

## ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ЗАПИСИ ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ ЗАПРЕЩАЮЩИХ ВОЛОКОН ФОРМАЛЬНОГО НЕЙРОНА

**Ю. А. Василенко, Н. Я. Какурин, В. Л. Белявский**

Харьковский институт радиоэлектроники

В статье дано аналитическое выражение функционирования типов запрещающих волокон формального нейрона, использующее одну из операций булевой алгебры — импликацию. Метод обобщен на случай  $n$  переменных. Приведены примеры возможных типов запрещающих волокон в терминах импликации.

Формальный нейрон в смысле Мак-Каллока [1] может быть описан следующим образом:

1. Нейрон имеет конечное число входов (волокон)  $a_1, \dots, a_n$ , по которым воспринимаются сигналы, и один выход, по которому выдается сигнал.

2. Каждый из входов и выходов могут находиться только в одном из двух состояний: возбужденное (ставится в соответствие единица) или невозбужденное (ставится в соответствие нуль).

3. Типы волокон нейрона: а) возбуждающие (оканчиваются на теле нейрона и в активном состоянии вводят положительную единицу возбуждения  $+1$ ); б) тормозящие (оканчиваются на теле нейрона и вводят в активном состоянии отрицательную единицу возбуждения  $-1$ ); в) запрещающие (каждое запрещающее волокно при возбуждении входа, которому оно принадлежит, предотвращает прохождение сигнала по другому волокну, на котором оно заканчивается).

4. Нейрон имеет порог возбуждения  $T$ .

5. Пучок волокон, изображаемый в виде одного волокна с числом (весом), указывающим количество волокон в пучке, называется ветвью.

6. Введем следующие обозначения [2]:  $S_{a_i}$  — число возбуждающих волокон по входу  $a_i$ ;  $\psi_{a_i}$  — число тормозящих волокон по входу  $a_i$ ;  $\xi_{a_i}$  — число запрещающих волокон по входу  $a_i$ ;  $W_{a_i}$  — общее число волокон по входу  $a_i$ ;  $V_s$  — число возбуждающих ветвей;  $V_\psi$  — число тормозящих ветвей;  $V_\xi$  — число запрещающих ветвей;  $V_{a_i}$  — число ветвей по входу  $a_i$ ;  $V$  — общее число ветвей нейрона;  $W$  — общее число волокон нейрона.

Тело нейрона изображается в виде треугольника (рис. 1). Возбуждающие волокна заканчиваются стрелкой, тормозящие — точкой на горизонтальной стороне треугольника. Вес ветвей записывается в виде числа возле ветви:

$$S_{a_1} = 2, S_{a_2} = 1, S_{a_3} = 1, \psi_{a_1} = 0, \psi_{a_2} = 3, \psi_{a_3} = 0,$$

$$\xi_{a_1} = 4, \xi_{a_2} = 0, \xi_{a_3} = 2, W_{a_1} = 6, W_{a_2} = 4, W_{a_3} = 3,$$

$$V_s = 3, V_\psi = 1, V_\xi = 3, V_{a_1} = 3, V_{a_2} = 2, V_{a_3} = 2, W = 13, V = 7.$$

Формальные нейроны описываются как аналитическим, так и графическим методами.

Из графических методов наиболее известны следующие [2]: 1) пороговые диаграммы Венна, 2) порядковые диаграммы Венна, 3) вероятностные диаграммы Венна, 4) Т-диаграммы Венна.

Аналитический метод выражения функционирования формального нейрона сводится к следующему [2]:

Определение. Аналитическим выражением  $\Omega_n$  формального нейрона  $A$  ( $n$ ) будем называть сумму, каждое из слагаемых которой соответствует только одной из ветвей нейрона. Из обозначений для формального нейрона, очевидно вытекает, что данное аналитическое выражение определяет суммой  $V_s$  и  $V_\psi$ .

В работе [2] вводится волокно типа «запрет-запрета». В дальнейшем мы будем учитывать этот факт. Ветви формального нейрона описываются следующими аналитическими выражениями:

1) Для ветви входа  $a_i$  без запретов слагаемое имеет вид  $H_i a_i$ ;

2) для ветви входа  $a_i$  с одним запретом от входа  $a$  запишем слагаемое следующим образом:  $H_{i(j)} a_i (1 - a_j)$ ;

3) для ветви входа  $a_i$  с двумя запретами от входов  $a_j, a_k$  слагаемое

$$H_{i(j, k)} a_i (1 - a_j) (1 - a_k);$$

4) для ветви входа  $a_i$  с одним запретом от входа  $a_i$ , в свою очередь, запрещаемым входом  $a_k$ , слагаемое имеет вид (рис. 2)

$$H_{i(j(k))} a_i (1 - a_j (1 - a_k)),$$

$$\Omega_3 = 2a_2 (1 - a_3) (1 - a_1) (1 - a_3)).$$

Между пороговыми диаграммами Венна и математическим выражением для формальных нейронов существует взаимно-однозначное соответствие.

