

УДК 621.391.199

В. Н. БУРЦЕВ, Ю. В. ГНУСОВ, А. Л. ЕРОХИН

ФОРМАЛИЗАЦИЯ МОДЕЛИ ОПТИЧЕСКОГО ВОЛОКОННОГО СИСТЕМНОГО КАНАЛА

Введение

Вопросы использования волоконно-оптических систем (ВОС) для моделирования и изучения некоторых "квазистохастических" процессов рассматривались в [1–3]. Основой таких физических моделей являются волоконно-оптические преобразователи (ВОП) информации [4–6], которые дают возможность формировать и визуально изучать в динамике разнообразные детерминированные хаотические процессы (ДХП) на двумерных фазовых плоскостях [7].

Постановка задачи

Рассмотрим волоконно-оптическую модель системного канала (СК) для формирования и передачи двумерных изображений. Каждый СК имеет сформированную структуру дискретных элементов $w_i \in A$ "входов", которая определяется конечным множеством W упорядоченных элементарных каналов (ЭК). По ЭК осуществляется передача дискретных фрагментов изображения на структуру элементов $w'_i \in B$ "выходов", при этом элементы "входа" сопряжены соответствующим элементам "выхода" $w'_i \in B \equiv w_i \in A$.

Может представлять научный и практический интерес моделирование средств "технического зрения" в системах искусственного интеллекта на основе программы Enoch J. M. [8–10] ("Направление будущих исследований") с использованием волоконно-оптического СК.

Анатомически сетчатка глаза является действующей высокоорганизованной волоконно-оптической системой, состоящей примерно из 130 млн. волокон двух популяций: фоторецепторов – палочек и колбочек. Между моделью СК и сетчаткой глаза есть много общего. В отличие от ЭК фоторецепторы отделены друг от друга межклеточной вязкой средой, которая обеспечивает им оптическую светоизоляцию [12]. В дополнение к светопроводящим свойствам фоторецепторы сетчатки глаза обладают способностью анализировать световое изображение. Поперечное сечение фоторецепторов по значению близко к длине световой волны, поэтому общей закономерностью взаимодействия их со световым излучением является многомодовость волноводных свойств [8] волокон рецепторов. Следствием такого взаимодействия является неравномерное распределение энергии, которое изменяется в зависимости от длины волны и угла падения излучения [12]. Неравномерность таких распределений являются одной из составляющих "цветового анализа" светового излучения рецептором, т. к. рецептор может реагировать только на то излучение, которое попадает на его светочувствительный пигмент. В статье [8] в разделе "Направление будущих исследований" была определена тема "Создание волоконно-оптических моделей сетчатки глаза". Программа осталась не реализованной и уже в классической работе [12] эта тематика не освещалась.

Оптическая копия предметного мира в виде ее изображения проецируется хрусталиком глаза или объективом на торцы рецепторов и ЭК. На входной поверхности сетчатки и СК происходит первичное кодирование изображения в его "образ" в виде компактной совокупности множества упорядоченных дискретных фрагментов. При этом в фоторецепторах каждая точка фрагмента "образа" изображения преобразуется в нервные импульсы "возбуждения-торможения", передаваемые в систему зрительного анализатора мозга. В модельном СК "образ" – это дискретная функция преобразованных значений интенсивностей светового излучения и цветовых координат. Для решения задач моделирования средств технического зрения необходимо получить и исследовать формальные модели оптического волоконного СК.

Разработка формальной модели

Общими механизмами преобразования изображения на дискретных структурах "входа" являются двумерное растровое представление его "образа" с новыми значениями пространственных и цветовых координат. Амплитуда и цветовые координаты светового излучения от изображения ограничиваются площадью поперечного сечения рецептора или входного ЭК и интегрируются по площа-

ди. Формально преобразование изображения на "входе" рассматриваемых оптических систем может быть представлено в виде

$$K_0 : F(x, y, I, X, Y, Z) \rightarrow F'(w_i, \sum I_i, \sum (X_i, Y_i, Z_i)), \quad (1)$$

где K_0 – преобразование двумерного изображения F , заданного оптической копией в континуальном пространстве координатами (x, y) базовой системы координат; I – амплитуда светового излучения от каждой точки (x, y) изображения; (X, Y, Z) – цветовые координаты в каждой точке (x, y) изображения; w_i – координата каждого из дискретных элементов "образа изображения", заданная на "входе" упорядоченным множеством i , на котором отображаются открытые подмножества точек $(x, y) \in F$, ограниченные замыканием элемента $\overline{w_i}$ (площадью сечения ЭК); $\sum I_i, \sum (X_i, Y_i, Z_i)$ – интегральные характеристики амплитуд и цветовых координат "образа" внутри замыкания $\overline{w_i}$.

