения оптимальной оценки $\hat{\varphi}$ начальной фазы φ ;

$$\hat{\Lambda} = \ln \frac{C}{kl} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^l \exp \left[a_i(\hat{\varphi}) \cos \left(\frac{2j-1}{l} \pi \right) + b_i(\hat{\varphi}) \sin \left(\frac{2j-1}{l} \pi \right) \right]. \quad (2)$$

Здесь $\hat{\Lambda}$ — функция правдоподобия, $\hat{\Lambda} \stackrel{\circ}{=} p[y(t) | \hat{\varphi}]$; C — константа, функционально не зависящая от значений оценки $\hat{\varphi}$ начальной фазы φ ФЧМ сигнала $x(t)$;

$$a_i(\hat{\varphi}) \stackrel{\circ}{=} \int_0^T y(t) \sqrt{2} U \cos(\omega_i t + \hat{\varphi}) dt; \quad (3)$$

$$b_i(\hat{\varphi}) \stackrel{\circ}{=} \int_0^T y(t) \sqrt{2} U \sin(\omega_i t + \hat{\varphi}) dt; \quad (4)$$

T — длительность тактового интервала.

Искомая максимально правдоподобная оценка $\hat{\varphi}$ начальной фазы φ ФЧМ сигнала $x(t)$ находится решением следующего уравнения:

$$\frac{\partial \hat{\Lambda}}{\partial \hat{\varphi}} = \left\{ \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^l \left[a_i(\hat{\varphi}) \sin\left(\frac{2j-1}{l} \pi\right) - b_i(\hat{\varphi}) \cos\left(\frac{2j-1}{l} \pi\right) \right] \times \right. \\ \left. \times \exp \left[a_i(\hat{\varphi}) \cos\left(\frac{2j-1}{l} \pi\right) + b_i(\hat{\varphi}) \sin\left(\frac{2j-1}{l} \pi\right) \right] \right\} \times \\ \times \left\{ \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^l \exp \left[a_i(\hat{\varphi}) \cos\left(\frac{2j-1}{l} \pi\right) + b_i(\hat{\varphi}) \sin\left(\frac{2j-1}{l} \pi\right) \right] \right\}^{-1} = 0. \quad (5)$$

С целью конкретизации и более подробного исследования общего результата (6) рассмотрим весьма важный в научном и практическом отношении пример ФЧМ сигнала с модуляционным форматом « $2f - 4\varphi$ » [3], т. е. для $k=2$ и $l=4$. Выражение (2) перепишем таким образом:

$$\hat{\Lambda} = \ln \frac{C}{8} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^4 \exp \frac{1}{2N} \left[a_i(\hat{\varphi}) \cos\left(\frac{2j-1}{4} \pi\right) + b_i(\hat{\varphi}) \sin\left(\frac{2j-1}{4} \pi\right) \right]. \quad (6)$$

После проведения алгебраических преобразований получим

$$\hat{\Lambda} = \ln C \left\{ \operatorname{ch} \left[\frac{\sqrt{2} a_1(\hat{\varphi})}{4N} \right] \operatorname{ch} \left[\frac{\sqrt{2} b_1(\hat{\varphi})}{4N} \right] + \operatorname{ch} \left[\frac{\sqrt{2} a_2(\hat{\varphi})}{4N} \right] \times \right. \\ \left. \times \operatorname{ch} \left[\frac{\sqrt{2} b_2(\hat{\varphi})}{4N} \right] \right\}. \quad (7)$$

Тогда формула (5) приобретает вид

$$\frac{\partial \hat{\Lambda}}{\partial \hat{\varphi}} = \frac{\sqrt{2}}{4N} \left\{ \operatorname{sh} \left[\frac{\sqrt{2} a_1(\hat{\varphi})}{4N} \right] \operatorname{ch} \left[\frac{\sqrt{2} b_1(\hat{\varphi})}{4N} \right] \frac{da_1(\hat{\varphi})}{d\hat{\varphi}} + \right. \\ \left. + \operatorname{ch} \left[\frac{\sqrt{2} a_1(\hat{\varphi})}{4N} \right] \operatorname{sh} \left[\frac{\sqrt{2} b_1(\hat{\varphi})}{4N} \right] \frac{db_1(\hat{\varphi})}{d\hat{\varphi}} + \operatorname{sh} \left[\frac{\sqrt{2} a_2(\hat{\varphi})}{4N} \right] \times \right. \\ \left. \times \operatorname{ch} \left[\frac{\sqrt{2} b_2(\hat{\varphi})}{4N} \right] \frac{da_2(\hat{\varphi})}{d\hat{\varphi}} + \operatorname{ch} \left[\frac{\sqrt{2} a_2(\hat{\varphi})}{4N} \right] \operatorname{sh} \left[\frac{\sqrt{2} b_2(\hat{\varphi})}{4N} \right] \times \right. \\ \left. \times \frac{db_2(\hat{\varphi})}{d\hat{\varphi}} \right\} \left\{ \operatorname{ch} \left[\frac{\sqrt{2} a_1(\hat{\varphi})}{4N} \right] \operatorname{ch} \left[\frac{\sqrt{2} b_1(\hat{\varphi})}{4N} \right] + \operatorname{ch} \left[\frac{\sqrt{2} a_2(\hat{\varphi})}{4N} \right] \times \right. \\ \left. \times \operatorname{ch} \left[\frac{\sqrt{2} b_2(\hat{\varphi})}{4N} \right] \right\}^{-1} = 0. \quad (8)$$

Из формул (3), (4) следует, что

$$\frac{da_i(\hat{\varphi})}{d\hat{\varphi}} = -b_i(\hat{\varphi}), \quad \forall i; \quad (9)$$

$$\frac{db_i(\hat{\varphi})}{d\hat{\varphi}} = a_i(\hat{\varphi}), \quad \forall i. \quad (10)$$

С учетом (9), (10) уравнение (8) окончательно можно представить как

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{\Lambda}}{\partial \hat{\varphi}} = & \frac{\sqrt{2}}{4N} \left\{ a_1(\hat{\varphi}) \operatorname{ch} \left[\frac{\sqrt{2}a_1(\hat{\varphi})}{4N} \right] \operatorname{sh} \left[\frac{\sqrt{2}b_1(\hat{\varphi})}{4\varphi} \right] - \right. \\ & - b_1(\hat{\varphi}) \operatorname{sh} \left[\frac{\sqrt{2}a_1(\hat{\varphi})}{4N} \right] \operatorname{ch} \left[\frac{\sqrt{2}b_1(\hat{\varphi})}{4N} \right] + a_2(\hat{\varphi}) \operatorname{ch} \left[\frac{\sqrt{2}a_2(\hat{\varphi})}{4N} \right] \times \\ & \times \operatorname{sh} \left[\frac{\sqrt{2}b_2(\hat{\varphi})}{4N} \right] - b_2(\hat{\varphi}) \operatorname{sh} \left[\frac{\sqrt{2}a_2(\hat{\varphi})}{4N} \right] \operatorname{ch} \left[\frac{\sqrt{2}b_2(\hat{\varphi})}{4N} \right] \left. \right\} \times \\ & \times \left\{ \operatorname{ch} \left[\frac{\sqrt{2}a_1(\hat{\varphi})}{4N} \right] \operatorname{ch} \left[\frac{\sqrt{2}b_1(\hat{\varphi})}{4N} \right] + \operatorname{ch} \left[\frac{\sqrt{2}a_2(\hat{\varphi})}{4N} \right] \times \right. \\ & \left. \times \operatorname{ch} \left[\frac{\sqrt{2}b_2(\hat{\varphi})}{4N} \right] \right\}^{-1} = 0. \quad (11) \end{aligned}$$

Формулы (8), (11) описывают оптимальное решение задачи когерентного восстановления несущих в приемнике дискретных ФЧМ сигналов с модуляционным форматом « $2j-4\varphi$ ».

Предположим, что передача осуществляется только на одной информационной частоте ФЧМ сигнала « $2j-4\varphi$ » или, в более общем случае, « $kj-4\varphi$ ». При этом данный сигнал вырождается в обычное четырехпозиционное ФМ колебание с несущей (центральной) частотой, совпадающей с указанной ранее «рабочей» информационной частотой исходного ФЧМ сигнала. Тогда выражение (8) трансформируется в известное соотношение [2]:

$$\frac{\partial \hat{\Lambda}}{\partial \hat{\varphi}} = \operatorname{th} \left[\frac{\sqrt{2}}{4N} a_i(\hat{\varphi}) \right] \frac{da_i(\hat{\varphi})}{d\hat{\varphi}} + \operatorname{th} \left[\frac{\sqrt{2}}{4N} b_i(\hat{\varphi}) \right] \frac{db_i(\hat{\varphi})}{d\hat{\varphi}} = 0, \quad (12)$$

где коэффициент i может принять любое (но только одно!) значение из множества $i \in [1, k]$ — в зависимости от номера используемой для передачи разрешенной частоты ФЧМ сигнала.

Отмеченное совпадение известных результатов [1; 2] с частными случаями полученных аналитических соотношений свидетельствует об общности последних и является дополнительным косвенным подтверждением их корректности.

В соответствии с доказанным утверждением [4], предельно достижимые (минимально возможные) значения дисперсии ошибки когерентного восстановления несущих не зависят от вида и параметров угловой модуляции информационных колебаний. Откуда следует потенциальная точность восстановления несущих при ФЧМ, ФМ и ЧМн в принципиальном отношении одинакова. В то же время сравнительный анализ соотношений (8) и (12) показывает, что аппаратная реализация оптимальной схемы когерентного восстановления несущих для приемника ФЧМ сигналов сложнее, чем при использовании монопараметрических методов угловой модуляции (ФМ [2] или ЧМн [1]). Это обуславливает практическую целесообразность поиска и применения подоптимальных решений задачи восстановления несущих ФЧМ колебаний. Наиболее предпочтителен вариант искусственного сведения ФЧМ к ФМ с использованием известных методов и реализующих их схем восстановления несущих когерентных сигналов с монопараметрическими методами угловой модуляции. В последнем случае по результатам некогерентного детектирования принимаемых информационных колебаний в частотном подканале ФЧМ демодулятора осуществляется устранение априорной неопределенности о текущем значении мгновенной частоты информационных сигналов. Они обрабатываются в фазовом подканале данного демодулятора с задержкой на один такт относительно его частотного подканала, что обеспечивает постоянство мгновенной частоты колебаний на входе устройства восстановления несущих для когерентного фазового подканала ФЧМ приемника, и позволяет реализовать указанные устройства на основе известных [2] и достаточно хорошо отработанных схем восстановления несущих ФМ сигналов.

Список литературы: 1. Стифлер Дж. М. Теория синхронной связи/Пер. с англ.; Под. ред. Э. М. Габидулина. М., 1975. 488 с. 2. Банкет В. Л., Мельчик А. М. Системы восстановления несущей при когерентном приеме дискретных сигналов//Зарубеж. радиоэлектрон. 1983. № 12. С. 28—49. 3. Ивачов М. А., Макаренко Б. И., Яковлев И. А. Фазово-частотная модуляция дискретных сигналов//Радиотехника. 1985. № 11. С. 62—65. 4. Тихонов В. И. Оптимальный прием сигналов. М., 1983. 320 с.

Поступила в редколлегию 20.09.86

А. А. ДЯТКО, С. М. КОСТРОМИЦКИЙ, В. В. ЛОВЕРОВ

ИССЛЕДОВАНИЕ ОШИБОК САМОНАСТРОЙКИ АДАПТИВНОГО ПРОЦЕССОРА ДЛЯ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ С РАЗДЕЛЕНИЕМ СИГНАЛОВ В ЗОНЕ ФРАУНГOFЕРА

В работе [1] проведен синтез оптимального дискриминатора для антенной решетки, осуществляющей разделение сигналов,

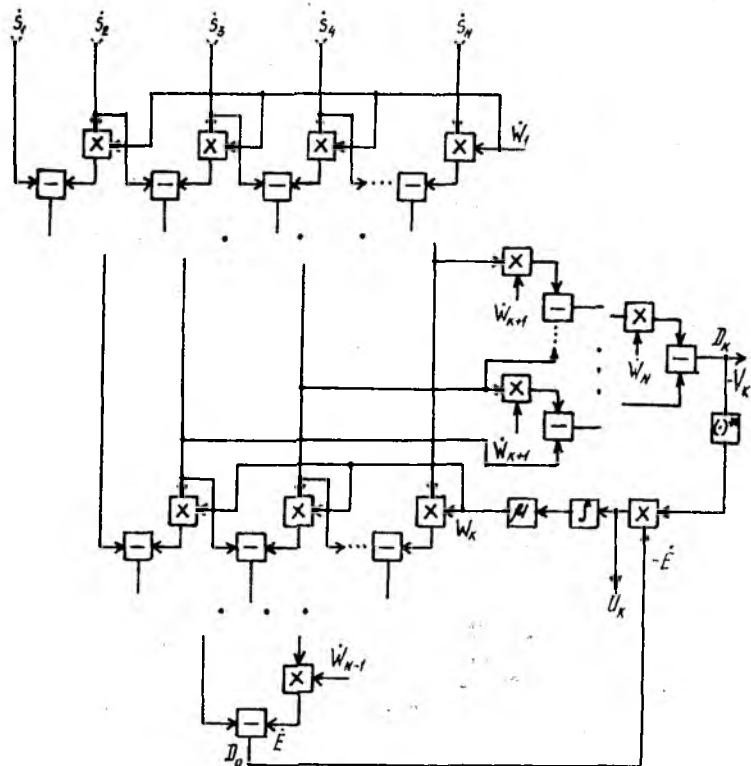


Рис. 1

приходящих с различных направлений по наклонам их фазовых фронтов относительно антенной системы. Структурная схема такой адаптивной антенной решетки (ААР) показана на рис. 1. Здесь приняты следующие обозначения: $\dot{S} = (\dot{s}_1, \dot{s}_2, \dots, \dot{s}_N)^T$ — вектор комплексных входных сигналов на элементах решетки; $\dot{W} = (\dot{w}_1, \dot{w}_2, \dots, \dot{w}_{N-1})^T$ — вектор комплексных весовых коэффициентов; $\dot{E} = \dot{E}(t)$ — сигнал на выходе диаграммообразующей схемы (ДОС) D_0 , представляющий собой выходной сиг-

нал ААР; $\dot{v}_k = \dot{v}_k(t)$, $\dot{u}_k = \dot{u}_k(t)$ — сигналы на выходе диаграммообразующей схемы D_k и k -м выходе дискриминаторов соответственно, $k = 1, N - 1$.

Пусть $\dot{V} = (\dot{v}_1, \dot{v}_2, \dots, \dot{v}_{N-1})^T$, $\dot{U} = (\dot{u}_1, \dot{u}_2, \dots, \dot{u}_{N-1})^T$ — векторы сигналов на выходах D_k и оптимального дискриминатора соответственно. Точность работы ААР определяется ошибками измерения комплексных весовых коэффициентов, представляющих собой флуктуационные и динамические ошибки, обусловленные случайным характером входного сигнала и перемещением источников излучения в пространстве.

Получим выражения для расчета ошибок, рассматривая работу ААР в линейном приближении, характеризующимся небольшим отклонением весовых коэффициентов от их значений в установившемся режиме.

Пусть $\hat{W}^0 = (\hat{w}_1^0, \dots, \hat{w}_{N-1}^0)^T$ — среднее значение вектора весовых коэффициентов в установившемся режиме, $\Delta \hat{W} = \hat{W} - W^0 = (\Delta w_1, \Delta w_2, \dots, \Delta w_{N-1})^T$ — вектор, характеризующий отклонение системы от положения равновесия, причем

$$\left| \frac{\Delta w_k}{w_k} \right| \ll 1, \quad k = \overline{1, N-1}. \quad (1)$$

Согласно [1] выражение для оценки вектора выходных сигналов многомерного дискриминатора имеет вид $\dot{U} = \dot{E} \dot{V}^*$ (2). Разлагая (2) в ряд Тейлора вблизи вектора \hat{W}^0 и ограничиваясь линейным приближением при условии (1), получаем

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}(\hat{W}^0 + \Delta \hat{W}) \approx \dot{U}(\hat{W}^0) + \frac{\partial \dot{U}(\hat{W}^0)}{\partial X} \Delta X + \frac{\partial \dot{U}(\hat{W}^0)}{\partial Y} \Delta Y = \\ &= \dot{U}(\hat{W}^0) + \dot{V}^*(\hat{W}^0) \dot{V}^T(\hat{W}^0) \Delta \hat{W} + \frac{\partial \dot{U}(\hat{W}^0)}{\partial \hat{W}^*} \Delta \hat{W}^*, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\hat{W} = X + jY$.

Вектор сигнала ошибки можно представить в виде $\dot{U} = \dot{U}(t, \Delta \hat{W}) = \dot{U}(t, \Delta \hat{W}) + \xi(t, \Delta \hat{W})$ (4), где $\dot{U}(t, \Delta \hat{W})$ — среднее значение вектора сигнала ошибки; $\xi = \xi(t, \Delta \hat{W}) = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{N-1})^T$ — случайная составляющая вектора сигнала ошибки, причем $\xi(t, \Delta \hat{W}) = 0$.

Усредняя равенство (3), запишем

$$\begin{aligned} \overline{\dot{U}(\Delta \hat{W})} &= \overline{\dot{U}(\hat{W}^0) + \dot{V}^*(\hat{W}^0) \dot{V}^T(\hat{W}^0) \Delta \hat{W} + \frac{\partial \dot{U}(\hat{W}^0)}{\partial \hat{W}^*} \Delta \hat{W}^*} = \\ &= \overline{\dot{V}^*(\hat{W}^0) \dot{V}^T(\hat{W}^0) \Delta \hat{W}} = \dot{R}_V^*(\hat{W}^0) \overline{\Delta \hat{W}}, \end{aligned} \quad (5)$$

так как в установившемся режиме $\overline{\dot{U}(W^0)} = 0$, и согласно [1],

$$\frac{\overline{\partial \dot{U}(W^0)}}{\partial \dot{W}^*} = \frac{\overline{\partial \dot{U}(W^0)}}{\partial W^*} = 0;$$

$\dot{R}_V(\tau) = \dot{R}_V(\tau, W^0) = \overline{\dot{V}(t, W^0) \dot{V}^+(t + \tau, W^0)}$ — корреляционная матрица сигналов на выходах D_k в схеме на рис. 1; $R_V^*(W^0) = R_V^*(0, W^0)$; „+“ — знак эрмитового сопряжения.

Из (5) находим выражение для матрицы крутизны оптимального многомерного дискриминатора:

$$K_D = \left. \frac{\overline{\partial \dot{U}(\Delta \dot{W})}}{\partial \Delta \dot{W}} \right|_{\Delta \dot{W}=0} = R_V^*(W^0) = R_V^*(0; W^0); \quad (6)$$

$$K_D = \|\dot{K}_{Dij}\| = \left\| \frac{\overline{\partial u_i}}{\partial \Delta w_j} \right\|_{w=w^0}.$$

Перепишывая (5) в координатной форме с учетом (6), получаем $u_k = \sum_{i=1}^{N-1} K_{DKi} \Delta w_i$, $k=1, N-1$. Откуда следует, что среднее значение сигнала ошибки на K -м выходе многомерного дискриминатора в линейном приближении определяется рассогласованием Δw_i , $i=1, N-1$ по всем весовым коэффициентам w_i .

Используя (5), имеем дифференциальное уравнение, описывающее процесс адаптации для среднего значения весового вектора при использовании метода градиентного поиска [1] в линейном приближении:

$$\frac{\partial \overline{W}}{\partial t} + \mu K_D \overline{W} = \mu K_D \overline{W}^0 \quad (7) \text{ при начальном условии } \overline{W}(t_0) =$$

\tilde{W} , где t_0 — начальный момент времени; μ — коэффициент пропорциональности.

Уравнение (7) описывает некоторую динамическую систему с задающим воздействием в виде постоянного вектора \overline{W}^0 .

В общем случае задающее воздействие зависит от времени, так как при движении источников излучения среднее значение весового вектора изменяется. Пусть $\dot{Q}(t) = [\dot{q}_1(t), \dot{q}_2(t), \dots, \dot{q}_{N-1}(t)]^T$ — вектор задающего воздействия, где

$$q_k(t) = A_k e^{i\varphi_k(t)}; \quad (8)$$

$$\varphi_k(t) = \frac{2\pi}{\lambda_k} d \sin \vartheta_k(t); \quad (9)$$

λ_k — длина волны k -го источника излучения; d — расстояние между элементами антенной решетки; $\vartheta_k(t)$ — угловое положение k -го источника относительно антенной системы; A_k —

постоянная, зависящая от модуля нормированного коэффициента корреляции сигналов на двух соседних элементах ААР для k -го сигнала. Пусть $\bar{W}(t_0) = \bar{W}^0$ и $\left| \frac{\dot{q}_i(t) - \dot{w}_i^0}{w_i^0} \right| \ll 1$ за время наблюдения. Записывая уравнение (7) в виде

$$\frac{d\bar{W}}{dt} + \mu K_D \bar{W} = \mu K_D \dot{Q}(t)$$

и выполняя преобразования Лапласа, получаем

$$\bar{W}(p) = (I_p + \mu K_D)^{-1} \mu K_D [\dot{Q}(p) + (MK_D)^{-1} \dot{W}_0] = K(p) \dot{Y}(p), \quad (10)$$

где $K(p) = (I_p + \mu K_D)^{-1} \mu K_D$ (11) — передаточная матрица динамической системы, соответствующей уравнению (7); $Y(p) = \dot{Q}(p) + (\mu K_D)^{-1} \dot{W}_0$ (12) — изображение вектора входного воздействия с учетом нулевых начальных условий; $I = \text{diag}(1, 1, \dots, 1)$ — единичная матрица.

Таким образом, из (10) следует, что среднее значение весового вектора в режиме малых отклонений от установившегося

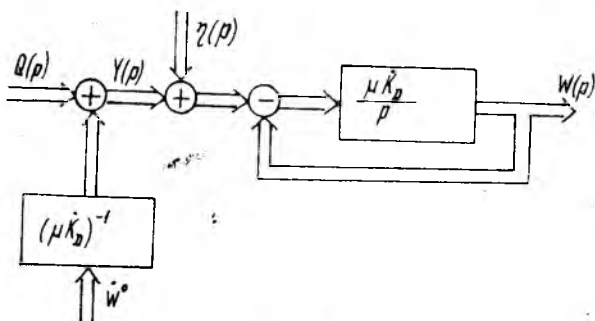


Рис. 2

значения можно рассматривать как сигнал на выходе некоторой динамической системы с передаточной функцией $K(p)$ при входном воздействии в виде вектора $\dot{Y}(p)$. Если представить случайную составляющую вектора сигнала ошибки $\xi(t)$ в виде $\xi(t) = K_D \eta(t)$, где $\eta(t) = [\eta_1(t), \eta_2(t), \dots, \eta_{N-1}(t)]^T$ — пересчитанный ко входу дискриминатора случайный процесс $\xi(t)$, можно изобразить структурную схему динамической системы с передаточной матрицей $K(p)$ с учетом флуктуаций, которая показана на рис. 2.

Пусть $\dot{Z} = (\dot{z}_1, \dot{z}_2, \dots, \dot{z}_{N-1})$ — вектор сигнала ошибки управления динамической системой по рис. 2.

Изображение ошибки для случая, когда на систему только задающее воздействие, а возмущающее отсутствует — $\dot{\eta}(p) = 0$ определяется из структурной схемы с учетом (8):

$$\begin{aligned} \dot{Z}(p) &= \dot{Y}(p) - \dot{W}(p) = \dot{Y}(p) - K(p)Y(p) = [I - K(p)]\dot{Y}(p) = \\ &= \dot{K}_{ZY}(p)Y(p), \end{aligned} \quad (13)$$

где $\dot{K}_{ZY}(p) = I - K(p)$ — передаточная матрица ошибки управления.

В соответствии с [2] матрица ошибок по положению

$$\dot{D}_0 = \dot{K}_{ZY}(0) = I - K(0) = I - (\mu K_D)^{-1} \mu K_D = I - I = 0,$$

матрица ошибок по скорости

$$\begin{aligned} \dot{D}_1 &= \left. \frac{d\dot{K}_{ZY}(p)}{dp} \right|_{p=0} = - \left. \frac{dK(p)}{dp} \right|_{p=0} = (I_p + \mu K_D)^{-1} \times \\ &\times \left. \frac{d(I_p + \mu K_D)}{dp} (I_p + \mu K_D)^{-1} \mu K_D \right|_{p=0} = \frac{1}{\mu} K_D^{-1}. \end{aligned} \quad (14)$$

Дифференцируя (8) по времени с учетом (9), получаем выражение для скорости изменения k -й координаты вектора задающего воздействия:

$$\frac{dq_k}{dt} = j A_k e^{j\varphi_k(t)} \frac{2\pi}{\lambda_k} d \cos \vartheta_k(t) \Omega_k(t), \quad (15)$$

где $\Omega_k(t) = \frac{d\vartheta_k(t)}{dt}$ — угловая скорость k -го источника излучения.

Полагая $\Omega_k(t) = \Omega_k = \text{const}$ и оценивая (15) по модулю сверху, имеем

$$\left| \frac{dq_k}{dt} \right| \leq \frac{2\pi}{\lambda_k} d \Omega_k.$$

В дальнейшем будем полагать

$$\left| \frac{dq_k}{dt} \right| = \left| \frac{dq_k}{dt} \right|_{\max} = \frac{2\pi}{\lambda_k} d \Omega_k, \quad (16)$$

Из (12) следует, что $\dot{Y}(t) = \dot{Q}(t) + (\mu K_D)^{-1} \dot{W}^0(t)$, где $\delta(t)$ — дельта-функция Дирака; $\frac{d\dot{Y}}{dt} = \frac{d\dot{Q}}{dt}$ при $t > 0$.

Пусть

$$\left| \frac{d\dot{Y}}{dt} \right| = 2\pi d \left(\frac{\Omega_1}{\lambda_1}, \frac{\Omega_2}{\lambda_2}, \dots, \frac{\Omega_{N-1}}{\lambda_{N-1}} \right)^T \quad (17)$$

вектор скорости изменения задающего воздействия; $\dot{E}_V = (\dot{e}_{V1}, \dot{e}_{V2}, \dots, \dot{e}_{V, N-1})^T$ — вектор ошибок по скорости. Тогда в соответствии с [2] запишем выражение для расчета вектора

$$\dot{E}_V = \dot{D}_1 \left| \frac{dY}{dt} \right| = \frac{1}{\mu} K_D^{-1} \left| \frac{d\dot{Y}}{dt} \right|. \quad (18)$$

При определении флуктуационных ошибок, учитывая относительную узкополосность следящих измерителей, будем полагать

$$\dot{S}_\xi(\omega) \approx \dot{S}_\xi(0) = \dot{S}_\xi = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{R}_\xi(\tau) d\tau, \quad (19)$$

где $\dot{S}_\xi(\omega)$, $\dot{R}_\xi(\tau)$ — матрица спектральной плотности и корреляционная матрица соответственно векторного случайного процесса $\dot{\xi}(t)$. С учетом (4)

$$\begin{aligned} \dot{R}_\xi(\tau) &= \overline{\dot{\xi}(t) \dot{\xi}^+(t+\tau)} = \overline{[\dot{U}(t) - \dot{U}(t)] [\dot{U}(t+\tau) - \dot{U}(t+\tau)]} = \\ &= \dot{R}_E(\tau) \dot{R}_V^*(\tau). \end{aligned} \quad (20)$$

Здесь $\dot{R}_E(\tau) = \overline{\dot{E}(t) \dot{E}^*(t+\tau)}$ — корреляционная функция сигнала $\dot{E}(t)$ на выходе D_0 в схеме (см. рис. 1); $\dot{R}_V(\tau) = \overline{\dot{V}(t) \dot{V}^+(t+\tau)}$ — корреляционная матрица сигналов на выходах диаграммообразующих схем D_k , вычисленных при $\dot{W} = \dot{W}_0$. Пусть $\dot{S} = \dot{S}^s + \dot{S}^n$, где \dot{S}^s , \dot{S}^n — полезная и шумовая составляющие вектора входного сигнала. Тогда, полагая полезный сигнал и шум некоррелированными, можно записать

$$\dot{R}_\xi(\tau) = [\dot{R}_E^s(\tau) + \dot{R}_E^n(\tau)] [\dot{R}_V^{*s}(\tau) + \dot{R}_V^{*n}(\tau)]. \quad (21)$$

Предположим, что все полезные сигналы имеют одинаковую ширину энергетических спектров и $\Delta\omega_s \ll \Delta\omega_n$. (22), где $\Delta\omega_s$, $\Delta\omega_n$ — ширина энергетического спектра полезного сигнала и шума соответственно.

Подставляя (21) в (19) и учитывая (22), получаем

$$\dot{S}_\xi = \frac{P_E \dot{R}_V^{*s}(0)}{2\Delta\omega_s} + \frac{P_E \dot{R}_V^{*n}(0)}{\Delta\omega_n} + \frac{P_E^n \dot{R}_V^{*s}(0)}{\Delta\omega_n} + \frac{P_E^n \dot{R}_V^{*n}(0)}{2\Delta\omega_n}, \quad (23)$$

где $P_E^s = \dot{R}_E^s(0)$, $P_E^n = \dot{R}_E^n(0)$ — соответствует мощности полезного сигнала и шума на выходе D_0 в схеме (см. рис. 1). Представляет интерес рассмотрение случая, когда отношение мощностей шума и сигнала на одном элементе ААР — $\frac{P_n}{P_s} < 1$. Здесь,

учитывая условие (22), можно пренебречь комбинационными и шумовыми слагаемыми в (23) и положить

$$\dot{S}_z \approx \frac{P_E^s \dot{R}_V^{*s}(0)}{2\Delta\omega_s} \quad (24)$$

в соответствии с [3]

$$\begin{aligned} \dot{S}_{\text{экв.}} &= K_D^{-1} \dot{S}_z (K_D^+)^{-1} = \frac{P_F^s}{2\Delta\omega_s} K_D^{-1} \dot{R}_V^{*s}(0) (K_D^+)^{-1} = \\ &= \frac{P_E^s}{2\Delta\omega_s} K_D^{-1} K_D^s (K_N^+)^{-1}, \end{aligned} \quad (25)$$

где $\dot{S}_{\text{экв.}}$ — матрица эквивалентной спектральной плотности; $K_D^s = \dot{R}_V^{*s}(0) = \dot{R}_V^{*s}(0; \dot{W}^0)$ — сигнальная составляющая матрицы крутизны.

