УДК 004: 519.876

МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОДМНОЖЕСТВ ЭФФЕКТИВНЫХ РЕШЕНИЙ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ КРУПНОМАСШТАБНЫХ ОБЪЕКТОВ

Д.т.н. В.В. Бескоровайный[1], к.т.н. О.Н. Замирец[2], С.В. Настенко[1]

1. Харьковский национальный университет радиоэлектроники

2. Государственное предприятие Научно-исследовательский технологический институт приборостроения, г.Харьков

Проведен анализ эффективности методов определения подмножеств Парето-оптимальных вариантов в задачах проектирования крупномасштабных объектов. Для технологии направленного перебора вариантов приведены количественные оценки вычислительной сложности методов парных сравнений, Карлина, Гермейера, сектора и сегмента.

Проведено аналіз ефективності методів визначення підмножин Парето-оптимальних варіантів в задачах проектування великомасштабних об'єктів. Для технології спрямованого перебору варіантів наведені кількісні оцінки обчислювальної складності методів парних порівнянь, Карліна, Гермейєра, сектора та сегмента.

The analysis of the effectiveness of methods for determining the subsets of Pareto-optimal variants in large-scale facilities design problems. For technology directed enumeration of options shows the quantitative evaluation of the computational complexity of paired comparisons methods, Carlin, Germeier, sector and segment.

Ключевые слова: *крупномасштабный объект, проектирование, структура, топология, многокритериальная оптимизация, эффективное решение, множество компромиссов.*

Введение

Современные крупномасштабные системы – это класс сложных систем, характеризующихся комплексным (межотраслевым, межрегиональным) взаимодействием элементов, распределенных на значительной территории, требующих для своего развития существенных затрат ресурсов и времени [1 – 3].

С ростом масштабов таких систем, создаваемых и эксплуатируемых в различных сферах деятельности, нелинейно возрастают затраты разнородных ресурсов на их проектирование, создание и эксплуатацию. При этом все большее влияние на эффективность функционирования подобных объектов оказывает их топологическая (территориальная) организация. Учет топологии при проектировании и управлении крупномасштабными объектами (КМО) существенно усложняет математические модели и методы, используемые для решения задач их оптимизации [4].

Это требует для систем автоматизации проектирования подобных систем разрабатывать специфические средства поддержки принятия решений, учитывающие их особенности как крупномасштабных объектов.

Анализ публикаций и постановка проблемы

Весь комплекс проблем управления развитием крупномасштабных систем подробно рассмотрен в работе [1]. В ней представлены основные современные подходы и методы проектирования крупномасштабных систем с учетом динамики их развития и функционирования, методология планирования при построении систем принятия решений и инвестиционные модели развития систем.

Одной из основных задач, возникающих при проектировании и реинжиниринге систем мониторинга, связи, транспорта, управления, является построение эффективных схем передачи информации, транспортировки человеческих, материальных, энергетических, других видов ресурсов. Решение этой задачи требует анализа огромного количества вариантов. При этом каждый из вариантов построения системы $s \in S^*$ характеризуется множеством показателей $k_i(s)$, $i=\overline{1,m}$ (где S^* – множество допустимых вариантов; m – количество частных критериев).

В качестве критериев для эффективности вариантов построения КМО чаще всего выступают затраты, оперативность, надежность, живучесть [4, 5]. Для выбора лучшего $s^o \in S^*$ требуется решить задачу ранжирования множества допустимых вариантов $S^*=\{s\}$ по множеству частных критериев $k_i(s)$, $s \in S^*$, $i=\overline{1,m}$.

Выбор наилучшего варианта в процессе проектирования производится в рамках ординалистического (выбор основывается на предпочтениях лица, принимающего решения) или кардиналистичекого (с использованием формальных моделей) подходов [6 – 8].

В качестве методологической основы построения метрики для ранжирования альтернатив используется теория полезности [6], в соответствии с которой для каждой из альтернатив $s \in S^*$ может быть определено значение ее полезности (ценности) $P(s)$. При этом для каждой пары вариантов $s,v \in S^*$: $s \sim v \leftrightarrow P(s)=P(v)$; $s \succ v \leftrightarrow P(s)>P(v)$; $s \succsim v \leftrightarrow P(s) \ge P(v)$, выбор лучшего варианта осуществляется на основе аддитивной, мультипликативной или смешанной функции обобщенной полезности.

Известно, что комбинаторные методы структурного синтеза КМО имеют, в общем случае, неполиномиальную временную сложность и, следовательно, требуют генерации и анализа огромного количества вариантов $Card\ S^*$ [4].