Рассмотрим таблицу истинности для запрещающего волокна типа. (п. 2)

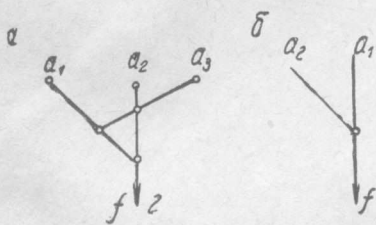


Рис. 2

| $a_1$ | $a_2$ | $f$ | $a_1 \rightarrow a_2$ |
|-------|-------|-----|-----------------------|
| 0     | 0     | 0   | 1                     |
| 0     | 1     | 0   | 1                     |
| 1     | 0     | 1   | 0                     |
| 1     | 1     | 0   | 1                     |

Из сравнения таблиц истинности запрещающего волокна и импликации следует

$$f \equiv \overline{a_1 \rightarrow a_2}.$$

Импликация обладает следующими свойствами [3]:

1.  $x_1 \rightarrow x_1 = 1$ , 3.  $\overline{x_1 \rightarrow x_2} = (x_1 \rightarrow x_2) \rightarrow 0$ ,
2.  $x_1 \rightarrow \overline{x_1} = \overline{x_1}$ , 4.  $x_1 \rightarrow x_2 = \overline{x_2} \rightarrow \overline{x_1}$ .

Между основным базисом алгебры логики (дизъюнкция, конъюнкция, отрицание) и импликацией существует взаимосвязь:

$$x_1 \vee x_2 = \overline{x_1} \rightarrow x_2; \quad x_1 \cdot x_2 = \overline{\overline{x_1} \rightarrow \overline{x_2}}.$$

Аналитическое выражение для запрещающего волокна типа (п. 3)

$$f \equiv \overline{a_1 \rightarrow a_2 \rightarrow a_3} = \overline{a_1 \rightarrow a_3 \rightarrow a_2}.$$

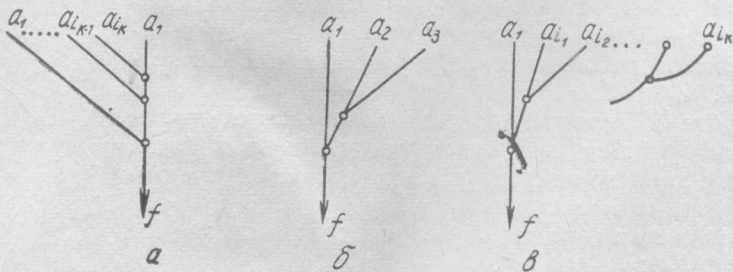


Рис. 3

По индукции для произвольного числа запрещающих волокон (рис. 3, б)

$$f \equiv \overline{a_1 \rightarrow a_{i_1} \rightarrow a_{i_2} \rightarrow \dots \rightarrow a_{i_{k-1}} \rightarrow a_{i_k}}.$$

Эти преобразования вытекают из аксиом алгебры логики:

$$a_1 \overline{a_2} \overline{a_3} = \overline{a_1 a_2 \rightarrow a_3} = \overline{a_1 \rightarrow a_2 \rightarrow a_3}.$$

Аналитическое выражение для запрещающего волокна типа (п. 4)

$$f \equiv \overline{a_1 \rightarrow a_2 \rightarrow a_3}.$$

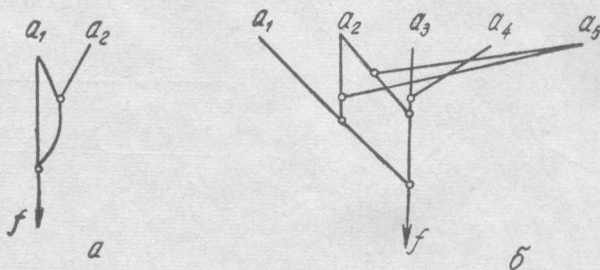


Рис. 4

Это выражение легко может быть получено следующим преобразованием:

$$f \equiv \overline{a_1 \overline{a_2} \vee a_1 a_3} = a_1 (\overline{a_2} \vee a_3) = \overline{a_1 a_2 \overline{a_3}} = \overline{a_1 \rightarrow a_2 \overline{a_3}} = \overline{a_1 \rightarrow a_2 \rightarrow a_3}.$$

По индукции для произвольного числа запрещающих волокон имеем

$$f \equiv \overline{a_1 \rightarrow a_2 \rightarrow \dots \rightarrow a_{i_{k-1}} \rightarrow a_{i_k}}.$$

Кроме того, возможен тип волокна, показанный на рис. 4, а. Его аналитическое выражение

$$f = a_1 a_2.$$

На первый взгляд кажется, что такое запрещение тавтологично, но в дальнейшем будет показано, что этот тип является целесообразным.

В общем случае запрещающее волокно является комбинацией обобщенных запрещенных волокон для произвольного числа запрещающих переменных:

$$f \equiv \overline{a_3} \rightarrow \overline{a_4} \rightarrow \overline{a_1} \rightarrow \overline{a_2} \rightarrow \overline{a_5} \rightarrow \overline{a_2} \rightarrow \overline{a_5}.$$

#### ЛИТЕРАТУРА

1. M. Blum. Properties of a newron with many input. Bionics Symposium. Wadd Tescnical Report 60—600, 1961, p. 55—82.
2. М. Блюм. Свойства нейрона со многими входами. Сб. «Принципы самоорганизации» под ред. Лернера, изд-во «Мир», 1966.
3. И. Б. Гутчин, А. С. Кузичев. Бионика и надежность, изд-во «Наука», М., 1967.
4. Д. А. Поспелов. Импликативная логика и ее применение при синтезе схем. Труды МЭИ, серия «Вычислительная техника», 1963, № 3.