Если $\frac{P_n}{P_s} \ll 1$, то $K_D^{-1} = (K_D^s + K_D^n)^{-1} \approx (K_D^s)^{-1}$ и

$$\dot{S}_{\text{экв.}} \approx \frac{P_E^s}{2\Delta\omega_s} (K_D^+)^{-1}. \quad (26)$$

В соответствии с [1] запишем выражения для сигналов на выходе ААР D_0, D_k (см. рис. 1):

$$\dot{E} = \sum_{i=0}^{N-1} (-1)^i S_{i+1} \sum_{j=1}^{c_{N-1}^i} A_{ij}^0 = \dot{C}^T \dot{S} = \dot{S}^T \dot{C}; \quad (27)$$

$$\dot{v}_k = - \sum_{l=0}^{N-2} (-1)^l \dot{S}_{l+2} \sum_{j=0}^{c_{N-2}^l} B_{lj}^{0k} = - \dot{Q}_k^T \dot{S}_1 = - \dot{S}_1^T \dot{Q}_k, \quad (28)$$

где $\dot{C} = (\dot{c}_0, \dot{c}_1, \dots, \dot{c}_{N-1})^T$, $\dot{C}_l = (-1)^l \sum_{j=1}^{c_{N-1}^l} A_{lj}^0$;

$$A_{0j}^0 = 1, \quad i = \overline{0, N-1};$$

$$\dot{Q}_k = (\dot{q}_0^k, \dot{q}_1^k, \dots, \dot{q}_{N-2}^k)^T, \quad \dot{q}_l^k = (-1)^l \sum_{j=1}^{c_{N-2}^l} B_{lj}^{0k}, \quad B_{0j}^{0k} = 1,$$

$$l = \overline{0, N-2}, \quad k = \overline{1, N-1};$$

$$\dot{S}_1 = (\dot{s}_2, \dot{s}_3, \dots, \dot{s}_N)^T;$$

A_{ij}^0 — произведение элементов, входящих в j -е сочетание из $(N-1)$ -й координаты вектора $\dot{W}^0 = (\dot{W}_1^0, \dot{W}_2^0, \dots, \dot{W}_{N-1}^0)^T$ по i [1]; B_{lj}^{0k} — произведение элементов, входящих в j -е сочетание из $(N-2)$ -х координат вектора $W^0 = \dot{W}^0 = (\dot{W}_1^0, \dot{W}_2^0, \dots, \dot{W}_{k-1}^0, \dot{W}_{k+1}^0, \dot{W}_{N-1}^0)^T$ по l [1];

C_M^k — число сочетаний из M элементов по k .

Далее

$$P_E = \dot{R}_E(0) = |\overline{E}|^2 = \overline{C^T \dot{S} (\dot{S}^T C)^*} = \overline{C^T \dot{S} \dot{S}^T C^*} = \overline{C^T \dot{R} C^*}, \quad (29)$$

где $\dot{R} = \|\dot{R}_{ij}\| = \|s_i s_j^*\|$ — корреляционная матрица входных сигналов ААР.

Из (29) следует, что

$$P_E^s = \dot{C}^T \dot{R}^s \dot{C}; \quad (30)$$

$$\begin{aligned} K_D &= \dot{R}_V^*(0; W^0) = \|\dot{R}_{vij}(0; W^0)\|^* = \|\overline{v_i v_j^*}\|^* = \\ &= \|\overline{Q_i^T S_i (S_i^T Q_j)^*}\|^* = \|\overline{Q_i^T S_i S_i^T Q_j^*}\|^* = \|\overline{Q_i^T R_i Q_j^*}\|^* = \|\overline{Q_i^T R_i^T Q_j}\|, \end{aligned} \quad (31)$$

где $\dot{R}_1 = \|\dot{R}_{1ij}\| = \|s_i s_j^*\|^*$, $i, j = 2, N$ — матрица, полученная из матрицы \dot{R} вычеркиванием первой строки и первого столбца, $\dot{R}_1^* = \dot{R}_1^T$.

Из (31) следует, что

$$K_D^s = \|\dot{K}_{Dij}\| = \|\overline{Q_i^T R_i^s Q_j}\| = \|\overline{Q_i^T R_i^{Ts} Q_j}\|. \quad (32)$$

Подставляя (30) — (32) в (25), получаем

$$\begin{aligned} \dot{S}_{\text{э.кв.}} &= \|\dot{S}_{\text{э.кв.}ij}\| = \frac{P_E^s}{2\Delta\omega_s} \|\dot{K}_{Dij}\|^{-1} \|\dot{K}_{Dij}^s\| (\|\dot{K}_{Dij}\|^{-1})^{-1} = \\ &= \frac{P_E^s}{2\Delta\omega_s} \|\dot{K}_{Dij}\|^{-1} \|\dot{K}_{Dij}^s\| (\|\dot{K}_{Dij}\|^{-1})^+ = \\ &= \frac{1}{2\Delta\omega_s} \overline{C^T \dot{R}^s C^*} \|\overline{Q_i^T R_i^T Q_j}\|^{-1} \|\overline{Q_i^T R_i^{Ts} Q_j}\| (\|\overline{Q_i^T R_i^T Q_j}\|^{-1})^+. \end{aligned} \quad (33)$$

Согласно [3] получаем выражение для матрицы дисперсий, диагональные элементы которой характеризуют флуктуационные ошибки измерения комплексных весовых коэффициентов

$$\dot{D}_{\dot{W}} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K(j\omega) \dot{S}_{\text{э.кв.}} K^+(j\omega) d\omega, \quad (34)$$

где $\dot{D}_{\dot{W}} = \|\dot{D}_{\dot{W}ij}\|$, $\dot{D}_{\dot{W}ii} = \sigma_i^2$, $K(j\omega) = K(p)|_{p=j\omega}$;

σ_i^2 — дисперсия измерения i -го весового коэффициента.

Поскольку в нашем случае производится измерение координат вектора \dot{W} , представляющих собой величины одинаковой

размерности, то флуктуационную ошибку можно определить следующим образом [3]

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \sum_{i=1}^{N-1} \sigma_i^2 = S_p \bar{D} \dot{W} = S_p \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{K}(j\omega) \dot{S}_{\text{экв.}} \dot{K}^+(j\omega) d\omega \right] = \\ &= S_p \left[\dot{S}_{\text{экв.}} \cdot \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{K}^+(j\omega) \dot{K}(j\omega) d\omega \right] = S_p \dot{S}_{\text{экв.}} \Delta\omega_{\text{экв.}}, \quad (35) \end{aligned}$$

где $S_p A$ — след матрицы A ; $\Delta\omega_{\text{экв.}} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{K}^+(j\omega) \dot{K}(j\omega) d\omega$ — матрица, характеризующая некоторую эквивалентную полосу пропускания.

Таким образом, определив вектор весовых коэффициентов ААР в установившемся режиме — \dot{W}^0 согласно [1] и воспользовавшись выражениями (18), (34) или (35) с учетом (17), (30) — (33), находим динамические и флуктуационные ошибки измерения комплексных весовых коэффициентов, рассматривая работу ААР в линейном приближении.

На рис. 3, а в качестве иллюстрации применения полученных результатов приведена зависимость динамической ошибки слежения за двумя источниками излучения от разности их междуканальных фазовых сдвигов в случае трехэлементной ААР. При этом полагалось, что пространственно-некоррелированный фон отсутствует, мощности сигналов, приходящих на входы ААР от каждого из источников излучения, и их угловые скорости одинаковы. Рост динамической ошибки при взаимном сближении

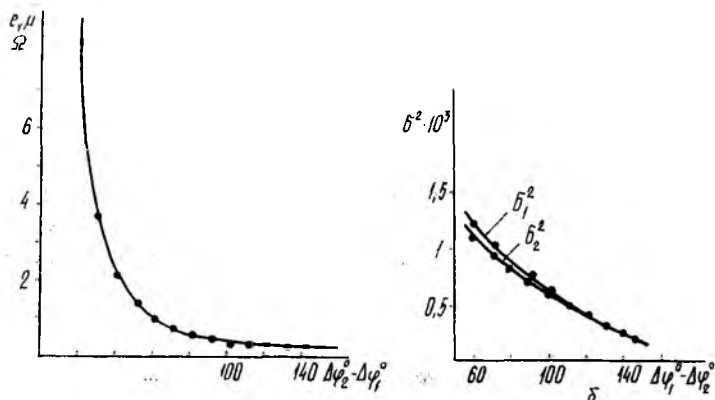


Рис. 3

источников излучения объясняется уменьшением уровня сигналов на выходах D_1 и D_2 соответственно, что приводит к уменьшению крутизны дискриминационных характеристик и, как следствие, к уменьшению полосы пропускания по каждому из выходов двумерного дискриминатора.

На рис. 3, б показаны зависимости дисперсий весовых коэффициентов $\dot{\omega}_1$ и $\dot{\omega}_2$ от разности междуканальных фазовых сдвигов двух сигналов, мощности которых полагались равными. Отношение сигнал/шум было выбрано равным 10, $\mu=10$, $\Delta f_s=10$ Гц, $\Delta f_n=1$ кГц.

Уменьшение флуктуационной ошибки с увеличением разности междуканальных фазовых сдвигов связано с более точной компенсацией соответствующих сигналов на выходах D_1 и D_2 , что приводит к уменьшению крутизны дискриминационных характеристик по каждому из выходов двумерного дискриминатора, и следовательно, к сужению полосы пропускания.

Поскольку способности ААР к разрешению источников сигналов при адаптации в зависимости от отношения сигнал/шум в данной статье не рассматриваются, минимальная разность междуканальных фазовых набегов на графике (см. рис. 3, б) выбрана соответствующей нормальному разрешению источников. При заданном отношении сигнал/шум она составляет 60° .

Список литературы: 1. *Адаптивная антенная решетка для разделения сигналов в зоне Фраунгофера*/А. Е. Охрименко, А. А. Дятко, С. М. Костромичий, В. В. Ловеров//Раднотехника. 1988. Вып. 85. С. 37—43. 2. *Справочное пособие по теории систем автоматического регулирования и управления*/Под общ. ред. Е. А. Санковского. 1973. 584 с. 3. *Вопросы статистической теории радиолокации*//Под общ. ред. Г. П. Тартаковского. Т. 2. М., 1964. 1080 с.

Поступила в редколлегию 17.08.87

УДК 621.317

К. Л. ШЕВЧЕНКО, Б. А. ТАНИЮК, М. А. ПРИСЕНКО

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КОАКСИАЛЬНОГО РЕЗОНАНСНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ВЛАЖНОСТИ С ИССЛЕДУЕМЫМ МАТЕРИАЛОМ

Известно, что при контроле влажности листовых и рулонных материалов весьма перспективно применение коаксиальных резонансных преобразователей, работающих в диапазоне дециметровых волн [1]. Характерными их особенностями являются возможность одностороннего расположения датчика и высокая чувствительность к информативному параметру, что позволяет использовать резонансные датчики при контроле малых влажностей тонких материалов в труднодоступных местах. В качестве выходного информативного параметра резонансных преобразователей в большинстве случаев используется изменение резонансной частоты, вызванное взаимодействием с исследуемым материалом. Это позволяет значительно снизить составляющие погрешности, обусловленные влиянием нестабильности выходной мощности СВЧ генератора и параметров СВЧ тракта. Имеется, однако, целый ряд неинформативных параметров, изменение

уровней которых приводит к искажению передаточной характеристики резонансного преобразователя и повышению погрешности контроля. К таким параметрам следует отнести изменение толщины и поверхностной плотности материала, колебания температуры окружающей среды, нестабильность химического состава влаги в материале. Кроме того, на результат преобразования оказывают влияние конструктивные параметры резонансного датчика, оптимальным выбором которых можно обеспечить минимизацию чувствительности к наиболее влияющим неинформативным параметрам. В случае использования коаксиальных датчиков к таким параметрам можно отнести диаметр торца центрального и наружного проводников, толщину торцевой диэлектрической крышки резонатора.

Существующие аналитические описания [2] зависимости выходного параметра резонансных коаксиальных датчиков от перечисленных факторов не позволяют с достаточной точностью оценить влияние изменения неинформативных параметров на результат контроля. Таким образом, важной задачей исследования взаимодействия коаксиальных преобразователей с влагодержащими материалами является отыскание адекватного математического описания функции отклика в заданной части факторного пространства, иными словами, получение выражения, связывающего выходной параметр резонансного датчика с влияющими факторами в возможном диапазоне их изменения. Взаимодействие коаксиального резонансного датчика со всеми листовыми и рулонными материалами не может быть описано одной обобщенной моделью, так как диапазон изменения физико-химических характеристик различных материалов чрезвычайно широк. Для одного из подклассов таких материалов в качестве реального объекта контроля можно использовать белковую оболочку, используемую в качестве упаковки пищевых продуктов, при контроле которой таких параметров, как влажность, поверхностная плотность, температура, химический состав влаги и др., совпадает с диапазонами изменения параметров при контроле бумаги, некоторых видов тканей, кож и др. С учетом характера зависимостей выходного параметра от каждого из влияющих факторов, желательно получить модель, учитывающую эффекты третьего порядка от влияния влажности, как основного контролируемого параметра, квадратичные эффекты от поверхностной плотности и температуры. Для остальных факторов в пределах возможных диапазонов из изменения целесообразно ограничиться линейными эффектами. С учетом этого, при проведении эксперимента по построению модели необходимо обеспечить четыре уровня варьирования влажности, три — поверхностной плотности и температуры, два — остальных факторов. Учитывая конструктивные параметры резонатора и диапазона изменения влияющих факторов, запишем влияющие факторы и уровни их варьирования в натуральном X_i и кодовом F_i масштабах (табл. 1). Полный

факторный эксперимент, реализующий все возможные комбинации взаимодействия факторов включает 576 опытов. В целях сокращения экспериментальной работы целесообразно на первом этапе построить модель главных эффектов, не учитывающую перекрестных взаимодействий факторов:

$$Y = b_0 + \sum_{i=1}^2 b_i X_i^2 + \sum_{i=1}^3 b_{ii} X_i^2 + b_{111} X_1^3, \quad (1)$$

где b_0 — свободный коэффициент; b_i , b_{ii} , b_{111} — коэффициенты при факторах соответствующих порядков.

Таблица 1

№ п-п	Фактор	X_i	F_i
1	Влажность, %	10	0
		15	1
		20	2
		25	3
2	Поверхностная плотность, г/м ²	64	0
		68	1
		72	2
3	Температура, °С	24	0
		32	1
		40	2
		4,2	0
4	Химический состав влаги, рН	5,2	1
		0,5	0
5	Толщина диэлектрической крышки, мм	1,5	1
		9	0
6	Диаметр центрального проводника, мм	15	1
		0,1	0
		0,6	1
7	Осевой зазор, мм		

Поскольку модель вида (1) содержит 12 членов, число опытов для получения значений ее коэффициентов не может быть меньше 12. Кроме того, для получения возможности проверки адекватности модели желательно иметь несколько дополнительных точек. При том, что один из факторов варьируется на четырех уровнях, в качестве базового плана эксперимента целесообразно использовать план вида $4^5//16$ из таблицы оптимальных планов [3], удовлетворяющий также требованию некоторой избыточности опытов.

План $4^5//16$ может быть несколькими вариантами преобразован к виду $2^4 \times 3^2 \times 4//16$, который соответствует количеству и уровням варьирования факторов в данной задаче. Наиболее рациональное преобразование, обеспечивающее получение плана эксперимента, близкого к Q -оптимальному [3], следующее: первый четырехуровневый фактор остается неизменным, второй и третий преобразуются в трехуровневые с помощью преобразования 3б из таблицы оптимальных преобразований [3], чет-

Номер опыта	F_1		F_2		F_3		F_4		F_5		F_6		F_7	
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{14}
1	0	10	0	64	0	24	0	4,2	1	1,5	0	9	1	0,6
2	2	20	0	64	1	32	1	5,2	0	0,5	0	9	0	0,1
3	3	25	0	64	2	40	0	4,2	0	0,5	1	15	0	0,1
4	1	15	0	64	0	24	1	5,2	1	1,5	1	15	1	0,6
5	0	10	1	68	1	32	0	4,2	0	0,5	1	15	1	0,6
6	2	20	1	68	0	24	1	5,2	1	1,5	1	15	0	0,1
7	3	25	1	68	0	24	0	4,2	1	1,5	0	9	0	0,1
8	1	15	1	68	2	40	1	5,2	0	0,5	0	9	1	0,6
9	0	10	2	72	2	40	1	5,2	1	1,5	0	9	0	0,1
10	2	20	2	72	0	24	0	4,2	0	0,5	0	9	1	0,6
11	3	25	2	72	0	24	1	5,2	0	0,5	1	15	1	0,6
12	1	15	2	72	1	32	0	4,2	1	1,5	1	15	0	0,1
13	0	10	0	64	0	24	1	5,2	0	0,5	1	15	0	0,1
14	2	20	0	64	2	40	0	4,2	1	1,5	1	15	1	0,6
15	3	26	0	64	1	32	1	5,2	1	1,5	0	9	1	0,6
16	1	15	0	64	0	24	0	4,2	0	0,5	0	9	0	0,1

зертый и пятый преобразуются в два двухуровневых каждый при помощи преобразования 2б. Матрица плана $2^4 \times 3^2 \times 4 // 16$ в натуральном и кодовом масштабах с учетом проделанных преобразований представлена в табл. 2.

Реализация плана эксперимента предполагает выполнение некоторых требований, основными среди которых являются проведение эксперимента рандомизировано во времени и получение оценки дисперсии опытов для определения их воспроизводимости. В соответствии с этими требованиями осуществлены три серии экспериментов, в каждой из которых последовательность проведения опытов определялась по случайному закону. В табл. 3 приведены результаты реализации плана экспериментов. Все опыты воспроизводимы.

Таблица 3

Номер опыта	Значения функции отклика Y			
	Серия 1	Серия 2	Серия 3	Y
1	9,6	8,8	7,3	8,6
2	16	14,7	14,5	15,1
3	30,3	30,1	30,5	30,3
4	18,3	15,3	18,2	17,3
5	14,2	14,7	14,8	14,6
6	30,4	31,3	28,9	30,3
7	13,2	12,6	12,8	12,9
8	29,6	30,9	27,8	29,4
9	16,8	17	15,4	16,4
10	20,3	18,8	19,1	19,4
11	38,2	35,8	36,2	36,7
12	32,4	29,5	28,1	30
13	12,9	13,2	13,1	13,1
14	20,4	20,5	18,8	19,9
15	22,4	20,6	19,5	20,8
16	12,1	12,4	11,8	12,1

Расчет коэффициентов модели производился по стандартной методике [4]. В результате расчета получены следующие значения коэффициентов модели по выражению (1):

$$\begin{aligned} b_0 &= 16,7; & b_1 &= 2,2; & b_2 &= 0,093; \\ b_3 &= 0,061; & b_4 &= -0,03; & b_5 &= -0,79; \\ b_6 &= 0,15; & b_7 &= 0,024; & b_{11} &= -2,8; \\ b_{22} &= 0,19; & b_{33} &= 2,9; & b_{111} &= -1,7. \end{aligned}$$

Получены значения доверительных интервалов коэффициентов, с учетом которых можно считать незначительными следующие факторы:

$$X_3, X_4, X_7, X_2^2 \text{ — при } P = 0,9;$$

$$X_3, X_4, X_7, X_2^2, X_2 \text{ — при } P = 0,95;$$

$$X_3, X_4, X_7, X_2^2, X_2, X_6 \text{ — при } P = 0,99,$$

где P — доверительное значение вероятности.

Максимальная относительная ошибка между экспериментальными и расчетными значениями составила около 9 %, что в ряде случаев не удовлетворяет требованиям высокой точности контроля. В целях обеспечения большей сходимости расчетных и экспериментальных точек решено ввести в модель перекрестное взаимодействие факторов. Обработка экспериментальных данных показала, что наибольшие значения частных корреляционных связей наблюдаются между параметрами X_2 , X_3 и X_7 , что позволяет ввести в модель слагаемое вида $b_{237}X_2X_3X_7$, где $b_{237} = 0,071$. Скорректированная таким образом модель обеспечивает получение расчетных значений выходного параметра с максимальным отклонением от экспериментальных данных не более 1,5 %. Она адекватна, множественный коэффициент корреляции близок к 0,999, его значимость составляет 124,8.

Полученная в форме уравнения регрессии модель взаимодействия коаксиального резонансного преобразователя с влагодержающими материалами позволяет при разработке и эксплуатации СВЧ резонансных влагомеров количественно оценивать влияние неинформативных параметров: поверхностной плотности, температуры, химического состава влаги, вводить коррекцию по уровню их влияния, прогнозировать изменение чувствительности резонансных преобразователей влажности к информативному и неинформативным параметрам при изменении его конструктивных параметров.

Использование построенной модели при модернизации СВЧ резонансного влагомера белковой оболочки для пищевых продуктов позволило снизить приведенную погрешность от влияния неинформативных параметров на 0,6 % в диапазоне влажности от 5 до 25 %.

Список литературы: 1. Берлинер М. А. Измерение влажности. М., 1973. 400 с. 2. Брандт А. А. Исследование диэлектриков на СВЧ. М., 1963. 403 с. 3. Новик Ф. С., Арсов Я. Б. Оптимизация процессов технологии металлов методами планирования экспериментов. М.; София, 1980. 304 с. 4. Вознесенский В. А., Ковальчук А. Ф. Статистические методы планирования эксперимента в технико-экономических исследованиях. М. 1978. 192 с.

Поступила в редколлегию 12.05.87

УДК 621.396.67

Н. М. ЕФАНОВ, Н. П. ЖУК, О. А. ТРЕТЬЯКОВ

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТОКА ВДОЛЬ ТОНКОГО ПРОВОДНИКА В СЛОЖНОЙ СТРУКТУРЕ

Рассмотрим задачу рассеяния монохроматического электромагнитного поля тонким идеально проводящим рассеивателем, который входит составным элементом в электродинамическую структуру достаточно общего вида. Частными примерами, укладываемыми в рамки нашего исследования, являются штырь в прямоугольном или круглом волноводе, микрополосковый диполь в интегральной схеме, вибраторная антенна над поверхностью Земли или под ней. Наша цель — построение аналитического выражения для распределения тока вдоль проводника. С помощью приближения нитевидного тока эта задача сведена к системе двух уравнений типа Халлена относительно симметричной и антисимметричной компонент тока, которые решены методом итераций. Достоинство полученных результатов состоит в том, что они охватывают случаи резонансного и нерезонансного возбуждений и пригодны для любого возбуждающего поля.

В качестве общей модели регулярных электродинамических структур, в отсутствие рассеивателя, рассмотрим произвольную линейную стационарную среду, заполняющую все трехмерное пространство, которая в определенной области V является однородной и изотропной. Чтобы не загромождать изложение упоминанием об идеально проводящих участках, среду полагаем всюду пронизываемой для поля. Пусть сторонние источники создают в такой среде монохроматическое ($\sim e^{-i\omega t}$) электромагнитное поле $\vec{E}_i(\vec{R})$, $\vec{H}_i(\vec{R})$, $\vec{R} = (x, y, z)$, которое считается известным. Ось z прямоугольной декартовой системы координат x, y, z направим вертикально вверх.

Внесем в упомянутую область V регулярной среды идеально проводящий рассеиватель (вибратор) в виде отрезка кругового цилиндра длиной $2l$ и диаметром $2a$ и введем следующие обозначения: \vec{R}_1 , \vec{R}_2 и \vec{R}_c — радиус-векторы соответственно центральных точек на нижнем, верхнем торцах вибратора и его се-

редины $z^2 \gg z_1$, \vec{s}_0 — орт вдоль оси вибратора, направленный от его нижнего торца к верхнему; u, v, s — связанная с рассеивателем прямоугольная декартова система координат, начало которой помещено в точку \vec{R}_c . Координаты u, v определяют положение проекции заданной точки в плоскости, перпендикулярной вибратору, а s равно расстоянию (со знаком) проекции данной точки на ось вибратора от его средней точки: $\vec{R}_c = (\vec{R}_2 + \vec{R}_1)/2$; $\vec{s}_0 = (\vec{R}_2 - \vec{R}_1)/|\vec{R}_2 - \vec{R}_1|$; $s = s_0 \cdot (\vec{R} - \vec{R}_c)$. Точки области V_s , занятой рассеивателем, определены, очевидно, условиями $u^2 + v^2 \leq a^2$, $-l < s < l$.

Положим, что вибратор не пересекает область локализации сторонних источников. Тогда создаваемое ими поле при наличии вибратора можно представить как сумму первичного поля \vec{E}_i, \vec{H}_i и рассеянного поля \vec{E}_s, \vec{H}_s . Последнее удовлетворяет однородным уравнениям Максвелла

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{E}_s(\vec{R}) - ik_0 \hat{\epsilon}(\vec{R}) \cdot \vec{H}_s(\vec{R}) &= 0 \\ \nabla \times \vec{H}_s(\vec{R}) + ik_0 \hat{\mu}(\vec{R}) \cdot \vec{E}_s(\vec{R}) &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

во всей области, внешней по отношению к V_s , вытекающим из них граничным условиям на поверхностях раздела среды, надлежащим условиям в бесконечности и условию обращения в нуль на поверхности рассеивателя компоненты суммарного электрического поля $\vec{E}_i + \vec{E}_s$ касательной к этой поверхности.

Здесь $k_0 = \omega/c$; c — скорость света в вакууме; $\hat{\epsilon}(\vec{R})$ и $\hat{\mu}(\vec{R})$ — диадные материальные параметры среды, которые в области V сводятся к числовым постоянным ϵ и μ .

В согласии с приближением нитевидного тока, предполагаемый вид рассеянного поля таков [1]:

$$\begin{aligned} \vec{E}_s(\vec{R}) &= \int \hat{G}_{ee}(\vec{R}, \vec{R}_a(s')) \cdot \vec{s}_0 I(s') ds', \\ \vec{H}_s(\vec{R}) &= \int \hat{G}_{me}(\vec{R}, \vec{R}_a(s')) \cdot \vec{s}_0 I(s') ds'. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $\vec{R}_a(s')$ — переменная точка интегрирования на оси проводника, $\vec{R}_a(s') = \vec{R}_c + \vec{s}_0 s'$; \hat{G}_{ee} — «электрическая» функция Грина уравнений Максвелла для регулярной среды, определяемая как решением уравнения

$$\begin{aligned} \nabla \times \hat{\mu}^{-1}(\vec{R}) \cdot \nabla \times \hat{G}_{ee}(\vec{R}, \vec{R}') - k_0^2 \hat{\epsilon}(\vec{R}) \cdot \hat{G}_{ee}(\vec{R}, \vec{R}') &= \\ = (4\pi ik_0/c) \hat{I} \delta(\vec{R} - \vec{R}'), \end{aligned} \quad (3)$$

которая изображает при $\vec{R} \rightarrow +\infty$ уходящую волну; «Магнито-электрическая» функция Грина $\hat{G}_{me}(\vec{R}, \vec{R}')$ сводится к \hat{G}_{ee} соотношением $\hat{G}_{me}(\vec{R}, \vec{R}') = \hat{\mu}^{-1}(\vec{R}) \cdot \nabla \times \hat{G}_{ee}(\vec{R}, \vec{R}') / ik_0$; \hat{I} — единичная диада; δ — дельта-функция Дирака.

Представление (2) характеризуется тем, что рассеянное поле считается тождественным полю, созданному в регулярной среде нитью тока, который течет вдоль оси вибратора. Применительно к тонким рассеивателям ($a \ll l$, $a \ll \lambda$, λ — длина волны возбуждающего поля в области, занятой вибратором), которыми мы далее ограничимся, формулы (2), по-видимому, можно рассматривать как асимптотическое разложение точного решения соответствующей задачи. Для скалярного волнового поля доказательство этого факта содержится, к примеру, в работе [2]. Детальный анализ нитевидного приближения на основе интегральных уравнений макроскопической электродинамики приведен в работе [3].

Выражения (2) при произвольной функции $I(s)$ удовлетворяют уравнениям Максвелла и всем условиям сформулированной выше краевой задачи для \vec{E}_s, \vec{H}_s кроме последнего. Приняв во внимание только условие для компоненты суммарного электрического поля вдоль s_0 на боковой поверхности рассеивателя, получаем уравнение относительно $I(s)$:

$$\int_{-l}^l \vec{s}_0 \cdot \hat{G}_{ee}(\vec{R}_s(s), \vec{R}_a(s')) \cdot \vec{s}_0 I(s') ds' = -E_i(s), \quad -l < s < l. \quad (4)$$

Здесь \vec{R}_{ys} — точка наблюдения на боковой поверхности проводника, отвечающая переменному s и произвольным фиксированным $u = u_s, v = v_s$, таким, что $u_s^2 + v_s^2 = a^2$; $E_i(s)$ — значение продольной компоненты первичного поля в этой точке,

$E_i(s) = \vec{s}_0 \vec{E}_i(\vec{R})|_{R=R_Y(s)}$. Дополнив (4) условием исчезновения тока на концах вибратора $I(l) = I(-l) = 0$ (5), приходим к задаче для неизвестной величины $I(s)$.