Так при решении задач структурного синтеза в классе радиально-узловых структур только по критерию стоимости (или длины связей) даже при использовании метода направленного перебора локальных экстремумов функции цели требуется перебор $Card\,(S^*) = \sum_{n_U=1}^{n_U^o+1} C_{n_E}^{n_U}$ вариантов (где n_E – количество элементов системы; n_U – количество узлов системы, n_U^o – оптимальное количество узлов).

Исходя из этого, независимо от подхода, желательным является исключение из рассмотрения подмножества неэффективных вариантов S^S и, таким образом, сокращение множеств анализируемых альтернатив до подмножества эффективных (недоминируемых, компромиссных, Парето-оптимальных) вариантов S^K.

Задача формирования подмножества эффективных альтернатив может рассматриваться в одной из постановок: выделение из множества допустимых альтернатив подмножества эффективных; формирование множества допустимых альтернатив и выделение из него подмножества эффективных; параллельное формирование множества допустимых и эффективных альтернатив [9, 11 – 13].

Альтернатива $s^o \in S^K$ называется эффективной, если на множестве допустимых альтернатив S не существует такой альтернативы s, для которой выполнялись бы неравенства

$k_i(s) \geq k_i(s^o)$, если $k_i(s) \rightarrow max$,

$k_i(s) \leq k_i(s^o)$, если $k_i(s) \rightarrow min$

и хотя бы одно из них было строгим [10].

В подавляющем большинстве работ, посвященных проблеме многофакторного оценивания и выбора решений, особое внимание уделяется задачам определения множества эффективных решений. При этом для решения таких задач наибольшее распространение получили методы и алгоритмы парных сравнений на основе теорем Карлина и Гермейера, сектора, сегмента [4, 7 – 10].

В методе парных сравнений каждый из вариантов $s \in S^*$ сравнивается с каждым $v \in S^*$. Если некоторый вариант $v \prec s$, $s, v \in S^*$, он не включается в S^K.

Подмножество эффективных S^K на выпуклом множестве альтернатив S^* на основе теоремы Карлина находится путем объединения альтернатив s_i^o, $i = \overline{1,m}$, оптимизирующих каждый из критериев k_i, с решениями задачи параметрического программирования относительно параметров [10]:

$$\lambda_i \in \Lambda = \{\lambda_i : \lambda_i > 0 \;\; \forall i = \overline{1,m}, \;\; \sum_{i=1}^{m} \lambda_i = 1\}, \qquad (1)$$

$$s_i^o = arg \max_{s \in S^*} \{P(s) = \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \cdot \bar{k}_i(s)\}, \qquad (2)$$

где $\bar{k}_i(s)$ – нормированное значение или значение функции полезности частного критерия k_i.

Подмножество эффективных альтернатив S^K на основе теоремы Гермейера находится путем объединения s_i^o, $i = \overline{1,m}$, оптимизирующих каждый из $k_i(s)$, с решениями задачи параметрического программирования относительно параметров (1) [10]:

$$s_i^o = arg \max_{s \in S^*} \{P(s) = \min_i \lambda_i \cdot \bar{k}_i(s)\}. \qquad (3)$$

В большинстве случаев построить все множество эффективных альтернатив S^K с помощью методов на основе теорем Карлина и Гермейера [3] не представляется возможным в связи с трудностями решения задач параметрического программирования (1), (2) или (1), (3).

Для снижения временной сложности методов определения подмножеств эффективных альтернатив S^K в некоторых случаях целесообразным является выделение приближенного множества компромиссов (ПМК).

При решении задач проектирования или реинжиниринга объектов это требует хранения огромных массивов излишних данных. Для уменьшения объема требуемой памяти и сокращения времени поиска наилучшего компромиссного решения предлагается формировать множество компромиссов S^K параллельно с формированием множества альтернативных решений [9 – 12]. При этом должно выполняться требование $S^K \subseteq S^P$.

Для построения ПМК S^P используются методы сектора и сегмента [9, 11]. С этой целью на множестве допустимых решений S^* определяются границы ПМК S^P в пространстве частных критериев $< k_i^+, k_i^- >$, $i = \overline{1,m}$. Через полученные точки $< k_i^+, k_i^- >$, $i = \overline{1,m}$ проводятся гиперплоскости, отсекающие от S^* подмножества альтернатив S^P, попадающих соответственно в полученные сектор $S_1^P \supseteq S^K$ или сегмент $S_2^P \supseteq S^K$ [11].

Для сокращения времени поиска подмножества эффективных решений успешно используется метод направленного перебора [4, 12]. Он позволяет существенно сократить множество генерируемых неэффективных вариантов построения КМО и базируется на анализе поведения функций полезности частных критериев при увеличении количества узлов в системе u.