Формальная общность признаков формирования изображения на "входах" дают возможность проанализировать некоторые топологические свойства модели СК и сетчатки глаза.

Обозначим сечения любого элемента w_i как множество входных элементов $(w_A) \in W_A \subset W(w)$ некоторого системного канала $W(w)$. Не теряя общности, рассмотрим монохроматическое изображение $F(x, y, I)$, которое отображается на W_A . Каждое открытое множество координат (x, y) отображается на соответствующем элементе w_{Ai} , упорядоченных [15] некоторой базовой системой координат w_{Ai}^0 . Базовая система координат "образа" с точностью до метрики d дискретного множества W_A соответствует базовой системе $(x, 0), (0, y)$ поэтому открытое множество и его дискретный аналог эквивалентны между собой

$$(x, y) \cong w_{Ai}. \quad (2)$$

Из этого следует, что между изображением оптической копии и ее "образом" есть частичное нарушение адекватности, связанное с дискретностью w_{Ai} . Множество, образующее "вход" оптической системы, есть объединение его упорядоченных элементов в двумерном пространстве S^2

$$W_A = \bigcup_{i \in S^2} w_{Ai}. \quad (3)$$

Возьмем три точки в исходном изображении $F(x_1, y_1, I_1), F(x_2, y_2, I_2), F(x_3, y_3, I_3)$, которые пересекает единственная плоскость. Ограничим плоскость тремя пересекающимися отрезками $l_1[(x_1, y_1)(x_2, y_2)]$, $l_2[(x_2, y_2)(x_3, y_3)]$, $l_3[(x_3, y_3)(x_1, y_1)]$. Полученный замкнутый треугольник обозначим как замкнутое подмножество $(C) = \bigcup F(x_i, y_i, I_i) \setminus \overline{l_1, l_2, l_3}$.

Отобразим на множестве w_{Ai} подмножество (C) . Каждая исходная координата (x_i, y_j) функции $F(x, y, I) \in (C)$ отображается декартовыми произведениями в своих системах координат

$$F(x_i, y_j, I_i) = F(x_{0i} \times y_{j0}, I_{ij}) \cong F'(w_{0i} \times w_{j0}, \sum I_{ij}) \equiv f'(w_{ij}, \sum I_{ij}) \quad (4)$$

где $\sum I_{ij}$ – значение обобщенной интенсивности, проинтегрированной по площади элемента $(w_{ij}) \in W_A$; F' – "образ" исходного изображения, отображенного на множестве W_A дискретными фрагментами f' .

Рассмотрим "образ" треугольника (C) при проективном преобразовании, которое является линейным [15]. Все точки $F(x, y, I) \in (C)$ на множестве W_A образуют компактное подмножество расгровых фрагментов $f'(w_{Aij}, I_{ij})$ по числу дискретных элементов, на которых подмножество (C)

отображается полностью. Функция $F(x, y, I)$ в новой системе координат $(w^0_{Ai}) \in W_A$ в силу (3) преобразуется в компактное и упорядоченное объединение фрагментов

$$F(x, y, I) \cong F'(w_{Aij}, I) \equiv \bigcup_{(ij) \in S^2} f'(w_{Aij}, I), \quad (5)$$

где $f'(w_{Aij}, I)$ – фрагмент исходного изображения в базовой системе координат (w^0_{Ai}) ; $F'(w_{Aij}, I)$ – двумерный образ исходного изображения; S^2 – двумерное множество упорядоченных индексов $(i, j) \in S^2$, присвоенных каждому $w_{Aij} \in W_A$.

Отображенный "образ" (C') обладает всеми топологическими свойствами множества $w_{Aij} \in W_A$ (компактность, непрерывность, счетность и упорядоченность) [7,15]. Т. о. отображения на "входе" для компактного и упорядоченного множества всегда является эквивалентным исходным изображениям с точностью до естественной метрики d . Для сетчатки глаза метрикой являются размеры поперечного сечения рецептора, которые отличаются у палочек и колбочек [9]. Волоконно-оптические СК имеют равные по значению сечения ЭК. Не теряя общности, будем считать в дальнейшем метрику "входа" для обеих оптических систем одинаковой на всем множестве (3).