Используя уравнение (3) при $\vec{R} \in V, \vec{R}' \in V$ нетрудно получить представление для «электрической» функции Грина

$$\hat{G}_{ee}(\vec{R}, \vec{R}') = - (4\pi/i\omega) [k_0^2 + (\varepsilon\mu)^{-1} \nabla \nabla] \cdot \vec{f}_e(\vec{R}, \vec{R}');$$

$$\vec{f}_e(\vec{R}, \vec{R}') = \hat{I}_\mu \exp [ik |\vec{R} - \vec{R}'| / 4\pi |\vec{R} - \vec{R}'| + \hat{\pi}_e(\vec{R}, \vec{R}')];$$

$$(\vec{R}, \vec{R}' \in V), \quad (6)$$

где $\vec{f}_e(\vec{R}, \vec{R}')$ — диадная функция Грина для электрического векторного потенциала; $\hat{\pi}_e(\vec{R}, \vec{R}')$ — некоторое решение уравнения

$\nabla^2 + k^2 \hat{\pi}_e(R, R') = 0$, регулярное в области V по обоим переменным. Подстановка выражений (6) в (4) преобразует последнее к стандартному уравнению типа Поклингтона:

$$\left(\frac{d^2}{ds^2} + k^2\right) \int_{-l}^l K(s, s') I(s') ds' + \frac{d}{ds} \int_{-l}^l L(s, s') I(s') ds' = -i\omega \varepsilon E_l(s), \quad -l < s < l, \quad (7)$$

в котором

$$\begin{aligned} K(s, s') &= K_f(s - s') + K_r(s, s'); \quad K_f(s - s') = \\ &= \exp[ik \sqrt{(s - s')^2 + a^2}] / \sqrt{(s - s')^2 + a^2}; \quad K_r(s, s') = \\ &= \frac{4\pi}{\mu} \hat{s}_0 \cdot \hat{\pi}_e(\vec{R}_\Sigma(s), \vec{R}_a(s')) \cdot \vec{s}_0; \\ L(s, s') &= \frac{4\pi}{\mu} \nabla_\perp \cdot \hat{\pi}_e \cdot (\vec{R}, \vec{R}_a(s')) \cdot \vec{s}_0 \Big|_{\vec{R} - \vec{R}_\Sigma(s)}; \end{aligned} \quad (8)$$

∇_\perp — компонента оператора ∇ , действующая в координатах u, v, s по u, v , $\nabla_\perp = \nabla - \hat{s}_0(\partial/\partial s)$.

Определив функции $K_e(s, s') = [K(s, s') + K(-s, -s')]/2$; $K_o(s, s') = [K(s, s') - K(-s, -s')]/2$; $L_e(s, s') = [L(s, s') + L(-s, -s')]/2$; $L_o(s, s') = [L(s, s') - L(-s, -s')]/2$; $E^{(e)}(s) = [E_l(s) + E_l(-s)]/2$; $E^{(o)}(s) = [E_l(s) - E_l(-s)]/2$, рассмотрим задачу относительно вспомогательных величин $I^{(e)}(s)$ и $I^{(o)}(s)$, смысл которых выяснится позднее:

$$\begin{aligned} &\left(\frac{d^2}{ds^2} + k^2\right) \int_{-l}^l [K_e(s, s') I^{(e)}(s') + K_o(s, s') I^{(o)}(s')] ds' + \\ &+ \frac{d}{ds} \int_{-l}^l [L_o(s, s') I^{(e)}(s') + L_e(s, s') I^{(o)}(s')] ds' = i\omega \varepsilon E^{(e)}(s), \\ &\quad -l < s < l; \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} &\left(\frac{d^2}{ds^2} + k^2\right) \int_{-l}^l [K_o(s, s') I^{(e)}(s') + K_e(s, s') I^{(o)}(s')] ds' + \\ &+ \frac{d}{ds} \int_{-l}^l [L_e(s, s') I^{(e)}(s') + L_o(s, s') I^{(o)}(s')] ds' = i\omega \varepsilon E^{(o)}(s), \\ &\quad -l < s < l; \end{aligned} \quad (10)$$

$$I^{(e)}(l) = I^{(e)}(-l) = 0; \quad I^{(o)}(l) = I^{(o)}(-l) = 0. \quad (11)$$

Сложив уравнения (9) и (10), нетрудно проверить, что сумма $I^{(e)}(s) + I^{(o)}(s)$ удовлетворяет уравнению (7) для $I(s)$. Она же,

как следует из (11), подчиняется граничным условиям (5). Далее, записав на основе (9) — (11) задачу для $I^{(e)}(-s)$, $I^{(o)}(-s)$ из единственности решений соответствующих задач, убеждаемся, что $I^{(e)}(-s) = I^{(e)}(s)$, $I^{(o)}(-s) = -I^{(o)}(s)$. Таким образом, искомая функция $I(s)$ совпадает с $I^{(e)}(s) + I^{(o)}(s)$:

$$I(s) = I^{(e)}(s) + I^{(o)}(s), \quad (12)$$

причем $I^{(e)}(s)$ имеет смысл симметричной, а $I^{(o)}(s)$ — антисимметричной компонент тока.

Пусть $G(s, s')$ — любое из решений уравнения

$$\left(\frac{d^2}{ds^2} + k^2 \right) G(s, s') = \delta(s - s'), \quad -l < s, s' < l, \quad (13)$$

которое обладает свойством $G(s, s') = G(-s, -s')$. Обратив с его помощью оператор $(\partial^2/\partial s^2 + k^2)$ в левой части (9) — (10), приходим к системе уравнений типа Халлена для $I^{(e)}$, $I^{(o)}$:

$$\int_{-l}^l K_f(s - s') I^{(e)}(s') ds' = C_1 \cos ks + Q^{(e)}(s) - \varphi(s | I^{(e)}) - \Phi(s | I^{(o)}); \quad (14)$$

$$\int_{-l}^l K_f(s - s') I^{(o)}(s') ds' = C_2 \sin ks + Q^{(o)}(s) - \varphi(s | I^{(o)}) - \Phi(s | I^{(e)}), \quad -l < s < l.$$

Здесь $Q^{(e,o)}(s) = i\omega \varepsilon \int_{-l}^l G(s, s') E^{(e,o)}(s') ds'$; C_1, C_2 — произвольные постоянные; φ, Φ — функционалы, зависящие от s , и определенные тождествами

$$\varphi(s | U) = \int_{-l}^l ds' U(s') [K_{re}(s, s') + \int_{-l}^l ds'' G(s, s'') \frac{d}{ds''} L_o(s'', s')]; \quad (15)$$

$$\Phi(s | U) = \int_{-l}^l ds' U(s') [K_{ro}(s, s') + \int_{-l}^l ds'' G(s, s'') \frac{d}{ds''} L_e(s'', s')];$$

$$K_{re}(s, s') = [K_r(s, s') + K_r(-s, -s')]/2;$$

$$K_{ro}(s, s') = [K_r(s, s') - K_r(-s, -s')]/2. \quad (16)$$

Воспользовавшись стандартным приближением, основанным на выделении статической части $g(s-s') = 1/\sqrt{(s-s')^2 + a^2}$ ядра $K_j(s-s')$, перейдем от (14) к системе уравнений с малым параметром в правой части:

$$I^{(e)}(s) = \alpha [C_1 \cos ks + Q^{(e)}(s) - F(s | I^{(e)}) - \Phi(s | I^{(o)})];$$

$$I^{(o)}(s) = \alpha [C_2 \sin ks + Q^{(o)}(s) - F(s | I^{(o)}) - \Phi(s | I^{(e)})];$$

$$-l < s < l,$$
(17)

где F — зависящий от s функционал, а α — малый параметр теории вибраторов:

$$F(s|U) = \varphi(s|U) + \int_{-l}^l [K_f(s-s')U(s') - g(s-s')U(s)]ds';$$

$$\alpha = 1/[2 \ln(2la^{-1})]. \quad (18)$$

Условия (11) приводят к соотношениям

$$C_1 \cos kl + Q^{(e)}(l) - F(l|I^{(e)}) - \Phi(l|I^{(o)}) = 0;$$

$$C_2 \sin kl + Q^{(o)}(l) - F(l|I^{(o)}) - \Phi(l|I^{(e)}) = 0. \quad (19)$$

Для построения аналитического решения уравнений (17), (19) воспользуемся модифицированным методом итераций [4]. Вычтем из правой части (17) ее значение при $s=l$, которое равно нулю согласно (19). В результате имеем

$$I^{(e)}(s) = \alpha [C_1 f_e(s) + Q_d^{(e)}(s) - F_d(s|I^{(e)}) - \Phi_d(s|I^{(o)})]; \quad (20)$$

$$I^{(o)}(s) = \alpha [C_2 f_o(s) + Q_d^{(o)}(s) - F_d(s|I^{(o)}) - \Phi_d(s|I^{(e)})];$$

$$f_e(s) = \cos ks - \cos kl, \quad f_o(s) = \sin ks - \sin kl;$$

$$Q_d^{(\beta)}(s) = Q^{(\beta)}(s) - Q^{(\beta)}(l), \quad \beta = e, o;$$

$$F_d(s|U) \equiv F(s|U) - F(l|U), \quad \Phi_d(s|U) \equiv \Phi(s|U) - \Phi(l|U). \quad (21)$$

Подставим в (20) формальные асимптотические разложения, отвечающие методу итераций:

$$I^{(e)}(s) = \sum_{n=0}^{+\infty} \alpha^{n+1} [C_1 P_n^{(ee)}(s) + C_2 P_n^{(eo)}(s) + Q_n^{(e)}(s)]; \quad (22)$$

$$I^{(o)}(s) = \sum_{n=0}^{+\infty} \alpha^{n+1} [C_1 P_n^{(oe)}(s) + C_2 P_n^{(oo)}(s) + Q_n^{(o)}(s)].$$

Это приводит к цепочке прямых формул для $P_n^{(\beta\gamma)}, Q^{(\beta)}$ ($\beta, \gamma = e, o$):

$$P_o^{(ee)}(s) = f_e(s), \quad P_o^{(oo)}(s) = f_o(s), \quad P_o^{(eo)}(s) = P_o^{(oe)}(s) = 0;$$

$$P_n^{(e\beta)}(s) = -F_d(s|P_{n-1}^{(e\beta)}) - \Phi_d(s|P_{n-1}^{(o\beta)}); \quad (23)$$

$$P_n^{(o\beta)}(s) = -F_d(s|P_{n-1}^{(o\beta)}) - \Phi_d(s|P_{n-1}^{(e\beta)}); \quad n = 1, 2, \dots, \beta = e, o;$$

$$Q_o^{(e)}(s) = Q_d^{(e)}(s), \quad Q_o^{(o)}(s) = Q_d^{(o)}(s);$$

$$Q_n^{(e)}(s) = -F_d(s|Q_{n-1}^{(e)}) - \Phi_d(s|Q_{n-1}^{(o)}); \quad (24)$$

$$Q_n^{(o)}(s) = -F_d(s|Q_{n-1}^{(o)}) - \Phi_d(s|Q_{n-1}^{(e)}), \quad n = 1, 2, \dots$$

Постоянные $C_{1,2}$, оставшиеся произвольными, находим подстановкой (22) в уравнения (19):

$$C_1 = -\frac{\tilde{\Delta}_e q_e + \rho_e q_o}{\tilde{\Delta}_e \tilde{\Delta}_o - \rho_e \rho_o}, \quad C_2 = -\frac{\tilde{\Delta}_e q_o + \rho_e q_e}{\tilde{\Delta}_e \tilde{\Delta}_o - \rho_e \rho_o}. \quad (25)$$

Здесь

$$\tilde{\Delta}_e = \cos kl - \sum_{n=0}^{+\infty} \alpha^{n+1} [F(l|P_n^{(ee)}) + \Phi(l|P_n^{(oe)})]; \quad (26)$$

$$\tilde{\Delta}_o = \sin kl - \sum_{n=0}^{+\infty} \alpha^{n+1} [F(l|P_n^{(oo)}) + \Phi(l|P_n^{(eo)})];$$

$$q_e = Q^{(e)}(l) - \sum_{n=0}^{+\infty} \alpha^{n+1} [F(l|Q_n^{(e)}) + \Phi(l|Q_n^{(o)})]; \quad (27)$$

$$\rho_e = \sum_{n=0}^{+\infty} \alpha^{n+1} [F(l|P_n^{(oe)}) + \Phi(l|P_n^{(eo)})];$$

$q_e \leftrightarrow q_o$, $\rho_e \leftrightarrow \rho_o$ при замене индексов «e» ↔ «o». Как следует из формулы (18), для любой функции $U(s)$, равной нулю при $s=l$, величина $F(l|U)$ определена выражением

$$F(l|U) = \int_{-l}^l ds' U(s') [K_f(l-s') + K_{re}(l, s') + \int_{-l}^l ds'' G(l, s'') \frac{d}{ds''} L_o(s'', s')]. \quad (28)$$

Удержав в каждой из бесконечных сумм в (22) первые два слагаемых, получим следующие приближенные выражения для $C_{1,2}$:

$$C_1 = \frac{1}{\Delta_e} [\alpha \Phi(l|Q_d^{(o)}) - Q^{(e)}(l)] - \frac{\alpha}{\Delta_e \Delta_o} Q^{(o)}(l) \Phi(l|f_o); \quad (29)$$

$$C_2 = \frac{1}{\Delta_o} [\alpha \Phi(l|Q_d^{(e)}) - Q^{(o)}(l)] - \frac{\alpha}{\Delta_e \Delta_o} Q^{(e)}(l) \Phi(l|f_e);$$

$$\Delta_e = \cos kl - \alpha F(l|f_e), \quad \Delta_o = \sin kl - \alpha F(l|f_o). \quad (30)$$

Отсюда очевидным образом вытекают формулы для $I^{(e, o)}(s)$, согласующиеся по точности с принятым приближением:

$$I^{(e)}(s) = \alpha [C_1 f_e(s) + Q_d^{(e)}(s)], \quad I^{(o)}(s) = \alpha [C_2 f_o(s) + Q_d^{(o)}(s)]. \quad (31)$$

Они приводят к виду

$$I^{(e)}(s) = \frac{\alpha}{\Delta_e} [v_e(s) + \alpha f_e(s) \Phi(l|Q_d^{(e)})] - \frac{\alpha^2 f_e(s)}{\Delta_e \Delta_o} Q^{(o)}(l) \Phi(l|f_o); \quad (32)$$

$$I^{(o)}(s) = \frac{\alpha}{\Delta_o} [\nu_o(s) + \alpha f_o(s) \Phi(l|Q_d^{(e)})] - \frac{\alpha^2 f_o(s)}{\Delta_o \Delta_e} Q^{(e)}(l) \Phi(l|f_e);$$

$$\nu_e(s) = \cos klQ^{(e)}(s) - \cos ksQ^{(e)}(l), \quad \nu_o(s) = \sin klQ^{(o)}(s) - \sin ksQ^{(o)}(l). \quad (33)$$

Взяв в качестве требуемого решения уравнения (13) функцию $G(s, s') = (1/2k) \sin k|s - s'|$, для $\nu_{e,o}(s)$ получаем

$$\nu_e(s) = (ic/2w) [\sin k(s-l) \int_{-l}^s E^{(e)}(s') \cos ks'ds' - \sin k(s+l) \int_s^l E^{(e)}(s') \cos ks'ds' + 2 \cos kl \cos ks \times \times \int_s^l E^{(e)}(s') \sin ks'ds']; \quad (34)$$

$$\nu_o(s) = (ic/2w) [\sin k(s-l) \int_{-l}^s E^{(o)}(s') \sin ks'ds' + \sin k(s+l) \int_s^l E^{(o)}(s') \sin ks'ds' - 2 \sin kl \times \times \sin ks \int_s^l E^{(o)}(s') \cos ks'ds'];$$

$w = \sqrt{\mu/\epsilon}$. Выражения для $F(l|f_{e,o})$, которые входят в состав $\Delta_{e,o}$, следуют из формулы (28) и здесь не приводятся.

Подчеркнем, что выражения (32) пригодны равным образом для резонансного и нерезонансного возбуждения. Резонансные режимы симметричной и антисимметричной компонент тока определяются соответственно уравнениями

$$\cos kl - \alpha F(l|f_e) = 0, \quad \sin kl - \alpha F(l|f_o) = 0. \quad (35)$$

Отметим, что при $K_{ro}(s, s') = L_e(s, s') \equiv 0$ четность возбуждения и порождаемого им тока одинакова. В этом случае $\Phi(s|J) \equiv 0$,

$$I^{(e)}(s) = \alpha \nu_e(s) / \Delta_e, \quad I^{(o)}(s) = \alpha \nu_o(s) / \Delta_o. \quad (36)$$

В общем случае, когда $K_{ro} \neq 0$ или $L_e \neq 0$, при симметричном или антисимметричном возбуждении возникают обе составляющих тока — $I^{(e)}$ и $I^{(o)}$. Оценим величину последних в каждом из следующих режимов: (а) вдали от резонансов, вблизи резонанса симметричной (б) и антисимметричной (в) составляющих. При симметричном возбуждении ($Q^{(o)} = 0$) имеем: а) $I^{(e)} = 0(\alpha)$, $I^{(o)} = 0(\alpha^2)$; б) $I^{(e)} = 0(1)$, $I^{(o)} = 0(\alpha)$; в) $I^{(e)} = 0(\alpha)$, $I^{(o)} = 0(\alpha)$. Видно, что в первых двух режимах симметричная

компонента тока в α^{-1} раз превосходит по модулю антисимметричную компоненту ($\alpha^{-1} \gg 1$), а в последнем режиме они по порядку величины совпадают. Для возбуждения общего вида ($Q^{(e)} \neq 0$, $Q^{(o)} \neq 0$) получаем: а) $I^{(e)} = 0(\alpha)$, $I^{(o)} = 0(\alpha)$; б) $I^{(e)} = 0(1)$, $I^{(o)} = 0(\alpha)$; в) $I^{(e)} = 0(\alpha)$, $I^{(o)} = 0(1)$.

Если область V совпадает со всем трехмерным пространством, в приведенных выше формулах следует положить $K_r = L = 0$. В частности, величины $F(l|f_{e,o})$ преобразуются к известному виду [4]:

$$F(l|f_{e,o}) = \int_{-l}^l K_f(l-s') f_{e,o}(s') ds'. \quad (37)$$

Список литературы: 1. *Вычислительные методы в электродинамике*/Пер. с англ; Под. ред. Р. Миттры. М., 1977. 485 с. 2. *Ahlnwallia D. S., Keller I. B. Scattering by a slender body*//I. Acoust. Soc. Am. 1986. 80, № 6. P. 1782—1792. 3. *Горобец Н. Н., Петленко В. А., Хижняк Н. А. Метод усреднения в задачах электродинамики*//Сб. науч.-метод. статей по прикл. электродинамике. М., 1983. Вып. 6. С. 84—110. 4. *Коротковолновые антенны*/Айзенберг Г. З., Белоусов С. П. Журбенко и др. М., 1985. 535 с

Поступила в редколлегию 20.07.87

УДК 621.372

Е. В. КУЗЬМИЧЕВА

СВОБОДНЫЕ ВОЛНЫ В ВОЛНОВОДАХ С НЕОДНОРОДНЫМ ЗАПОЛНЕНИЕМ

В основу теоретического изучения волноводов с неоднородным по поперечному сечению заполнением положен метод комплексных амплитуд, который определяет пространственное распределение электромагнитных полей в волноводе, отвечающее их гармоническому изменению во времени [1; 2]. В данной статье описан другой подход к решению внутренних граничных задач электродинамики, получивший название метода модового базиса [3; 4]. С помощью данного метода проводится теоретическое исследование распространения волн в оптическом градиентном волноводе с учетом нелинейных свойств материала, из которого он выполнен. В качестве математической модели такой системы выбран цилиндрический регулярный волновод с неоднородным нелинейным заполнением.

Следуя [3], в качестве «эталонной» среды с параметрами ϵ_0 , μ_0 , заполняющей волновод, выберем линейную неоднородную среду; зависимость ϵ_0 и μ_0 от координат будет такой же, как и в реальном волокне. Запишем уравнения Максвелла в операторной форме:

$$\hat{R}_0 x = \left\{ a \frac{i}{c} \frac{\partial}{\partial t} X; \hat{S}x = 0 \right\}. \quad (1)$$

Здесь \hat{R}_0 — обобщенный оператор пространственного дифференцирования, включающий в себя операторы

$$\hat{R} = \begin{pmatrix} \hat{0} & \frac{i}{\varepsilon_0} \text{rot} \\ -\frac{i}{\mu_0} \text{rot} & \hat{0} \end{pmatrix}; \quad \hat{S} = \begin{pmatrix} \hat{0} & \hat{0} \\ [\vec{n}, \cdot]_s & \hat{0} \end{pmatrix},$$

действующие на векторы-столбцы

$$x = \begin{pmatrix} \vec{E} \\ \vec{H} \end{pmatrix}; \quad X = \begin{pmatrix} D \\ B \end{pmatrix}.$$

Сторонние токи и заряды отсутствуют, среда немагнитная ($\mu_0=1$), не обладает проводимостью ($\sigma=0$) диэлектрическая проницаемость зависит от координат $\varepsilon_0 = \varepsilon_0(r)$.

Решение задачи (1) ищется в гильбертовом функциональном пространстве с весом $L_2^2(V)$, в котором определено скалярное произведение векторов

$$\langle x_1, x_2 \rangle = \frac{1}{8\pi V} \int_V (\varepsilon_0 \vec{E}_1 \vec{E}_2^* + \mu_0 \vec{H}_1 \vec{H}_2^*) dv,$$

каждый из которых ограничен.

Оператор \hat{R}_0 является самосопряженным [3] и, следовательно, имеет полную систему собственных вектор-функций (базис), определяемых из решения задачи на собственные значения

$$\hat{R}_0 x_n = k_n x_n, \quad (2)$$

или для трехмерных векторов

$$\text{rot } \vec{E}_n = ik_n \mu_0 \vec{H}_n; \quad \text{rot } \vec{H}_n = -\varepsilon_0 ik_n \vec{E}_n; \quad [\vec{n} \vec{E}_n]_s = 0, \quad (3)$$

где k_n — собственное число, отвечающее собственному вектору x_n . Система $\{x_n\}$ ортогональна, собственные векторы нормируются.

Для градиентного волновода с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_0(\vec{r}) = \varepsilon_0(r) = \varepsilon_1 [1 - \delta r^2/a^2]$, где $\delta \ll 1$ — малая величина, a — радиус волновода, построим базис — пространственное распределение полей. Решая задачу на собственные значения (3), получим выражения для компонент полей в случае $k_n \neq \neq k_0 = 0$:

$$\vec{E}_{nt}^{(j)} = (\mp i \vec{r}_0 - \vec{\varphi}_0) \frac{1}{\varepsilon_1^{3/4} r_t k_n \gamma} Q_1(r/r_t), \quad \vec{H}_{nt}^{(j)} = \varepsilon_1^{1/2} z_n \vec{E}_{nt}^{(j)};$$

$$E_{nz} = \varepsilon_1^{-1/4} \left\{ -\frac{A_1}{b_n^2} \left[Q_1' - \frac{(m-1)r}{r} Q_1 \right] + \frac{A_2}{b_n^2} \left[Q_2' + \frac{(m+1)r_t}{r} Q_2 \right] \right\};$$

$$H_{nz} = i\varepsilon_1^{1/4} \left\{ -\frac{A_1}{b_n^2} \left[Q_1' - \frac{(m-1)r_t}{r} Q_1 \right] - \frac{A_2}{b_n^2} \times \right. \\ \left. \times \left[Q_2' + \frac{(m+1)r_t}{r} Q_2 \right] \right\},$$

где $Q_j(r/r_t) = (b_n r^2/r_t^2)^{(m \mp 1)/2} \exp(-b_n r^2/2r_t^2) L_{n-1/2 \pm 1/2}^{(m \mp 1)}$ \times $(b_n r^2/r_t^2) e^{-im\varphi - i\beta_n z}$;

$$\chi = 1 - \frac{\beta_n^2}{k_n \varepsilon_1}; \quad r_t^2 = \frac{1}{\delta} a^2 l; \quad b_n = 4n + 2m;$$

L_n^m — полином Лагерра; A_1, A_2 — произвольные постоянные.

Постоянная распространения мод и собственное число задачи (3)

$$\beta_n \approx k_c \varepsilon_1^{1/2} \left[1 - \frac{(2n+m)\delta^{1/2}}{k_c a \varepsilon_1^{1/2}} \right]; \quad k_n = k_c \left[1 - \frac{(2n+m)\delta^{1/2}}{k_c a \varepsilon_1^{1/2}} \right],$$

где k_c — волновой вектор свободного пространства.

Таким образом, для случая $ka \gg 1$ (что для многомодового световода практически выполняется) для большинства мод постоянные распространения отличаются друг от друга на малую величину, зависящую от индексов мод, и β_n приближается к значению $k_n \varepsilon_1^{1/2}$, что является одним из отличительных свойств градиентных фокусирующих волноводов.

Любое электромагнитное поле, существующее в волноводе, может быть представлено в виде разложения по базисным вектор-функциям координат с неизвестными коэффициентами — функциями времени:

$$\vec{x}(\vec{r}, t) = \sum_{(n)} e_n(t) \vec{E}_n(\vec{r}) + \sum_{(n)} h(t) \vec{H}_n(\vec{r});$$

$$\vec{X}(\vec{r}, t) = \sum_{(n)} d_n(t) \vec{E}_n(\vec{r}) + \sum_{(n)} b_n(t) \vec{H}_n(\vec{r}). \quad (4)$$

Для нахождения временных коэффициентов $e_n(t)$, $h_n(t)$, $d_n(t)$, $b_n(t)$ в случае заполнения волновода неоднородной линейной средой, вообще говоря, нет необходимости в построении базиса пространственных вектор-функций в явном виде. Достаточно иметь постановку задачи на собственные значения оператора \hat{R} и свойства ортогональности базисных функций. Подставив разложения (4) в операторное уравнение (1), спроектируем его на базис пространства $L_2^2(V)$. При этом воспользуемся условием самосопряженности оператора \hat{R} и формула-

ми (2), (3) как определениями, а также материальными уравнениями $\vec{E} = 1/\epsilon_0 \vec{D}$, $\vec{H} = 1/\mu_0 \vec{B}$. В результате

$$\frac{d^2}{dt^2} d_n(t) + \omega_n^2 d_n(t) = 0; \quad d_n(t) = d_n^0 \exp(\pm i\omega_n t),$$

где $\omega_n = ck_n$ — собственная частота.

Таким образом, в случае линейного неоднородного заполнения волновода временная зависимость распространяющихся мод будет гармонической, моды не связаны между собой, поле является совокупностью монохроматических волн. Поля, отвечающие нулевому собственному числу $k_0 = 0$, являются статическими. Решая задачу о временных коэффициентах этих полей, получаем функции, не зависящие от времени. Значит, статические поля стационарны и не влияют на поле распространяющихся мод.

При возбуждении оптических волноводов лазерным лучом возбуждающее поле уже не может считаться пренебрежимо малым по сравнению с характерными внутренними полями среды волновода, поэтому при решении задачи распространения волн необходимо оценить нелинейные эффекты.

Материальные уравнения для реального оптического волокна, например, изготовленного из плавленого SiO_2 , запишутся следующим образом [5]:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{1}{\epsilon_0} \vec{D}(\vec{r}, t) + \nu \vec{D}(\vec{r}, t) \vec{D}(\vec{r}, t) \vec{D}(\vec{r}, t),$$

где ν — скаляр.

Чтобы получить уравнения для временных коэффициентов, проведем вычисления, аналогичные вычислениям для линейной среды. Взаимодействие мод не учитывается. В результате получим уравнение для коэффициента $d_n(t)$:

$$\frac{d^2}{dt^2} d_n(t) + \omega_n^2 d_n(t) = -\frac{P_n}{S_n} \omega_n^2 d_n^3(t), \quad (5)$$

$$\text{где } P_n = \frac{1}{4\pi V} \int_V \nu \epsilon_0 (\vec{E}_n^3, \vec{E}_n) d\mathbf{v} \ll 1, \quad S_n = \frac{1}{4\pi V} \int_V \vec{E}_n \vec{E}_n d\mathbf{v}.$$

Решая уравнение методом медленно меняющихся амплитуд [6], в первом приближении получим

$$d_n(t) = a_0 \cos(\omega_n^{(1)} t + \psi_0); \quad \omega_n^{(1)} = \omega_n \left[1 + \frac{3}{8} a_0^2 \frac{P_n}{S_n} \right],$$

Изменение полей во времени будет гармоническим, нелинейность среды сказывается лишь в зависимости частоты $\omega_n^{(1)}$, от начальной амплитуды a_0 и параметра нелинейности P_n . Во втором приближении решение (5) имеет вид

$$d_n(t) = a_0 \cos(\omega_n^{(2)} t + \psi_0) + \frac{P_n a_0^2}{32 S_n} \cos[3(\omega_n^{(2)} t + \psi_0)], \quad (6)$$

$$\text{где } \omega_n^{(2)} = \omega_n \left[1 + \frac{3P_n}{8S_n} a_0^2 + \frac{3P_n}{28S_n} a_0^4 \right].$$

Из (6) следует, что во втором приближении амплитуда a_0 не зависит от времени (процесс в волноводе стационарен); частота зависит от a_0 и параметра P_n . Однако колебания уже не являются гармоническими — кроме колебания на основной частоте $\omega_n^{(2)}$ появляется третья гармоника, амплитуда которой зависит от P_n . Оценим отношение мощностей, переносимых третьей и первой гармониками:

$$\frac{\tilde{P}_{3n}}{\tilde{P}_{1n}} = \frac{1}{32^2} a_0^4 \frac{P_n^2}{S_n^2} \leq \frac{v^2 E_0^4}{32^2}. \quad (7)$$

Подставив в (7) значения v и E_0 , применяемые на практике, установим, что при напряженности поля $E_0 \sim 10^8$ В/м отношение мощностей будет иметь порядок 10^{-5} . Т. е. для используемых материалов стекловолокон нелинейные эффекты будут проявляться при уровнях мощности, близких к критическим.