Пример зависимости функций полезности частных критериев затрат, оперативности, надежности и живучести $\xi_i(u)$, $i = \overline{1,4}$ для задачи реинжиниринга топологических структур систем крупномасштабного мониторинга приведен на рис. 1 [12].

Его анализ позволяет сделать вывод о том, что ограничения по оперативности $\xi_2(u) \geq \xi_2^*$, надежности $\xi_3(u) \geq \xi_3^*$ и живучести $\xi_4(u) \geq \xi_4^*$ выполняются уже для $u = 1$ или не могут быть выполнены ни для одного варианта на всем интервале $[1, u_{max}]$ или $[1, n]$.

С учетом этого, а также возможной многоэкстремальности функции полезности затрат от количества узлов в системе $\xi_1(u)$, для поиска глобального оптимального решения задачи предлагается использовать идею направленного перебора. Суть ее состоит в определении отрезка $[u_{min}, u_{max}]$, который гарантированно содержит оптимальное решение.

Анализ зависимостей функций полезности частных критериев затрат, оперативности, надежности и живучести $\xi_i(u)$, $i = \overline{1,4}$ от количества узлов в системе u

позволил выявить границы подмножества компромиссов $S^K\ [1, u_{max}]$. Значение u_{max} соответствует количеству узлов в системе, после которого значения всех частных критериев ухудшаются (рис. 1).

Таким образом, наличие множества методов формирования и выделения множеств эффективных решений требует разработки рекомендаций по их рациональному практическому применению.

Целью статьи является исследование эффективности методов определения подмножеств эффективных решений, используемых при проектировании крупномасштабных объектов.

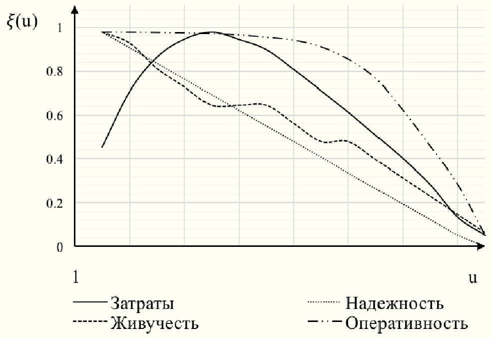

Рис. 1. Зависимости функций полезности частных критериев от количества узлов в системе u

Методы решения задачи

Суть базового метода сектора для выделения подмножества $S^P \supseteq S^K$ на выпуклом множестве альтернатив S^* состоит в следующем. На множестве допустимых решений S^* производится оптимизация по каждому из частных критериев $k_i(s),\ i = \overline{1, m}$, в результате чего определяются наилучшие по каждому критерию решения $s_i^o = \arg \underset{s \in S^*}{extr}\, k_i(s),\ i = \overline{1,m}$ и соответствующие им значения других частных критериев $k_j(s_i^o)$, $j = \overline{1,m},\ j \neq i$.

Тогда, наилучшее значение частного критерия k_i равно $k_i^+ = k_i(s_i^o)$, а наихудшее среди значений частного критерия k_i в точках экстремумов по другим критериям равно $k_i^- = \max\limits_j k_i(s_j^o)$, если $k_i(s) \to min$ и $k_i^- = \min\limits_j k_i(s_j^o)$, если $k_i(s) \to max$.

Полученные пары значений $< k_i^+, k_i^- >,\ i = \overline{1, m}$ являются границами отображения приближенного множества S^P на пространство критериев K. Все альтернативы $s \in S^*$, для которых выполняются условия $k_i(s) \in [k_i^-, k_i^+],\ \forall\ i = \overline{1, m}$ включаются в ПМК $S_1^P \supseteq S^K$.

Для выпуклых множеств альтернатив S^* предлагается использовать метод сектора, позволяющий получать ПМК меньшего размера [9 – 11].

Будем рассматривать задачу, в которой решения задаются не значениями частных критериев $k_i(s),\ i = \overline{1, m}$, а значениями их линейных функций полезности $\bar{k}_i(s) = \xi_i(k_i(s)),\quad i = \overline{1, m}$. Определим на множестве допустимых решений S^* наилучшие решения по каждому из частных критериев $s_i^o = \arg \underset{s \in S^*}{extr}\, \bar{k}_i(s),\ i = \overline{1, m}$.

Полученные при этом значения частных критериев определяют крайние точки границы приближенной области компромиссов $\bar{k}_{ij} = \bar{k}_i(s_j^o),\ i, j = \overline{1, m}$.

