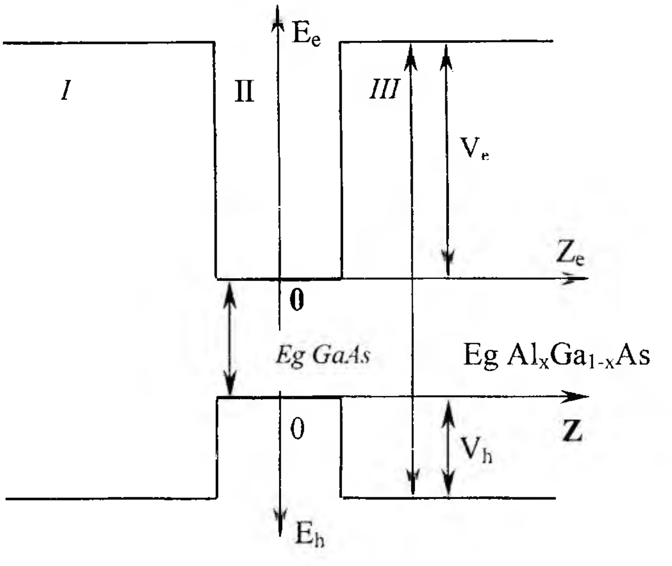
УДК 621.373.826

А. Г. ПАЩЕНКО, канд. физ.-мат. наук.

ВЛИЯНИЕ ВНЕШНЕГО ПЕРЕМЕННОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ НА ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ СОСТОЯНИЯ ЧАСТИЦ И КВАЗИЧАСТИЦ В КВАНТОВОРАЗМЕРНОЙ СТРУКТУРЕ

Для решения ряда практических задач по использованию полупроводниковых светодиодов и лазеров на основе квантоворазмерных структур возникает необходимость исследования влияния внешних электрических или магнитных полей, изменяющихся во времени, на энергетические состояния частиц и квазичастиц (электронов, лёгких и тяжёлых дырок), которые находятся в активной области прибора и участвуют в процессах излучательной рекомбинации. Для решения этой проблемы в данной работе используется теория возмущений, развитая в фундаментальных работах по квантовой механике [1 – 4].



Рассмотрим квантоворазмерную структуру, энергетический профиль которой приведен на рисунке. Если на эту систему не действуют возмущения то частицы и квазичастицы (электроны и дырки) в этой квантоворазмерной структуре находятся в стационарном состоянии, описываемом стационарным уравнением Шредингера:

$$\hat{H}_0\Psi^0 = E_0\Psi^0. \tag{1}$$

В этом уравнении $\hat{H}_0$ и Ψ^0 являются функцией только координаты, т.е. $\hat{H}_0 = \hat{H}_0(z)$ и $\Psi^0 = \Psi^0(z)$. Собственные значения энергии частиц и квазичастиц E_0 и их волновые функции $\Psi'^0(z)$ определяются при решении уравнения (1). В том случае, если энергетический профиль квантоворазмерной структуры представляет собой прямоугольную квантовую яму для электронов и дырок, то решение уравнения (1) является каноническим и приведено в работах [5 – 7].

Если на рассматриваемую квантоворазмерную структуру действует возмущение, зависящее от времени, оператор которого – $\hat{V}(z,t)$, то уравнение Шредингера в этом случае может быть записано так:

$$i\hbar\frac{\partial\Psi(z,t)}{\partial t} = \left[\hat{H}_0 + \hat{V}(z,t)\right]\Psi(z,t)\,. \tag{2}$$

Пусть в некоторый момент времени $t = t_0$ в системе частиц и квазичастиц в рассматриваемой квантоворазмерной структуре возмущение отсутствует, т.е. $\hat{V}(z,t) = 0$. Тогда уравнение (2) можно переписать в виде:

$$i\hbar\frac{\partial\Psi^0(z,t)}{\partial t} = \hat{H}_0(z)\Psi^0(z,t)\,. \tag{3}$$

При этом:

$$\Psi(z,t) = \Psi^0(z,t)\Big|_{t=t_0}. \tag{4}$$

Решением этого уравнения является функция:

$$\Psi_n^0(z,t) = \Psi_n^0(z)\cdot e^{-\frac{i}{\hbar}E_n^0 t}. \tag{5}$$

Функции $\Psi_n^0(z,t)$ образуют полную замкнутую систему собственных функций оператора $\hat{H}_0(z)$ и, следовательно, любую функцию $\Psi(z,t)$ можно разложить в ряд Фурье по функциям $\Psi_n^0(z)$. Тогда общим решением уравнения Шредингера (2) при $\hat{V}(z,t)=0$ будет:

$$\Psi(z,t)=\sum_{n=1}^{\infty}C_n\Psi_n^0(z)\cdot e^{-\frac{i}{\hbar}E_n^0 t}, \tag{6}$$

где C_n – произвольные постоянные, удовлетворяющие условию нормировки.