На основании (2-5) функция F' будет представима в виде упорядоченного множества дискретных элементов

$$f_i(x, y, I) \cong f'(w_{Aij}, I_{Aij}) \quad (6)$$

$$F'(W_A, I) \equiv \bigcup_{(i,j) \in S^2} f'(w_{Aij}, I_{Aij}) \quad (7)$$

Взаимнооднозначные проекционные отображения $F(x, y, I) \leftrightarrow F'(w_i, I)$ ограничим замыканием множества $(\overline{W_A})$.

$$F'(x, y, I) \cong \bigcup_{i \in S^2} f_i'(w_{Ai}, I_{Ai}) \subset \overline{W_A}. \quad (8)$$

Исследование модели системного канала

Адекватность изображения и его "образа" (5-8) ограничивается минимальной топологией, покрывающей множество входа. При проекции изображений на "входы" сетчатки глаза оптико-волоконного СК или любого другого фотоприемника с дискретной топологией элементов $(w_{Aij}) \in W_A$ условиями формирования "образа" на множестве $W_A \in \overline{W_A}$ будут следующие:

- 1) $(w_{Aij}) \in W_A$ – счетны и образуют дискретные, непересекающиеся подмножества $W_A \cap W_B = 0$ с естественной метрикой d в метрическом пространстве M^2 ;
- 2) все элементы "входа" $(w_{Aij}) \in W_A$ упорядочены относительно своей локальной системы координат;
- 3) множество "входа" – $W_A = \bigcup_{(i,j) \in M^2} (w_{Aij})$ компактно;
- 4) элементы $(w_{Aij}) \in W_A$ информационно независимы друг от друга $w_{Aij} \cap w_{Aki} = 0$.

Если упорядоченность $(i, j) \in M^2$ ввести как декартово произведение $(i \times j)$, то структуру "входа" определяем как матричную.

Рассмотрим фрагмент множества W_A (рис.), состоящий из нескольких примыкающих друг к другу ЭК (w_i) с диаметром d , покрывающих пространство $M^2 \approx m(\pi d^2 / 4)$. Между ними располагается элемент λ_i , не пропускающий через себя свет, и совокупность таких элементов будем считать пустым $\lambda_i \in (\Lambda) = 0$.

Подмножества $(w_A) \in W$ и $(w_B) \in W$ удовлетворяют аксиомам замыкания. Рассмотрим эти аксиомы.

- 1) замыкание пустого множества $\bar{\Lambda}$ совпадает с пустым множеством $\Lambda - (\bar{\Lambda}) = (\Lambda)$;
- 2) каждое непустое подмножество $(w_A), (w_B) \in W$ содержится в своем замыкании $W \subset \bar{W}$;
- 3) для каждого непустого подмножества W замыкание его замыкания совпадают $\bar{\bar{W}} = \bar{W}$;
- 4) для любых $(w_A) \in W_A$ и $(w_B) \in W_B$ замыкание их объединения совпадает с объединением замыканий $(\overline{W_A \cup W_B}) = \bar{W}_A \cup \bar{W}_B$.

Таким образом, элемент w_i является топологией множества (W) , которое может в дальнейшем рассматриваться как дискретное топологическое пространство (W, w) .

Для рассматриваемых моделей оптических систем топологическое пространство представляет собой пространство, аналогичное пространству, образованному множеством вещественных чисел [15], например, евклидова плоскость $\mathbb{E}^2$. В указанной плоскости множество упорядоченных пар вещественных чисел и обычная топология имеет своей базой семейство всевозможных открытых кругов – множеств вида

$$\{(x, y) : (x - a)^2 + (y - b)^2 < r^2\},$$

где a, b, r – рациональные числа).

Элементы $w_i, w_{i+1}, w_j \in (W, w)$ (рис.) имеют окрестности, ограниченные собственными замыканиями $\bar{w}$, которые не пересекаются между собой, что характеризует топологическое пространство как хаусдорфово (T_2) пространство [1, 15].

Если проективное преобразование каждой точки (x, y) изображения во фрагмент (f'_{ij}) "образа" представить посредством конечного предиката $P(f'_{ij}) = (w_{ij} f'_{ij})$ "совпадения упорядоченности" переменной "образа", то легко показать равенство его логической единице

$$P(f'_{ij}) = (w_{ij} f'_{ij}) = 1 \text{ для } \forall (f'_{ij}) \in F'(w_{ij}). \quad (9)$$

Тогда областью существования системы предикатов (9) для "входа" будет являться все множество с матрицей квантора существования

$$\exists_{(A)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & . & . & . & 1 \\ 1 & 1 & 1 & . & . & . & 1 \\ . & . & . & . & . & . & . \\ 1 & 1 & 1 & . & . & . & 1 \end{pmatrix} \quad (10)$$

Тогда можно считать, что для рассматриваемых моделей само множество "входа" является топологическим инвариантом, не изменяющимся при аффинных перемещениях структуры "образа", относительно исходной информации. Это свойство математически объясняет неизменность структу-

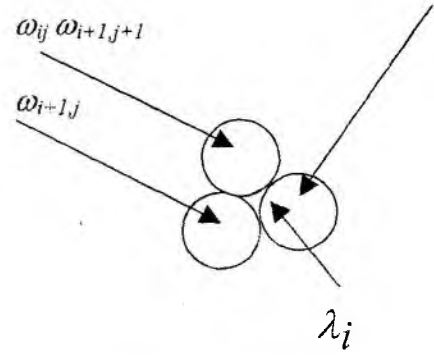


Рис. Фрагмент множества W_A .