Построим плоскость (m-плоскость, гиперплоскость), проходящую через граничные точки $\bar{k}_{ij} = \bar{k}_i(s_j^o),\ i, j = \overline{1, m}$ и отсекающую от множества допустимых решений S^* приближенное множество компромиссов S_2^P:

$$Det\begin{bmatrix} (\bar{k}_1(s)-\bar{k}_{11}) & (\bar{k}_2(s)-\bar{k}_{12}) & \dots & (\bar{k}_m(s)-\bar{k}_{m1}) \\ (\bar{k}_{12}-\bar{k}_{11}) & (\bar{k}_{22}-\bar{k}_{12}) & \dots & (\bar{k}_{m2}-\bar{k}_{m1}) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ (\bar{k}_{1m}-\bar{k}_{11}) & (\bar{k}_{2m}-\bar{k}_{12}) & \dots & (\bar{k}_{mm}-\bar{k}_{m1}) \end{bmatrix} = 0.$$

Для того чтобы параллельно формировать множества эффективных решений и альтернатив, необходимо итеративно совершать следующую последовательность действий в рамках метода направленного перебора локальных экстремумов функции цели [12]:

1. Начинать с формирования структур с одним узлом. При этом начальное множество компромиссных вариантов S^K – пустое.

2. Сформировать альтернативу и сравнить её по критериям с альтернативами находящимися в S^K.

Если по всем критериям, сгенерированная альтернатива лучше, то добавить ее в S^K вместо доминируемых ею альтернатив, иначе отбросить её и сгенерировать следующую.

Если наилучшие значения всех показателей для значения текущего количества узлов хуже, чем для предыдущего, то можно считать, что множество S^K найдено, в противном случае увеличить количество узлов в системе и повторить выше приведенные действия.

Выбор наилучшей альтернативы предлагается производить на основании оценок по аддитивной, мультипликативной и комбинированной функции обобщенной полезности:

$$s^o = \arg \max_{s \in S^*} \sum_{i=1}^{m} \lambda_i\, \xi_i(s); \tag{4}$$

$$s^o = \arg \max_{s \in S^*} \prod_{i=1}^{m} \left[\xi_i(s)\right]^{\lambda_i}; \tag{5}$$

$$s^o = \arg \max_{s \in S^*} [\beta \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \xi_i(s)] + \{(1-\beta) \prod_{i=1}^{m} [\xi_i(s)]^{\lambda_i}\}, \tag{6}$$

где λ_i – коэффициент важности критерия k_i, выбираемый с учетом условий $\sum\limits_i \lambda_i = 1,\ \lambda_i \geq 0;\ i = \overline{1, m}$, $\xi_i(s) = \xi_i(k_i(s))$ – функция полезности частного критерия k_i; β – адаптационный параметр, определяющий вид схемы, $0 \leq \beta \leq 1$. При $\beta = 1$ реализуется аддитивная, при $\beta = 0$ – мультипликативная схема компромисса.

Анализ результатов

В результате ранее проведенных исследований были определены аналитические оценки сложности рассмотренных выше методов формирования подмножеств эффективных решений [9].

Временные сложности алгоритмов составляют:

– для метода парных сравнений

$$f_{пс}(N,m) = o[C_N^2(14+6m)];$$

– для метода Гермейера

$$f_Г(N,m) = o[C_p^{m-1} * N(8m+12)];$$

– для метода Карлина

$$f_K(N,m) = o[C_p^{m-1} * N(5m+11)];$$

– для метода сектора

$$f_{ск}(N,m) = o[N(10m+5)+4m^2+C_{N_1}^2(14+6m)];$$

– для метода сегмента

$$f_{сг}(N,m) = o[N(10m+14)+15m^4+C_{N_2}^2(14+6m)],$$

где $N = Card\ S^*$; $N_1 = Card\ S_1^P$; $N_2 = Card\ S_2^P$; $p = \frac{1}{h}+m-1$.

Установлено: что методы Карлина и Гермейера существенно уступают другим методам по времени решения задачи. При этом метод Гермейера обладает немного большей сложностью, чем метод Карлина; метод парных проигрывает по времени решения методам сектора и сегмента, но он позволяет точно определять S^K и для невыпуклых множеств альтернативных вариантов S^*.

Оценки средних δN и максимальных δN_{max} относительных мощностей подмножеств компромиссных решений S^K в зависимости от количества элементов системы n и сокращение времени за счет параллельного формирования подмножества компромиссов S^K в процессе решения задачи реинжиниринга топологических структур систем крупномасштабного мониторинга приведены в табл. 1 и 2 [12].