Подход к решению данной проблемы носит законченный обоснованный характер, не базирующийся ни на каких априорных зависимостях. Он позволяет изучать распространение волн в волноводах, которые заполнены не только неоднородными нелинейными, но и нестационарными средами.

Список литературы: 1. Шевченко В. В. Формулы сдвига в теории диэлектрических волноводов//Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1983. Т. 26. № 5. С. 9—18. 2. Шевченко В. В. Поперечная краевая задача для собственных волн круглого диэлектрического волновода//Радиотехника и электроника. 1982. Т. 27. Вып. 1. С. 1—10. 3. Назыров З. Ф., Третьяков О. А. Модификация метода модового базиса. Х., 1985. 49 с. Деп. в ВИНТИ 25.02.86. № 2734Ук. 4. Третьяков О. А. Метод модового базиса//Радиотехника и электроника. 1986. Т. 37. Вып. 6. С. 1071—1082. 5. Ахманов С. А., Хохлов Р. В. Проблемы нелинейной оптики. М., 1965. 295 с. 6. Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М. 1979. 408 с.

Поступила в редколлегию 25.05.87

УДК 621.396.677.71

Л. П. ЯЦУК, канд. физ.-мат. наук, Ю. М. ПЕНКИН, канд. физ.-мат. наук

РАССЕЯНИЕ LE -ВОЛН НА ПОПЕРЕЧНОЙ ЩЕЛИ В МНОГОМОДОВОМ ПРЯМОУГОЛЬНОМ ВОЛНОВОДЕ

Исследование влияния различных неоднородностей на режим работы многомодовых волноводных трактов в настоящее время представляет практический интерес. Одним из видов неоднородностей в таких волноводах являются узкие продольные и поперечные (относительно оси волновода) щелевые излучатели. Излучение из узкой продольной щели в бесконечно тонкой стенке двухмодового прямоугольного волновода рассмотрено в [1]. В данной статье исследуются коэффициенты матрицы рассеяния

и амплитудно-фазовые распределения поля поперечной щели, прорезанной в широкой стенке конечной толщины многомодового прямоугольного волновода.

Известно, что электромагнитное поле внутри бесконечного прямоугольного волновода можно однозначно определить с помощью разных видов полных систем волн магнитных и электри-

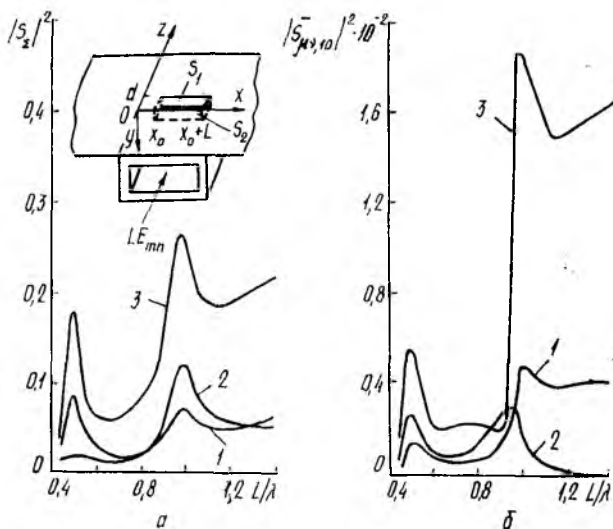


Рис. 1

ческих типов: (H, E) , (LM^{xz}, LE^{xz}) или (LM^{yz}, LE^{yz}) . Связь выбранной системы координат с волноводом показана на рис. 1. Здесь индексация продольных LM - и LE -волн определяется плоскостью расположения векторов напряженности магнитных и электрических полей соответственно.

Обычно внутренние задачи дифракции в прямоугольных волноводах рассматриваются в классе E - и H -волн. Такой выбор системы волн является удобным в случае узких продольных щелей, которые возбуждают в волноводе только H -волны. Это упрощает задачу исследования таких щелей в многомодовом режиме по сравнению с поперечными щелями, возбуждающими одновременно H - и E -волны. Поэтому при исследовании поперечных щелей целесообразнее использовать систему LM^{yz} - и LE^{yz} -волн, поскольку такие щели возбуждают в волноводе только LE^{yz} -волны. При необходимости в окончательных результатах от LE -волн можно перейти к более привычным E - и H -волнам, используя известную [2] связь между LE -, LM - с одной стороны и E - и H -волнами с другой. Поскольку в [2] приведены выражения, определяющие связь между компонен-

тами этих волн только для волн LE_{10} и LM_{01} , запишем аналогичные соотношения для общего случая:

$$\begin{aligned} H_{mn} &= A_{mn}LE_{mn}^{yz} + B_{mn}LM_{mn}^{yz}; \quad E_{mn} = C_{mn}LE_{mn}^{yz} + D_{mn}LM_{mn}^{yz}; \\ LE_{mn}^{yz} &= S_{mn}H_{mn} + T_{mn}E_{mn}; \quad LM_{mn}^{yz} = Q_{mn}H_{mn} + R_{mn}E_{mn}, \end{aligned} \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} A_{mn} &= \pm \frac{i\gamma_{mn}\kappa_m}{k^2 - \kappa_m^2}; \quad B_{mn} = \frac{ik^2}{\omega\varepsilon} \frac{\kappa_n}{k^2 - \kappa_m^2}; \\ C_{mn} &= \frac{i\omega\varepsilon\kappa_n}{k^2 - \kappa_m^2}; \quad D_{mn} = \mp \frac{i\gamma_{mn}\kappa_m}{k^2 - \kappa_m^2}; \\ S_{mn} &= \mp \frac{i\gamma_{mn}\kappa_n}{\kappa_m^2 + \kappa_n^2}; \quad T_{mn} = \frac{k^2}{i\omega\varepsilon} \frac{\kappa_n}{\kappa_m^2 + \kappa_n^2}; \\ Q_{mn} &= -\frac{i\omega\varepsilon\kappa_n}{\kappa_m^2 + \kappa_n^2}; \quad R_{mn} = \pm \frac{i\gamma_{mn}\kappa_m}{\kappa_m^2 + \kappa_n^2}. \end{aligned}$$

Здесь A_{mn} , B_{mn} , C_{mn} , D_{mn} , S_{mn} , T_{mn} , Q_{mn} , R_{mn} — комплексные коэффициенты представления; $\kappa_m = m\pi/a$, $\kappa_n = n\pi/b$; m , n — характеристические числа; a , b — поперечные линейные размеры волновода; $\gamma_{mn}^2 = k^2 - \kappa_m^2 - \kappa_n^2$; $k = 2\pi/\lambda$ (λ — длина волны в свободном пространстве); $\omega\varepsilon = k/120\pi$. Верхние и нижние знаки в выражениях для коэффициентов (1) соответствуют случаям распространения волн в направлении $\pm z$.

Рассмотрим узкую поперечную щель длиной L и шириной d (см. рис. 1), прорезанную в широкой стенке волновода на расстоянии x_0 от его края и излучающую в ограниченное идеально проводящей плоскостью полупространство. Найдем коэффициенты матрицы рассеяния при возбуждении этой щели волной типа LE_{mn}^{yz} и проанализируем распределение электрического поля на поверхности S_1 щелевого излучателя.

Полагаем, что стенки волновода не бесконечно тонкие, а имеют конечную толщину c , для учета которой щель рассматриваем как прямоугольный резонатор (объем « r »). На его гранях S_1 , S_2 , обращенных к внутренней области волновода (объем « i ») и полупространству (объем « e »), распределения касательных составляющих электрических полей описываются векторными функциями e_1 и e_2 соответственно:

$$e_{1(2)} = x^0 \sum_s A_s^{1(2)} \sin(s\pi(x - x_0)/L), \quad (2)$$

аналогично тому, как это сделано в [1] и [4] для случая бесконечно тонкой стенки волновода. Здесь $A_s^{1(2)}$ — комплексные коэффициенты разложения, а $s = 1, 2, \dots, SM$.

Интегродифференциальные уравнения, записанные на основании выполнения граничных условий для магнитных полей на

поверхностях щели $S_{1(2)}$, путем процедуры Галеркина сводятся к системе линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов. $A_s^{1(2)}$:

$$\sum_s A_s^1 (Y_{\sigma s}^e + Y_{\sigma s}^{r11}) + \sum_s A_s^{(2)} Y_{\sigma s}^{r21} = 0; \quad (3)$$

$$\sum_s A_s^1 Y_{\sigma s}^{r12} + \sum_s A_s^{(2)} (Y_{\sigma s}^i + Y_{\sigma s}^{r22}) = F_{\sigma}^{(m,n)},$$

где $\sigma=1, 2 \dots SM$.

Здесь $Y_{\sigma s}^i$ — частичные внутренние проводимости щели [3]; $Y_{\sigma s}^e$ — ее внешние проводимости, отличающиеся от полученных в [4] постоянным множителем d^2 ; $Y_{\sigma s}^{r22(r11)}$ — собственные, $Y_{\sigma s}^{r12(r21)}$ — взаимные по отношению к определенному номеру рассматриваемой поверхности щели частичные проводимости в резонаторе:

$$Y_{\sigma s}^r = -idL\gamma_s \delta_{\sigma s} \left(2k W_0 \begin{cases} \operatorname{tg}(\gamma_s c), & r = r11 \\ -\sin(\gamma_s c), & r = r12 \end{cases} \right), \quad (4)$$

где $\delta_{\sigma s}$ — символ Кронекера; $W_0 = 120 \pi$; $\gamma_s^2 = k^2 - (\sigma\pi/L)^2$. Отметим, что в нашем случае $Y_{\sigma s}^{r11} = Y_{\sigma s}^{r22}$ и $Y_{\sigma s}^{r12} = Y_{\sigma s}^{r21}$; $F_{\sigma}^{(m,n)}$ — магнитодвижущие силы, обусловленные распространяющимися волнами только типа LE_{mn}^{yz} ,

$$F_{\sigma}^{(m,n)} = -(k^2 - \alpha_m^2) \alpha_m \frac{(-1)^{s+1} \sin[\alpha_m(x_0 + L)] + \sin[\alpha_m x_0]}{\alpha_m^2 - \alpha_m^2} \times \\ \times (1 - \exp[-i\gamma_{mn}d]) / (i\gamma_{mn}), \quad (5)$$

где $\alpha_m = \sigma\pi/L$.

После определения из системы (3) коэффициентов $A_s^{1(2)}$ можно найти электромагнитные поля в любом из рассматриваемых электродинамических объемов, а следовательно, и функционально связанные с ними коэффициенты матрицы рассеяния щели в волноводе. Последние можно определить в энергетическом смысле как отношение среднего за период значения мощности $P_{\mu\nu}^{\pm}$, переносимой вдоль волновода распространяющейся модой $LE_{\mu\nu}^{yz}$ в направлении $\pm z$ от области локализации щели, к значению средней мощности $P_{mn}^{\text{ПАД}}$ волны, возбуждающей щель: $|S_{\mu\nu, mn}^{\pm}| = P_{\mu\nu}^{\pm} / P_{mn}^{\text{ПАД}}$. Здесь

$$P_{mn}^{\text{ПАД}} = \gamma_{mn} \omega_{\mu} (k^2 - \alpha_m^2) ab / (8 - 4\delta_{0n}); \quad P_{\mu\nu}^{-} = \frac{k^2 - \alpha_{\mu}^2}{\omega_{\mu} (16 - 8\delta_{0\nu})} \times \\ \times \frac{(2 - \delta_{0\mu})^2 (2 - \delta_{0\nu})^2}{b \gamma_{\mu\nu}^3 \pi^2} a^3 L^2 |S|^2 (1 - \cos(\gamma_{\mu\nu}d)),$$

где

$$S = \sum_s^{SM} A_s^{(2)} [(-1)^{s+1} \sin(\alpha_m(x_0 + L)) + \sin(\alpha_m x_0)] s / (a^2 s^2 - m^2 L^2);$$

$\omega_\mu = 120 \pi k$; $\alpha_\mu = \mu\pi/a$; $\alpha_\nu = \nu\pi/b$; $\gamma_{\mu\nu}^2 = k^2 - \alpha_\mu^2 - \alpha_\nu^2$. При $\mu \neq m$ и $\nu \neq n$ $|S_{\mu\nu, mn}^+| = |S_{\mu\nu, mn}^-|$ и $P_{\mu\nu}^+ = P_{\mu\nu}^-$ в силу симметричного возбуждения волн щелью в направлениях $\pm z$. При $\mu = m$ и $\nu = n$

$$P_{\mu\nu}^+ = P_{\mu\nu}^- + (k^2 - \alpha_\mu^2)[\gamma_{\mu\nu}\omega\mu ab + (2 - \delta_{0\mu})La^2(\operatorname{Re} S \sin(\gamma_{\mu\nu}d) + \operatorname{Im} S(\cos(\gamma_{\mu\nu}d) - 1)/(\gamma_{\mu\nu}\pi))]/(8 - 4\delta_{0\nu}).$$

Такое определение коэффициентов матрицы рассеяния щели в определенном смысле более удобно, чем использованное в [1], поскольку оно дает четкую энергетическую картину преобразования одних типов волн в другие. Коэффициенты матрицы рассеяния щели с одинаковыми комбинациями индексов $\mu\nu$ и mn несут информацию о коэффициентах отражения и прохождения по возбуждающему типу колебаний. При неодинаковых комбинациях индексов их можно назвать энергетическими коэффициентами преобразования типов волн. Коэффициент излучения определяем из условия выполнения энергетического баланса:

$$|S_\Sigma|^2 = 1 - \sum_{\mu, \nu} (|S_{\mu\nu, mn}^-|^2 + |S_{\mu\nu, mn}^+|^2),$$

где суммирование производится по всем распространяющимся типам волн.

Отметим, что рассмотренный подход позволяет производить анализ коэффициентов матрицы рассеяния щели и для случаев ее возбуждения несколькими типами волн. При этом в правой части системы уравнений (3) будет фигурировать сумма магнитодвижущих сил, для определения которых необходимо априорное знание амплитудных и фазовых соотношений модов возбуждения.

В результате численного исследования сходимости метода по приближениям определено минимальное число ($SM=5\dots 8$) учитываемых базисных функций (1), необходимое для расчетов коэффициентов матрицы рассеяния щели в многомодовом волноводе с точностью до 5%. В случае поперечной щели минимально необходимое число SM меньше, чем в случае продольной щели, исследованной в работе [1], где сходимость метода определялась из анализа значений амплитудных коэффициентов представления поля на щели (1).

При решении вопросов электромагнитной совместимости практический интерес представляют исследования излучения щели на частотных гармониках [5]. В связи с этим проанализированы случаи возбуждения щели при $\lambda=16$ мм, $\lambda=10,7$ мм, которые соответствуют второй и третьей гармоникам средней частоты одноמודового режима волновода сечением 23×10 мм (толщина стенок $c=1$ мм).

На рис. 1, б приведены зависимости коэффициентов $|S_{10,10}^-|^2$ (кривая 1), $|S_{20,10}^-|^2$ (кривая 2) и $|S_{11,10}^-|^2$ (кривая 3) для $\lambda=16$ мм при изменении длины щели в пределах $0,4 < L/\lambda <$

$< 1,4$ ($d=0,1 L$, $x_0=0$ мм). Зависимости $|S_r|^2$ при тех же значениях длины щели показаны на рис. 1, а для случаев ее возбуждения волной LE_{10}^{yz} (кривая 1), LE_{20}^{yz} (кривая 2) и LE_{11}^{yz} (кривая 3). Как видно, на этой частоте эффективнее всего возбуждается щель длиной $L=\lambda$ наивысшим из трех распространяющихся типов LE -волн. Она излучает в максимуме 27 % падающей на нее мощности.

При возбуждении симметрично (или почти симметрично) расположенной относительно оси волновода поперечной щели распределение электрического поля на ней в соответствии со структурой поля возбуждающей моды описывается квазичетной или нечетной относительно ее геометрического центра функцией. При этом щель эффективно возбуждает $LE_{m,n}^{yz}$ -волны, имеющие в поперечном сечении волновода распределение H_x компоненты той же четности относительно его оси, что и электрическое поле на щели; а волны со структурой поля другой четности практически не возбуждаются. Например, значение коэффициента преобразования мод $S_{20,10}^{-2}$ (рис. 1, б, кривая 2) при $1,2 \leq L/\lambda \leq 1,4$ практически равно нулю. При возбуждении щели той же геометрией модой LE_{20}^{yz} значение $|S_{10,20}^{-2}|^2$ так же близко к нулю.

Анализ подобных (см. рис. 1) зависимостей коэффициентов матрицы рассеяния поперечной щели при $\lambda=10,7$ мм ($0,4 < L/\lambda \leq 2,2$) показал, что щель длиной $L=1,5\lambda$ может излучить 15, 12 и 10 % падающей на нее мощности при ее возбуждении волнами LE_{10}^{yz} , LE_{21}^{yz} и LE_{31}^{yz} соответственно. Отметим, что в случае возбуждения щели длиной $L \approx 2\lambda$ волной LE_{40}^{yz} ($\lambda=10,7$ мм) в полупространство излучается 25 % падающей мощности.

Полученные результаты подтверждают необходимость учета при анализе электромагнитной обстановки возможного излучения высших гармоник СВЧ-колебаний электронных устройств волноводно-щелевыми антеннами.

Парциальные диаграммы направленности щелевых излучателей в рассмотренных случаях определяются амплитудно-фазовыми распределениями магнитного тока $I^M(x)$ вдоль щели. Для примера на рис 2 показаны амплитудные $I^M(x)/I^M|_{\max}$, нормированные относительно максимального значения магнитного тока на щели, и фазовые Φ распределения. Здесь они представлены для

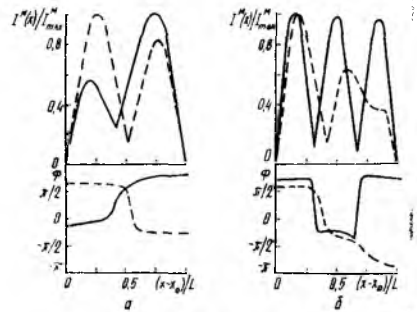


Рис. 2

случаев возбуждения щели длиной $L=\lambda$ ($\lambda=16$ мм, рис. 2, а) волнами LE_{11}^{yz} (сплошная кривая), LE_{20}^{yz} (пунктирная кривая)

и щели длиной $L = 1,5\lambda$ ($\lambda = 10,7$ мм, рис. 2, б) волнами LE_{40}^{yz} (сплошная кривая) и LE_{31}^{yz} (пунктирная кривая). Остальные геометрические размеры системы описаны выше.

Щелевые излучатели (см. рис. 2) в рассматриваемых случаях характеризуются достаточно сложными амплитудно-фазовыми распределениями магнитных токов. Формы амплитудно-фазовых распределений, а следовательно, и формы парциальных диаграмм направленности, существенно зависят от типа возбуждающей щель LE -волны.

Список литературы: 1. *Лященко В. А.* Излучение из продольной щели в стенке многомодового волновода // *Радиотехника и электроника*. 1986. № 11. С. 2280—2283. 2. *Введенский Б. А., Аренберг А. Г.* Радиоволноводы. М.; Л., 1946. Ч. 1. 191 с. 3. *Ляховский А. Ф., Пенкин Ю. М., Яцук Л. П.* Исследование электромагнитной связи двух прямоугольных волноводов через широкое отверстие с координатными границами // *Радиотехника*. 1986. Вып. 77. С. 15—21. 4. *Лященко В. А.* Распределение поля и энергетические характеристики волноводно-щелевых излучателей. Х., 1975. 57 с. (Препринт., АН УССР. Ин-т радиоэлектроники; № 50). 5. *Ямпольский В. Г., Фролов О. П.* Антенны и ЭМС. М., 1983. 272 с.

Поступила в редколлегию 20.11.87

УДК 621.372.832

*П. В. НЕШМОНИН, В. Ю. ТИХОВСКИЙ,
Ж. Ф. ПАЩЕНКО, канд. техн. наук,
В. К. ПИРОЖЕНКО, канд. техн. наук*

АВТОМАТИЗИРОВАННОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ ВОЛНОВОДНЫХ ЩЕЛЕВЫХ МОСТОВ

Сообщение 3.

КОМПЛЕКС ПРОГРАММ ДЛЯ РАСЧЕТА И ОПТИМИЗАЦИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ РАЗМЕРОВ H -МОСТОВ

Для реализации математической модели щелевого H -моста, приведенной в работе [1], разработан комплекс программ, который функционально и по назначению можно условно разделить на три подсистемы: анализа сходимости решения задачи, автоматизированного расчета выходных параметров устройств по задаваемым геометрическим размерам в частотном диапазоне и получения оптимальных геометрических размеров устройства, обеспечивающих заданные отклонения затухания и полосы по частоте.

Подсистема анализа сходимости предназначена для обоснования выбора необходимого и достаточного количества и последовательности существования волн в волноводах и единичных полей на отверстии связи. Подсистема состоит из следующих программных модулей: подпрограммы УНМ для расчета комплексных матриц проводимостей, задающих токов и рассеяния;

подпрограммы CSIMQ для решения неоднородного комплексного матричного уравнения; подпрограммы CMPRNT для распечатки комплексных матриц и основной программы, задающей различные наборы частот, геометрических размеров, волн в волноводах и единичных полей на отверстии связи.

Подсистема расчета выходных параметров устройств по задаваемым геометрическим размерам в частотном диапазоне предназначена для предварительного подбора геометрических размеров устройства, обеспечивающих заданные отклонения затухания и полосу по частоте, а также оценки характера их изменения. Подсистема включает в себя, кроме названных выше подпрограмм YHM, CSIMQ и CMPRNT, подпрограмму SUGRP2 для построения на АЦПУ графических зависимостей с переменным шагом по обоим координатным осям и основную программу, задающую выбранные волны в волноводах и единичные поля на отверстии связи и различные наборы геометрических размеров отверстия.

Подсистема получения оптимальных геометрических размеров устройства предназначена для поиска таких геометрических размеров отверстия связи, которые бы обеспечивали заданные отклонения затухания в возможно большем частотном диапазоне. Подсистема включает в себя, кроме названных ранее подпрограмм YHM, CSIMQ, CMPRNT и SUGRP2, подпрограммы SPS для слепого случайного поиска минимума функции при многопараметрической оптимизации, RRSV для получения равномерно-распределенных псевдослучайных чисел, AINIT с точкой входа Q для вычисления минимизируемой функции нескольких переменных и основную программу, задающую выбранный набор волн в волноводах и единичных полей на отверстии связи, геометрические размеры устройства и интервалы возможного изменения геометрических размеров области связи.

При решении задачи автоматизированного расчета H -мостов возникает необходимость создания подпрограмм, позволяющих получать комплексные матрицы проводимостей и задающих токов для конкретных устройств. Такой подпрограммой для направленных ответвителей в H -плоскости (H -мост) является подпрограмма YHM с точкой входа RASS. Она рассчитывает элементы комплексных матриц проводимостей и задающих токов, каждый из которых представляет собой сумму ряда по учитываемым волнам высших типов в волноводах и матрицу по единичным полям на отверстии связи H -моста.

Все вычисления матриц проводятся в комплексном виде, а сумма ряда по учитываемым волнам в волноводах — с удвоенной точностью, что позволяет учитывать даже те типы волн, вклад которых в конечную сумму комплексной проводимости незначителен.

Поскольку формулы, по которым вычислялись проводимости и задающие токи, сложны и объемны, возникла необходимость максимального снижения затрат машинного времени на полу-

чение матриц. Эта проблема становится особенно острой при учете большого количества единичных полей на отверстии связи, что приводит к необходимости решения комплексных систем уравнений больших порядков. Учет большого числа волн высших типов в волноводах также существенно сказывается на скорости вычислений. Поэтому для снижения времени счета в подпрограмме УНМ использовалось множество проверок условий и разветвлений, позволяющих сократить объем вычислений в зависимости от учитываемых внешних данных в несколько раз, что приводит к резкому сокращению требуемого для полного расчета машинного времени. Кроме того, поскольку волноводы в направленном ответвителе имеют одинаковые геометрические размеры, было решено учитывать в каждом из них одинаковое количество волн и расчеты производить только по одному из волноводов, считая, что для второго они будут аналогичными. Необходимо отметить, что комплексная матрица проводимостей симметрична относительно главной диагонали, поэтому в подпрограмме рассчитывается только половина ее членов, а остальные просто копируются.

В результате этого при расчетах волноводных ответвителей удалось существенно снизить затраты машинного времени. Так, например, при учете 10 единичных полей на отверстии связи и 40 волн высших типов в волноводах весь цикл расчета (расчет комплексных проводимостей и сторонних токов, заполнение матриц проводимостей размерностью 10×10 , решение комплексной системы линейных неоднородных уравнений 10-го порядка, расчет матрицы рассеяния, вычисление затухания и направленности) занимает на ЭВМ ЕС-1050 немногим более 4 с, причем это время значительно снижается при центральном расположении отверстия связи в узкой стенке.

Подпрограмма УНМ имеет точку входа RASS, используемую для расчета матрицы рассеяния после решения комплексной системы уравнений.

При использовании сравнительно небольшого количества учитываемых волн высших типов в волноводах и некоторых единичных полей на отверстии связи может возникнуть ситуация, когда указанные типы и единичные поля не взаимодействуют между собой, что приводит к появлению нулевых членов матрицы проводимостей, а иногда даже к появлению нулевых строк и столбцов, в результате чего решение системы комплексных уравнений не имеет смысла.

Для недопущения таких ситуаций в подпрограмме УНМ предусмотрено исключение из рассмотрения единичных полей, не взаимодействующих с остальными полями и типами волн.

В вызывающей программе перед обращением должны быть зарезервированы и заполнены массивы для хранения учитываемых типов волн в волноводах, единичных полей на отверстии связи и геометрических размеров устройства. Кроме того, в подпрограмму УНМ в качестве параметров передаются час-

тота, количество учитываемых волн и единичных полей, некоторые служебные массивы.

Для получения матрицы рассеяния, а также вычисления направленности и затухания волноводных разветвителей необходимо решить систему комплексных уравнений, полученную в результате работы подпрограммы УНМ. Для этого была переделана в комплексный вид известная подпрограмма решения системы линейных уравнений SIMQ [2], в которой применяется метод исключения при помощи наибольшего ведущего делителя. На каждом этапе изменялся порядок строк во избежание деления на нуль или на малый элемент.

Прямое решение для получения N -й переменной дано в N этапов. Обратное решение для получения других переменных производится последовательными подстановками. Окончательные результаты решения пересылаются в комплексный вектор начальных констант. Решение не имеет смысла, когда число уравнений и переменных меньше двух и в случае сингулярной матрицы, т. е. матрицы, в которой какие-нибудь строка или столбец равны нулю.

Если ведущий элемент не может быть найден (строка или столбец равны нулю), выходной параметр KS устанавливается в единицу и решение не производится.

Из вызывающей программы в подпрограмму CSIMQ в качестве параметров передаются заранее заполненные комплексные матрицы коэффициентов и начальных констант заданной размерности.

При отладке программ, а также при оценке сходимости метода большое значение имеет анализ изменения комплексных проводимостей, свободных членов и амплитудных коэффициентов. Поэтому было решено выводить указанные матрицы, сформированные в результате работы подпрограмм УНМ и CSIMQ, на АЦПУ в удобном для дальнейшего использования виде.

Сложность такой выдачи заключается в том, что указанные матрицы комплексные и часто имеют большую размерность. Например, размерность комплексной матрицы проводимостей при оценке сходимости изменялась от 1 до 40. Если выводить на АЦПУ матрицу размерностью 40×40 , то в полученных результатах при этом разобраться будет очень сложно. Поэтому возникла необходимость создания подпрограммы распечатки комплексных матриц любого размера на АЦПУ.

Подпрограмма SMPRNT производит распечатку комплексного массива любого размера. На каждой странице печатается заголовок, размер и способ хранения комплексного массива. Каждый столбец и строка в заголовке имеют соответствующий номер. Вывод производится по три столбца в каждой странице, так что чтение распечатанного подпрограммой комплексного массива в дальнейшем не вызывает затруднений. Каждый элемент массива может быть легко найден по номерам строки и столбца. Подпрограмма SMPRNT не требует, в отличие от

своего прототипа MХOУT [2], для работы никаких внешних функций и подпрограмм.

При расчетах зависимостей направленности и затухания от частоты для различных наборов геометрических размеров отверстия связи волноводных разветвителей выяснилось, что значения направленности и затухания во всем исследуемом частотном диапазоне имеют довольно значительные перепады.

Возникла задача получить такие геометрические размеры отверстия связи, при которых в максимально широком частотном диапазоне выполнялось бы условие равенства направленности $3 \pm 0,5$ дБ и $3 \pm 0,2$ дБ. Однако эту задачу многопараметрической оптимизации нельзя достаточно эффективно решить каким-либо традиционным способом (метод скорейшего спуска, метод сопряженных градиентов и др.), поскольку функция (направленность или затухание) имеет во всем диапазоне несколько участков, в которых выполняется указанное условие и, следовательно, среди множества локальных решений нужно найти одно глобальное. Кроме того, функция, как уже отмечалось раньше, в некоторых участках частотного диапазона имеет сложный рельеф, резкие перепады и выбросы.

Весьма эффективным инструментом решения задач такого типа являются методы случайного статистического поиска [3].

Из множества программ, реализующих методы случайного поиска минимума функции при многопараметрической оптимизации для создания описываемой подпрограммы SPS были выбраны подпрограммы SPS1 и SPS3 [3].

Подпрограмма реализует метод слепого случайного поиска в автоматически изменяемой окрестности исходной точки.

Пусть $Q(\vec{X})$ — минимизируемая скалярная функция, (в нашем случае — ширина частотного диапазона с отрицательным знаком). Вектор $\vec{X} = (x_1, x_2, x_3, x_4)$ — аргументы этой функции, значения которых соответствуют выбранным исходным значениям геометрических размеров отверстия связи волноводного разветвителя и частоте. Каждый набор значений вектора \vec{X} соответствует некоторой точке в четырехмерном пространстве E .