Практически это соответствует случаю, когда система частиц и квазичастиц (электронов и дырок) находится в каком то одном определённом состоянии n так что волновая функция этого состояния определяется выражением (6). При этом необходимо предположить, что коэффициенты разложения – C_n в (6) не являются функциями времени, т.е. при $t=t_0$ все C_n равны нулю за исключением одного, например, C_m, который, согласно условию ортонормировки, можно принять равным единице.

Для моментов времени больших $t=t_0$ оператор возмущения $\hat{V}(z,t)\neq 0$. В этом случае волновая функция, удовлетворяющая уравнению (2), может быть записана так:

$$\Psi(z,t)=\sum_{n=1}^{\infty}C_n(t)\Psi_n^0(z)\cdot e^{-\frac{i}{\hbar}E_n^0 t}. \tag{7}$$

Подстановка решения (7) в уравнение (2) преобразует его к виду:

$$i\hbar\sum_{n=1}^{\infty}\frac{dC_n(t)}{dt}\Psi_n^0(z)\cdot e^{-\frac{i}{\hbar}E_n^0 t}=\sum_{n=1}^{\infty}\hat{V}(z,t)C_n(t)\Psi_n^0(z)\cdot e^{-\frac{i}{\hbar}E_n^0 t}. \tag{8}$$

После умножения уравнения (8) скалярно на функцию $\Psi_m^{0*}(z)\cdot e^{\frac{i}{\hbar}E_m^0 t}$ и интегрирования по z, оно преобразуется в систему дифференциальных уравнений относительно коэффициентов разложения $C_n(t)$:

$$i\hbar\sum_{n=1}^{\infty}\frac{dC_n(t)}{dt}\cdot\delta_{mn}\cdot e^{i\omega_{mn}t}=\sum_{n=1}^{\infty}C_n(t)e^{i\omega_{mn}t}\hat{V}_{mn}(t), \tag{9}$$

где $\delta_{mn}=\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\Psi_m^{0*}(z)\Psi_n^0(z)dz$.

Так как $\delta_{mn}=1$ при $m=n$ и $\delta_{mn}=0$ при $m\neq n$, то уравнение (9) принимает вид:

$$i\hbar\frac{dC_m(t)}{dt}=\sum_{n=1}^{\infty}C_n(t)\hat{V}_{mn}(t)e^{i\omega_{mn}t}, \tag{10}$$

где $\hat{V}_{mn}(t)=\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\Psi_m^{0*}(z)\hat{V}(z,t)\Psi_n^0(z)dz$; $\omega_{mn}=\dfrac{E_m-E_n}{\hbar}$.

Выражение (10) представляет собой бесконечную систему линейных, однородных дифференциальных уравнений первого порядка, в которых неизвестными функциями будут $C_n(t)$. Уравнение (10) отражает тот факт, что переход системы в состояние m зависит от всех состояний системы, которые при действии данного возмущения комбинируют с состоянием m. Следовательно, если один из коэффициентов, например $C_m(t)$, изменился, то должны измениться и другие коэффициенты, но так, чтобы сумма:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left|C_n(t)\right|^2=1.$$

Решение уравнения (10) может быть представлено в виде ряда:

$$C_m(t)=\sum_{k=0}^{\infty}\lambda^k C_m^{(k)}(t). \quad (11)$$

Этот ряд сходится, при $0<\lambda\le 1$.

Подстановка (11) в (10) даёт:

$$i\hbar\sum_{k=0}^{\infty}\lambda^k\frac{dC_m^{(k)}(t)}{dt}=\sum_{k=0}^{\infty}\lambda^{k+1}\sum_{n=1}^{\infty}C_n^{(k)}(t)\hat{V}_{mn}(t)e^{i\omega_{mn}t}. \quad (12)$$

Приравнивая коэффициенты при равных степенях λ. находим:

$$i\hbar\frac{dC_m^{(0)}(t)}{dt}=0, \quad (13)$$

$$i\hbar\frac{dC_m^{(1)}(t)}{dt}=C_n^{(0)}(t)\hat{V}_{mn}(t)e^{i\omega_{mn}t}. \quad (14)$$

В общем виде, уравнение для нахождения коэффициентов $C_m^{(k)}(t)$, записывается так:

$$i\hbar\frac{dC_m^{(k)}(t)}{dt}=\sum_{n=1}^{\infty}C_n^{(k-1)}(t)\hat{V}_{mn}(t)e^{i\omega_{mn}t}. \quad (15)$$

Коэффициенты $C_m(t)$ могут быть определены с точностью до любого порядка с помощью метода последовательных приближений.

Итак, пусть рассматриваемая система находится в одном из собственных стационарных состояний $\Psi_n^0(z)\cdot e^{-\frac{i}{\hbar}E_n^0 t}$ при $t=t_0$. Тогда $C_m(t_0)=C_m^0(t)=\delta_{mn}$ даёт решение задачи в нулевом приближении:

$$i\hbar\frac{dC_m^{(0)}(t)}{dt}=0. \quad (16)$$

Очевидно, что решение уравнения (16) будет:

$$C_m^{(0)}(t)=const. \quad (17)$$

При $m=n$ $C_m^{(0)}(t)=1$, при $m\ne n$ $C_m^{(0)}(t)=0$.