Таблица 1

Относительные мощности S^K в множествах S^*, %

n	15	20	25	30	35	40
δN	2.7	0.89	0.19	0.11	0.07	0.009
δN_{max}	3.4	1.86	0.25	0.15	0.09	0.012

Таблица 2

Относительное сокращение времени S^K, %

n	15	20	25	30	35	40
δt	2.4	4.8	11.6	18.7	25.1	36.2

Данные для средних значений $\delta N(n)$ относительных мощностей подмножеств компромиссных решений S^K (табл. 1) аппроксимируются с достоверностью $R = 0.96$ функцией

$$\delta N(n) = 56.786 \cdot e^{-0.21 \cdot n}.$$

Данные для среднего относительного сокращения времени формирования подмножества компромиссов S^K за счет распараллеливания процесса (табл. 2) аппроксимируются с достоверностью $R = 0.99$ функцией

$$\delta t(n) = 0.0299 \cdot n^2 - 0.2918 \cdot n - 0.325.$$

Результаты исследования метода параллельного формирования множества Парето-оптимальных решений показывают, что он позволяет существенно уменьшить время решения задачи выбора многокритериальных решений при проектировании крупномасштабных объектов.

Выводы

Проведен анализ эффективности методов формирования и определения подмножеств Парето-оптимальных вариантов в задачах проектирования крупномасштабных объектов. Для технологии направленного перебора вариантов приведены количественные оценки вычислительной сложности методов парных сравнений, Карлина, Гермейера, сектора и сегмента.

Практическое использование полученных результатов позволит выбирать методы решения практических задач формирования и определения подмножеств эффективных решений, что будет способствовать сокращению времени проектирования крупномасштабных объектов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. *Управление развитием крупномасштабных систем (Современные проблемы. Выпуск 2) / С.Н. Васильев, А.А. Макаров, В.Л. Макаров, Н.А. Махутов и др.; под ред А.Д. Цвиркуна. –М.: Изд-во физ.-мат. литературы, 2015. – 477 с.*
2. *Мэрфи Пол Р. Современная логистика: пер. с англ. / Пол Р. Мэрфи, Д. Ф. Вуд.– Москва; Санкт-Петербург: Вильямс, 2016. – 720 с.*
3. *Інформаційні системи та мережі військ. Ч. 1 / В.І. Ткаченко, Є.Б. Смірнов, І.О. Романенко та ін.; за ред. І.В. Рубана. – Х.: ХУПС, 2013. – 328 с.*
4. *Петров Э.Г. Территориально распределенные системы обслуживания / Э.Г. Петров, В.П. Писклакова, В.В. Бескоровайный – К.: Техника, 1992. – 208 с.*
5. *Бескоровайный, В.В. Разработка модели многокритериальной задачи реинжиниринга топологических структур систем крупномасштабного мониторинга / В.В. Бескоровайный, К.Е. Подоляка // Восточно-Европейский журнал передовых технологий.– 2015. – №4(76).– С. 49 – 55.*
6. *Овезгельдыев О. А. Синтез и идентификация моделей многофакторного оценивания и оптимизации / О.А. Овезгельдыев, Э. Г. Петров, К. Э. Петров. – К.: Наукова думка, 2002. – 161 с.*
7. *Подиновский В.В., Ногин В.Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач / В.В. Подиновский, В.Д. Ногин. – М.: Наука, 2007. – 255 с.*
8. *Чеботарева Д.В. Многокритериальная оптимизация проектных решений при планировании сотовых сетей мобильной связи / Д.В. Чеботарева, В.М. Безрук. – Харьков: Компаеия СМИТ, 2013. – 148 с.*
9. *Бескоровайний В.В. Автоматизация процессов выбора эффективных решений при автоматизированном проектировании систем управления и автоматики / В.В. Бескоровайный, А.Ф. Красько // Вестник Херсонского национального технического университета. – 2007.– №4 (27). – С. 208–212.*
10. *Михалевич В.С. Вычислительные методы исследования и проектирования сложных систем / В.С. Михалевич, В.Л. Волкович. – М.: Наука, 1982. – 288 с.*
11. *Бескоровайный В.В. Формирование множества эффективных вариантов при решении задач структурного синтеза территориально распределенных объектов // Радиоэлектроника и информатика. – 2003. –№4. – С. 113 – 116.*
12. *Бескоровайный В.В. Выбор многокритериальных решений при реинжиниринге топологических структур систем крупномасштабного мониторинга / В.В. Бескоровайный, К.Е. Подоляка // Системи обробки інформації. – 2016. – №5 (142). – С. 80–86.*