Отыскивается точка \vec{X}' , принадлежащая E , в которой функция принимает минимальное значение (ширина частотного диапазона, в котором выполняется условие равенства направленности $3 \pm 0,5$ дБ соответственно максимальное). Предполагается, что \vec{X}' существует и является единственной в E .

Пусть \vec{X}_0 — исходная точка. Она выбирается на основании априорной информации о решаемой задаче. Вокруг \vec{X}_0 строится окрестность, из которой при помощи генератора равномерно распределенных псевдослучайных чисел выбирается новая случайная точка \vec{X} . Значение функции Q вычисляется в \vec{X}_0 и \vec{X} ,

причем, если значение функции в точке \bar{X} оказывается меньшим, чем в точке \bar{X}_0 , точка признается удачной и становится новой исходной. Относительно этой точки строится новая окрестность, и процесс продолжается. Если значение Q в точке \bar{X} больше, чем в точке \bar{X}_0 , то точка \bar{X} признается неудачной и из области берется следующая случайная точка. И так до очередной удачной точки. При условии, что размеры окрестности, из которой выбираются случайные точки, превосходят области локальных минимумов по траектории движения поиска, последовательность удачных точек сходится к точке глобального минимума.

Эффективность поиска минимума в большой степени зависит от режима изменения размеров окрестности по мере приближения поисковой точки к минимуму. В [3] утверждается, что минимум находится с наименьшими затратами, если размеры окрестности автоматически поддерживаются такими, что число удачных проб составляет около 25 % от полного их числа. Поэтому в подпрограмме SPS предусмотрены серии испытаний, состоящих из заданного количества проб. При этом подсчитывается число удачных проб и вычисляется их относительное число к числу проб в серии. Если это относительное число больше 0,25, все размеры окрестности увеличиваются в 1,25 раза, а в противном случае — уменьшаются в 0,8 раза.

Прекращение работы подпрограммы SPS возможно в следующих случаях: по заданному числу проб, т. е. поиск продолжается до тех пор, пока не будет превышено заданное максимальное число попыток; по числу удачных проб в серии, если заданное при вызове подпрограммы число удачных проб в серии оказалось меньше заданного числа.

Подпрограмма использует при оптимизации следующие подпрограммы и функции: RRSV — подпрограмма — генератор псевдослучайных равномерно распределенных чисел в интервале $[-1...1]$, которая используется для получения новой точки в окрестности поиска; Q — подпрограмма типа FUNCTION, созданная пользователем, вычисляющая значение минимизируемой функции в текущей точке.

Подпрограмма RRSV является измененным вариантом подпрограммы RANDU, взятой из пакета программ математического обеспечения ЕС ЭВМ. Она позволяет получать псевдослучайные числа из интервала $[-1...1]$. В качестве исходного для L можно взять любое нечетное, но не более чем девятизначное число. В подпрограмме это число берется из памяти по месту загрузки.

Для работы подпрограммы SPS, осуществляющей оптимизацию геометрических размеров отверстия связи необходимо создание подпрограммы типа FUNCTION Q, вычисляющей значе-

ния минимизируемой функции по набору варьируемых параметров.

При получении полосы частотного диапазона, в которой выполняются условия направленности и переходного затухания волноводного ответвителя, в подпрограмме Q используется следующий алгоритм.

Все необходимые данные и массивы передаются из основной программы при первом обращении через точку входа AINIT, а затем используется точка входа Q.

Полученный от подпрограммы оптимизации SPS набор геометрических размеров и частота проверяются на соответствие ограничениям интервала поиска (используется метод штрафных функций), а затем вместе с другими необходимыми данными передается в подпрограмму УНМ, где вычисляются комплексные матрицы проводимостей и сторонних токов. Затем эти матрицы используются при решении матричного комплексного уравнения с помощью подпрограммы CSIMQ.

Полученные в результате решения амплитудные коэффициенты снова передаются в подпрограмму УНМ через точку входа RASS, в результате работы которой подпрограмме Q передается матрица рассеяния. После этого вычисляются направленность, затухание и другие параметры. Затем производится анализ соответствия полученного значения затухания заданному интервалу допустимого отклонения. Если это условие не выполняется, подпрограмма Q передает управление подпрограмме оптимизации для генерации нового набора геометрических размеров и частоты. Если условие выполняется, то включается алгоритм поиска границ частотного диапазона, за пределами которого условие соответствия затухания интервалу допустимого отклонения перестает выполняться. Поиск ведется с достаточно мелким шагом по частоте, а все полученные значения направленности и затухания запоминаются с целью последующего построения их зависимостей на АЦПУ при помощи подпрограммы SUGRP2 после того, как будет найдено заданное количество таких интервалов.

Имеющиеся в математическом обеспечении ЭВМ типа ЕС подпрограммы для построения графиков не удовлетворяют пользователей из-за ограниченных возможностей. С их помощью, например, нельзя строить графики в полярных координатах, затруднен поиск значений координат точек, отсутствуют подписи значений координат под осью абсцисс, ограничено число выводимых графиков, отсутствует координатная сетка и др. Кроме того, построенные с помощью этих подпрограмм графики неудовлетворительны и с эстетической точки зрения.

Этих недостатков лишена описанная в [4] подпрограмма SUGRP2, с помощью которой можно получить на АЦПУ графические зависимости в переменных координатах (с переменным шагом по обеим координатным осям).

В подпрограмме производится выбор пределов изменения значений каждого графика с последующей их печатью и общих пределов изменения всех графиков, так как в одних координатных осях может быть построено до 60 графических зависимостей. Печатаются также и символы, которыми изображается каждый график, причем если нужно в одних осях получить до шести графиков, то изображаться они будут символами +, *, #, %, \times &, а если графиков больше, то изображаться они будут практически всеми символами, которые есть на АЦПУ. При пересечении нескольких кривых печататься будет символ последнего из совпавших графиков. Так как часто не известно, в каких пределах меняются значения функций, выбор масштаба построения осуществляется автоматически.

Для удобства поиска значений координат точек в подпрограмме строится координатная сетка, вычерчиваются оси координат и подписываются их числовые значения.

В вызываемой программе должны быть обеспечены массивы с исходными данными. Количество строк в массивах должно соответствовать количеству графиков.

Все подпрограммы были написаны на языке программирования ФОРТРАН, отлажены и использовались на ЭВМ типа ЕС.

Список литературы: 1. Тиховский В. Ю., Пащенко Ж. Ф., Пироженко В. К. Автоматизированное проектирование волноводных щелевых мостов. Сообщение 1. Математическая модель щелевого H -моста//Радиотехника. 1987. Вып. 84. С. 8—13. 2. Сборник научных программ на ФОРТРАНЕ. Вып. 2. Матричная алгебра и линейная алгебра. М. 1974. 224 с. 3. Пакет программ для ЕС ЭВМ по статистической оптимизации и оценке их эффективности/Ф. Н. Ясинский, Л. С. Кустачева, Т. М. Романова и др.//Численные методы и их реализация на ЭВМ: Межвузов. сб. науч. тр. Иваново, 1979. С. 122—169. 4. Автоматизированное проектирование систем сильно связанных резонаторов, содержащих токонесущие элементы. Ч. 2. Разработка алгоритма и программ для расчета и оптимизации параметров идеальных резонаторов/А. И. Терешенко, Ж. Ф. Пащенко, П. В. Нешмонин, В. Ю. Тиховский//Радиотехника. 1981. Вып. 63. С. 104—109.

Поступила в редколлегию 10.12.87

УДК 621.385.6

В. М. ПИСАРЕНКО, канд. техн. наук

ОЦЕНКА НОРМ КОЛЕБАНИЙ ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ ПОЛЕЙ ЗАМЕДЛЯЮЩЕЙ СИСТЕМЫ ГРЕБЕНЧАТОГО ТИПА

В уравнения взаимодействия электронного потока с электромагнитным полем резонансных систем приборов М-типа вводится норма колебаний высокочастотных полей [1]

$$N_n = \varepsilon_0 \int_V \vec{E}_n^2 dV, \quad (1)$$

где V — полный объем резонансной системы, занятый полем. При численном моделировании взаимодействия электронного потока с электрическим полем резонансной системы автогенераторов М-типа необходимы значения норм N_n рассматриваемых видов колебаний, причем для оценки уровней побочных колебаний необходимы значения норм колебаний на видах, отличных от рабочего. Для одноступенчатой замедляющей системы типа «гребенка» (рис. 1), которая наиболее часто используется в теоретических исследованиях, а ее различные модификации при-

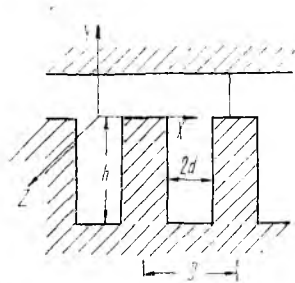


Рис. 1

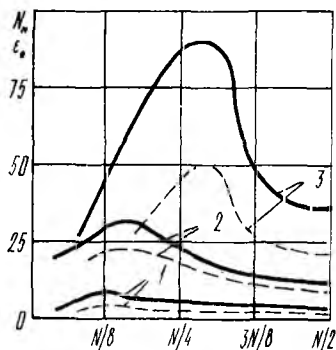


Рис. 2

меняются в электронных приборах, получим выражения для оценки норм колебаний ВЧ полей. Исследуем влияние геометрических параметров на значения N_n .

Предположим, что замедляющая система состоит из конечного числа резонаторов N . Исходя из замкнутости пространства взаимодействия в генераторах М-типа, введем условие $\varphi_n N = 2\pi n$ (2), где φ_n — фазовый сдвиг на период замедляющей системы; n — номер вида колебаний, $n = 0, 1, \dots, N/2$.

С учетом теоремы Флоке выделим один период замедляющей системы и разобьем его на частичные области: $i=1$ — область пространства взаимодействия; $i=2$ — область пространства резонаторов. Введем граничные условия (равенство нулю на стенках резонансной системы тангенциальных составляющих электрических полей) и решим волновое уравнение относительно составляющей Π_{mz} магнитного вектора Герца для 1 и 2 областей, предполагая, что электрические поля имеют структуру LE -волн. Решения записываются в следующем виде:

$$\Pi_{mz}^1 = \sum_n \sum_m \sum_k A_{nmk} \frac{\operatorname{ch} \alpha_{nmk} (d - y)}{\alpha_{nmk} \operatorname{sh} \alpha_{nmk} d} \cos \theta_k z \exp \left(j \frac{2\pi x}{ND} \gamma_{nm} \right); \quad (3)$$

$$\Pi_{mz}^2 = \sum_{k=0}^{\infty} B_{ок} \exp \left(j \frac{2\pi}{N} nq \right) \frac{\cos \beta_k (h + y)}{\beta_k \sin \beta_k h} \cos \theta_k z, \quad (4)$$

где $\alpha_{nmk} = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{ND} \gamma_{nm} \right)^2 - \theta_k^2}$ k^2 — волновое число простран-

ства взаимодействия вдоль направления y ; $\gamma_{nm} = n + mN$ — волновое число вдоль направления x ; $\theta_k = \pi(2k + 1)/2a$ — вдоль направления z ; $\beta_k^2 = k^2 - \theta_k^2$ — вдоль направления y ; k — волновое число свободного пространства; m — номер пространственной гармоники; $2k + 1$ — число вариаций поля вдоль z ; $q = 0, 1, \dots, N - 1$ — номер резонатора замедляющей системы.

Электрические и магнитные компоненты высокочастотного поля связаны с магнитным вектором Герца $\vec{\Pi}_m$ следующими соотношениями*:

$$\vec{E} = jk \operatorname{rot} \vec{\Pi}_m; \quad \vec{H} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{\Pi}_m + k^2 \vec{\Pi}_m. \quad (5)$$

При единичной амплитуде поля норма колебаний n -вида электрического поля выражает запасенную этим полем энергию $W = 1/2C_n^2 N_n$ (6), и при решении различных задач о возбуждении резонансных систем норма колебаний является электродинамической характеристикой данного резонатора. С этой точки зрения значения нормы колебаний можно трактовать как энергию, которую необходимо подвести к резонансной системе для возбуждения различных видов колебаний электрического ВЧ поля до единичной амплитуды.

При рассмотрении взаимодействия электронного потока с высокочастотным полем, имеющим симметричную структуру LE -волны, наиболее интересен случай, когда поле имеет одну вариацию вдоль направления z . В этом случае большая часть потока находится в максимуме высокочастотного поля, и энергообмен наиболее эффективен. Выразим амплитуду высокочастотного поля в пространстве взаимодействия A_{nmk} через амплитуду поля в щелях резонаторов B_{0k} :

$$A_{nmk} = -B_{0k} \frac{2d_1}{D} \left| \frac{\sin\left(\frac{2\pi}{N} \gamma_{nm} \frac{d_1}{D}\right)}{\left(\frac{2\pi}{N} \gamma_{nm} \frac{d_1}{D}\right)} \right|. \quad (7)$$

Используя выражения для электрических полей (5), запишем выражение для расчета нормы колебаний электрического поля n -вида в пространстве взаимодействия

$$N_n = \epsilon_0 k^2 N D d a \sum_m \left(\frac{2d_1}{D}\right)^2 \left| \frac{\sin\left(\frac{2\pi}{N} \gamma_{nm} \frac{d_1}{D}\right)}{\left(\frac{2\pi}{N} \gamma_{nm} \frac{d_1}{D}\right)} \right|^2 \times \\ \times \frac{\left(1 + \frac{\beta_{0k}}{\alpha_{nmk}}\right) \operatorname{sh} 2\alpha_{nmk} d}{2\alpha_{nmk} d} - \left(1 - \frac{\beta_{0k}}{\alpha_{nmk}}\right). \quad (8)$$

* Вайнштейн Л. А. Электромагнитные волны. М., 1957. 561 с.

Выражение для нормы колебаний в щелях резонаторов в случае поля единичной амплитуды записывается следующим образом:

$$N_n^2 = \varepsilon_0 k^2 N d_1 a h \left\{ \frac{1 - \left(\frac{\sin 2\beta_{0k} h}{2\beta_{0k} h} \right)}{\sin^2 \beta_{0k} h} \right\}. \quad (9)$$

Значения волнового числа k , входящего в (8) и (9), находятся из решения дисперсионного уравнения гребенчатой замедляющей системы:

$$\sum_m \frac{2d_1}{D} \left\{ \frac{\sin \left(\frac{2\pi}{N} \gamma_{nm} \frac{d_1}{D} \right)}{\left(\frac{2\pi}{N} \gamma_{nm} \frac{d_1}{D} \right)} \right\}^2 \cdot \frac{\operatorname{ctg} \alpha_{nmk} d}{\alpha_{nmk} d} - \frac{\operatorname{ctg} \beta_{0k} h}{\beta_{0k}} = 0 \quad (10)$$

для заданной геометрии a , d_1 , d , h , D и значения $\gamma_{nm} = n + mN$. Дисперсионное уравнение (10) получено строгим электродинамическим методом сшивания электрических и магнитных полей на границе раздела частичных областей 1 и 2.

Соотношения (8)—(10) анализировались с помощью ЭВМ. Для заданной геометрии и значения γ_{nm} методом половинного деления с точностью порядка 10^{-4} решалось дисперсионное уравнение (10) и по найденным значениям k вычислялась норма колебаний высокочастотных полей $N_n = N_n^1 + N_n^2$ резонансной системы. Анализ проводился для трех полос пропускания резонансной системы.

Как показали исследования, норма N_n -видов колебаний второй и третьей полос пропускания резонансной системы значительно больше N_n первой полосы. Это объясняется прежде всего увеличением электрической длины пространства взаимодействия для высокочастотных полей видов колебаний второй и третьей полос пропускания. Основное влияние на величину нормы колебаний и высших полос оказывает глубина резонаторов h , так как основная часть энергии высокочастотного поля запасается именно в щелях резонаторов. На рис. 2 показана зависимость нормы N_n от номера вида колебаний в трех полосах пропускания для $2d_1 = 0,15$ (пунктирная линия) и $2d_1 = 0,5$ (сплошная линия). π — вид колебаний длинноволновой полосы имеет наименьшее значение N_n , и следовательно, вероятность его возбуждения при выполнении условий синхронизма максимальна. Гораздо труднее возбудить колебания на второй и третьей полосах пропускания резонансной системы. Нормы колебаний соседних видов основной полосы соизмеримы с N_n рабочего вида, а значит, именно соседние виды составляют основную конкуренцию рабочему виду. С уменьшением номера вида колебаний значение нормы увеличивается во всех трех полосах пропускания и становится максимальным в момент пе-

перехода от медленной волны к быстрой $|c/V_\phi| \approx 1$. Уменьшение щелей резонаторов $2d_1$ изменяет амплитудный спектр пространственных гармоник и уменьшает значения норм колебаний. Высота пространства взаимодействия d практически не влияет на значение нормы колебаний. Изменение распределения поля в пространстве не оказывает существенного влияния на уровень запасенной энергии, так как она сконцентрирована в основном в резонаторах замедляющей системы.

Соотношения (8), (9) совместно с дисперсионным соотношением (10) позволяют производить оценку нормы колебаний наиболее распространенной замедляющей системы гребенчатого типа. Такая оценка особенно необходима для анализа многочастотных процессов, когда в уравнениях взаимодействия необходимо задавать численные значения нормы колебаний. Однако сопоставляя нормы колебаний отдельных видов, можно электродинамически оценить эффективность возбуждения высокочастотных полей в резонансной системе и провести анализ конкуренции видов колебаний. И, что наиболее важно, с помощью соотношений (8), (9) можно оперативно оценить значения N_n для резонансных систем другой конфигурации, пересчитав ее геометрию под гребенчатую систему.

Поступила в редколлегию 03.11.87

УДК 621.372.8

Н. Я. МАКАРОВА, С. А. ПОГАРСКИЙ, канд. физ.-мат. наук

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ УПРАВЛЕНИЯ СПЕКТРОМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ КОЛЕБАНИЙ В МНОГОМОДОВЫХ СИСТЕМАХ

Современное состояние радиопизики и радиотехники характеризуется непрерывным продвижением в область все более высоких частот. В связи с этим возникает необходимость в более детальном исследовании и широком применении новых типов линий передачи и функциональных узлов на их основе. Одним из наиболее перспективных и широко применяемых видов являются многоэлементные микрополосковые линии и функциональные узлы на их основе, которые наряду с устройствами на диэлектрических волноводах и монокристаллических пленках составляют элементную базу современной микроэлектроники.

Среди всех характеристик и параметров любого из типов линий передачи наиболее существенным является знание спектра собственных волн, способных распространяться в конкретных условиях. Многоэлементные линии передачи, выполненные с помощью микрополосковой технологии, занимают в ряду канализирующих систем особое место. Такое положение обусловле-

но целым рядом причин. Главная из них — многомодовость спектра собственных квази- T волн. В силу многосвязности области поперечного сечения таких линий в них принципиально возможно существование $N-1$ собственных квази- T типов колебаний, где N — число проводников, находящихся в области сечения. Здесь существенен вопрос: возможна ли реализация всего спектра волн?

Исследованиям в этой области посвящено значительное количество работ [1—5]. В частности, [2; 4] показывают, что в многоэлементной микрополосковой линии, где все проводники расположены в одной плоскости, возбуждение всего спектра колебаний (без принятия специальных мер) невозможно. Преобладающими являются синфазный и противофазный типы колебаний квази- T — аналоги четного и нечетного типов колебаний для простейшего случая двух связанных микрополосковых линий [4]. В случае применения одинаковых по ширине токоведущих проводников постоянные распространения синфазного (+) и противофазного (—) квази- T типов будут определяться из соотношения

$$\gamma_{-} = k_0 \sqrt{\beta_{0-}}; \quad \gamma_{+} = k_0 \sqrt{\beta_{0+}} \left\{ 1 + \left[\left(1 - \frac{\beta_{0+}}{\epsilon_r} \right)^2 + \beta_{0+} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \left(1 - \frac{1}{\epsilon_r} \right)^2 \right] 2(C_1^i + C_1^j) \lambda^2 \ln(1/\lambda) \right\}, \quad (1)$$

где $\beta_{0\pm} = (C_{\pm}^i \pm C_{\pm}^j) / (C_1^i \pm C_1^j)$; $C_{i,1}^i$, $C_{i,1}^j$ — собственные и взаимные погонные емкости проводников; $\lambda = k_0 h$; h — толщина подложки.

Остальные типы колебаний оказываются вырожденными, имея приблизительно одинаковые фазовые скорости, но различные токовые распределения на полосках. Для снятия вырождения необходимы специальные технологические меры и приемы, которые из-за планарного расположения проводников существенным образом могут изменить структуру возбуждаемых полей и волн, и сам вид структуры. При расположении микрополосковых проводников в нескольких плоскостях (так называемые многопроводные линии) существенным образом усложняется характер взаимодействия между токоведущими проводниками [5]. В такой линии возбуждается полный спектр собственных квази- T колебаний, из которого принципиально возможно выделение любого типа колебаний и поддержание его в достаточно широком частотном диапазоне [6]. При наличии в микрополосковом тракте различных неоднородностей возможно излучение электромагнитных колебаний в окружающее пространство. Угол к плоскости, под которым излучается электромагнитная волна, а также ее поляризация существенным образом зависят от типа колебаний в самой микрополосковой линии, структура которой нарушается введенной неоднородностью. Оп-

ределенное значение имеет и характер вводимой неоднородности.

Экспериментально исследовался макет четырехпроводной микрополосковой линии, размещенной на металлическом экране специальной конструкции. На рис. 1 представлены топология и сечение макета, где 1 — металлические проводники, образующие резонатор; 2 — диэлектрическая подложка; 3 — П-об-

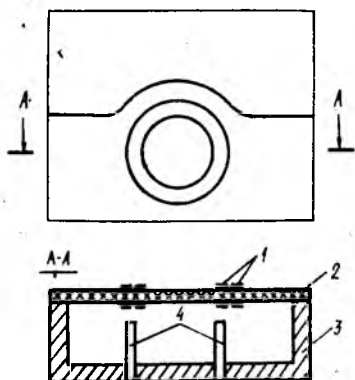


Рис. 1

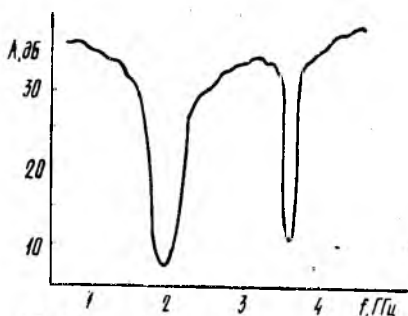


Рис. 2

разное металлическое основание; 4 — подстроечные элементы, позволяющие осуществлять гальваническую связь между микрополосковыми проводниками нижнего слоя и заземленным основанием. Возбуждение резонатора на основе многопроводной линии осуществлялось с помощью обычной микрополосковой линии, связанной через зазор с резонатором. Связь резонатора с возбуждающей его линией выбиралась в пределах 10—15 дБ — случай, когда можно пренебречь взаимным влиянием собственно исследуемого резонатора и элементов связи [1]. При отсутствии гальванического контакта элементов резонатора и подстроечных элементов конструкция, показанная на рис. 1, представляет собой полосно-заграждающий фильтр, работающий на «отсос» электромагнитной энергии из основного тракта и обеспечивающий заграждение около 35 дБ в полосе от 2 ГГц до 3,8 ГГц с неравномерностью около ± 3 дБ [6]. Однако достаточно большие пульсации АЧХ в полосе заграждения (даже на уровне 30 дБ) заставляют искать пути выравнивания АЧХ, в частности, с помощью введения в область взаимодействия подстроечных элементов. Использованный способ возбуждения резонатора на многопроводной линии позволяет предполагать возможность возбуждения всего спектра колебаний квази-Т. Это так и происходит, однако, вследствие конструктивной асимметрии устройства (отсутствие экрана сверху для обеспечения возможного расположения полупроводниковых, ферритовых и других элементов и доступа к области взаимодействия) усло-

вия для возбуждения всех квази- T типов оказываются неодинаковыми, чем, собственно, и объясняются пульсации амплитуды в полосе заграждения. Подстроечными элементами (штырями с изменяемой глубиной погружения) при небольшом введении до 30 % их длины удается выровнять АЧХ. При дальнейшем введении их в область взаимодействия происходит «глушение» части типов колебаний квази- T , а при наличии гальванического контакта одного из микрополосковых проводников с заземленным основанием — полное подавление этих типов колебаний. Наибольшей устойчивостью обладают типы колебаний, обладающие симметрией относительно какой-либо из координатных плоскостей. Типы колебаний квази- T , не обладающие такой симметрией, подавляются в первую очередь. На рис. 2 представлена кривая АЧХ для случая, когда оба штыря полностью введены в область взаимодействия и обесценивают гальванический контакт обоих нижних элементов резонатора с заземленным основанием. В данном случае (см. рис. 1) спектр колебаний квази- T состоит из четырех типов колебаний: симметрично-несимметричных, несимметрично-симметричных (симметрия или несимметрия структуры полей типов колебаний рассматривается относительно координатных плоскостей) и двух типов колебаний квази- T , не обладающих ни симметрией, ни асимметрией относительно координатных плоскостей. Именно два последних типа и оказались подавленными в результирующем спектре колебаний, о чем свидетельствуют только два провала в АЧХ. Типы колебаний, обладающие какой-либо симметрией, имеют максимальную разницу фазовых скоростей, а следовательно, максимально разнесены на частотной оси. Замыкание на заземленную плоскость только одного штыря позволяет сохранить один из этих типов.

Таким образом, проведенные исследования показали реальную возможность управления сложным спектром электромагнитных колебаний, возбуждаемых в многопроводных электродинамических системах, и возможность создания управляемых функциональных СВЧ элементов с достаточно широкими функциональными возможностями, в частности электрически управляемых фильтров, установив вместо штырей, например $p-i-n$ диоды.

Список литературы: 1. *Trougton P.* Design of complex microstrip circuits by measurement and computer modeling//Proc. IEE. 1971. 114, N 914. P. 469—471. 2. *Wolf I.* Microstrip bandpass filter using degenerated mode of a microstrip ring resonator//Electron. Lett. 1978. 8, N 12. P. 302—303. 3. *Кошевой Г. И., Сологуб В. Г.* Расчет характеристик основной квази- T волны в системе из микрополосковых линий с узкими полосками//Радиотехника и электроника, 1985. 30, № 3. С. 455—457. 4. *Кошевой Г. И., Сологуб В. Г.* Об электромагнитном взаимодействии между элементами периодической системы несимметричных полосковых линий//Радиотехника и электроника. 1980. 25, № 12. С. 2542—2547. 5. *Погарский С. А., Сапрыкин Н. И., Седых В. М.* Экспериментальное исследование свойств многопроводной микрополосковой линии передачи//Радиотехника. 1983. Вып. 65. С. 40—42. 6. *Литвиненко Л. Н.,*

Поступила в редколлегию 15.05.87

УДК 621.385.6

Г. А. АЛЕКСЕЕВ, канд. физ.-мат. наук, А. Г. ПИВОВАРОВА

ПРИБЛИЖЕННЫЙ АНАЛИЗ ОРТОКЛИНОТРОННОГО ЭФФЕКТА

В лучевых приборах 0-типа с длительным взаимодействием при конечной величине фокусирующего магнитного поля энергообмен определяется взаимодействием с продольной относительно дрейфового движения электронов и поперечной к плоскости периодической структуры компонентами электрического ВЧ поля [1; 2]. При наличии угла между направлением распространения замедленной волны и направлением дрейфа электронов (например, в случае использования косых периодических структур) возникает компонента, поперечная к направлению дрейфа и параллельная плоскости структуры. Взаимодействие с этой компонентой, обусловленное движением электронов, может оказаться существенным. Эффект повышения эффективности энергообмена и улучшения стартовых условий прибора за счет такого взаимодействия был обнаружен экспериментально и назван ортоклиноotronным [3]. Проведены также оценки оптимального угла встраивания отдельного электрона в поле поверхностной волны. Однако теоретический анализ ортоклиноotronного эффекта при коллективном взаимодействии, учитывающий трехмерность движения электронов, перемещающихся в статическом режиме по винтовым траекториям, однако отсутствует. Такой анализ в рамках кинематического подхода применительно к резонансному генератору 0-типа с бесконечно тонким электронным потоком проведен в настоящей статье. При этом используется одночастотное и

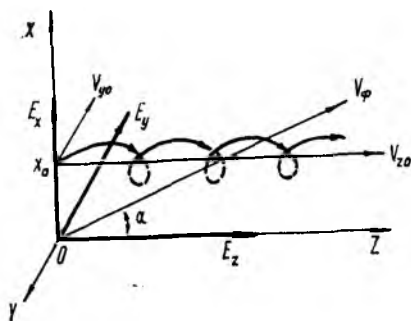


Рис. 1

и одноволновое приближение, а распределение амплитуды синхронной поверхностной гармоники вдоль периодической структуры в рамках метода заданного поля предполагается однородным. Составляющие ВЧ поля имеют следующий вид:

$$E_x = Ee^{-\beta(x-x_0)} \sin(\omega t - \beta z); \quad E_y = Ee^{-\beta(x-x_0)} \sin \alpha \cos(\omega t - \beta z);$$

$$E_z = Ee^{-\beta(x-x_0)} \cos \alpha \cos(\omega t - \beta z). \quad (1)$$

Здесь ось x перпендикулярна плоскости yOz периодической структуры; ось z определяет направление дрейфовой скорости v_{z0} электронов, совпадающее с направлением фокусирующего магнитного поля с индукцией $B=B_z$; E — амплитуда на уровне прицельного расстояния луча x_0 на входе в пространство взаимодействия; α — угол между направлением дрейфа и направлением распространения волны (1), лежащий в плоскости yOz и отсчитываемый в направлении от оси z к оси y угол встрела луча в поле волны (см. рис. 1).