Поправка первого порядка получается из уравнения (14):

$$i\hbar\frac{dC_m^{(1)}(t)}{dt}=e^{i\omega_{mn}t}\hat{V}_{mn}(t). \quad (18)$$

Пусть возмущение действует на рассматриваемую систему частиц и квазичастиц в течение определённого времени, начиная от t_0 до некоторого τ. Положив $t_0=0$, проинтегрируем (19) по t в заданном интервале и получим:

$$C_m^{(1)}(t)=-\frac{i}{\hbar}\int_0^{\tau}e^{i\omega_{mn}t}\hat{V}_{mn}(t)dt. \quad (19)$$

Это решение системы (14) в первом приближении для моментов времени t, лежащих в пределах $0\le t\le\tau$. Подставляя первое приближение для $C_m^{(1)}(t)$ в правую часть (15), положив $k=2$, найдём уравнение для второго приближения:

$$i\hbar\frac{dC_m^{(2)}(t)}{dt} = \sum_{n=1}^{\infty} C_n^{(1)}(t)\hat{V}_{mn}(t)e^{i\omega_{mn}t} . \qquad (20)$$

Так как $C_n^{(1)}(t)$ известные функции времени (19), то, интегрируя (20) по времени, можно найти $C_m^{(2)}(t)$, т.е. второе приближение. Эту процедуру можно продолжить и дальше, и она ведёт к точному решению для $C_m(t)$. В большинстве случаев достаточно ограничиться первым или вторым приближением.

Оператор возмущения в уравнении (2) для большинства практически важных случаев изменяется по гармоническому закону со временем.

В случае, если квантоворазмерная структура, показанная на рисунке, помещена во внешнее переменное магнитное поле $\vec{\mathrm{H}} \cdot \cos(\omega t)$, направленное вдоль оси z, оператор возмущения $\hat{V}(z,t)$ равен:

$$\hat{V}(z,t) = -\mu \cdot \vec{\mathrm{H}} \cdot z \cdot \cos(\omega t), \qquad (21)$$

где $\mu = -\frac{e \cdot \hbar}{2 \cdot m^* \cdot c}$ (m^* – приведенная масса частицы или квазичастицы (электрона или дырки); c – скорость света).

Если рассматриваемая квантоворазмерная структура помещена во внешнее переменное электрическое поле, которое направлено вдоль оси z, то оператор возмущения $\hat{V}(z,t)$ записывается так:

$$\hat{V}(z,t) = e \cdot U \cdot z \cdot \cos(\omega t), \qquad (22)$$

где e – заряд электрона; U – напряженность приложенного электрического поля.

В дальнейшем будет рассматриваться задача о влиянии переменного электрического поля на энергетические состояния частиц и квазичастиц в одномерной прямоугольной квантоворазмерной структуре, показанной на рисунке. В этом случае матричные элементы оператора возмущения $V_{mn}(t)$ равны:

$$V_{mn}(t) = e \cdot U \cdot \cos(\omega t) \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi_m^{0*}(z) \cdot z \cdot \Psi_n^0(z) dz . \qquad (23)$$

Поскольку для рассматриваемого случая возмущение изменяется во времени по гармоническому закону, то можно утверждать, что по окончании его действия и прошествии времени τ система снова возвращается в стационарное состояние, являющееся суперпозицией стационарных состояний невозмущённой системы:

$$\Psi(z,t) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n(t)\Psi_n^0(z) \cdot e^{-\frac{i}{\hbar}E_n^0 t} . \qquad (24)$$

Для рассматриваемого в работе случая собственные значения гамильтониана в уравнении (2) определяются аналогично тому, как это было сделано в работах [6,7], с учётом зависимости матричных элементов оператора возмущения от времени.

Список литературы: 1. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Квантовая механика (нерелятивистская теория) М.: Физматгиз. 1963. 704 с. 2. *Бом Д.* Квантовая теория. М.: Физматгиз, 1965. 727 с. 3. *Киттель Ч.* Квантовая теория твёрдых тел. М.: Наука, 1967. 491 с. 4. *Борисоглебский Л. А.* Квантовая механика: Учеб. пособие для физ. спец. вузов Минск: Университетское, 1988. 623 с. 5. *Пащенко А.Г., Ванцан В.М.* Исследование стационарных энергетических состояний экситонов Ванье-Мотта в полупроводниковых инжекционных лазерах на основе квантоворазмерных структур // Радиотехника. 1997. Вып. 102. С. 85-92. 6 *Пащенко А.Г.* Влияние внешнего стационарного электрического поля на энергетические состояния частиц и квазичастиц в квантоворазмерной структуре. Часть 1. Постановка задачи // Радиотехника. 2001. Вып. 117. С. 117 – 120. 7. *Пащенко А.Г.* Влияние внешнего стационарного электрического поля на энергетические состояния частиц и квазичастиц в квантоворазмерной структуре. Часть 2. Обсуждение результатов // Радиотехника. 2001. Вып. 118. С. 55 -60.

Харьковский государственный технический университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 20.04.2001