ры "образа" при сканировании изображения [13, 16] на "входе" СК или при микронистагмах глаз [9]. При этом микронистагм является физиологическим условием поддержания зрительного раздражения, а для оптико-волоконного СК сканирование повышает его разрешающую способность.

Заключение

При физическом моделировании входной поверхности сетчатки глаза волоконно-оптический СК будет иметь ряд преимуществ:

1) входная поверхность СК может быть выполнена криволинейной, что дает возможность исправления некоторых типов полевых аббераций таких, как сферическая абберация, кривизна поля и дисторсия;

2) входная поверхность СК при сканировании изображений может моделировать микронистагмы глаза;

3) входная поверхность СК может быть выполнен из двух типов светопроводящих волокон, отличающихся диаметрами.

Для моделирования фавеа может быть использовано стекловолокно диаметром 10–15 мкм, обладающее более высоким разрешением, а для остальной зоны входа – 25–35 мкм. При этом высоко-разрешающие светопроводы устанавливаются в центре изображения приемной поверхности, обладающей минимальными значениями полевых и хроматических аббераций [17] и со стороны выходных торцов оптически согласовываются со своим фотоприемником. Остальная зона "входа", в свою очередь, согласуется со своим фотоприемником. При этом модель "фавеа" должно использоваться для последовательного описания обстановки, при параллельной поддержке актуального зрительного поля, содержащего все единицы объекта одновременно [14]. Последнее должно обеспечиваться совместной интеграцией изображений с двух фотоприемников одновременно.

Список литературы: 1. Бурцев В.Н., Бурцев Вл.Н., Ерохин А.Л. Способ моделирования стохастических процессов с помощью топологических преобразований // Пробл. бионики. 2000. Вып. 51. С. 150-157. 2. Ерохин А.Л., Бурцев Вал.Н., Бурцев Влад.Н. Исследование стохастических процессов комбинаторно-топологического кодирования информации. Сообщение 1 // Радиозлектроника и информатика. 2000. № 4(13). С. 44-48. 3. Бурцев Вал.В., Бурцев Влад.В., Ерохин А.Л. Анализ связей сложноорганизованных систем с гомеостатическим и гетеростатическим управлением // Вестник Национального технического университета «Харьковский политехнический университет»: Сб. научн. тр. Тематический выпуск: Автоматика и приборостроение. Харьков: НТУ «ХПИ». 2001. №4. С. 20-23. 4. Бурцев В.Н., Бурцев Вл.Н. Принцип комбинаторно-топологических преобразований первичной информации невербального типа в цветодинамические изображения и феномен их влияния на психофизиологическое состояние человека. Держагенство України з авторських та суміжних прав. Свідоцтво про державну реєстрацію прав автора на твір. ПА 1240 від 25.06.98. 5. Бурцев В.Н., Бурцев Вл.Н. Устройство формирования цветowych изображений. Патент России № 1320585 от 11.04.96. 6. Патент России № 2124747. Волоконно-оптический преобразователь изображения / В.Н.Бурцев, Вл.Н.Бурцев. Заявлено 10.01.99. 7. Бурцев В.М., Ерохин А.Л. Застосування теорії груп підстановок для моделювання детермінованих хаотичних процесів // Системи обробки інформації: Зб. наук. праць. Вип. 6(16). Харків: НАНУ, ПАНМ, ХВУ, 2001. С.47-51. 8. Карани Н.С. Волоконная оптика. Принципы и применение. М.: Мир, 1969. 463 с. 9. Keeseey U. T. J. Opt. Soc. Am., 50, 769, 1960. 10. Enoch J. M. J. Opt. Soc. Am., 53, 71, 1963. 11. Karany N.S. // J. Opt. Soc. Am., 49, 770, 1959. 12. Karany N.S., Burke J.J., Shaw C. C. // J. Opt. Soc. Am., 53, 929, 1963. 13. Вейнберг В.Б., Саттаров Д.К. Оптика световодов. Л.: Машиностроение, 1977. 320 с. 14. Зенкин Г.М., Петров А.П. Функциональная организация зрительного процесса и принцип Гельштата // Интеллектуальные процессы и их моделирование. М.: Наука, 1987. С.265-294. 15. Кэлли Дж. Л. Общая топология. Л. 1968. 383 с. 16. Karany N.S., Eyer J.A., Keut R.E. Opt. Soc. Am., 47, 423, 1957. 17. Тудоровский А.И. Теория оптических приборов: Ч. 1. М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1948. 612 с.

Поступила в редколлегию 11.09.2002