Статический режим движения электронов бесконечно тонкого потока определяется следующими кинематическими соотношениями для скоростей и координат в пространстве взаимодействия:

$$\begin{aligned} v_x^0 &= \omega_c R \cos \left[\omega_c (t - t_1) + \operatorname{arctg} \frac{v_{y0}}{v_{x0}} \right]; \\ y_y^0 &= \omega_c R \sin \left[\omega_c (t - t_1) + \operatorname{arctg} \frac{v_{y0}}{v_{x0}} \right]; \quad v_z^0 = v_{z0}; \quad (2) \\ x^0 &= x_0 + R \left\{ \sin \left[\omega_c (t - t_1) + \operatorname{arctg} \frac{v_{y0}}{v_{x0}} \right] - \sin \left(\operatorname{arctg} \frac{v_{y0}}{v_{x0}} \right) \right\}; \\ y^0 &= -R \left\{ \cos \left[\omega_c (t - t_1) + \operatorname{arctg} \frac{v_{y0}}{v_{x0}} \right] - \cos \left(\operatorname{arctg} \frac{v_{y0}}{v_{x0}} \right) \right\}; \\ z^0 &= v_{z0} (t - t_1). \quad (3) \end{aligned}$$

Здесь $\omega_c = eB/m$ — циклотронная частота; $R = \sqrt{v_{x0}^2 + v_{y0}^2} / \omega_c$ — циклотронный радиус; v_{x0} , v_{y0} , v_{z0} — компоненты начальной скорости электронов в момент влета $t=t_1$ в магнитное поле и пространство взаимодействия. В дальнейшем для простоты будем полагать $v_{x0}=0$. При этом величина $v_{y0}/v_{z0} = \varepsilon$ характеризует угол встрела луча в магнитное поле, лежащий в плоскости yOz .

При определении динамического режима движения электронов будем полагать, что группировка электронов происходит без изменения формы винтовой траектории под воздействием продольной компоненты E_z . В рамках первой итерации метода последовательных приближений, учитывая только нулевую пространственную гармонику в разложении неоднородного действующего поля [1], получим

$$\begin{aligned} v_x(t) &= v_x^0(t); \quad v_y(t) = \underline{v_y^0}(t); \quad v_z(t) = v_{z0} \left\{ 1 + \nu I_0 \left(\frac{\varepsilon}{\Omega} \right) e^{\varepsilon/2} \times \right. \\ &\quad \times \cos \alpha [\cos \tau \cdot \sin \Phi + \sin \tau (\cos \Phi - 1)] / \rho \}; \quad (4) \\ x(t) &= x^0(t); \quad y(t) = y^0(t); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Phi(Z) &= Z + \nu I_0 \left(\frac{\varepsilon}{\Omega} \right) e^{\varepsilon/2} \cos \alpha [\cos \tau (\cos Z - 1) + \\ &\quad + \sin \tau (Z - \sin Z)] / \rho, \quad (5) \end{aligned}$$

где $Z = \rho\omega z/v_{z0}$; $\Phi = \rho\omega(t - t_1)$; $\tau = \omega t_1$; $\rho = 1 - v_{z0}/v_\Phi$;
 $v = eE/m\omega v_{z0}$; $\Omega = \omega_c/\omega$; $I_0\left(\frac{\varepsilon}{\Omega}\right)$ — модифицированная функция
 Бесселя нулевого порядка. $v e^{\varepsilon/\Omega} I_0\left(\frac{\varepsilon}{\Omega}\right)$ — усредненная ампли-
 туда поля, действующая на электрон.

Используя закон сохранения заряда бесконечно тонкого лу-
 ча и переходя к переменным Лагранжа τ, Z , для полной мощ-
 ности взаимодействия луча в рамках приближения заданного
 движения можно получить следующие соотношения:

$$P_a = \frac{I_0 v_{z0}}{2\pi \sqrt{v_{y0}^2 + v_{z0}^2}} \int_0^L \int_0^{2\pi} \left(\frac{v_x^0}{v_z} E_x + \frac{v_y^0}{v_z} E_y + E_z \right) d\tau dZ =$$

$$= - \frac{P_0 \xi v_{z0}^3}{2N_0 (v_{y0}^2 + v_{z0}^2)^{3/2}} (F_x + F_y + F_z). \quad (6)$$

Здесь

$$F_x = \frac{\varepsilon}{2\pi\Phi_0} \int_0^{\Phi_0} \int_0^{2\pi} (1+q)^{-1} \sin \theta e^{\varepsilon(1-\cos\theta)/\Omega} \sin(\tau + Z + \vartheta) d\tau dZ;$$

$$F_y = \frac{\varepsilon \sin \alpha}{2\pi\Phi_0} \int_0^{\Phi_0} \int_0^{2\pi} (1+q)^{-1} \cos \theta e^{\varepsilon(1-\cos\theta)/\Omega} \cos(\tau + Z + \vartheta) d\tau dZ; \quad (7)$$

$$F_z = \frac{-\cos \alpha}{2\pi\Phi_0} \int_0^{\Phi_0} \int_0^{2\pi} e^{\varepsilon(1-\cos\theta)/\Omega} \cos(\tau + Z + \vartheta) d\tau dZ;$$

$$q = \xi I_0 \left(\frac{\varepsilon}{\Omega} \right) e^{\varepsilon/2} \cos \alpha [\cos \tau \sin Z + \sin \tau (\cos Z - 1)] / 2\pi N_0 \Phi_0;$$

$$\theta = \Omega (Z 2\pi N_0 / \Phi_0 + \vartheta); \quad \vartheta = \xi I_0 \left(\frac{\varepsilon}{\Omega} \right) e^{\varepsilon/2} [\cos \tau (\cos Z - 1) +$$

$$+ \sin \tau (Z - \sin Z)] / \Phi_0^2;$$

$\xi = \pi N_0 E L (v_{y0}^2 + v_{z0}^2) / U_0 v_{z0}^2$ — амплитуда поля на уровне x_0 ;
 $I_0 = \rho_0 l \sqrt{v_{y0}^2 + v_{z0}^2}$ и $P_0 = I_0 U_0$ — постоянный ток и мощность
 луча на входе в пространство взаимодействия, $U_0 = m (v_{y0}^2 +$
 $+ v_{z0}^2) / 2e$; $N_0 = L/l$; L и l — длина и период структуры; $\Phi_0 =$
 $= \rho \omega L / v_{z0}$.

В линейном приближении, использовав разложение неоднородных амплитуд взаимодействующего поля по пространственным гармоникам соответственно, получим:

$$F_x = \frac{\varepsilon}{2\pi\Phi_0} e^{\varepsilon/2} \int_0^{\Phi_0} \int_0^{2\pi} e^{-\varepsilon \cos(\Omega Z 2\pi N_0 / \Phi_0) / \Omega} [\vartheta \cos(\tau + Z) \times$$

$$\times \sin(\Omega Z 2\pi N_0 / \Phi_0) + \Omega \vartheta \sin(\tau + Z) \cos(\Omega Z 2\pi N_0 / \Phi_0) + \varepsilon \vartheta \sin(\tau + Z) \sin^2(\Omega Z 2\pi N_0 / \Phi_0) - q \sin(\tau + Z) \sin(\Omega Z 2\pi N_0 / \Phi_0) \} d\tau dZ;$$

$$F_y = \frac{-\varepsilon \sin \alpha}{2\pi \Phi_0} e^{z/\Omega} \int_0^{\Phi_0} \int_0^{2\pi} e^{-\varepsilon \cos(\Omega Z 2\pi N_0 / \Phi_0) / \Omega} [\vartheta \sin(\tau + Z) \times$$

$$\times \cos(\Omega Z 2\pi N_0 / \Phi_0) + \Omega \vartheta \cos(\tau + Z) \sin(\Omega Z 2\pi N_0 / \Phi_0) - \varepsilon \vartheta \cos(\tau + Z) \sin(\Omega Z 2\pi N_0 / \Phi_0) + q \cos(\tau + Z) \cos(\Omega Z 2\pi N_0 / \Phi_0)] d\tau dZ; \quad (8)$$

$$F_z = \frac{\cos \alpha}{2\pi \Phi_0} e^{z/\Omega} \int_0^{\Phi_0} \int_0^{2\pi} \vartheta e^{-\varepsilon \cos(\Omega Z 2\pi N_0 / \Phi_0) / \Omega} [\sin(\tau + Z) - \varepsilon \cos(\tau + Z) \sin(\Omega Z 2\pi N_0 / \Phi_0)] d\tau dZ.$$

Отсюда видно, что каждая компонента мощности является результатом аддитивного сложения механизмов взаимодействия, обусловленных автомодуляцией потока по продольной скорости, поперечной скорости и поперечному смещению электронов при движении последних по винтовой траектории с «замороженным» радиусом, но переменным сжатием.

Если в (8) учесть только нулевые гармоники в разложениях неоднородных амплитуд поля по пространственным гармоникам, формулы принимают следующий вид:

$$F_x \approx -\xi \varepsilon \cos \alpha e^{2\varepsilon/\Omega} I_0\left(\frac{\varepsilon}{\Omega}\right) \left\{ \Omega I_1\left(\frac{\varepsilon}{\Omega}\right) + \frac{\varepsilon}{2} \left[I_0\left(\frac{\varepsilon}{\Omega}\right) - I_2\left(\frac{\varepsilon}{\Omega}\right) \right] \right\} f_{\parallel};$$

$$F_y \approx \xi \frac{\varepsilon \sin 2\alpha}{2} e^{2\varepsilon/\Omega} I_0\left(\frac{\varepsilon}{\Omega}\right) I_1\left(\frac{\varepsilon}{\Omega}\right) f_{\parallel}; \quad (9)$$

$$F_z \approx -\xi I_0^2\left(\frac{\varepsilon}{\Omega}\right) e^{2\varepsilon/\Omega} \cos^2 \alpha f_{\parallel};$$

где $f_{\parallel} = [2(1 - \cos \Phi_0) - \Phi_0 \sin \Phi_0] / 2\Phi_0^3$; а $I_1\left(\frac{\varepsilon}{\Omega}\right)$, $I_2\left(\frac{\varepsilon}{\Omega}\right)$ — модифицированные функции Бесселя первого и второго порядка.

В таком приближении взаимодействие криволинейного потока с разными компонентами поля описываются обычными формулами взаимодействия прямолинейного потока и поля с некоторой эквивалентной амплитудой. Эффекты автомодуляции по поперечным скоростям и смещениям проявляются при этом только в x -й компоненте мощности.

Поскольку анализ взаимодействия криволинейного потока с неоднородным полем, учитывающий различные механизмы

модуляции, фазировки и селекции электронов, даже в линейном приближении затруднителен, было проведено численное интегрирование функций F_x , F_y , F_z , представленных формулами (7) с использованием ЭВМ в зависимости от параметров задачи Φ_0 , Ω , ε и угла α .

Типичные кривые зависимостей F_x , F_y , F_z от угла пролета Φ_0 при различных значениях угла α приведены на рис. 2, а б ($\xi=8$; $\varepsilon=0,1$; $\Omega=0,1$ — сплошные линии, $\Omega=0,2$ — штриховые).

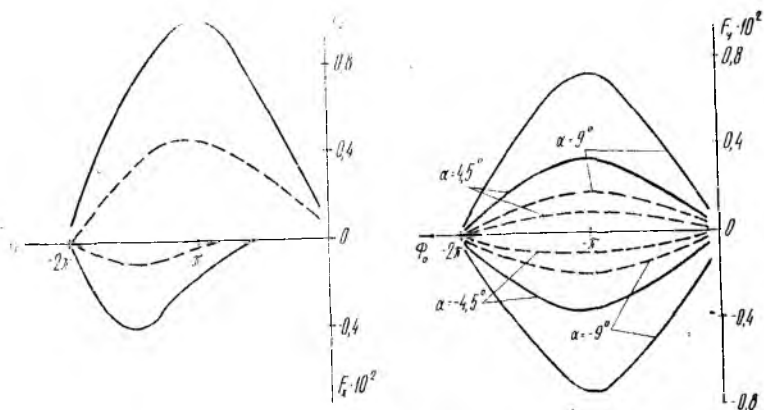


Рис. 2

Из рис. 2 и соотношений (7) — (9) следует, что вклад компоненты F_x в полную мощность взаимодействия всегда отрицателен, что объясняется неоптимальностью автофазировки электронов по поперечному смещению. Вклад компоненты F_y , обусловленный орбитальным движением электронов со средней скоростью ε существенно зависит от величины и знака угла α , хотя и составляет при рассмотренных величинах параметров не более 1%. Как отмечено в работе [3], существует оптимальный угол $\alpha_{\text{опт}}$, при котором мощность P_a достигает наибольшего значения. Кривые зависимостей $\alpha_{\text{опт}}$ от относительной поперечной скорости ε при $\Omega=0,1$; $0,2$, построение по результатам численного счета, приведены на рис. 3 для оптимальных углов пролета Φ_0 , соответствующих максимуму мощности в пределах зоны генерации, (сплошные линии) и для фиксированного угла пролета $\Phi_0 = -\pi/10$ (штриховые линии).

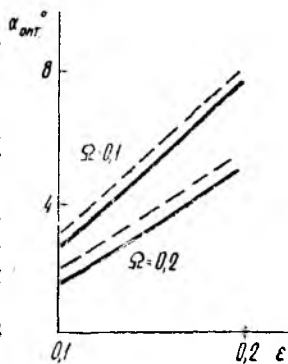


Рис. 3

Из рис. 3 следует, что увеличение скорости ε при фиксированной частоте Ω и уменьшение Ω при фиксированной ε при-

водит к увеличению оптимального ортоклиноotronного угла $\alpha_{\text{опт}}$, что объясняется ростом относительного вклада компоненты F_y . При неизменном циклотронном радиусе орбиты электронов ($\epsilon/\Omega = \text{const}$) с ростом ϵ также наблюдается увеличение $\alpha_{\text{опт}}$, обусловленное повышением орбитальной скорости движения электронов при неизменной форме статической траектории. При ускоряющих напряжениях, соответствующих началу зоны генерации ($\Phi_0 = \pi/10$), относительный вклад компоненты F_y возрастает, что приводит, соответственно, к некоторому увеличению оптимального ортоклиноotronного угла (штриховые линии на рис. 3).

Кривые на рис. 2, 3 свидетельствуют о том, что $\alpha_{\text{опт}}$ изменяется в зависимости от принятых параметров от 2° до 8° , что согласуется с экспериментальными значениями.

При изменении направления магнитного поля на противоположное ортоклиноotronный эффект будет наблюдаться, как отмечено в [3] и следует из рис. 2, при таких же по абсолютной величине, но только отрицательных углах α .

В заключение следует отметить, что, хотя в настоящей работе и получено качественное и количественное соответствие между теоретическими и экспериментально наблюдаемыми оптимальными ортоклиноotronными углами, принятое в [3] объяснение ортоклиноotronного эффекта нельзя считать удовлетворительным, так как относительный вклад мощности взаимодействия, обусловленной орбитальным движением электронов, оказывается малым и не объясняет сильных изменений мощности взаимодействия и стартового тока, наблюдаемых экспериментально, при изменении ортоклиноotronного угла.

Список литературы: 1. Шевчик В. Н., Трубецков Д. И. Аналитические методы расчета в электронике СВЧ. М., 1970. 584 с. 2. Андрушкевич В. С. Влияние формы статических траекторий электронов на работу приборов 0-типа в линейном режиме//Вопр. электроники сверхвысоких частот. Саратов, 1964. Вып. 1. С. 35—46. 3. Кириченко А. Я., Солодовник В. А. Влияние угла встречи электронного потока на стартовый ток лампы обратной волны//Радиотехника и электроника. 1981. № 1. С. 127—131.

Поступила в редколлегию 22.12.86

УДК 621.385

А. А. ТЕРЕНТЬЕВ, д-р физ.-мат. наук, Е. М. ИЛЬИН,
д-р физ.-мат. наук, В. Б. БАЙБУРИН

РАСЧЕТ МНОГОЧАСТОТНЫХ РЕЖИМОВ МАГНЕТРОННЫХ УСИЛИТЕЛЕЙ МЕТОДОМ ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ ЧАСТОТЫ

Описанные ранее многочастотные модели магнетронных усилителей [1; 2], в силу требования квазистационарности протекающих процессов, можно корректно применять для анализа режимов усиления многих сигналов в пределах 10—15 %

полосы пропускания усилителя. Однако существует целый ряд практически важных задач (исследование режимов генерации и усиления гармоник, паразитных колебаний и др.), решение которых возможно путем моделирования многочастотного взаимодействия в широкой полосе частот. В этом случае представляется целесообразным использование метода фундаментальной частоты, который нашел широкое применение при изучении многочастотных режимов ЛБВ О- и М-типов [3; 4]. Методика моделирования усилителей М-типа с катодом в пространстве взаимодействия описана лишь в одной работе [5], в которой анализ многочастотного взаимодействия проведен для квазиплоского случая с использованием метода крупных частиц, причем рассчитаны только амплитудные характеристики. В связи с этим представляется полезным создание приближенной многочастотной модели цилиндрического магнетронного усилителя, проведение расчетов амплитудных и фазовых характеристик многочастотного взаимодействия.

Пусть ВЧ-поле в цилиндрическом усилителе состоит из суммы колебаний с частотами ω_i , постоянными распространения γ_i и амплитудами. Согласно методу эквивалентных магнетронов [4], полагаем величины U_i и γ_i постоянными на отрезке замедляющей системы усилителя $\Delta\varphi = (2\pi - \varphi_{др})M$, где $\varphi_{др}$ — длина пространства дрейфа или холодной ячейки; M — число эквивалентных магнетронов. Выбирая один из сигналов, например, с частотой ω_1 , в качестве опорного, введем для каждого эквивалентного магнетрона подвижные нормализованные координаты $X = \gamma_i \varphi - \omega_1 t$, $Y = \gamma_i \ln(r/r_k)$ и нормированное время $T = \omega_1 t$. ВЧ-потенциал в данном эквивалентном магнетроне опишем выражением, полученным ранее в [2]:

$$U = - \sum_{i=1}^n \frac{U_i \operatorname{sh} \left(\frac{\gamma_i}{\gamma_1} Y \right)}{\operatorname{sh} \left(\frac{\gamma_i}{\gamma_1} D \right)} \sin \left[\frac{\gamma_i}{\gamma_1} X + \theta_i(T) + \psi_i \right], \quad (1)$$

где $\theta_i(T) = (\gamma_i/\gamma_1 - \omega_i/\omega_1) T$; $D = \gamma_1 \ln(r_a/r_k)$;

r_a, r_k — радиусы анода, катода; ψ_i — начальный фазовый сдвиг i -го сигнала; n — число сигналов.

Дрейфовые уравнения движения с учетом (1) и [2]

$$\frac{dX}{dT} = \left[\frac{U_a}{U_0} - \frac{D}{U_0} \sum_{i=1}^n \frac{\gamma_i U_i \operatorname{ch} \left(\frac{\gamma_i}{\gamma_1} Y \right)}{\gamma_1 \operatorname{sh} \left(\frac{\gamma_i}{\gamma_1} D \right)} \sin \left(\frac{\gamma_i}{\gamma_1} X + \theta_i + \psi_i \right) - \frac{f_x(X, Y)}{B_0 \omega_1} \right] e^{-\frac{2Y}{\gamma_1}} - 1; \quad (2)$$

$$\frac{dY}{dT} = \left[\frac{D}{U_0} \sum_{i=1}^n \frac{\gamma_i U_i \operatorname{ch} \left(\frac{\gamma_i}{\gamma_1} Y \right)}{\gamma_1 \operatorname{sh} \left(\frac{\gamma_i}{\gamma_1} D \right)} \cos \left(\frac{\gamma_i}{\gamma_1} X + \theta_i + \psi_i \right) + \frac{f_y(X, Y)}{B_0 \omega_1} \right] e^{-\frac{2Y}{\gamma_1}}, \quad (3)$$

где $U_0 = r_k^2 B_0 \omega_1 D / \gamma_1^2$; B_0 — постоянное магнитное поле; U_a — анодное напряжение.

Весовые функции f_x, f_y , отражающие влияние поля пространственного заряда, определяется методом двойных рядов Фурье по формулам и методике, приведенным в работе [6].

Уравнения (2), (3) являются нестационарными, что существенно затрудняет расчеты характеристик усилителей. Для многих практически важных случаев (моделирование режимов усилителей с малой дисперсией замедляющих систем — усилителя прямой волны М-типа (УПВМ), дематрона, расчет мощности гармоник и др.) можно воспользоваться допущением равенства фазовых скоростей исследуемых сигналов в пространстве взаимодействия усилителя. В этом случае $\omega_i / \gamma_i = \omega_1 / \gamma_1$ фаза $\theta_i = 0$, из уравнений (2), (3) время в явном виде исключается. Это дает возможность провести расчеты стационарных электронных траекторий, определить форму сгустков пространственного заряда и рассчитать характеристики прибора в исследуемых режимах.

Для интегрирования исходных уравнений введем фундаментальную частоту Ω , численно равную общему кратному частот входных сигналов ($\omega_i = k_i \Omega$). В этом случае для полного описания картины взаимодействия с учетом всех комбинаций фазовых сдвигов между сигналами необходимо проводить вычисление дрейфовых траекторий в эквивалентном магнетроне на длине $0 < X < 2\pi k_1 \left(k_1 = \frac{\omega_1}{\Omega} \right)$.

По рассчитанным конфигурациям электронных спиц (методика решения (2), (3) изложена в [2; 3; 6]) вычисляем активные и реактивные составляющие плотности ВЧ-тока [2]:

$$\gamma_i^a = -W_i \int_s \int \left[\left(1 + \frac{dX}{dT} \right) \operatorname{sh} \left(\frac{\gamma_i}{\gamma_1} Y \right) \cos \left(\frac{\gamma_i}{\gamma_1} X + \psi_i \right) + \frac{dY}{dT} \operatorname{ch} \left(\frac{\gamma_i}{\gamma_1} Y \right) \sin \left(\frac{\gamma_i}{\gamma_1} X + \psi_i \right) \right] dX dY; \quad (4)$$

$$\gamma_i^r = W_i \int_s \int \left[\left(1 + \frac{dX}{dT} \right) \operatorname{sh} \left(\frac{\gamma_i}{\gamma_1} Y \right) \sin \left(\frac{\gamma_i}{\gamma_1} X + \psi_i \right) - \frac{dY}{dT} \operatorname{ch} \left(\frac{\gamma_i}{\gamma_1} Y \right) \cos \left(\frac{\gamma_i}{\gamma_1} X + \psi_i \right) \right] dX dY. \quad (5)$$

Таким же образом находим плотность постоянного анодного тока:

$$I_a = W_0 \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^n U_l \left[\sin \left(\frac{\gamma_l}{\gamma_1} X'_l + \psi_l \right) - \sin \left(\frac{\gamma_l}{\gamma_1} X''_l + \psi_l \right) \right], \quad (6)$$

где

$$W_l = \frac{\gamma_l \omega_l r_k^2 h P_c}{\pi \gamma_l^2 k_1 \operatorname{sh} \left(\frac{\gamma_l D}{\gamma_1} \right)}; \quad W_0 = \frac{\gamma_1 r_k^2 h P_c}{2 \pi r_a^2 k_1 B_0};$$

h — аксиальная высота прибора; P_c — плотность пространственного заряда в спице, определяемая по методике [6], S — площадь всех спиц на фундаментальной длине волны $\Lambda = \frac{2\pi k_1}{\gamma_1}$; X''_l и X'_l — правая и левая границы l -й спицы на аноде; L — число спиц на длине Λ . На этом моделирование процесса в эквивалентном магнетроне заканчивается.

Значения амплитуды и фазы ВЧ-потенциала на частоте определяется по рекуррентным соотношениям [2]:

$$U_{i,m+1} = U_{i,m} + \left(\frac{R_i}{2} j_{i,m}^a - \alpha_i U_{i,m} \right) \Delta \varphi; \quad (7)$$

$$\gamma_{i,m+1} = \gamma_{i,\text{хол}} + \frac{R_i}{2U_{i,m}} j_{i,m}^f, \quad (8)$$

где $U_{i,1} = \sqrt{2R_i P_{\text{вх},i}}$; $\gamma_{i,1} = \gamma_{i,\text{хол}}$;

$P_{\text{вх},i}$ — входная мощность; R_i — сопротивление связи; $\gamma_{i,\text{хол}}$ — холодная постоянная распространения; α_i — коэффициент ослабления i -го сигнала; $m=1 \dots M$. При моделировании генерации побочных колебаний, например пространственных гармоник, величину U_i для первого эквивалентного магнетрона полагаем равной нулю. Выходная мощность $P_{\text{вых},i}$, фазовый сдвиг Φ_i -го сигнала, а также анодный ток I_a вычисляются по соотношениям

$$P_{\text{вых},i} = \frac{U_{i,M}^2}{2R_i}, \quad \Phi_i = \sum_{m=1}^M (\gamma_{i,m} - \gamma_{i,\text{хол}}) \Delta \varphi; \quad I_a = \sum_{m=1}^M I_{am} \Delta \varphi. \quad (9)$$

По соотношениям (1)–(9) была составлена программа расчетов на ЭВМ БЭСМ-6.

На рис. 1 показаны зависимости мощностей основного сигнала $P_{\text{вых},c}$ — кривая 1 и гармоник $P_{\text{вых},r}$ — кривые 2–7 на частотах $\omega_i = i \omega_1$ ($i=2 \dots 7$) в амплотроне от анодного напряжения. На рис. 2 приведены относительные уровни гармоник

$\gamma_r = 10 \lg \frac{P_{\text{вых.г.}}}{P_{\text{вых.с.}}}$ в амплитроне при различных анодных напряжениях: 1 — $U_a = U_a^n$; 2 — $U_a/U_a^n = 1,0037$; 3 — $U_a/U_a^n = 1,0074$; 4 — средний уровень.

Поскольку точное определение частотной зависимости сопротивления связи магнетронных замедляющих систем на частоте

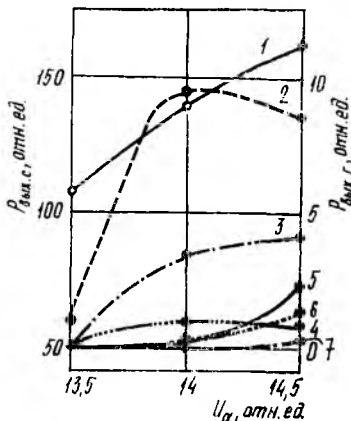


Рис. 1

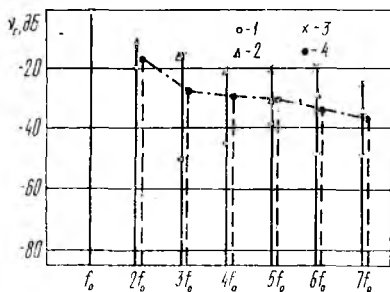


Рис. 2

тах гармоник основного сигнала не представляется возможным, при расчетах предполагается, что сопротивление связи от частоты не зависит.

Из приведенных характеристик следует, что уровень гармонических колебаний с увеличением анодного напряжения, как правило, возрастает, при $U_a/u_a^n \leq 1$, соответствующих номинальному режиму работы исследуемого амплитрона, мощности гармоник незначительны. Приведенные значения относительных уровней гармоник указывают на снижение мощности с возрастанием их номера (порядка), что соответствует данным экспериментального исследования. Однако теоретические результаты несколько завышены, что вызвано грубым приближением частотной независимости сопротивления связи. Более корректное задание значений сопротивления связи гармоник должно привести к существенному уменьшению уровня гармоник, как это имело место при расчетах магнетрона [3].

Несомненный интерес представляет сравнительный анализ двух разработанных адиабатических моделей — настоящей и квазистационарной [2], а также уточнение границ областей их корректного и эффективного применения при изучении многочастотных режимов усилителей М-типа. Для этого по соотношениям обеих моделей были проведены расчеты характеристик амплитрона (в приближении нулевой дисперсии замедляющей системы) в режимах усиления сигналов с различными частот-

ными расстройками. На рис. 3 приведены зависимости мощностей (позиции а, в) и фазовых сдвигов (позиции б, г) выходного сигнала амплитрона в двухчастотном режиме: $\omega_2 = \omega_1 + \Delta\omega$, $\Delta\omega/\omega_1 = 1\%$ (позиции а, б), $\Delta\omega/\omega_1 = 5\%$ (позиции в, г) от амплитуды входного сигнала на частоте ω_2 при постоянных уровнях

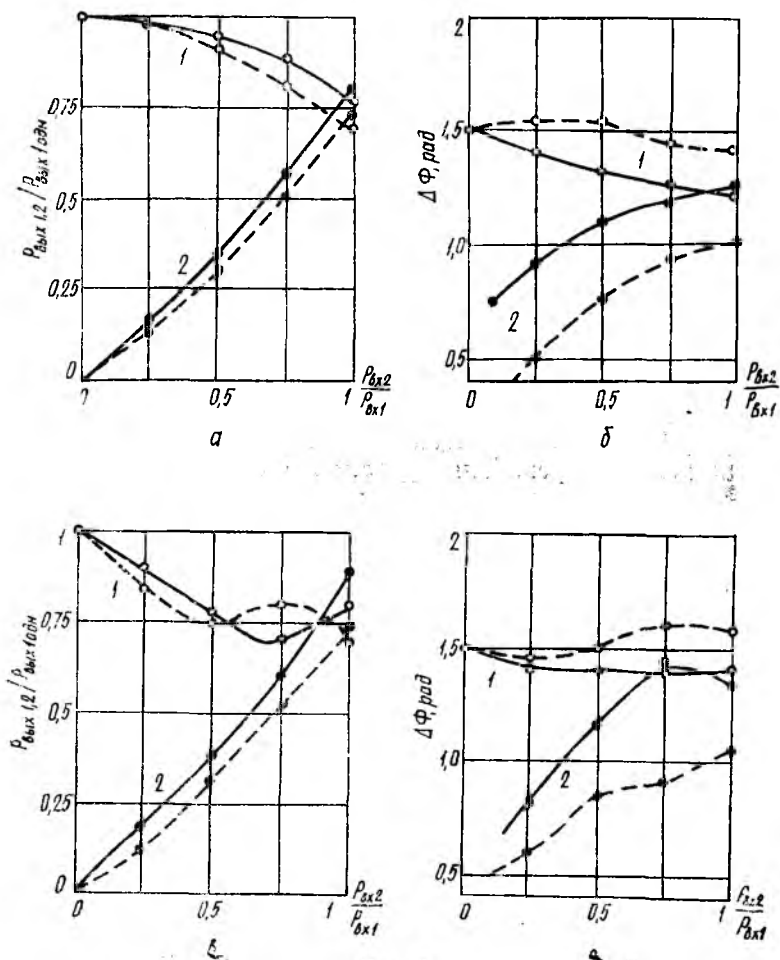


Рис. 3

анодного напряжения и входной мощности сигнала на частоте ω_1 . Сплошные линии — расчет по изложенной модели, пунктирные — по модели [2]. Здесь $P_{вых, 10 дн.}$ — выходная мощность сигнала на частоте ω_1 в одночастотном режиме.

Приведенные кривые свидетельствуют о том, что при равных входных мощностях и независимо от частотной расстройки оба сигнала усиливаются примерно одинаково и лишь незначительное преимущество имеет более высокочастотный сигнал. Эти же

выводы были сделаны при анализе двухчастотных режимов ЛБВ М-методом фундаментальной частоты [4]. При сравнении кривых имеем хорошее совпадение результатов счета по обоим моделям для данных частотных расстроек сигналов. Расхождение результатов моделирования фазовых характеристик объясняется тем, что при их вычислении используемое в настоящей модели условие равенства фазовых скоростей сигналов распространяется и на горячие значения скоростей, в то время как в квазистационарной модели [2] изменение горячей постоянной распространения подчиняется только уравнению взаимодействия (5) без дополнительных ограничений.

Основным критерием при выборе модели для проведения многочастотного анализа в магнетронных усилителях, по всей видимости, могут служить затрачиваемое на расчет машинное время и погрешности счета. Так, модель [2] экономична при расчетах режимов усиления сигналов с относительно близкими частотами. Увеличение частотной расстройки приводит к необходимости задания большого числа секторов, на которых процессы можно рассматривать как стационарные, и следовательно, к увеличению времени счета, снижению в целом достоверности результатов. Настоящая модель экономична при моделировании режимов усиления сигналов с большими частотными расстройками, например, в случае кратких частот. При этом с уменьшением в данном случае полосы частот сигналов происходит резкое увеличение фундаментальной длины волны, при этом машинное время и погрешности счета существенно возрастают. При частотной расстройке сигналов 8—10 % обе программы требуют приблизительно одинакового машинного времени. Кроме того, в настоящей модели используется условие равенства фазовых скоростей сигналов. Поэтому данную модель можно корректно применять, когда зависимость фазовой скорости электромагнитной волны от частоты слабая, что имеет место, например, в условиях прямой волны.

Таким образом, разработанная модель многочастотного режима цилиндрического магнетронного усилителя позволяет проводить изучение процессов многочастотного взаимодействия с учетом пространственного заряда в системах со скрещенными полями и распределенной эмиссией для случая большой частотной расстройки и слабой дисперсии замедляющей системы (ЗС).

Выполнено моделирование процессов генерации гармонических колебаний в амплитроне до седьмого порядка включительно. Показано, что с возрастанием порядка гармоник их мощности снижаются. Для более корректного определения уровня гармонических колебаний необходимо знать точную частотную зависимость сопротивления связи и полосовые свойства вывода энергии на кратких частотах.

Проведено сравнение разработанной и квазистационарной адиабатических моделей при расчете характеристик амплитро-

на (в приближении нулевой дисперсии замедляющей системы) в двухчастотном режиме. Установлено, что при частотной расстройке сигналов 8—10 % обе модели близки по эффективности и достоверности рассчитываемых характеристик.

Список литературы: 1. Ильин Е. М. Двухчастотный режим работы амплитрона//Электронная техника. Сер. Электроника СВЧ. 1975. Вып. 4. С. 41—45. 2. Терентьев А. А., Ильин Е. М., Байбурич В. Б. Анализ и моделирование многочастотного режима в усилителях М-типа с распределенным катодом//Радиотехника и электроника. 1985. Т. 30, № 3. С. 577—586. 3. Терентьев А. А., Руженцев И. В. Анализ полигармонического режима в цилиндрическом магнетроне//Радиотехника. 1986. Вып. 77. С. 56—62. 4. Цейтлин М. Б., Фурсаев М. А., Бецкий О. В. Сверхвысокочастотные усилители со скрещенными полями. М., 1978. 280 с. 5. Чурюмов Г. И., Шейн А. Г. Анализ многочастотного режима работы усилителя М-типа с катодом в пространстве//Радиотехника. 1978. Вып. 47. С. 107—110. 6. Шириш С. И. Приближенный метод расчета амплитрона//Электронная техника. Сер. Электроника СВЧ. 1979. Вып. 7. С. 57—68.

Поступила в редколлегию 09.12.86

УДК 621.385.6

М. Н. ПИВНЕНКО, А. А. ШМАТЬКО, канд. физ.-мат. наук

АВТОСИНХРОНИЗАЦИЯ И ПРИНУДИТЕЛЬНАЯ СИНХРОНИЗАЦИЯ РЕЗОНАНСНЫХ ГЕНЕРАТОРОВ О-ТИПА С РАСПРЕДЕЛЕННЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

Одной из важных задач при создании и разработке приборов СВЧ, последующем их применении в различных радиотехнических системах является улучшение стабильности колебаний при одновременном увеличении их мощности и снижении уровня технических и естественных шумов. Решение этой задачи может быть осуществлено за счет введения непосредственно в резонансную систему прибора дополнительного синхронизирующего сигнала или создания цепи дополнительной обратной связи. Различают два режима синхронизации: автосинхронизацию и принудительную синхронизацию. В режиме автосинхронизации сигнал снова возвращается в резонатор и воздействует на электронный пучок. В режиме принудительной синхронизации синхронизирующий сигнал подается в генератор от другого источника. Возможны комбинированные режимы.

В статье теоретически исследуются разновидности синхронизации применительно к резонансным генераторам О-типа с распределенным взаимодействием (резонансная ЛОВ, ладер-трон, ГДИ, оротрон).

В качестве математической модели резонансного генератора с внешней дополнительной обратной связью (ВДОС) и внешним синхронизирующим сигналом выберем систему уравнений, описывающую нелинейный нестационарный процесс взаимодей-

ствия электронного потока с полем, порождаемым им в резонансной системе прибора [1—3]. Цепь обратной связи будем

характеризовать коэффициентом передачи $\tilde{\Gamma} = \Gamma e^{i\varphi}$, где Γ — коэффициент отражения, φ — набег фазы. Тогда система уравнений для амплитуды F и разности фаз поля в резонаторе и внешнего колебания ψ при наличии дополнительной обратной связи и внешнего синхронизирующего сигнала принимает вид

$$\frac{dF}{d\tau} + F [1 - (G/\alpha(\Gamma, \varphi)) S_1(F)] = - \frac{a_c \cos(\psi - \tilde{\psi})}{(1 + \Gamma^2 + 2\Gamma \cos \varphi)^{1/2}}; \quad (1)$$

$$\frac{dF}{d\tau} + \Delta\omega - \tilde{\Delta\omega} - (G/\alpha(\Gamma, \varphi)) S_2(F) = \frac{a_c \sin(\psi - \tilde{\psi})}{F(1 + \Gamma^2 + 2\Gamma \cos \varphi)^{1/2}}. \quad (2)$$

Здесь введены следующие обозначения: $S_1(F)$, $S_2(F)$ — крутизна амплитудной и частотной колебательных характеристик генератора $\tilde{S}(F) = S_1(F) + iS_2(F)$; G — эффективность взаимодействия [4], величина, которая характеризует глубину положительной обратной связи, $\alpha(\Gamma, \varphi) = Q_n/Q_{n0} = [1 + K(1 + \Gamma^2)/(1 + \Gamma^2 + 2\Gamma \cos \varphi)]/(1 + K)$; Q_n , Q_{n0} — нагруженная добротность резонатора с ВДОС и без нее; K — коэффициент связи резонатора и ВДОС; a_c — безразмерная амплитуда внешнего сигнала; $\text{tg } \tilde{\psi} = (\Gamma \sin \varphi)/(1 - \Gamma \cos \varphi)$; $\Delta\omega = 2Q_n \frac{\omega_0 - \omega_r}{\omega_r}$ — относительная расстройка частоты внешнего синхронизирующего сигнала ω_0

и резонансной частоты «холодного» резонатора ω_r ; $\tilde{\Delta\omega} = (2K\Gamma \sin \varphi)/[(1 + K)/\alpha(\Gamma, \varphi)(1 + \Gamma^2 + 2\Gamma \cos \varphi)]$.

Крутизна колебательной характеристики $\tilde{S}(F)$ находится на основе решения нелинейного уравнения движения электронов в поле резонатора и в поле пространственного заряда пучка [1; 2; 5].

Система уравнений (1), (2) одинаково пригодна для анализа режимов: автосинхронизации ($a_c = 0$), принудительной синхронизации ($\Gamma = 0$) и комбинированной синхронизации ($a_c \neq 0$, $\Gamma \neq 0$). Режим принудительной синхронизации достаточно подробно исследован в работах [1; 2; 6; 7].

Рассмотрим последовательно влияние ВДОС на амплитудные и частотные характеристики в момент возникновения колебаний (пусковой режим), на переходной стадии их развития и в установившемся режиме.

Пусковой ток I_{st} и электронное смещение частоты в пусковом режиме получим из системы уравнений (1), (2) в предельном случае $(F \rightarrow 0, \frac{dF}{d\tau} = \frac{d\psi}{d\tau} = 0)$. Тогда

$$I_{st} = I_{st0} \alpha(\Gamma, \varphi); \quad \delta_{st} = \delta_{st0} + \Delta\tilde{\omega}, \quad (3)$$

где $I_{t_{50}}$ — пусковой ток генератора в отсутствии ВДОС; δ_{st0} — электронное смещение частоты [4]. На рис. 1 представлены зависимости $I_{st}/I_{st0 \min}$ (сплошные линии) и δ_{st} (штриховые линии) от величины относительного рассинхронизма ($\Phi b \sim$ ускоряющему напряжению U) для нескольких значений фазы φ и времени задержки сигнала в цепи ВДОС $\Delta\tau$. Возможны две ситуации: малые времена задержки $\Delta\tau \lesssim 10 T$, $T = 2\pi/\omega_r$ и большие $\Delta\tau \sim 100 T$. Анализ показывает, что при малых $\Delta\tau$ наличие ВДОС приводит к одинаковому изменению значения пускового тока во всем интервале изменения рассинхронизма Φb (кривая 2 на рис. 1). Во втором случае, когда $\Delta\tau$ достаточно велико, набег фазы в цепи ВДОС может приводить к резонансной зависимости пускового тока от Φb , причем минимальное его значение достигается в любой точке зоны генерации при соответствующей фазе φ . Этому случаю соответствуют кривые 3 и 4.

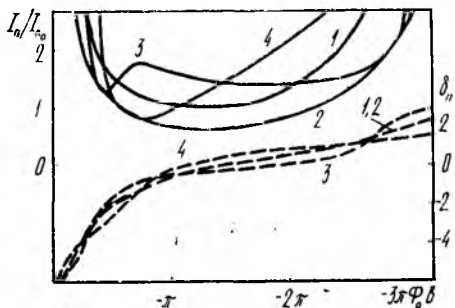


Рис. 1

Кроме этого существует область изменения φ , когда крутизна электронной перестройки практически во всем диапазоне изменения Φb остается малой величиной. Это указывает на возможность уменьшения шумов в генераторе за счет ВДОС. Такое поведение величин I_{st} и δ_{st} при изменении набега фазы в цепи ВДОС связано с изменением эквивалентной добротности системы в целом, которая при заданном рассинхронизме Φb может иметь максимальное значение при оптимальном набеге фазы φ . Поскольку $I_{st} \sim 1/Q$, то это приводит в конечном счете к уменьшению пускового тока. Такой способ управления пусковыми параметрами ГДИ позволяет расширить область ускоряющих напряжений, где возможно самовозбуждение колебаний.

Другим возможным предельным случаем системы уравнений (1), (2) является стационарный режим при котором $\frac{dF}{d\tau} = 0$. Из (1), (2) находим уравнение для определения значений амплитуды F и разности фаз ψ для соответствующих значений расстройки $\Delta\omega$:

$$\Delta\omega = \tilde{\Delta\omega} + [G/\alpha(\Gamma, \varphi)] S_2(F) \pm \{a_c^2/F^2 (1 + \Gamma^2 + 2\Gamma \cos \varphi) - [1 - (G/\alpha(\Gamma, \varphi)) S_1(F)]^2\}^{1/2}; \quad (4)$$

$$\psi = \tilde{\psi} + \arctg \left[\frac{(\Delta\omega - \tilde{\Delta\omega} - [G/\alpha(\Gamma, \varphi)] S_2(F))}{[1 - (G/\alpha(\Gamma, \varphi)) S_1(F)]} \right] \quad (5)$$

Уравнение (4) определяет амплитудную резонансную характеристику генератора с ВДОС при наличии внешнего синхронизирующего сигнала, а уравнение (5) — фазовую. Проанализировав (4), (5) можно сделать вывод, что включение в схему ВДОС приводит к смещению резонансных частот за счет дополнительной расстройки частот двух сигналов в цепи ВДОС

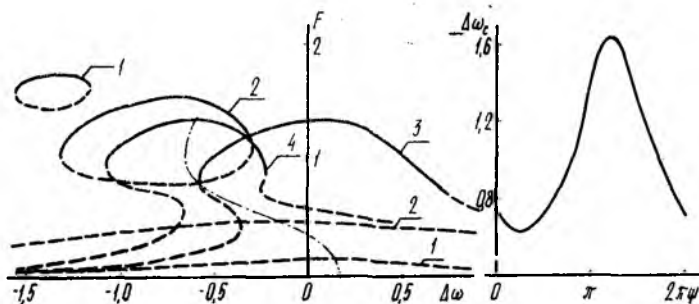


Рис. 2

и усилению или подавлению вынужденных колебаний. На рис. 2 представлены резонансные кривые (зависимость амплитуды вынужденных колебаний от расстройки частот) для ГДИ с гауссовой структурой поля в открытом резонаторе при мягком режиме возбуждения ($\Phi b = -2\pi$) для различных значений набега фазы в цепи ВДОС ($\Gamma = 0,3$). На этом же рисунке показана зависимость ширины полосы синхронизации $\Delta\omega_c$ от фазы φ .

Устойчивость решений уравнений (1), (2) определялась согласно критерия Рауса—Гурвица. Устойчивые значения F и $\Delta\omega$ помечены сплошными линиями, неустойчивые — штриховыми. Расчеты проводились для следующих значений фазы: 1 — $\varphi = 0,63$; 2 — $\varphi = 3,14$; 3 — $\varphi = 3,77$. Кривая 4 соответствует режиму принудительной синхронизации $a_c = 0,51$, $\Gamma = 0$ (штрихпунктирная линия — скелетная кривая). Таким образом, за счет изменения фазы в цепи ВДОС полоса синхронизации может быть расширена в 3—4 раза. Наблюдается не только количественное, но и качественное изменение характера возбуждения колебаний. Процесс установления колебаний может меняться от аperiodического к осциляторному и наоборот, т. е. происходит изменение особых точек состояний равновесия и местоположения их на плоскости параметров F и $\Delta\omega$.

Время установления колебаний характеризует ширину их спектра, а при импульсном возбуждении — время фронта. Для выяснения влияния ВДОС на эти характеристики система уравнений (1), (2) решалась численно. На рис. 3 представлены зависимости амплитуды колебаний F и электронного смещения частоты δ от времени. Кривая 1 соответствует $\varphi = 1,26$; 2 — $\varphi = 1,57$; 3 — $\varphi = 2,20$. Изменение фазы может приводить не только

к уменьшению времени установления колебаний, но и к увеличению пиковой амплитуды (кривая 1). Частотные характеристики имеют более сложную зависимость. Существуют такие φ (кривая 3), при которых электронное смещение частоты практически постоянно на всем интервале времени установления

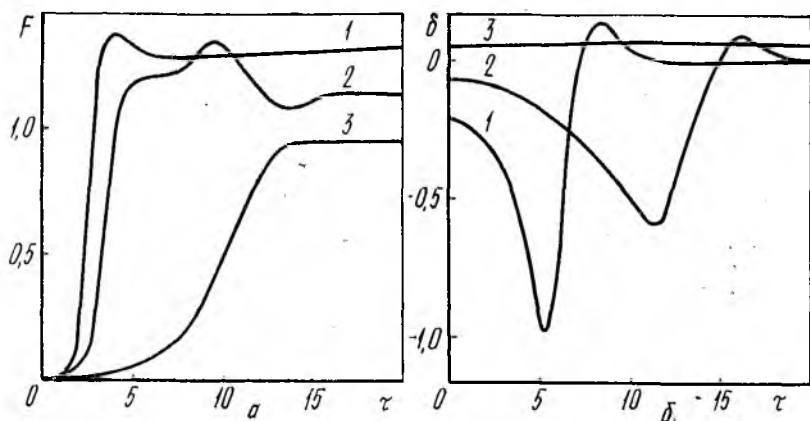


Рис. 3

амплитуды колебаний. Эти две особенности установления колебаний в генераторах с ВДОС позволяют расширить функциональные возможности резонансных генераторов О-типа с точки зрения создания источников с хорошим качеством спектра и импульсных генераторов с управляемой длительностью импульса.

Исследования показали, что есть возможность существенного улучшения ряда выходных параметров резонансных генераторов за счет введения ВДОС.

Список литературы: 1. Шматько А. А. Воздействие высокочастотного сигнала на резонансный автогенератор с распределенным взаимодействием О-типа//Радиотехника и электроника. 1985. Т. 30, № 4. С. 761—769. 2. Шматько А. А. Синхронизация внешним сигналом резонансных генераторов О-типа с распределенным взаимодействием//Докл. АН УССР. Сер. А. Физ.-мат. и техн. науки. 1985. № 8. С. 51—54. 3. Минаев М. И. Стабилизация частоты магнетрона с внешней обратной связью//Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. 1980. Вып. 8. С. 58—59. 4. Вавриш Д. М., Третьяков О. А., Шматько А. А. Теория резонансных генераторов с длительным взаимодействием//Препринт ФТИНТ АН УССР. 1978. 61 с. 5. Вавриш Д. М., Третьяков О. А., Шматько А. А. Влияние поля пространственного заряда на выходные характеристики генераторов с распределенным взаимодействием О-типа//Радиотехника и электроника. 1984, Т. 29, № 8, с. 1571—1579. 6. Ефимова А. М., Шматько А. А. Воздействие малого внешнего гармонического сигнала на нелинейную распределенную систему//Радиотехника. 1985. Вып. 73. С. 119—126. 7. Вавриш Д. М. К теории синхронизации резонансных генераторов с распределенным взаимодействием//Радиотехника. 1985. Вып. 74. С. 27—29.

Поступила в редколлегию 01.09.86

ЦИЛИНДРИЧЕСКАЯ ТРЕХМЕРНАЯ МОДЕЛЬ ГЕНЕРАТОРА СО СКРЕЩЕННЫМИ ПОЛЯМИ

Быстрый прогресс в области вычислительной техники, появление все более мощных ЭВМ предоставляют широкие возможности для исследования приборов СВЧ методом математического моделирования.

По сравнению с предшествующими, предлагаемая модель учитывает как трехмерные физические процессы, так и цилиндрическую форму электродов прибора. В основе модели лежит концепция самосогласованного поля, в котором кинетическое уравнение решается методом крупных частиц. Последний базируется на совместном решении уравнений возбуждения замедляющей системы электронным потоком, уравнения Пуассона, уравнений движения.

Уравнения движения электрона в цилиндрической системе координат записаны с учетом того, что все составляющие магнитного поля, кроме аксиальной, равны нулю:

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} = |\eta| \frac{\partial U}{\partial r} + r v_\varphi^2 - \omega_c r v_\varphi; \quad \frac{\partial v_\varphi}{\partial t} = |\eta| \frac{1}{r^2} \frac{\partial U}{\partial \varphi} - 2 \frac{v_r v_\varphi}{r} + \omega_c \frac{v_r}{r}; \quad (1)$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} = |\eta| \frac{\partial U}{\partial z},$$

где $v_r = \frac{\partial r}{\partial t}; \quad v_\varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial t}; \quad v_z = \frac{\partial z}{\partial t}; \quad \omega_c = |\eta| B_{0z};$

η — удельный заряд электрона.

В процессе моделирования динамики электронного потока основную трудность вызывает вычисление частных производных электрического поля в правых частях уравнений системы (1). С учетом квазистатического приближения это поле рассматривается как суперпозиция трех полей: пространственного заряда, постоянного поля в цилиндрическом диодном промежутке и высокочастотного поля электромагнитных колебаний. Сумму первых двух составляющих удобно вычислять, дифференцируя потенциал, полученный из решения уравнения Пуассона для трехмерной области с граничными условиями, описывающими напряжения на электродах прибора. Используемый в модели алгоритм *FACR* решает уравнение Пуассона в трехмерной цилиндрической области с произвольными граничными условиями на радиальных плоскостях (на катоде и аноде), нулевыми на аксиальных (на торцевых экранах) и периодическими граничными условиями в азимутальном направ-

лении. Цилиндричность пространства учитывается с помощью перехода в преобразованную систему координат (ПСК). Сущность этого перехода заключается в конформном отображении цилиндрической области на прямоугольную, при этом шаг сетки в радиальном направлении перестает быть постоянным. Рассматриваемая модель использует ПСК исключительно для решения уравнения Пуассона, все остальные вычисления выполняются с реальными, ненормированными величинами.

Выражения, описывающие преобразование координат [1], имеют следующий вид:

$$r = r_k \exp(k_y Y), \quad \varphi = k_x X; \quad z = k_z Z, \quad k_x = \frac{2\pi}{\rho N}; \quad (2)$$

$$k_y = \frac{1}{M} \ln \frac{r_a}{r_k}, \quad k_z = \frac{W}{L},$$

где X, Y, Z — преобразованные координаты; r_a, r_k, W — размеры рассматриваемой области пространства взаимодействия; M, N, L — числа разбиений сетки по координатам r, φ, z соответственно; ρ — коэффициент, учитывающий, какая часть окружности пространства взаимодействия представлена в модели; для λ -вида колебаний он равен половине числа резонаторов.

Алгоритм расчета напряженностей электрического поля внутри пространства взаимодействия можно разбить на следующие этапы.

1. Вычисление координат X, Y, Z частицы в ПСК исходя из цилиндрических координат φ, r, z :

$$X = \frac{\varphi}{k_x}; \quad Y = \frac{\ln(r/r_k)}{k_y}; \quad Z = \frac{z}{k_z}. \quad (3)$$

2. «Размазывание» заряда по 8 узлам (CIC-метод).

3. Собственно решение уравнения Пуассона (заряды в узлах сетки заменяются вычисленными значениями потенциалов).

4. Сглаживание кулоновского потенциала по 27 узлам методом наименьших квадратов [2]. Получаем напряженности E_x, E_y, E_z в ПСК.

5. Вычисление напряженностей в цилиндрической системе координат по формулам

$$E_r = \frac{E_y}{rk_y}; \quad E_\varphi = \frac{E_x}{k_x}; \quad E_z = \frac{E_z}{k_z}. \quad (4)$$

Необходимость дважды вычислять логарифм для каждой частицы в каждый момент времени практически не снижает быстродействие модели, поскольку в трехмерных моделях «крупных частиц» подавляющая часть времени счета расходуется на решение уравнения Пуассона, а функция логарифма легко табулируется.

Для получения напряженностей высокочастотного электрического поля решаем уравнение Лапласа в цилиндрической об-

ласти, где в качестве граничных условий на катоде задан нулевой потенциал, а на аноде — мгновенное распределение ВЧ напряжения при фазе колебаний, равной нулю. Продифференцировав рассчитанное потенциальное поле, получим две составляющие структурной функции ВЧ поля единичной амплитуды:

$$|e_r| = E_r(r, \varphi); |e_\varphi| = E_\varphi(r, \varphi). \quad (5)$$

Эти функции нам понадобятся для накопления интеграла взаимодействия. Для вычисления правых частей уравнений движения надо структурную функцию домножить на амплитудный и временной множители:

$$\frac{\partial U}{\partial r} = -A_{N/2} E_{r, N/2}(r, \varphi) \cos(\omega_{N/2} t + \psi_{N/2}), \quad (6)$$

где $A_{N/2}$ — амплитуда π -вида колебаний; $\omega_{N/2}$ — круговая частота; $\psi_{N/2}$ — фаза.

Наиболее часто для решения системы (1) используется метод Рунге-Кутты четвертого порядка. Тем не менее для решения уравнений движения был выбран более экономичный метод, сочетающий экстраполяционные формулы Адамса для скорости и степенные ряды для радиус-вектора [3]:

$$r_{k+1} = r_k + v_k \Delta t + \frac{\Delta t^2}{4} \left(\frac{19}{6} g_k - \frac{5}{3} g_{k-1} + \frac{1}{2} g_{k-2} \right) + o(\Delta t^5);$$

$$v_{k+1} = v_k + \frac{1}{3} \Delta t \left(\frac{23}{4} g_k - 4g_{k-1} + \frac{5}{4} g_{k-2} \right) + o(\Delta t^4), \quad (7)$$

где g_k, g_{k-1}, g_{k-2} — ускорения, или, что то же самое, правые части уравнений системы (1).

Нестационарный режим рассчитываем путем решения уравнения возбуждения замедляющей системы:

$$\frac{d^2 E_m}{dt^2} + \frac{m\omega_0}{2Q_n} \frac{dE_m}{dt} + m^2 \omega_0^2 E_m = -\frac{1}{N_n} \int_V \frac{\partial j}{\partial t} \vec{E}(\vec{r}) dV, \quad (8)$$

где E_m — мгновенное значение гармоники с номером m ; ω_0 — холодная частота колебаний; Q_n — нагруженная добротность замедляющей системы; N_n — норма n -го вида колебаний; \vec{j} — возбуждающий ток; $\vec{E}(\vec{r})$ — единичная функция ВЧ поля.

Переходя к скалярным величинам в правой части и меняя местами интегрирование и дифференцирование, получаем интеграл взаимодействия

$$\int_V \frac{\partial j}{\partial t} \vec{E}(\vec{r}) dV = q \frac{\partial}{\partial t} \sum [v_{\varphi i}(\vec{r}, t) E_\varphi(\vec{r}) + v_{r i}(\vec{r}, t) E_r(\vec{r})], \quad (9)$$

где q — заряд модельной частицы. В последнем выражении интеграл по объему пространства взаимодействия заменен суммой по частицам.

Уравнение (8) для каждой рассматриваемой временной гармоники m решаем тем же методом, что и уравнения движения, т. е. по формулам (7). Отказ от обычно применяемого здесь метода прогноза-коррекции связан с неустойчивостью последнего для уравнения второго порядка при большом числе шагов решения.

Получая в качестве решения уравнения (8) зависимость мгновенного значения ВЧ поля от времени, можно вычислить относительное изменение частоты, которое составляет десятки доли процента. Для расчета с приемлемой точностью этого параметра требуется большая выборка по времени, что ведет к увеличению объема вычислений.

Указанного недостатка лишен метод медленно меняющихся амплитуд (ММА):

$$\frac{dA_m}{dt} = -\frac{1}{N_n} m \int_V \vec{j} \vec{E}(\vec{r}) dV \cos(m\omega_0 t + \psi_m) - \frac{m\omega_0}{2Q_n} A_m;$$

$$\frac{d\psi_m}{dt} = \frac{1}{N_n A_m} \int_V \vec{j} \vec{E}(\vec{r}) dV \sin(m\omega_0 t + \psi_m), \quad (10)$$

где A_m — огибающая гармоники с номером m ; ψ_m — фаза гармоники m . Решая систему (10) для каждой гармоники, получаем зависимости их фаз и амплитуд от времени, при этом относительное изменение частоты вычисляем как производную фазы основной гармоники по времени. Систему двух уравнений для амплитуды и фазы решаем методом прогноза-коррекции, используя его как однопроходный.

В процессе расчета стационарного режима с помощью несамоогласованной задачи выполняем решение второго уравнения системы (10), фиксируя при этом амплитуду. Немалую трудность для реализации многовидовой задачи составляет вычисление структурных функций ВЧ полей видов колебаний замедляющей системы. Как и в случае одновидовой задачи, эти функции представляют собой результат дифференцирования решения уравнения Лапласа.

Для проверки алгоритма решения уравнения Пуассона цилиндрическое пространство взаимодействия было равномерно заполнено зарядом. В этом случае частные производные кулоновского поля по φ и по z оказываются равными нулю, а уравнение принимает вид

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial U}{\partial r} \right) = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}, \quad \rho = f(r, \varphi, z) = \text{const}. \quad (11)$$

Решением этого уравнения с граничными условиями

$$U|_{r=r_k} = 0, U|_{r=r_a} = 0 \quad (12)$$

является функция

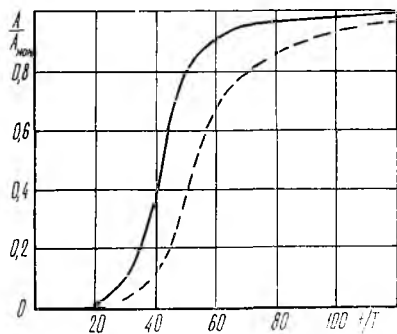
$$U(r) = \frac{\rho}{4\epsilon_0} \left[\frac{(r_a^2 - r_k^2) \ln r}{\ln(r_a/r_k)} - r^2 + \frac{r_k^2 \ln r_a - r_a^2 \ln r_k}{\ln(r_a/r_k)} \right]. \quad (13)$$

Продифференцировав (13), получим радиальную напряженность

$$E(r) = -\frac{\partial U}{\partial r} = \frac{\rho}{4\epsilon_0} \left(2r - \frac{r_a^2 - r_k^2}{r \ln(r_a/r_k)} \right). \quad (14)$$

В ходе проверок алгоритмов решения уравнения Пуассона по формуле (13), а также алгоритмов сглаживания и дифференцирования кулоновского потенциала по формуле (14) расхождение составило не более 5 %. Пробный расчет рабочих характеристик генератора со скрещенными полями показал, что при номинальных значениях анодного напряжения и амплитуды ВЧ поля ток анода отличается от полученного экспериментально на 3 %. На рисунке показаны зависимости амплитуды колебаний от времени, рассчитанные путем решения системы двух уравнений первого порядка (пунктирная кривая) и уравнения второго порядка (сплошная кривая) для π -вида колебаний.

По техническим характеристикам модель вполне пригодна для эксплуатации на вычислительных машинах с быстродействием не менее полумиллиона операций в секунду, несмотря на то что наличие третьего измерения ощутимо увеличивает объем вычислений. С другой стороны, трехмерность модели заметно повышает точность результатов, что особенно актуально в случае приборов с небольшой протяженностью в аксиальном направлении. Одновременно появляется возможность включать в модель многие конструктивные особенности приборов в целях



оптимизации электрических характеристик. К примеру, была выполнена оптимизация коэффициента полезного действия путем подбора эмиссионной площади катода и расстояния между торцевыми экранами.

Предлагаемая модель генератора со скрещенными полями, проверенная на широком классе задач, позволяет получить удовлетворительную точность при относительно небольших затратах машинного времени. Модель может послужить базой для исследова-

дования ряда физических эффектов благодаря учету третьего измерения, таких, например, как влияние на процесс возбуждения колебаний либо перекоса магнитного поля, либо аксиальных неоднородностей электрического поля.

Список литературы: 1. *Шадрин А. А., Шейн А. Г.* К расчету полей пространственного заряда в электронных приборах сверхбыстрым методом Хокни// Радиотехника. 1974. Вып. 28. С. 32—46. 2. *Рошаль А. С.* Сглаживание кулоновского поля в моделях «крупных частиц»//Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. 1976. Вып. 5. С. 72—78. 3. *Рошаль А. С.* Моделирование заряженных пучков. М., 1979. 224 с.

Поступила в редколлегию 26.10.87

УДК 621.373

В. И. МОЛЯВКО, канд. физ.-мат. наук, *С. И. ПЕТРОВ*,
И. А. СУХОИВАНОВ, канд. техн. наук

ОБ ИСКАЖЕНИИ СИГНАЛОВ В ВОЛОКОННО-ОПТИЧЕСКИХ ЛИНИЯХ СВЯЗИ МАЛОЙ ДЛИНЫ

Волоконно-оптические линии связи используются при передаче информации на большие расстояния — десятки, сотни километров и на малые — для связи внутри объектов. В первом случае важное значение имеют мощность передатчиков, чувствительность приемников, уровень потерь и дисперсионные свойства оптических световодов. Во втором случае потери в линии и дисперсия, как правило, не играют большой роли, а избыточная мощность излучения, высокая чувствительность приемников при наличии отражений в соединении световодов и малом затухании, характерном для коротких отрезков линий, могут привести к значительным искажениям информации. Они обусловлены оптическими явлениями в соединениях и отрезках линий, влиянием отраженных сигналов на работу передающих и приемных устройств [1—4].

В статье представлены результаты экспериментального исследования искажений импульсных сигналов при передаче на малые расстояния по многомодовым линиям, обусловленные зазорами в соединениях. Экспериментальная линия связи создана на базе серийно выпускаемых промышленностью передающих (КЭМ-34-4ПД) и приемных (КЭМ-34-4ПР) модулей 1985 г. выпуска. Длина линии составляла 10 м. Использовался многомодовый волоконный световод со ступенчатым профилем показателя преломления. Для реализации различных условий оптического согласования передатчик и приемник подсоединялись к световоду посредством трехкоординатных механических устройств, позволяющих производить продольные и поперечные смещения торцов в зазорах соединений относительно друг друга с погрешностью установки необходимых смещений менее 2 мкм.

Модуляция излучения осуществлялась импульсным генератором ОГ5—87, выходной сигнал подавался на широкополосный осциллограф С1—75. Из схемы приемных модулей для сохранения формы принимаемых сигналов исключались системы формирования выходного сигнала и автоматической регулировки усиления, т. е. осциллограф подсоединялся непосредственно к выходу эмиттерного повторителя каскада предварительного усиления.

В процессе эксперимента исследовались влияние продольных и поперечных смещений торцов в соединениях «передатчик-волокно» и «приемник-волокно» на амплитуду, длительность выходных сигналов, параметры паразитных сигналов, возникающих в системе при различных уровнях мощности излучения. Основные параметры передающих модулей представлены в таблице. Изменение уровня входной мощности в линии производилось путем замены передающих модулей.

№ п/п	$I_{\text{потр.}}$, МА	τ_{Φ}^+ , нс	τ_{Φ}^- , нс	Заводской номер передающих модулей
1	526	7	5	6407
2	520	4	7	7014
3	480	4	6	6410
4	250	8	8	6859
5	250	10	5	7663
6	250	6	8	6329
7	210	5	8	6843
8	190	5	5	6493
9	190	7	7	6920

Некоторые результаты измерений, характерные для передающих модулей с повышенной мощностью (см. в таблице 1—3), представлены графически. На рис. 1 показана зависимость амплитуды выходных импульсов U_m , их длительности τ , амплитуд паразитных колебаний на вершине U_{mb} и в паузе U_{mn} от величины продольных смещений торцов z в узле стыковки «передатчик-волокно». Поперечные смещения y и смещения в узле «при-

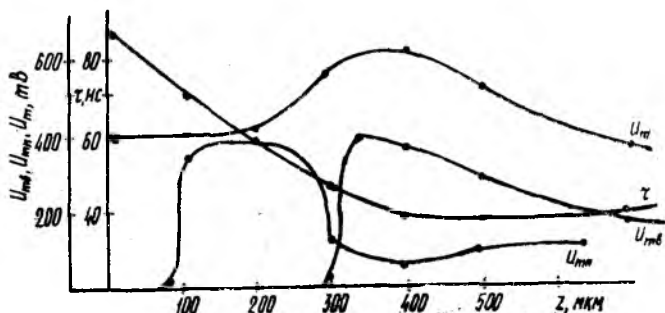


Рис. 1

литуды выходных импульсов U_m , их длительности τ , амплитуд паразитных колебаний на вершине U_{mb} и в паузе U_{mn} от величины продольных смещений торцов z в узле стыковки «передатчик-волокно». Поперечные смещения y и смещения в узле «при-

емник-волокно» отсутствуют. На рис. 2 представлены те же зависимости, но для фиксированного поперечного смещения торцов в области передатчика ($y=40$ мкм). Исходный сигнал в обоих случаях имел частоту следования импульсов 8,448 МГц со скважностью, равной двум, что соответствует длительности 59 нс.

Экспериментальные кривые свидетельствуют о том, что характер искажений сигналов существенно зависит от взаимных

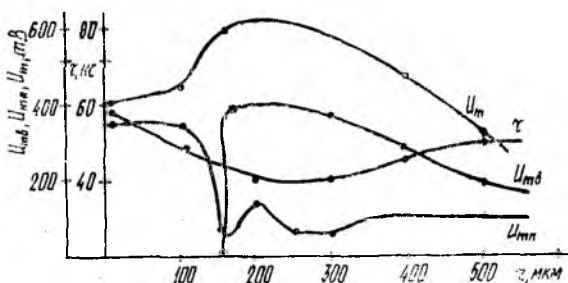


Рис. 2

смещений торцов в области передатчика. Так, при отсутствии зазора ($z=0$, $y=0$) длительность импульса, регистрируемого на выходе приемника, составляла примерно 90 нс, а паразитные выбросы на вершине и в паузе практически отсутствовали. С возрастанием продольного смещения торцов длительность выходного импульса уменьшается, но при $z \approx 90$ мкм в паузе появляется и быстро нарастает с увеличением зазора паразитный импульсный сигнал, амплитуда которого становится сравнимой с амплитудой полезного сигнала, а длительность — в несколько раз меньше и зависит от величины зазора. При зазоре примерно 300 мкм паразитный сигнал в паузе резко уменьшается по амплитуде, но появляется быстро нарастающий выброс напряжения на вершине импульса, который с дальнейшим увеличением зазора перемещается от заднего фронта к переднему, уменьшаясь по амплитуде. Искажения формы сигнала были минимальны для $z=300$ мкм, но длительность импульса оказалась несколько меньше исходной. Изменения ширины зазора в этой области на 1—2 мкм приводили к значительным искажениям, в то время как при уже сформировавшихся паразитных сигналах изменения ширины зазора на несколько десятков микрометров существенно не искажали форму сигнала.

Поперечные смещения торцов в области передатчика приводили к искажениям того же характера, но они проявлялись при меньшей величине продольных смещений. С увеличением y кривые, представленные на рис. 1, смещаются влево (рис. 2). В частности, при $y=40$ мкм выброс в паузе между импульсами наблюдается и при $z=0$ мкм, а минимальные искажения сигналов имеют место при y , примерно равном 150 мкм.

Аналогичны картины искажений и в случае смещений торцов в области приемника. Характерно, что они проявляются при использовании передатчиков с повышенным уровнем мощности излучения. Для передающих модулей (см. в таблице 4—9) искажения сигналов практически не наблюдаются. С увеличением линии до 600 м искажения исчезают при любой мощности передатчика.

Для выяснения влияния условий согласования на характер отражений зазоры заполнялись жидкостями с различным показателем преломления. Использовались дистиллированная вода, этиловый спирт, жидкость СКТНФ, глицерин с коэффициентами преломления 1,333, 1,365, 1,4195, 1,473. Установлено, что применение иммерсионных жидкостей значительно уменьшает искажения формы импульсных сигналов. Так, в частности, если ширина зазора 100 мкм без поперечных смещений, длительность импульсов при различных его заполнениях составит 48, 50, 52, 55 нс, а паразитные выбросы сигналов практически не наблюдаются. При больших значениях ширины зазора длительность импульса слабо зависит от заполнения и остается равной примерно 50 нс, а амплитуда паразитных выбросов не превышает 50 % амплитуды полезного сигнала.

Для выяснения причин искажений производилась проверка прохождения импульсных сигналов по электрическим цепям приемных модулей. Установлено, что при соответствии параметров входных сигналов техническим условиям модулей искажения минимальны. Исследовался также сигнал, снимаемый непосредственно с нагрузочного резистора фотодиода. Для этих целей использовался широкополосный усилитель УЗ—33 с полосой 0,05—400 МГц. В такой цепи параметры сигналов слабо зависят от величины зазоров в соединениях и практически не искажаются. Следовательно, есть основания предположить, что основной причиной искажений, по-видимому, является реакция приемных модулей на оптические отражения в зазорах соединений.

Таким образом, при эксплуатации коротких волоконно-оптических линий связи на многомодовых световодах длиной несколько десятков метров с относительно высокими уровнями мощности излучения передающих модулей (более 1 мВт) возможны искажения параметров передаваемых импульсных сигналов, вызванные оптическими отражениями в зазорах соединений. Для передающих и приемных модулей типа КЭМ-34-4 при смещении торцов в зазорах искажения могут проявляться в виде изменения длительности импульсов, их амплитуды, появления паразитных сигналов. При разработке и эксплуатации волоконно-оптических систем на малые расстояния для достижения минимальных искажений целесообразно использовать передающие модули с минимально допустимой для данной линии мощностью передачи.

Список литературы: 1. *Wagner R. E., Sandahl C. R.* Interference effects in optical fibre connection//Applied Optics. 1982. 21, N 8. P. 1381—1385. 2. *Kuwahara H., Goto M.* Generation of harmonic distortion af fibre connectors// Electronics letters. 1981. 17. N 18. P. 626—627. 3. *Пикарников В. П., Скворцов Л. И., Смирнов В. М.* Гармонические искажения в соединителях оптических волокон при передаче цифровой информации//Журн. техн. физики. 1984. 54, № 1. С. 107—109. 4. *Фудзии Ю., Мацухара М., Кумагаи Н.*//Теоретический анализ связи между полупроводниковым лазером и оптическим волокном через воздушный промежуток//Дэнси цусин гаккай ромбунси. 1986. С. 69. № 1. P. 33—40.

Поступила в редколлегию 05.12.87

УДК 621.317.7

А. Б. ЕГОРОВ, И. П. ЗАХАРОВ, В. Н. ЖЕНДУБАЕВ

АЛГОРИТМЫ ДИНАМИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ СИГНАЛА И НАГРУЗКИ ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ

В технике, в научных исследованиях, в сложных физических экспериментах все большее распространение получают динамические режимы работы измерительных приборов и систем [1]. В диапазоне СВЧ с такими режимами связаны не только быстроедействие и расширение динамического диапазона средств измерения, но и его многофункциональность, поскольку одновременно необходимо измерять несколько параметров нестационарной нагрузки и сигнала, как функций времени [2]. В статье описаны алгоритмы динамических измерений падающей $P_{пад}$, отраженной $P_{отр}$ и проходящей $P_{пр}$ мощности, а также модуля Γ и фазы Φ коэффициента отражения нагрузки в диапазоне частот.

В основу алгоритмов положен метод дискретной измерительной линии (ДИЛ) [3], который связан с осуществлением пространственной дискретизации распределения электрической составляющей электромагнитного поля в линии передачи по направлению его распространения. Последующие расчеты измеряемых параметров производятся по значениям поля в точках дискретизации. В общем случае для измерения достаточно четырехзондовой ДИЛ. Увеличение числа зондов ведет к уменьшению методической и одновременному росту инструментальной погрешности измерения, а также увеличению объема аппаратуры. Вопрос о выборе числа элементов связи ДИЛ в зависимости от их типа, количества измеряемых параметров и диапазона частот является достаточно сложным и требует более глубокого изучения.

В измерительной системе, структурная схема которой показана на рис. 1, реализованы алгоритмы определения параметров сигнала и нагрузки для шестизондовой эквидистантной ДИЛ. Здесь 1 — емкостной зонд; 2 — малоинерционный преобразователь мощности; 3 — усилитель, 4 — аналоговое запоминающее устройство; 5 — формирователь калибровочных напряжений; 6 — коммутатор; 7 — генератор стробирующих импульсов; 8 — микроЭВМ; 9 — аналого-цифровой преобразователь (АЦП);

10 — переключатель частоты дискретизации; 11 — цифроречащее устройство (ЦПУ); 12 — оперативное запоминающее устройство (ОЗУ); 13 — переключатель вида исследуемого сигнала. Измерительная система (ИС) представляет собой зондовую измерительную линию с шестью идентичными электрическими связями и каналами детектирования, усиления и дискретизации по времени с заданной частотой. Электрическую составляющую поля в любой точке линии передачи можно представить в виде $E = E_{\text{пад}} \cos \omega t + E_{\text{отр}} \cos (\omega t + \Phi)$, где $E_{\text{пад}}$, $E_{\text{отр}}$ — амплитуды электрических составляющих падающей и отраженной волн; ω — частота колебаний. Считая, что зонды ДИЛ представляют собой чисто емкостные элементы связи, а преобразователи мощности обладают

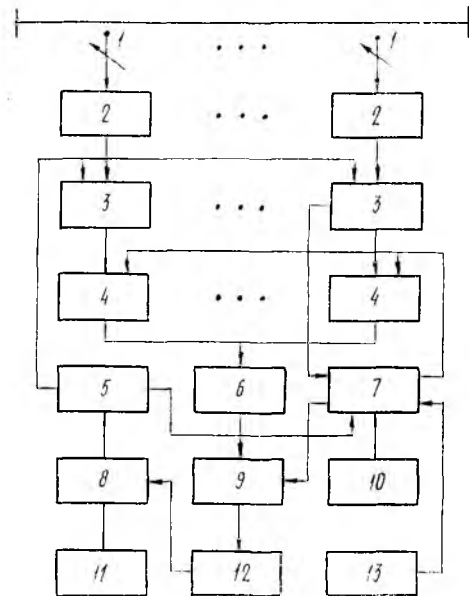


Рис. 1

линейными вольт-ваттными характеристиками, напряжения на выходах последних будут определяться соотношением

$$U_i = 0,5 K_i E_{\text{пад}}^2 [1 + \Gamma^2 + 2\Gamma \cos (\Phi + 3\theta - i\theta)], \quad (1)$$

где K — коэффициент пропорциональности; $i=1, 2..6$ — номер зонда; θ — фазовый сдвиг между зондами, $\theta=4\pi l/\lambda$; λ — длина волны в линии передачи; l — расстояние между зондами.

Систему уравнений (1) решаем относительно фазового сдвига между зондами:

$$\theta = \begin{cases} (U_2 - U_6)/2(U_3 - U_5) & \text{при } |U_2 - U_4| < |U_3 - U_5|; \\ (U_1 - U_5)/2(U_2 - U_4) & \text{при } |U_2 - U_4| > |U_3 - U_5|. \end{cases} \quad (2)$$

$$\theta = \begin{cases} (U_2 - U_6)/2(U_3 - U_5) & \text{при } |U_2 - U_4| < |U_3 - U_5|; \\ (U_1 - U_5)/2(U_2 - U_4) & \text{при } |U_2 - U_4| > |U_3 - U_5|. \end{cases} \quad (3)$$

Выражения (2), (3) идентичны и переходят одно в другое циклической перестановкой зондов, поэтому в дальнейшем будем пользоваться только выражением (3), из которого следует, что

$$\omega = \frac{C}{2l} \arccos \frac{U_1 - U_5}{2(U_2 - U_4)}, \quad (4)$$

где C — скорость света в свободном пространстве.

Фаза коэффициента отражения определяется согласно следующим уравнениям:

если $U_1 - 2U_3 + U_5 = 0,$

$$\Phi = \begin{cases} \pi/2 & \text{при } U_2 - U_4 > 0; \\ -\pi/2 & \text{при } U_2 - U_4 < 0, \end{cases} \quad (5)$$

если $U_1 - 2U_3 + U_5 < 0,$

$$\Phi = \arctg \left[-\sqrt{4(U_2 - U_4)^2 - (U_1 - U_5)^2} / (U_1 - 2U_3 + U_5) \right], \quad (6)$$

если $U_1 - 2U_3 + U_5 > 0,$

$$\Phi = \begin{cases} \pi + \arctg \left[-\sqrt{4(U_2 - U_4)^2 - (U_1 - U_5)^2} / (U_1 - 2U_3 + U_5) \right], & U_2 \geq U_4; \quad (7) \\ -\pi + \arctg \left[-\sqrt{4(U_2 - U_4)^2 - (U_1 - U_5)^2} / (U_1 - 2U_3 + U_5) \right], & U_2 < U_4 \quad (7) \end{cases}$$

Используя известные соотношения между измеряемыми параметрами сигнала и нагрузки линии передачи, получаем алгоритмы вычисления

$$P_{\text{пад}} = \frac{1}{4K} (\sqrt{A + 2B} + \sqrt{A - 2B})^2; \quad (8)$$

$$P_{\text{отр}} = \frac{1}{4K} (\sqrt{A + 2B} - \sqrt{A - 2B})^2; \quad (9)$$

$$P_{\text{пр}} = \frac{1}{K} \sqrt{A^2 - 4B^2}; \quad (10)$$

$$\Gamma = (\sqrt{A + 2B} - \sqrt{A - 2B}) / (\sqrt{A + 2B} + \sqrt{A - 2B}), \quad (11)$$

где $A = \frac{(U_1 + U_3)U_4 - (U_3 + U_5)U_2}{U_1 - U_5 - 2(U_2 - U_4)}, \quad (12)$

$$B = (U_4 - U_2) / 4 \sin \Phi \sin \theta. \quad (13)$$

Напряжения $U_1 \dots U_6$ в каждый дискретный момент времени с помощью аналогового коммутатора и АЦП преобразуются в цифровой код, накапливающийся в ОЗУ. Вычисленные значения распечатываются ЦПУ.

Кроме режима «измерение» в ИС имеется режим «калибровка», предназначенный для коррекции аддитивной и мультипликативной составляющих систематической погрешности низкочастотной части каналов измерения и реализующий метод образцовой меры. Алгоритмы работы ИС в режимах «калибровка» и «измерение» представлены на рис. 2, 3 соответственно. В режиме «калибровка» формирователь калибровочных напряжений формирует на входе каждого усилителя 8 значений U_{kj} (j — номер такта калибровки).

В соответствии с последовательностью формирования U_{kj} коммутатором производится опрос аналоговых запоминающих устройств (АЗУ) каналов большого или малого уровня непрерывного (НК) или импульсного (ИК) сигналов. Для каждого U_{kj} производится опрос всех $i=1 \dots 6$ измерительных каналов, преобразование выходных напряжений АЗУ в цифровой код

и запись в ОЗУ. По окончании последнего такта калибровки содержимое ОЗУ поступает в ЭВМ, где рассчитываются коэффициенты преобразования и начальные смещения измерительных каналов.

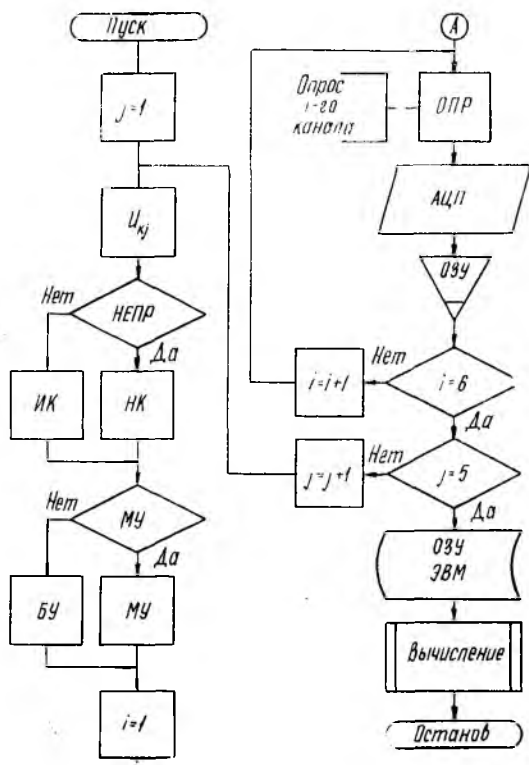


Рис. 2

В режиме «измерение» устанавливаются период временной дискретизации и вид исследуемого сигнала (непрерывный или импульсный). При одиночном входном импульсе генератор стробирующих импульсов (ГСИ) системы запускается от переднего фронта исследуемого импульса, при непрерывном сигнале — от внешнего синхроимпульса, в случае периодического воздействия осуществляется стробоскопическая дискретизация с синхронизацией от передних фронтов исследуемых импульсов.

После запуска ГСИ вырабатывает 100 импульсов выборки с заданной частотой следования. Номер выборки определяет значение переменной k . В момент выборки в каждом из шести каналов измерения производится определение уровня входного сигнала (малый или большой) и занесение его признака в ОЗУ. По этому признаку произойдет опрос необходимого канала АЗУ, после чего будет произведено аналого-цифровое преобразование напряжений АЗУ, занесение их значений в ОЗУ с последующим

(после реализации сотой выборки) вычислением ЭВМ измеряемых параметров.

Наличие в составе ИС ЭВМ позволяет гибко изменять алгоритм ее функционирования, корректировать вычисление параметров с учетом отклонения реальных характеристик устройства,

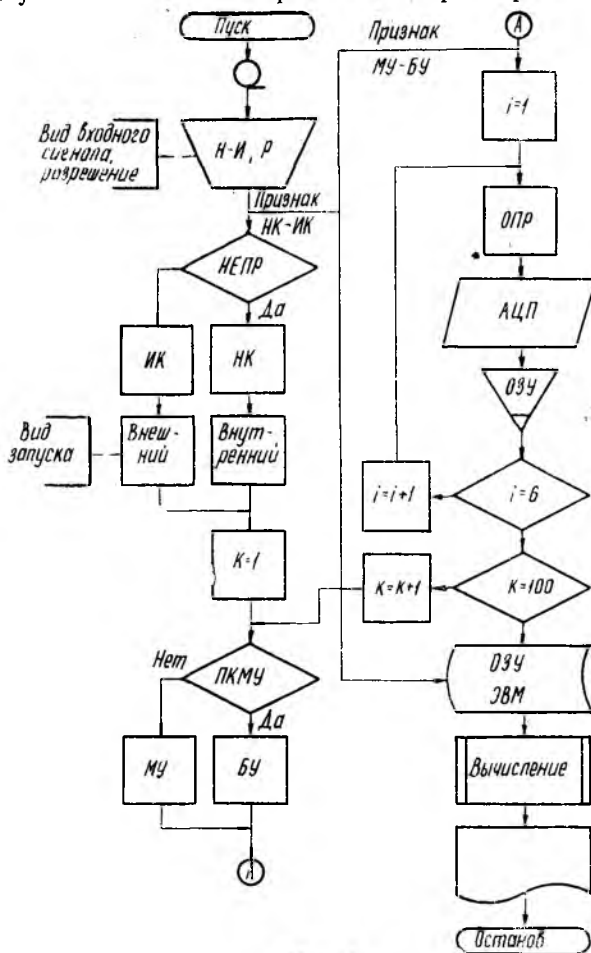


Рис. 3

входящих в систему, от заданных, автоматизировать процесс калибровки и проводить статистическую обработку результатов измерений.

Список литературы: 1. Грановский В. А. Динамические измерения: Основы метрологического обеспечения. Л., 1984. 224 с. 2. Автоматизированная система для измерения параметров сигнала и нагрузки в рассогласованных линиях передачи/А. Б. Егоров, И. П. Захаров, Ю. П. Белокурский, В. Н. Жендубаев//Радиотехника, 1986. Вып. 77. С. 26—35. 3. Бондаренко И. К., Дейнега Г. А., Магачев З. В. Автоматизация измерений параметров СВЧ трактов. М., 1969. 304 с.

Поступила в редакцию 18.06.86

СОДЕРЖАНИЕ

<i>Пресняков И. Н., Бут В. А., Смольянинов С. С.</i> Формирование сигналов некогерентного рассеяния фильтром скользящего среднего	3
<i>Горбенко И. Д., Стасев В. Ю.</i> Исследование корреляционных свойств составных неравномерных по длительности ЛЧМ-ФМ сигналов	6
<i>Замула А. А., Кулешов В. Л.</i> Быстрый алгоритм исследования взаимокорреляционных свойств характеристических дискретных сигналов	14
<i>Мазманишвили А. С.</i> Плотность распределения суммы квадратов ошибок при регистрации сигнала в условиях нормальной марковской помехи	19
<i>Дудник Б. С., Прюги О. В., Семенов С. Ф.</i> Устройство автоматического регулирования усиления импульсных сигналов	25
<i>Баржин В. Я., Шмалый Ю. С.</i> Динамические характеристики кварцевых ангармонических контуров	30
<i>Зув Н. Г., Титаренко А. М., Чередников П. И.</i> К вопросу о переходных процессах и устойчивости нелинейной параметрической системы, работающей на высших гармониках	34
<i>Зеленин А. Н., Бондарь Д. В., Зеленина А. Г., Проскурин С. Б.</i> Экспериментальная оценка информационных характеристик автогенераторных преобразователей сигналов информации	40
<i>Биберман Л. И., Царев В. В., Захаров Л. П.</i> Исследование флуктуационных характеристик автогенераторного датчика на негатроне	
<i>Бондарь Б. Г.</i> Компактный транзисторный передатчик для метеорной связи	5
<i>Иванов М. А., Сватовский И. И.</i> Сигнально-цикловая синхронизация приемников фазово-частотно-манипулированных колебаний с «абсолютным» представлением передаваемых сообщений	5
<i>Иванов М. А., Яковлев И. А.</i> Когерентное восстановление несущих в приемниках дискретных сигналов с фазово-частотной модуляцией	6
<i>Дятко А. А., Костромицкий С. М., Ловеров В. В.</i> Исследование ошибок самонастройки адаптивного процессора для антенной решетки с разделением сигналов в зоне Фраунгофера	
<i>Шевченко К. Л., Танюк Б. А., Присенко М. А.</i> Математическая модель взаимодействия коаксиального резонансного преобразователя влажности с исследуемым материалом	
<i>Ефанов И. М., Жук Н. П., Третьяков О. А.</i> Распределение тока вдоль тонкого проводника в сложной структуре	80
<i>Кузьмичева Е. В.</i> Свободные волны в волноводах с неоднородным заполнением	88
<i>Яцук Л. П., Пенкин Ю. М.</i> Рассеяние LE -волн на поперечной щели в многомодовом прямоугольном волноводе	9
<i>Нешмонин П. В., Тиховский В. Ю., Пащенко Ж. Ф., Пироженко В. К.</i> Автоматизированное проектирование волноводных щелевых мостов. Сообщение 3. Комплекс программ для расчета и оптимизации геометрических размеров H -мостов	98
<i>Писаренко В. М.</i> Оценка норм колебаний высокочастотных полей замедляющей системы гребенчатого типа	101
<i>Макарова Н. Я., Погарский С. А.</i> Об одном методе управления спектром электромагнитных колебаний в многомодовых системах	106
<i>Алексеев Г. А., Пивоварова А. Г.</i> Приближенный анализ ортоклинотронного эффекта	113
<i>Терентьев А. А., Ильин Е. М., Байбурин В. Б.</i> Расчет многочастотных режимов магнетронных усилителей методом фундаментальной частоты	118
<i>Пивненко М. Н., Шматько А. А.</i> Автосинхронизация и принудительная синхронизация резонансных генераторов O -типа с распределенным взаимодействием	125
<i>Галаган А. В.</i> Цилиндрическая трехмерная модель генератора со скрещенными полями	130
<i>Молявко В. И., Петров С. И., Сухоиванов И. А.</i> Об искажении сигналов в волоконно-оптических линиях связи малой длины	135
<i>Егоров А. Б., Захаров И. П., Жендубаев В. Н.</i> Алгоритм динамических измерений параметров сигнала и нагрузки линии передачи	139